arXiv:2304.05504v1 [quant-ph] 11 Apr 2023

用于量子网络的高速率亚GHz线宽双色纠缠源

亚历山大·N·克拉多克、杨王、费利佩·吉拉尔多、鲁克·塞克尔斯基、梅尔·弗拉芒和迈赫迪·纳马齐*Qunnect Inc., 141 Flushing Ave, Ste 1110, Brooklyn, NY 11205-1005*（日期：2023年4月13日）

生成与量子器件和标准电信信道兼容的纠缠光子对，对于发展长距离光纤量子网络至关重要。除了波长匹配之外，带宽匹配和所生成光子对的高保真度也是实现高接口效率所必需的。满足所有这些条件的高速、稳健纠缠源仍然是一个重大的实验挑战。在这项工作中，我们研究了一种基于暖铷蒸气中菱形构型四波混频的纠缠源。我们从理论和实验上研究了一种新的工作状态，并展示了一种能够产生高度非简并的795和1324纳米光子对的纠缠源。借助该光源，我们能够实现大于 $10^7\,/s$的光纤内纠缠对生成速率，比此前报道的原子光源高出数个数量级。此外，鉴于该光源与电信基础设施和原子系统具有原生兼容性，它是迈向可扩展量子网络的重要一步。

引言

纠缠是量子信息领域的基石。在这一领域中，许多应用都取决于两个或更多参与方能否跨越长距离共享纠缠，包括分布式量子计算 [1], 分布式量子传感 [2], 和量子通信 [3]。纠缠光子是实现远距离纠缠分发的理想选择。然而，由于量子信道中的光学损耗，必须采用量子中继 [4] 。许多量子中继协议的一个重要组成部分，是实现纠缠光子与量子存储器 [5], 以及各种量子计算和传感平台之间的高效接口。因此，能够同时兼容量子器件和标准量子信道（例如电信光纤）的稳健光子对纠缠源，很可能是构建量子互联网的必要组件。除了产生合适波长的光子外，面向通用量子联网的实用纠缠源还必须同时满足多项指标，例如高生成速率、窄线宽光子、高保真度和高预示效率。然而，构建此类光源仍是一项尚待攻克的实验挑战。

鉴于其紧凑、坚固、简单且天然兼容基于原子的量子存储器，热原子系综是实现纠缠源的理想系统。近期相关文献大多聚焦于阶梯型 [6–11] 或双重 Λ 构型中的四波混频（FWM） [12–17]。阶梯型方案已用于实现绝对亮度（单位时间内产生的光子对数）高的光源 $\approx 4\times10^5\,/s$ [6]；而双重 Λ 构型则已用于展示高光谱亮度（单位时间、单位带宽内产生的光子对数）。MHz[12]。然而，这些光源的高性能通常受到所产生光子波长的限制；这些光子处于近红外（NIR）波段，因此不适用于通过电信光纤网络进行远距离纠缠分发。此外，由于跃迁近乎简并，这些系统中的纠缠演示也受到限制 [9, 10] 。也有研究探讨了金刚石构型中的热原子四波混频 [18, 19]。已证明，这些光源能够直接产生波长不同的纠缠光子对，使其同时兼容原子量子存储器 [20] 和电信光纤网络。然而，它们的性能通常不及阶梯型和双重 Λ 构型的光源，已展示的峰值绝对亮度和光谱亮度分别为 $\approx 5\times10^3/s$ 和 $\approx 5/s$/MHz [19]。这被归因于在光子产生过程中，无法同时作用于蒸气中所有速度群 [7]。

本文展示了一种基于温热铷原子系综中菱形方案四波混频的双频纠缠光子对源，兼具高绝对亮度和高光谱亮度。我们从理论和实验上探索了菱形方案中的一种新工作区间，使我们能够激发蒸气中的所有原子，实现超过 $\approx 10^7/s$ 的光纤内光子对产生率，并得到 $|\Phi_+\rangle$ 贝尔态保真度不低于$>$ 95%。据我们所知，这是目前已展示的温热原子纠缠光子对源中绝对亮度最高的。此外，该光源可产生电信波段—近红外纠缠光子对（波长分别为 1324 和 795 纳米），适用于基于光纤的量子中继应用。

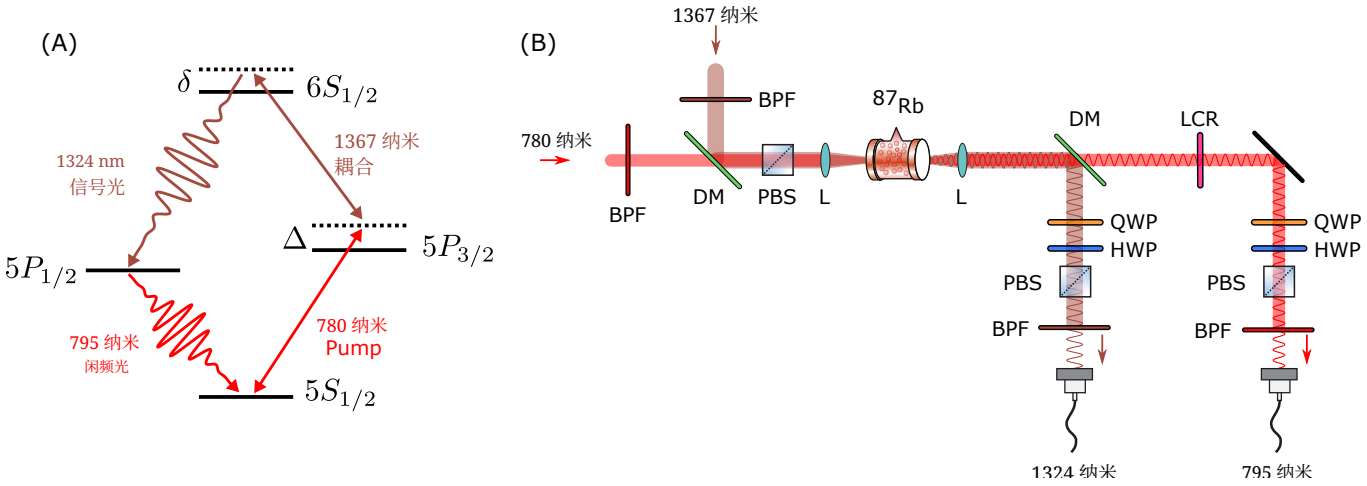


图1。（A）四波混频过程相关的铷能级图。（B）用于生成和分析纠缠光子对的实验装置。PBS：偏振分束器，DM：二向色镜，BPF：带通滤波器，LCR：液晶延迟器，QWP：四分之一波片，HWP：半波片，L：透镜。

理论

在这项工作中，我们研究温热^{87}铷蒸气中的自发四波混频。图1(A)展示了菱形四波混频过程相关的原子能级结构。为理解激发过程的物理机制，我们在旋波近似下分析了速度为 v的原子的三能级哈密顿量，

$$\hat{H}(v) = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_p}{2} & 0 \\ \frac{\Omega_p^*}{2} & -\Delta(v) & \frac{\Omega_c}{2} \\ 0 & \frac{\Omega_c^*}{2} & -\delta(v) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

在 $\{|5S_{1/2}\rangle, |5P_{3/2}\rangle, |6S_{1/2}\rangle\}$ 基底中。我们将 $|6S_{1/2}\rangle \to |5P_{1/2}\rangle \to |5S_{1/2}\rangle$ 视为一种有效的 $|6S_{1/2}\rangle \to |5S_{1/2}\rangle$ 衰变，此外还有 $|6S_{1/2}\rangle \to |5P_{3/2}\rangle$ 和 $|5P_{3/2}\rangle \to |5S_{1/2}\rangle$ 衰变通道。

为便于计算，我们将原子运动视为沿光束传播方向的一维运动。对于我们的实验装置，这是一个有效的近似（见“实验装置”一节）。此外，为避免显著布居 $|5P_{3/2}\rangle$ 态，我们采用较大的单光子失谐（$\Delta = 2\pi \times 1150$ MHz）。我们对与约化三能级系统对应的 Liouville 算符进行数值求解，以找到稳态。由于 $|6S_{1/2}\rangle \to |5P_{1/2}\rangle$ 衰变率与$|6S_{1/2}\rangle$稳态布居成正比，因此我们将其用作信号光子散射概率的替代指标。在图 2(A) 中，我们展示了散射概率随原子速度变化的两个示例，以说明近共振（蓝色）和远失谐（橙色）的双光子共振区间。在这两种区间中，均出现一个尖锐的共振峰（图中近失谐和远失谐情形分别为$v \approx 250$m/s 和 $v \approx 1000$m/s。

2(A)) 在散射概率中可见

$$v \approx -\frac{c\delta}{\omega_{6S_{1/2}}}, \tag{2}$$

由于双光子多普勒频移，其中 $\hbar\omega_{6S_{1/2}}$ 是 $|6S_{1/2}\rangle$ 态的能量。图中还可见两个较宽且不太明显的峰，位于 $v \approx -1000$m/s，此时 $|5P_{3/2}\rangle$ 被共振激发。为了确定原子蒸气中的散射概率，我们根据麦克斯韦-玻尔兹曼分布所给出的原子速度分布，对$|6S_{1/2}\rangle$分布进行加权，如图 2(B) 所示。对于近失谐情况，大部分分布位于共振速度类别，从而在图中形成一个尖锐特征。相比之下，对于远离双光子共振区间的情况，共振速度所占的分布比例几乎可以忽略。根据原子速度的可能性进行加权后，我们发现大多数散射以非共振方式发生，尽管对于这一过程，未加权的散射概率显著低于共振散射。如图 2(B) 所示，对于远离双光子共振的激发，加权后的散射概率遵循麦克斯韦-玻尔兹曼分布。

通过考虑探测到信号光子 [6] 时投影到原子系统上的集体激发，可以理解这一行为的重要性。闲频光的相位匹配发射概率与参与集体激发 [21]的原子数成正比。鉴于集体激发的分布与加权散射概率的分布相似，我们预计，在原子密度固定时，相较于近共振激发，非共振激发下闲频光的相位匹配发射概率更高。因此，对于给定的蒸气温度，我们预计光源在运行时会具有更高的预示效率。

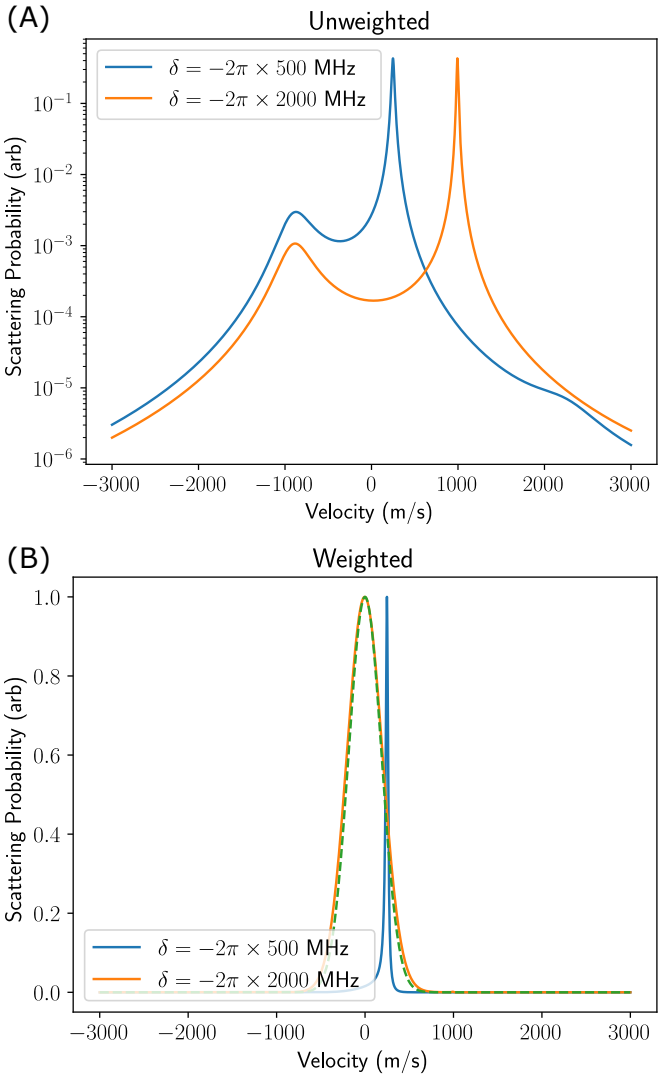


图 2. 近共振（蓝色）和远失谐（橙色）双光子共振条件下简化三能级系统的数值模拟。图 (A)（(B)）展示了散射概率随原子速度的变化，其中未加权（加权）麦克斯韦-玻尔兹曼分布。(B) 中的曲线已重新归一化，使加权散射概率峰值为 1，以便于比较。(B) 中的绿色虚线表示模拟所用蒸气温度对应的麦克斯韦-玻尔兹曼分布。两种情况下，泵浦失谐均固定为远离共振的 $\Delta = 2\pi \times 1150$ MHz，泵浦和耦合拉比频率均保持在合理的实验取值（$\Omega_p = \Omega_c = 2\pi \times 350$ MHz），温度固定为 $T = 80^\circ$ C。

在远失谐区间。

我们注意到，已有多个研究组 [6, 7] 采用了近乎无多普勒展宽的激发方案，用于在热蒸气中同时寻址所有速度群。然而，这些配置对耦合光束和泵浦光束波长的相似性有严格限制。此处提出的非共振激发方案，即使在具有不-

分离耦合波长和泵浦波长。

实验装置

在实验中，我们使用 780 nm 泵浦激光和 1367 nm 耦合激光，经由中间 $|5P_{3/2}\rangle$ 态驱动双光子 $|5S_{1/2}\rangle \rightarrow |6S_{1/2}\rangle$ 跃迁。对于这项工作，泵浦光的频率稳定在^{85}Rb $|5S_{1/2},\ F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2},\ F' = 4\rangle$ 跃迁上，因此 $\Delta \approx 2\pi \times 1.1$ GHz（相对于 ^{87}Rb$|5S_{1/2},\ F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2},\ F' = 3\rangle$ 跃迁蓝失谐）。为稳定耦合光，我们采用双共振光泵浦（DROP）装置 [22]。我们使用电光调制器（EOM）来调节 1367 nm 光相对于共振的失谐量。

实验装置如图1(B)所示。泵浦光束和耦合光束在短波通二向色镜上重合，从而沿同一方向通过一段长5 mm的富集 ^{87}Rb蒸气池。泵浦光束和耦合光束在进入蒸气池前，均通过一个共用的偏振分束器（PBS）调整为水平偏振。我们使用一对 $f \approx 50$ mm消色差透镜，将光束聚焦到池内半径为 ≈ 30 μm的 $1/e^2$ 光斑。我们沿泵浦光的零度方向收集1324 nm信号光和795 nm闲频光，这一天然满足相位匹配条件 [18]。信号光和闲频光均耦合到准直器中，其在蒸气池内的等效 $1/e^2$ 模式半径为 ≈ 20 μm。我们用一对直接置于池体端面的金属陶瓷加热器为蒸气池加热，以防止冷凝。

经过气室后，我们使用短波通二向色镜分离通信波段光和近红外光。我们使用带通滤光片来抑制耦合光泄漏到信号光光纤中，以及泵浦光泄漏到闲频光模式中。在信号光和闲频光路径上，四分之一波片（QWP）、半波片（HWP）和偏振分束器（PBS）使我们能够选择检测到的偏振模式。我们将闲频光路径上的液晶延迟器（LCR）对准，使其慢轴处于垂直方向。通过调节延迟量，我们可以在 $|H\rangle$ 和$|V\rangle$ 偏振模式之间施加任意相移，从而补偿装置中的差分相移。

我们使用单光子雪崩光电二极管探测闲频光子，并使用超导纳米线单光子探测器探测信号光子（两者的计时抖动分别为 $\approx$ 350- ps 和 $\approx$ 90-ps）。探测效率仅计入探测器的量子效率以及光子耦合进光纤后的损耗，信号光子和闲频光子的探测效率分别为 78(2)% 和 68%。我们使用时间标记设备（时间分辨率为 1-ps）记录两个探测器的事件，并据此处理符合事件。

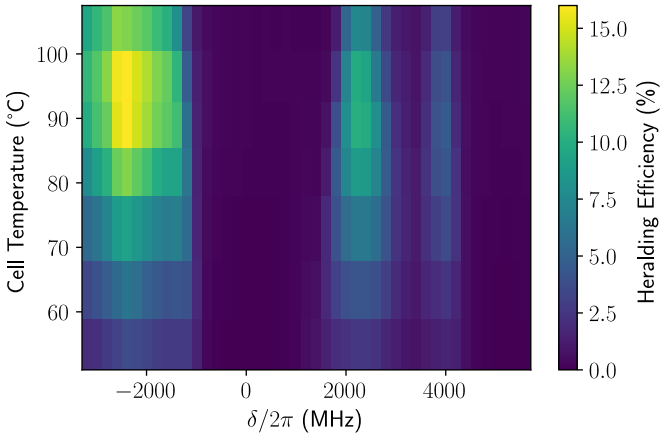


图3.源的预示效率随蒸气池温度和双光子失谐 δ的变化关系。单光子失谐固定为 $\Delta \approx 2\pi \times 1.1$ GHz。泵浦功率固定为 ≈ 250 μW。对于每个失谐/温度组合，我们调节耦合功率，将信号率设定为 $\approx$ 100 kcps。

结果

我们首先探究源参数对双光子失谐和蒸气池光学深度（OD，以795纳米闲频光子测量）的依赖关系。为调节OD，我们改变蒸气池温度；而双光子失谐则使用偏置 DROP 锁定中所用的电光调制器进行调节。对于这些数据，我们将泵浦功率固定为 ≈ 250 μW。对于每个失谐量/温度组合，我们改变耦合功率，使检测到的信号速率达到 ≈ 100 kcps。在此处，我们仅测量源的 $|VV\rangle$模式。

我们考察预示效率，即在探测到1324纳米光子后探测到795纳米光子的概率。如图3所示，在原子温度固定的情况下，随着双光子失谐增大，预示效率呈现出提高的趋势。正如理论部分所探讨的那样，这种行为是意料之中的，因为较大的双光子失谐可以同时作用于所有速度类，而不是一个狭窄的共振带。

根据上述简单理论，我们预计光源的行为关于零双光子失谐对称。然而，图3清楚地表明事实并非如此。我们认为，正双光子失谐下预示效率降低，是由于与蒸气中不需要的 ^{85}Rb 原子发生了相互作用（$\approx$ 99% ^{87}Rb 蒸气池纯度）。此外，我们预计，随着双光子失谐增大，预示效率会趋于一个恒定值。然而，我们看到，随着双光子失谐增大，预示效率出现了明显的峰值。我们认为这与大双光子失谐下所需耦合功率增加有关。

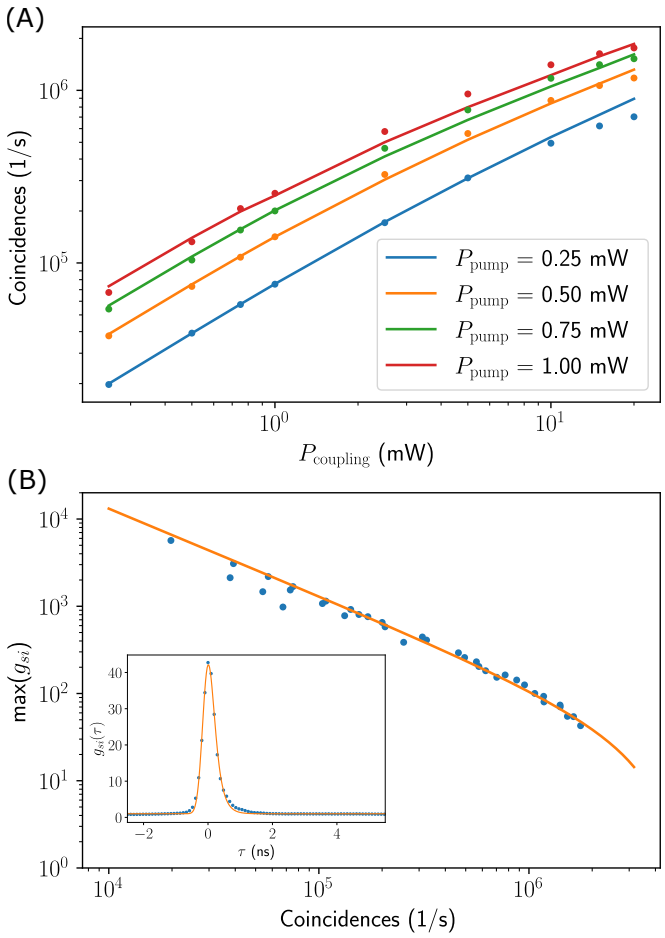


图4. 光源随泵浦功率和耦合功率的标度行为。(A) 显示了不同泵浦功率下测得的信号光-闲频光符合率随耦合功率的变化。我们采用了考虑探测器死时间有限性的拟合。通过对数据进行线性拟合，我们计算得到符合率的测量标度常数为 $\approx 3 \times 10^5\,/s/\mathrm{mW}^2$ ($\approx 6 \times 10^5\,/s/\mathrm{mW}^2$，计入探测效率时)。(B) 显示了信号光-闲频光互相关峰值 g_{si} 随符合率的变化。插图显示了典型的 g_{si} 曲线，使用 100皮秒时间箱。橙色线为拟合曲线，考虑了系统中探测器死时间有限的影响。在两幅图中，由统计不确定性引起的误差棒均小于数据点。

除了随着双光子失谐变化而呈现的明显趋势外，对于固定的双光子失谐，随着蒸气池温度的改变，我们同样观察到预示效率出现峰值。该现象此前已被观察到 [6]，并被归因于以下相互竞争的过程：定向集体发射增加，以及随着蒸气温度（从而 OD）升高，闲频光子传输减少。

在本文余下部分中，我们将光源的双光子失谐设为 $\delta \approx -2\pi \times 2400$ MHz，蒸气室温度设为 $\approx 93°$ C，此时测得的最大预示效率为 ≈ 16 %（经校正后闲频光的预示效率为≈ 24 %）。

检测效率)。在这里，该池对闲频光光子的共振光学厚度为 ≈ 9。

接下来，我们研究该光源随耦合功率和泵浦功率变化的标度特性。在这里，我们再次只测量光源的 $|VV\rangle$ 模式。在图4(A)中，我们展示了符合计数率如何随泵浦功率和耦合功率变化。对于较低的泵浦功率和耦合功率，符合计数率随功率变化近似呈线性标度。在较高功率下，随着功率增加，我们观察到符合计数率出现饱和。这部分是由于探测器有限的死区时间（信号光和闲频光均为 $\approx$ 20ns），我们已在图中所示的拟合中对此进行修正。然而，我们使用信号光和闲频光路径上的中性密度滤光片来降低这一问题，并重复了图4(A)所示的测量；即便如此，在较高耦合功率下，我们仍然观察到偏离线性的现象。我们将其归因于原子介质的饱和。从线性区域的拟合结果中，我们得到测得的标度常数为 $\approx 3\times10^5\ /s/\mathrm{mW}^2$（考虑探测效率后为$\approx\ 6\times10^5\ /s/\mathrm{mW}^2$ ）。

与其他成对光源类似，随着成对产生速率提高，我们预计信号光-闲频光互相关函数 g_{si} 会降低。我们在图4(B)中展示了 g_{si} 最大值随符合计数的变化关系，插图显示了 g_{si} 随探测间延迟时间 τ 变化的典型曲线。理论上$g_{si}\ \propto\ 1/$符合计数。我们在符合计数率较低时观察到这种反比关系。然而，在符合计数率较高时，我们发现其偏离了这一规律。我们认为这是由探测器的有限死时间导致的，因为在信号光臂和闲频光臂中使用中性密度滤光片重复测量时，并未观察到这种现象。图中的模型考虑了这种探测器饱和效应。

在泵浦光束和耦合光束分别采用1 和20 mW的最大使用功率时（本文其余部分均采用这两种功率），测得的 $|VV\rangle$ 模式符合计数率为 $\approx 1.7\times10^6/s$，具有 $g_{si}\approx 40$；在校正探测器的量子效率和死时间饱和效应后，对应的 $|VV\rangle$ 模式速率为 $\approx 5\times10^6/s$。

根据图4(B)插图中所示的 g_{si} 曲线，我们估计双光子线宽低于 $2\pi\times$ 1GHz（扣除探测器有限的响应时间后），与阶梯型四波混频系统中的线宽相似；在这类系统中，所有速度类都参与集体激发 [6]。这一数值也得到了受激四波混频双光子测量结果的佐证，与[23]中的结果类似。我们认为，双光子带宽是多普勒展宽的发射与闲频光在穿过原子蒸汽室时的吸收共同卷积的结果。值得指出的是，这一带宽与多种现有的热原子量子存储器所展示的带宽相当 [24, 25], , 为构建完全基于热原子且兼容电信波段的量子中继器打开了大门。

最后，采用所用的泵浦方案以及铷的塞曼能级结构，我们预计该光源能够产生

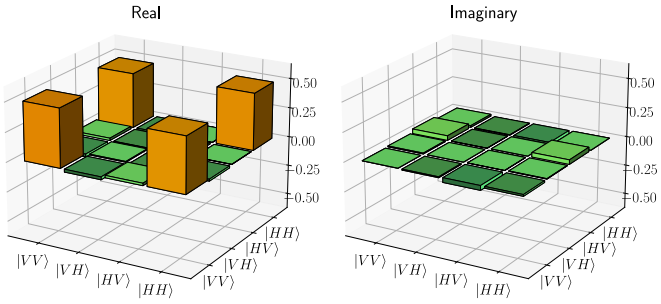


图5.信号光-闲频光态最大似然密度矩阵重构的实部和虚部。与预期的 $|\Phi_+\rangle$ 贝尔态的保真度下界为 95%。

一对 $|\Phi_+\rangle\ =\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle)$纠缠的 [19]。我们发现，用于分离信号光子和闲频光子的二向色镜，以及用于将信号光子和闲频光子耦合到各自光纤中的反射镜，都会在 $|HH\rangle$ 和 $|VV\rangle$ 模式之间引入任意但稳定的相移。我们调节液晶延迟器（LCR）的延迟量来补偿这些相移，从而恢复 $|\Phi_+\rangle$ 态。为验证经过此操作后产生的纠缠态，我们进行了双光子层析。我们在信号光和闲频光两条路径上使用带有 $OD\approx 1$ 的中性密度滤光片，以确保层析过程中探测器不会饱和。采用 [26] 中讨论的最大似然法，我们重构了双光子态的密度矩阵，如图5所示。根据重构的密度矩阵，我们得到其与 $|\Phi_+\rangle$ 贝尔态的保真度下限为95%[27], , 纠缠对产生率高于 $10^7\ /s$。

结论

大规模量子网络的发展依赖于实用纠缠源的发展，这些纠缠源需要满足多项条件，例如高成对生成率、窄线宽、高保真度，以及与电信和原子系统兼容的波长。我们从理论和实验上研究了金刚石构型热原子四波混频纠缠光子源的一种新工作状态，该状态能够同时满足上述所有条件。在这些条件下，我们能够同时覆盖蒸气中的所有速度群，从而实现光纤内成对纠缠光子的绝对亮度大于 $10^7/s$。鉴于所产生双光子的亚 GHz 带宽，相应的光谱亮度为 $\approx 10^4/s/$MHz。据我们所知，这是热原子纠缠光子源所实现的最高绝对亮度和光谱亮度。我们已经证明，双波长光子对（1324 和 795 纳米）具有良好的相关性，$g_{si}\ \geq\ 40$，并且 马会

最大似然估计表明，我们将与 $|\Phi_+\rangle$ Bell 态的保真度下限确定为 95%。鉴于我们的光源产生的纠缠对既兼容电信基础设施，也兼容现有量子存储器，因此可应用于量子中继、分布式量子处理和量子增强传感器网络。此外，该光源相对简单，有望开发出可集成到现有电信基础设施中的稳健设备。

致谢

我们感谢 Qunnect Inc. 团队，特别是 Noel Goddard，感谢他们协助准备稿件。本研究由美国能源部通过项目编号 DE-SC0021556 资助。

* 通讯作者。mehdi@quconn.com

[1] C. Monroe、R. Raussendorf、A. Ruthven、K. R. Brown、P.Maunz、透镜.-M. Duan 和J. Kim，具有原子存储器和光子互连的大规模模块化量子计算机架构，Phys.Rev.A **89** （2014）。[2] Z. Eldredge、M. Foss-Feig、J. A. Gross、S.L. Rolston和 A. V. Gorshkov，量子传感器网络的最优且安全的测量协议，Phys.Rev.A **97** （2018）。[3] A.K. Ekert，基于贝尔定理的量子密码学，Phys. Rev. Lett. **67**，661（1991）。[4] 透镜. M. Duan、M. D. Lukin、J.I.Cirac 和 P. Zoller，利用原子系综和线性光学进行远距离量子通信，Nature **414**，413（2001）。[5] N. Sangouard、C. Simon、H.deRiedmatten 和 N. Gisin，基于原子系综和线性光学的量子中继器，Rev. Mod.Phys. **83**，33（2011）。[6] O. Davidson、R. Finkelstein、E. Poem和O.Firsten-berg，室温下具有可调GHz带宽的明亮型多路复用不可区分单光子源，New J.Phys. **23**，073050（2021）。[7] Y.-S. Lee、S.M.Lee、H. Kim和H.S. Moon，掺杂普勒展宽阶梯型原子系统中的高亮度光子对产生，Opt. Express**24**，28083（2016）。[8]O. Davidson、O.Yogev、E.Poem和O.Firsten-berg，780 nm处明亮、低噪声的单光子源：铯蒸气中的相位匹配改进，arXiv:2301.06049。[9] J.Park、H.Kim和H.S. Moon，使用萨尼亚克干涉仪从热原子系综产生偏振纠缠光子，Phys. Rev.Lett. **122**，143601（2019）。[10] J. Park、J. Bae、H.Kim 和 H. S. Moon，从热原子系综直接产生偏振纠缠光子，Appl. Phys.Lett. **119**，074001（2021）。[11] D.-S. Ding、Z.-Y. Zhou、B.-S. Shi、X.-B. Zou 和 G.- C. Guo，非经典关联光子

通过梯型原子构型产生光子对：理论与实验，Opt.Express **20**，11433(2012)。[12] J.-M.Chen、C.-Y. Hsu、W.-K.Huang、S.-S. Hsiao、F.-C.Huang、Y.-H.Chen、C.-S. Chuu、Y.-C.Chen、Y.-F.Chen和 I.A. Yu，接近极限光谱亮度的室温双光子源，Phys. Rev. Res. **4** (2022)。[13] C.-Y. Hsu、Y.-S.Wang、J.-M. Chen、F.-C. Huang、Y.-T. Ke、E.K. Huang、W. Hung、K.-L. Chao、S.-S. Hsiao、Y.- H.Chen、C.-S. Chuu、Y.-C.Chen、Y.-F.Chen 和I.A.Yu，采用无相位失配方案从热原子蒸气中产生亚MHz且具有高光谱亮度的双光子，Opt.Express **29**，4632(2021)。[14] C. Shu、P. Chen、T. K. A. Chow、L. Zhu、Y.Xiao、M.M. T.Loy 和 S. Du，来自多普勒展宽热原子蒸气池的亚自然线宽双光子，Nat.Commun. **7**，12783 (2016)。[15] L. Zhu、X.Guo、C.Shu、H. Jeong 和 S. Du，来自热铷原子蒸气池的明亮窄带双光子产生，Appl. Phys.Lett. **110**，161101(2017)。[16] J.Mika和L. Slodi˘cka，在暖原子蒸气中产生的大带宽光子对的高非经典关联，J. Phys. B At. Mol. Opt.Phys. **53**，145501 (2020)。[17] T.Jeong和H. S.Moon，来自暖双-Λ **28**, -型3985 2020原子系综的窄带光子对的时间与光谱特性测量，Opt.Express ( )。[18] R. T. Willis、F. E. Becerra、L.A. Orozco 和 S. L.Rolston，来自暖原子系综的关联光子对，Phys. Rev. A **82** (2010)。[19] R. T. Willis、F. E. Becerra、L.A.Orozco和S.L.Rol- ston，来自暖原子系综的电信波长光子统计与偏振关联，Opt. Express **19**，14632 (2011)。[20] Y.Wang、A. N. Craddock、R.Sekelsky、M. Flament 和 M. Namazi，面向量子网络的可现场部署量子存储器，Phys. Rev. Appl. **18** (2022)。[21] M. Saffman和 T. G. Walker，从纠缠原子系综创建单原子和单光子源，Phys. Rev.A**66** (2002)。[22] A. P´erez Galv´an、Y.Zhao和L. A. Orozco，铯中 $6S_{1/2}$ 能级超精细分裂的测量，Phys. Rev. A **78** (2008)。[23] T.Jeong、J.Park 和 H. S.Moon，暖原子系综自发四波混频的受激测量，Phys. Rev. A (Coll. Park.)**100** (2019)。[24] R.Finkelstein、E. Poem、O. Michel、O. Lahad和O. Firstenberg，室温下用于光子同步的快速无噪声存储器，Sci. Adv. **4**，eaap8598 (2018)。[25] G. Buser、R. Mottola、B. Cotting、J. Wolters和 P. Treutlein，基态蒸气池量子存储器中的单光子存储，PRX quantum **3** (2022)。[26] D. F. V. James、P. G.Kwiat、W. J. Munro和 A. G. White，量子比特的测量，Phys. Rev. A **64** (2001)。[27] 下界是在改变最小化求解器和初始条件时取得的最小值。