谷物和油籽指数的可视图分析

Hao-Ran Liu[a,b], Ming-XiaLi[a,b,*],Wei-Xing Zhou[a,c,d,*]

[a]华东理工大学商学院，上海*200237*，中国[b]华东理工大学信息科学与工程学院，上海*200237*，中国[c]华东理工大学经济物理研究中心，上海 *200237*，中国[d]华东理工大学数学学院，上海 *200237*，中国

arXiv:2304.05760v2 [econ.GN] 6 Aug 2024

摘要

谷物和油籽指数（GOI）及其小麦、玉米、大豆、水稻和大麦子指数是反映主要农粮作物全球现货市场价格变化的每日价格指数。本文对GOI及其五个子指数进行了可视图（VG）分析。研究结果表明，除水稻外，各可视图的度分布均呈现指数截断幂律尾部，而水稻可视图符合幂律尾部。六个可视图的平均聚类系数都相当大（> 0.5），并且与可视图的平均度呈现良好的幂律关系。对于每个可视图，当度较大时，节点的聚类系数与其度成反比；当度较小时，聚类系数与其度呈幂律相关。六个可视图均表现出小世界特征。度-度相关系数表明，玉米和大豆指数的可视图呈现弱同配混合模式，而其他四个可视图则呈现弱异配模式。平均最近邻度函数具有相似的模式，并且每个函数都显示出更为复杂的混合模式：在度较小时下降，在度处于中等水平时上升，而在度较大时再次下降。

关键词：经济物理学 物理；GOI指数；可视图；结构性进程　　属性

1. 引言

食品价格对粮食安全具有非常强的影响，而粮食安全是国家安全和社会稳定的基石。食品价格上涨往往会导致通货膨胀、饥荒和社会动荡。因此，研究食品价格的变化具有重要意义。谷物和油籽指数（GOI）及其小麦、玉米、大豆、水稻和大麦五个子指数，是由国际谷物理事会编制的每日价格指数，反映了全球主要农粮作物现货市场的价格变化。本文将从复杂网络的角度研究GOI指数的变化。

其根本动机在于将时间序列映射为复杂网络的变革潜力，从而借助网络科学丰富的工具集和理论框架，剖析时间数据的多层面复杂性。这种转换不仅能够捕捉时间序列中固有的非线性关联和长程依赖，还能揭示常规统计方法难以察觉的潜在拓扑结构和动态特征。将时间序列转换为复杂网络的方法多种多样 [1]。Li 和 Wang 将恒生指数转换为离散符号序列，进而可将其转换为复杂网络并加以分析 [2, 3]。Zhang 和 Small 从伪周期时间序列构建复杂网络，并研究时间序列与网络拓扑结构之间的关系 [4]。Xu 等人将时间序列转换为最近邻网络 [5]。Yang 等人提出了分段相关网络，用于将时间序列转换为复杂网络 [6]。Lucasa 等人提出了一种将时间序列构建为可视图的算法 [7, 8]。此后，人们提出了可视图的多种扩展形式 [9–20]。

*通讯作者。电子邮箱：mxli@ecust.edu.cn（Ming-Xia Li）、wxzhou@ecust.edu.cn（Wei-Xing Zhou）

考虑将时间序列转换为可视图的情形：序列中的点成为节点，并根据彼此的“可视性”或邻接关系相连，从而直观地呈现数据的连通性格局。借助复杂网络分析的视角，可以运用度分布、聚类系数和社群结构等指标，识别时间序列中可能被掩盖的模式、异常和趋势。这种方法并不局限于单维序列，还可以自然地扩展至多变量和多维时间序列，甚至时空数据，为不同学科提供统一的分析视角 [21–35]。Dai等人研究了经济政策不确定性指数可视图的统计特性 [36]。Yu研究了黄金价格时间序列可视图的特征 [37]。Partida等人研究了比特币和以太坊价格时间序列的可视图与水平可视图的层级结构 [38]。Xie等人研究了心率时间序列水平可视图的网络模体 [39]。Fan等人从可视图的角度研究了碳价格的动态行为 [40]。Sun等人研究了天然气价格时间序列的可视图 [41]。

然而，尚未有研究从可视图的角度考察 GOI 指数。本文对 GOI 指数及其五个子指数进行可视图分析。本文其余部分安排如下：第2节介绍本文所用数据的来源和规格，以及根据 GOI 指数构建 GOI 可视图的算法，并绘制使用该算法构建的六个 GOI 可视图。第3节考察六个 GOI 指数及其可视图的若干结构性质，包括赫斯特指数、宏观性质、度分布、聚类系数、小世界性质和混合模式。第4节进行总结并得出结论。

2. 数据描述

2.1. 数据来源

本文使用的 IGC谷物和油籽指数数据集取自国际谷物理事会（网址：https://www.igc.int，访问日期为2023年4月12日）。GOI 指数是六个以2000年1月为基期、基点为100的日度指数。GOI 指数由 IGC GOI指数及五个子指数构成，分别为小麦指数、玉米指数、大豆指数、大米指数和大麦指数。本文所用数据集中，所有时间序列的起始日期均为2000年1月3日，结束日期为2022年12月30日，共有5990个数据点。

2.2. 可视图构建

为研究 GOI 指数的属性，我们为每个 GOI 指数构建可视图 $\mathcal{G}(\mathcal{V},\mathcal{E})$，其中 $\mathcal{V}$ 为节点集合，$\mathcal{E}$ 为边集合。对于长度为 T 的 GOI 指数时间序列 $I^{Index}(t)$，节点集合 $\mathcal{V}$ 为

$$\mathcal{V} = \{0, 1, 2, \cdots, T\}, \tag{1}$$

其中 指数 $\in$ {IGC GOI、小麦、玉米、大豆、水稻、大麦}。对于任意两个节点 t_i 和 t_j，若两个数据点 $(t_i, I(t_i))$ 与 $(t_j, I(t_j))$ 之间存在可视性，则边 (t_i, t_j) 将存在；这意味着对于所有 $t_i < t_k < t_j$，均满足条件 [7]

$$I(t_k) < I(t_j) + \left[I(t_i) - I(t_j)\right]\frac{t_j - t_k}{t_j - t_i}. \tag{2}$$

通过这种方式，我们将时间序列转换为其可视图（VG）。可视图是一种无向图，包含 T 个节点，最多有 $\frac{1}{2}T(T-1)$ 条边。六种 GOI 指数构建的六个可视图如图 1所示。

3. 实证分析

3.1. 六个 *GOI* 指数的赫斯特指数

赫斯特指数用作衡量时间序列长期记忆性的指标。由于重标极差法这一传统的赫斯特指数测量方法通常会高估赫斯特指数，因此我们选择使用去趋势波动分析来测量赫斯特指数 [42]。去趋势波动分析的步骤如下：

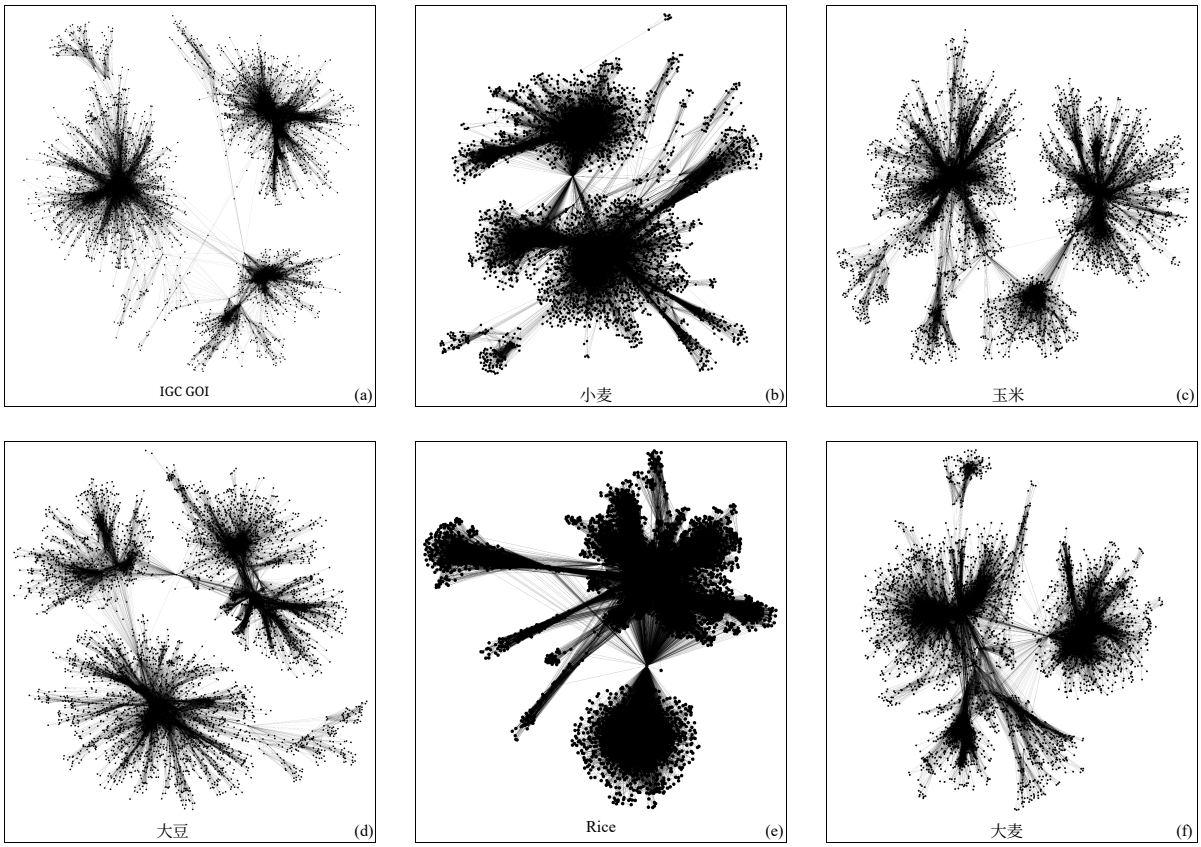


图1：由六个GOI指数构建的可视图。（a）IGC GOI 可视图。（b）小麦可视图。（c）玉米可视图。（d）大豆可视图。（e）水稻可视图。（f）大麦可视图。

首先，我们计算时间序列 $x(i)$ 的剖面。

$$y(u) = \sum_{i=1}^{u} [x(i) - \langle x \rangle], u = 1, \ldots, N, \tag{3}$$

其中，$\langle x \rangle$ 是x（i）的平均值。

接下来，剖面 y 被划分为Y_k个长度相等的u不重叠分段，每段长度为s。

$$Y_k(u) = \{y(u) | (k-1)s + 1 \leq u \leq ks\}, k = 1, ;n. \tag{4}$$

在每个分段内进行最小二乘拟合，并从该分段内的数据点中减去拟合趋势。尺度 s上的去趋势剖面函数由

$$\tilde{Y}_k(u) = Y_k(u) - g(u), \tag{5}$$

其中 $g(u)$ 是一个线性函数。这一步去趋势处理对于将内在波动与任何残留的局部趋势分离开来至关重要。

然后，我们计算每个去趋势分段的方差。

$$F(s) = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left[\tilde{Y}_k(u) \right]^2 \right\}^{1/2} \tag{6}$$

这量化了去除局部趋势后每个分段内波动的幅度。

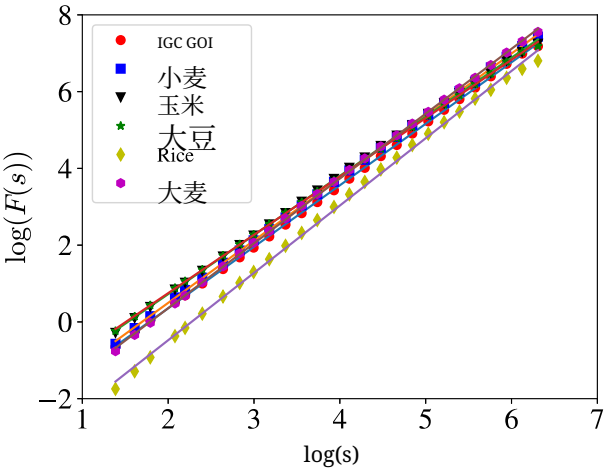


图2：六个GOI指数时间序列的波动度量$F(s)$随尺度s 变化。

最后，我们绘制波动度量 $F(s)$ 与尺度 s （图2），这通常揭示出幂律关系，

$$F(s) \sim s^H, \tag{7}$$

其中 H 是赫斯特指数。如果 $0 < H < 0.5$，GOI指数是反持续的或负自相关的。如果 $H = 0.5$，GOI指数是完全不相关的。如果 $0.5 < H < 1$，GOI指数是持续的或正自相关的。

表1：六个 GOI 指数时间序列的赫斯特指数 H 。

	IGC GOI	小麦	玉米	大豆	Rice	大麦
赫斯特指数	0.6024	0.6240	0.5405	0.5200	0.7540	0.6894

六种可视图的赫斯特指数如表1所示。赫斯特指数最大的 GOI 指数是水稻 GOI 指数，其赫斯特指数为 0.7540，这表明水稻 GOI 指数具有很强的持续性。相反，玉米和大豆 GOI 指数的赫斯特指数分别为 0.5405 和 0.5200，非常接近 0.5，这意味着玉米和大豆 GOI 指数接近布朗运动。这些结果与使用去趋势移动平均分析得出的赫斯特指数一致 [43]。

3.2. 全局统计量

我们首先计算可视图的主要全局统计量。节点数 $N_{\mathcal{V}}$ 是可视图中的节点数

$$N_{\mathcal{V}} = \sharp(\mathcal{V}), \tag{8}$$

其中， $\mathcal{V}$ 是节点集合， $\sharp(\mathbf{X})$ 是集合 $\mathbf{X}$ 的基数。边数 $N_{\mathcal{E}}$ 是可视图中的边数

$$N_{\mathcal{E}} = \sharp(\mathcal{E}), \tag{9}$$

其中， $\mathcal{E}$ 是边集。作为无向网络，可视图的密度 ρ 定义为

$$\rho = \frac{2N_{\mathcal{E}}}{N_{\mathcal{V}}(N_{\mathcal{V}} - 1)}. \tag{10}$$

节点度 k_i 节点 i 定义为与节点i相连的边数。

$$k_i = \sharp(\{(i,j) \mid (i,j) \in \mathscr{E}\}), \tag{11}$$

以及可视图的平均度 $\langle k \rangle$定义为节点度的平均值

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N_{\mathscr{V}}} \sum_{i \in \mathscr{V}} k_i = \frac{1}{N_{\mathscr{V}}} \sum_{i \in \mathscr{V}} \sharp(\{(i,j) | (i,j) \in \mathscr{E}\}) = \frac{2N_{\mathscr{E}}}{N_{\mathscr{V}}}. \tag{12}$$

最大度 $k_{i,\max}$ 定义为所有节点度中的最大值

$$k_{i,\max} = \max_{i \in \mathscr{V}} \{k_i\}. \tag{13}$$

为研究由GOI指数构建的可视图的宏观特征，我们计算了六个可视图的节点数、边数、网络密度、平均度和最大度，并将其列于表2中2。如表

表 2：由六个 GOI 指数转换而来的六个可视图的全局统计量。

序列	节点数	边数	密度	平均度	最大度
IGC GOI	5990	97682	0.0054	32.62	638
小麦	5990	114079	0.0064	38.09	1313
玉米	5990	69708	0.0039	23.27	486
大豆	5990	70674	0.0039	23.60	381
Rice	5990	224657	0.0125	75.01	2746
大麦	5990	141793	0.0079	47.34	810

图 1 展示了六种 GOI 指数的可视图。我们可以观察到六种可视图中的社群结构。这可能表明，时间序列在不同时间尺度上具有不同的行为模式。除水稻可视图外，其余五种可视图中的社群结构都类似于稀疏的星形网络。这意味着这些时间序列可能存在显著峰值，且短期相关性较低。水稻可视图中的社群结构连接则更加密集。密集的连接表明时间序列中的数据点之间具有较强的相关性。这种相关性可能体现为长程依赖，即序列中任意两个点之间的数值都可能相互影响，而不仅限于相邻或相似的点。

3.3. 度分布

为了研究六种可视图的节点度分布特性，我们计算了节点度 $f(k)k_i$ 的经验分布密度函数。为避免对厚尾分布进行线性分箱所导致的拟合参数偏差问题 [44], ，我们选择对数分箱，以获得 $\ln k$ 的等效经验分布函数 $g(\ln k)$，因为 [45]

$$f(k)\,\mathrm{d}k = p(\ln k)\,\mathrm{d}\ln k, \tag{14}$$

then we have

$$f(k) = \frac{1}{k} p(\ln k). \tag{15}$$

使用对数分箱方法获得的六个可视图的经验度分布在图中以双对数尺度表示。3。直观地看，我们发现水稻可视图的度分布接近幂律分布 [46]

$$f(k) \propto k^{-\alpha}, \tag{16}$$

其中， α a 是该分布的一个常数参数，称为尾指数。然而，其他五个可视图接近指数截断幂律分布。

$$f(k) \propto k^{-\alpha} e^{-\lambda k}, \tag{17}$$

其中 α是控制幂律部分斜率的形状参数，用于确定尾部肥厚程度。 λ是指数部分中的尺度参数，影响分布衰减的速度。我们使用 $k_{\min}$ 作为分布的下界。然后，我们使用最大似然法估计参数 α 和 λ)[46, 47]。

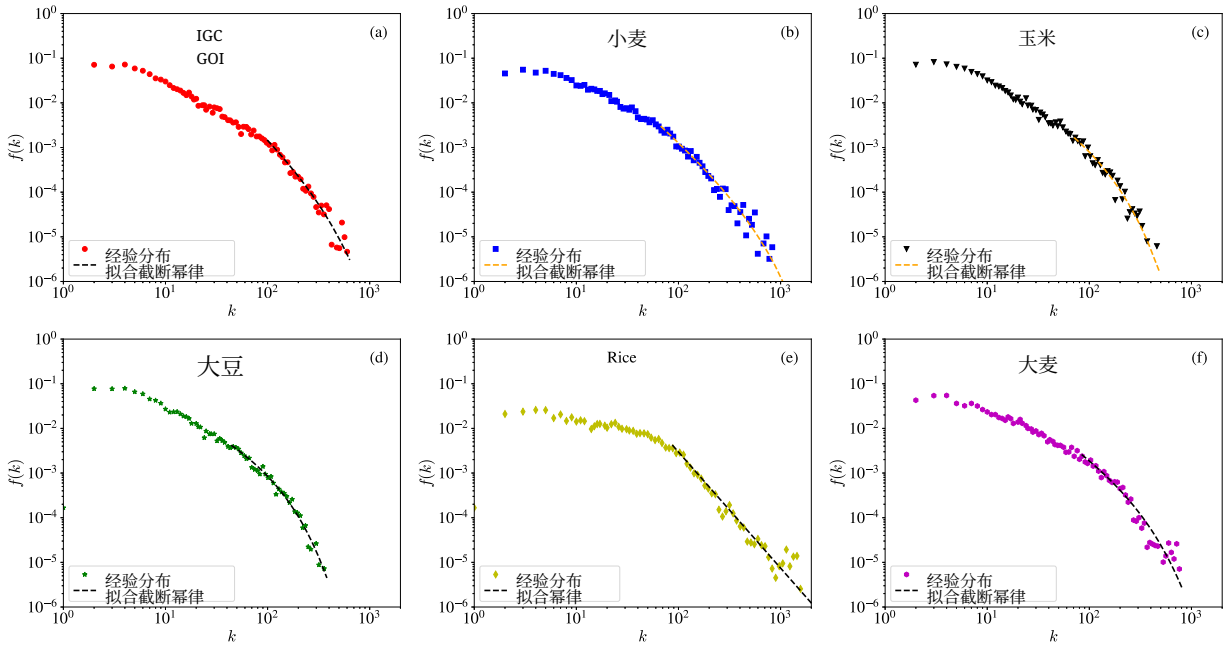


图3：六种可视图的节点度 k 的经验分布$f(k)$及拟合分布。(a) IGC GOI 可视图。(b) 小麦可视图。(c) 玉米可视图。(d) 大豆可视图。(e) 水稻可视图。(f) 大麦可视图。

表3：幂律（Rice VG）和指数截断幂律（其他5种可视图）的拟合结果。六种可视图的形状参数 α、尺度参数 λ、下界 $k_{\min}$ 以及 KS 检验的 p 值。

序列	α	λ	$k_{\min}$	p
IGC GOI	2.0310	0.0045	99	0.2373
小麦	1.9638	0.0026	67	0.1165
玉米	1.3027	0.0106	71	0.7489
大豆	1.0001	0.0139	44	0.1134
Rice	2.5994	-	87	0.0761
大麦	1.4707	0.0049	84	0.1523

这样，我们可以计算通过拟合得到的幂律分布函数和指数截断幂律分布函数，并将其与经验分布函数进行比较，结果以双对数尺度绘于图3中。我们还使用 Kolmogorov-Smirnov（KS）检验来检查所有拟合的显著性。每种拟合的p值见表3。可以看出，六种可视图的p值均大于 0.05。这意味着经验分布函数拟合良好。

上涨可视图的度分布遵循幂律分布， $\alpha \approx 2.6$。我们发现， $\alpha = 4 - 2H$，其中

意味着上升可视图介于分形布朗序列（$\alpha = 3 - 2H$）和高斯序列（$\alpha = 5 - 2H$）之间。其他五个可视图的拟合呈现指数截断的幂律，这与较小的赫斯特指数相对应。

3.4. 聚类系数

可视图中节点i 的聚类系数c_i 定义为

$$c_i = \frac{2T_i}{k_i(k_i - 1)}, \tag{18}$$

其中 k_i 是节点i 的度，T_i 是经过节点i的三角形数量：

$$T_i = \sharp\left(\{(i, j, u) \mid \{(i, j), (j, u), (i, u)\} \subset \mathscr{E}\}\right). \tag{19}$$

For 一个可视图中，平均聚类系数C 被定义为所有节点聚类系数的平均值 ts

$$C = \frac{1}{N_{\mathscr{V}}} \sum_{i \in \mathscr{V}} c_i. \tag{20}$$

对于经典随机图模型$G(N_{\mathscr{V}}, p)$，每条边都以p [48]的概率独立存在。

$$p = \frac{N_{\mathscr{E}}}{N_{\mathscr{V}}(N_{\mathscr{V}} - 1)} = \rho, \tag{21}$$

这表明，平均聚类系数 C 在随机网络 $G(N_{\mathscr{V}}, \rho)$ 中的期望值就是其密度ρ [48, 49]。

作为比较，平均聚类系数C 和密度 ρ 六个可视图的结果如表4所示。由表4可见，六个可视图的平均聚类系数都非常大（ > 0。5），且显著大于随机图的平均聚类系数。结果表明，这六个可视图在统计上具有聚类性，并倾向于形成三元团。

表4：六个可视图的平均聚类系数C 和密度 ρ 。

	IGC GOI	小麦	玉米	大豆	Rice	大麦
C	0.6293	0.6037	0.6657	0.6595	0.5230	0.5738
ρ	0.0054	0.0064	0.0039	0.0039	0.0125	0.0079

图 4 直观地说明了这一性质。在图 4中，我们展示了由2022年GOI指数时间序列构建的六个可视图的子图。我们观察到子可视图中存在大量三角结构，这意味着两点之间的GOI指数值通常小于经过这两点对应GOI指数值的线性函数值。

为说明平均聚类系数 C 与平均度 $\langle k \rangle$之间的关系，我们绘制了C 和$\langle k \rangle$在双对数尺度下的图 5 ，并观察到它们在双对数尺度下呈线性相关，这意味着

$$\ln C \sim \ln \langle k \rangle . \tag{22}$$

我们计算了C 与k之间的皮尔逊相关系数，结果为-0.9973。随后，我们使用OLS方法对ln$C$ 和ln $\langle k \rangle$进行拟合，得到如下结果：

$$\ln C = 0.2400 - 0.2052 \ln \langle k \rangle , \tag{23}$$

其中，拟合的p值小于0.05。

为探究局部聚类系数 c_i 与节点度 k_i之间的关系，我们在双对数尺度下绘制了图 6。如图 6所示，聚类系数 c_i 与节点度 k_i 呈负相关，这表明度较低的节点更有可能形成局部更致密的簇。

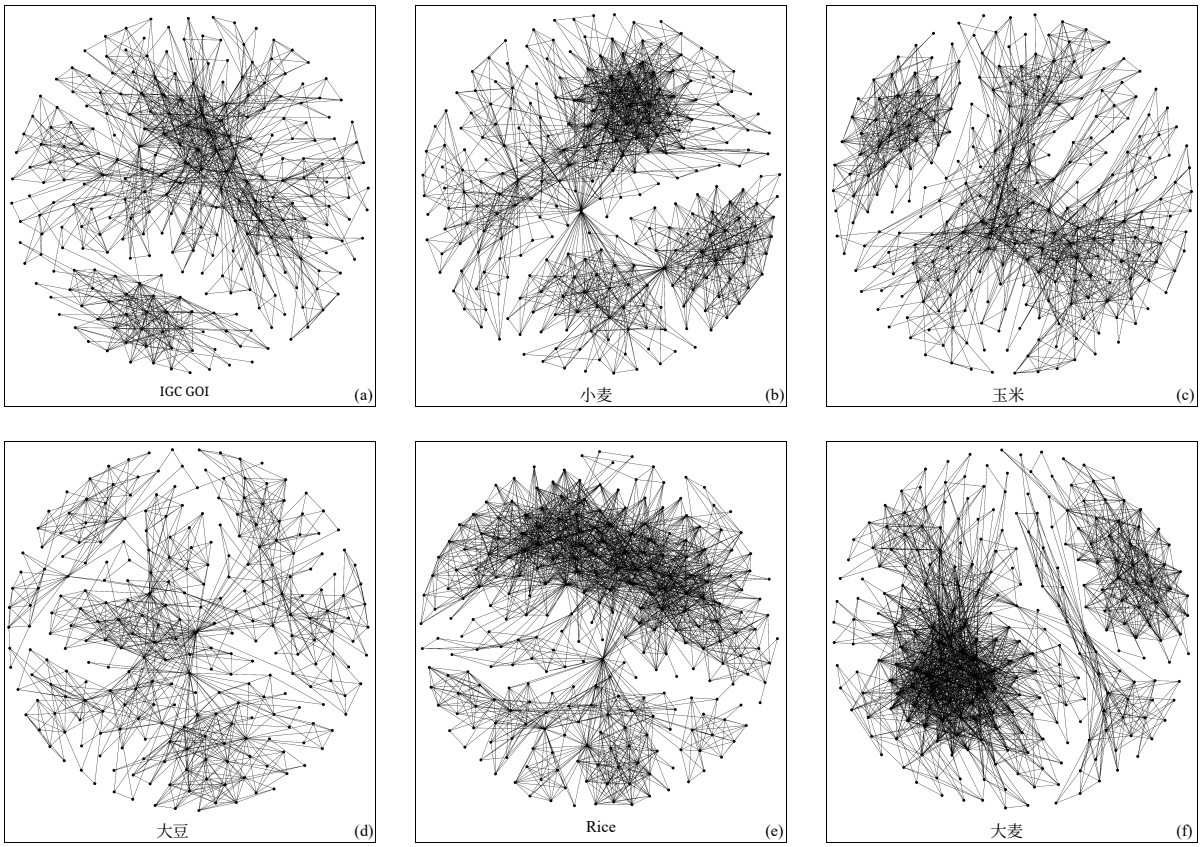


图4：由2022年 GOI指数时间序列构建的六个可视图的子图。(a) IGC GOI 可视图。(b) 小麦可视图。(c) 玉米可视图。(d) 大豆可视图。(e) 水稻可视图。(f) 大麦可视图。

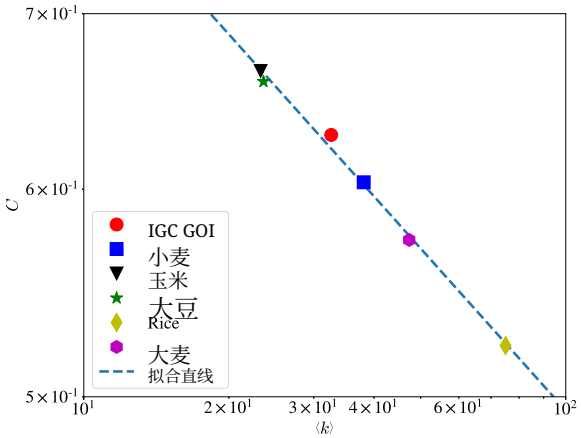


图5：六个可视图的平均聚类系数C 与平均度 $\langle k\rangle$ 在双对数尺度上的关系。

此外，我们在图中观察到线性相关性。 6 当节点度k_i 不是很大（$k_i \leqslant 100$）时，

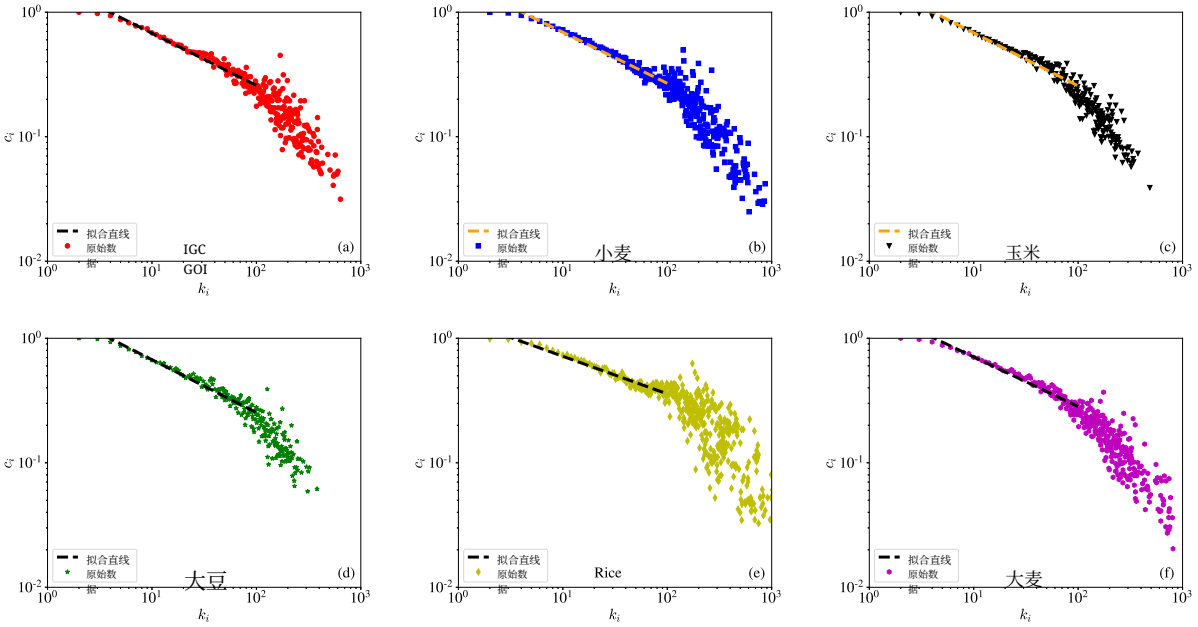


图 6：双对数尺度下六种可视图的节点聚类系数 c_i 与节点度 k_i 之间的关系。(a) IGC GOI 可视图。(b) 小麦可视图。(c) 玉米可视图。(d) 大豆可视图。(e) 水稻可视图。(f) 大麦可视图。

表示

$$\ln c_i = \beta_0 + \beta_1 \ln k_i. \tag{24}$$

我们计算了 皮尔逊相关系数 r 在 $\ln c_i$ 与 $\ln k_i$ 之间，并使用24式拟合了六个可视图，采用OLS方法。 拟合结果如表5所示。

表5：六个可视图的系数 β_0、β_1、调整R平方R^2,、$\ln c_i$ 与$\ln k_i$的皮尔逊相关系数r 以及拟合显著性p 。

序列	β_0	β_1	$\overline{R^2}$	r	p
IGC GOI	0.2508	-0.4192	0.9305	-0.9650	0.0000
小麦	0.2492	-0.4101	0.9488	-0.9743	0.0000
玉米	0.2606	-0.4262	0.9085	-0.9536	0.0000
大豆	0.2529	-0.4249	0.9123	-0.9556	0.0000
Rice	0.1566	-0.3015	0.9285	-0.9640	0.0000
大麦	0.2476	-0.3978	0.9348	-0.9672	0.0000

在图 7 中，我们绘制了所有节点度范围内聚类系数倒数 $^1{}_{c_i}$ 与节点度 k_i 的关系。我们观察到聚类系数倒数 $^1{}_{c_i}$ 与节点度 k_i 呈线性相关，其中六个可视图的 p 值小于 0.05。这意味着

$$\frac{1}{c_i} = \frac{k_i(k_i-1)}{2T_i} \sim k_i, \tag{25}$$

然后我们得到

$$T_i \sim k_i. \tag{26}$$

这表明，网络中度较小的节点具有较高的聚类系数，且属于连接较紧密的小型模块

。度较高的枢纽节点聚类系数较低，主要连接不同模块。这六个可视图呈现出层级模块化特征。

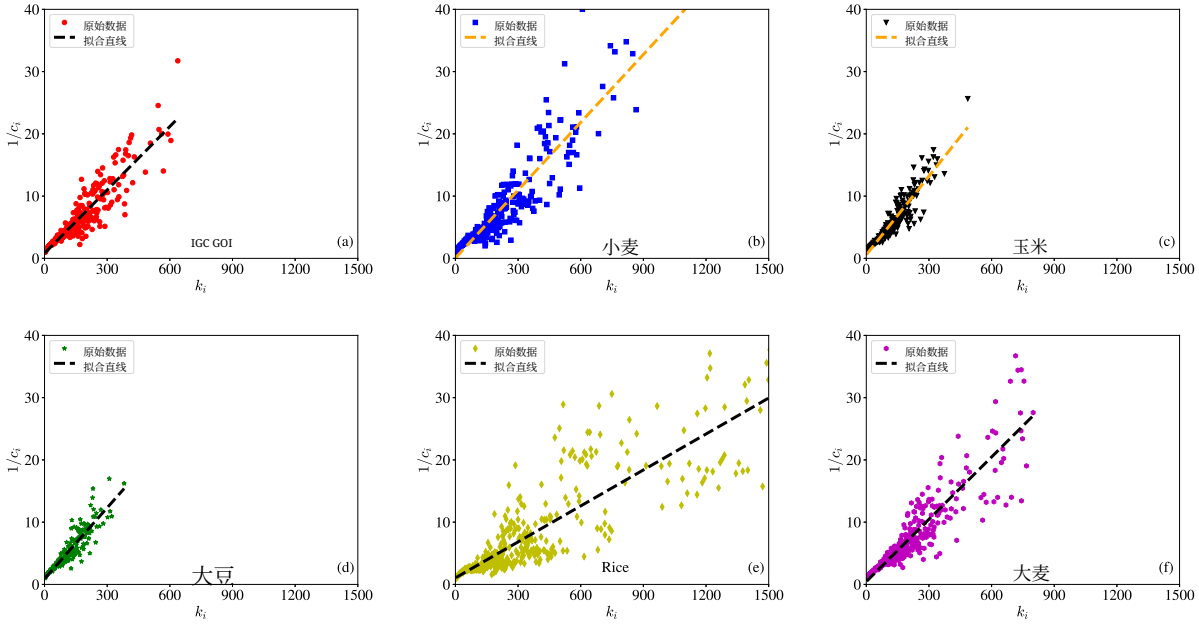


图 7：六种可视图的聚类系数倒数 $^1{}_{ci}$ 与节点度 k_i 之间的关系。(a) IGC GOI 可视图。(b) 小麦可视图。(c) 玉米可视图。(d) 大豆可视图。(e) 水稻可视图。(f) 大麦。

3.5. 小世界性质

符合小世界性质的复杂网络通常具有两个主要特征 [50]。其一是网络的聚类系数较大，这一点已在第 3.4 节中说明；其二是网络的平均最短路径长度 $L(N)$满足

$$L(N) \sim \log N, \tag{27}$$

且$L(N)$定义为

$$L(N) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i,j \in \mathcal{V}} d(i,j), \tag{28}$$

其中N i s 是网络中的节点数，$d(i,j)$ 是两个节点i 和 j.

为确定六个可视图是否满足小世界性质，我们选取了50个长度N，并通过对由所有 $\lfloor T/N \rfloor$ 个子时间序列构建的可视图的 $L(N)$ 取平均值，估计了 $L(N)$。

在图8中，我们绘制了$L(N)$ 和N ，并观察到线性相关性，尤其是在N 不大时（$N \leqslant 500$）。我们假设

$$L(N) = \beta_0 + \beta_1 \lg N, \tag{29}$$

并使用 OLS 方法拟合方程（29）。结果见表6。请注意，参数 β_0、β_1 和 R^2

*在表格中 6 是使用全部数据进行拟合的结果，而参数 β_0^*、β_1^* 和 R^2 是使用满足以下条件的数据进行拟合的结果：$N \leqslant 500$。

比较表 6 中的参数，调整后的R平方在 $N \leqslant 500$ 时更大，这表明公式（27）的特征在序列长度 N 不大（$N \leqslant 500$）时能得到更好的保持。如表 6 所示，除水稻可视图外，其他五个可视图中的 L（N） 和 l gN 呈显著正相关。我们在图 8 中绘制了估计值及拟合直线，发现这五个可视图的拟合直线拟合良好。

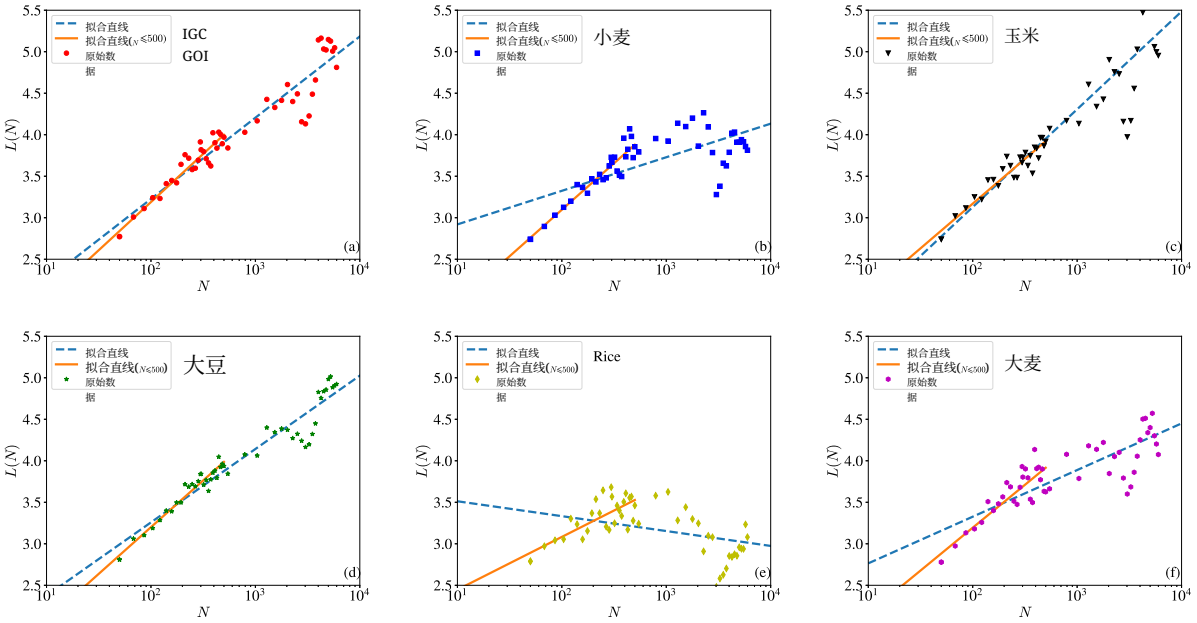


图8：六种可视图的平均最短路径长度 $L(N)$ 与节点数对数 N 之间的关系。(a) IGC GOI 可视图。(b) 小麦可视图。(c) 玉米可视图。(d) 大豆可视图。(e) 水稻可视图。(f) 大麦可视图。

表 6：六个可视图的 $L(N)$ 与 $\ln N$ 的截距系数拟合结果 β_0,β_0^*、斜率系数拟合结果 β_1,β_1^*、调整R 平方 R^2,R^{2^*} 和 p 值 p、$p*$。

序列	截距系数		斜率系数		调整后的R平方		p-值	
	β_0	β_0^*	β_1	β_1^*	$\overline{R^2}$	$\overline{R^2}^*$	p	p^*
IGC GOI	1.2682	0.8694	0.9789	1.1597	0.9123	0.9195	0.0000	0.0000
小麦	2.5153	0.8558	0.4045	1.1202	0.4751	0.8995	0.0000	0.0000
玉米	0.7719	1.0148	1.1782	1.0774	0.8587	0.9065	0.0000	0.0000
大豆	1.4902	0.9506	0.8839	1.1248	0.9285	0.9524	0.0000	0.0000
Rice	3.6915	1.8110	−0.1793	0.6360	0.1171	0.5744	0.0080	0.0000
大麦	2.2024	1.1276	0.5620	1.0331	0.6951	0.7801	0.0000	0.0000

此外，我们观察到，当N 不大时，所有可视图中$L(N)$与lg$N$ 之间均保持显著的正线性相关。

表7：六个可视图的聚类系数C 和平均最短路径长度L，并与节点数和边数相同的随机图进行比较。

序列	L_{actual}	L_{random}	C_{actual}	C_{random}
IGC GOI	4.8113	2.8334	0.6293	0.0053
小麦	3.8134	2.7742	0.6033	0.0065
玉米	4.9548	3.0407	0.6639	0.0038
大豆	4.9241	3.0277	0.6584	0.0039
Rice	3.0806	2.3737	0.5224	0.0126
大麦	4.0756	2.6748	0.5725	0.0079

为了进一步阐明可视图的结构特点，我们将其与零模型进行了比较分析。具体而言，我们将六个可视图的聚类系数（C）和平均最短路径长度（L）与零模型进行了对比。根据表 7中的结果，所有可视图均呈现出明显的小世界现象。值得注意的是，我们的可视图的聚类系数远高于随机图的典型水平，这凸显了节点倾向于形成紧密簇团的特征。同时，尽管我们的可视图中的平均最短路径长度比随机图更长，但节点之间的距离仍然较短，有利于高效的信息传播和连通。这种高聚类与短路径长度并存的双重特征，正是小世界网络的典型表现。

3.6. 混合模式

同配性反映了图中的节点与度相近的节点相连的可能性 [51]。同配性通过节点度之间的皮尔逊相关系数来量化

$$r = \frac{1}{N_{\mathscr{E}}} \sum_{(i,j)\in\mathscr{E}} \frac{(k_i - \langle k_i \rangle)(k_j - \left\langle k_j \right\rangle)}{\sigma_{i,\mathscr{E}} \sigma_{j,\mathscr{E}}}, \tag{30}$$

其中 k_i 是节点i 的度，而$\sigma_{i,\mathscr{E}}$ 定义为

$$\sigma_{i,\mathscr{E}} = \sqrt{\frac{1}{N_{\mathscr{E}}} \sum_{(i,j)\in\mathscr{E}} k_i^2 - \langle k \rangle^2}. \tag{31}$$

同配性r 的取值范围为 $-1 \leqslant r \leqslant 1$。如果$r > 0$，则可视图具有同配混合。如果$r = 0$，则可视图不具有同配混合。如果$r < 0$，则 GOI可见性图具有异配混合。

表 8：六个可视图的度同配系数r .

	IGC GOI	小麦	玉米	大豆	Rice	大麦
同配性	−0.0413	−0.1394	0.0617	0.1506	−0.2606	−0.1315

六种可视图的同配系数列于表8。如表所示，玉米可视图和大豆可视图的同配系数为正，表明这两种图呈现同配混合模式。其他可视图的系数为负，表明其余四种图呈现异配混合模式。此外，所有可视图的同配系数值都较小，这意味着它们的同配或异配混合模式都较弱。

可视图的混合模式也可以通过平均最近邻度 $\langle k_{nn}|k \rangle$ 作为度 k [52]的函数来衡量。可视图中节点 i 的平均最近邻度$k_{nn,i}$ 定义为

$$k_{nn,i} = \frac{1}{k_i} \sum_{(i,j)\in\mathscr{E}} k_j, \tag{32}$$

其中，k_i、k_j 分别是节点i和j 的节点度，而平均最近邻度 $\langle k_{nn}|k \rangle$ 作为度k 的函数定义为

$$\langle k_{nn}|k \rangle = \frac{1}{N_{k_i}} \sum_{k_i=k} k_{nn,i}, \tag{33}$$

其中 N_{k_i} 表示节点度为k的节点数量：

$$N_{k_i} = \sharp(\{k_i \mid k_i = k\}). \tag{34}$$

如果在可视图中，$\langle k_{nn}|k \rangle$ 是k 的递增函数，则称该可视图具有同配混合。如果在可视图中，$\langle k_{nn}|k \rangle$ 是k 的递减函数，则称该可视图具有异配混合。

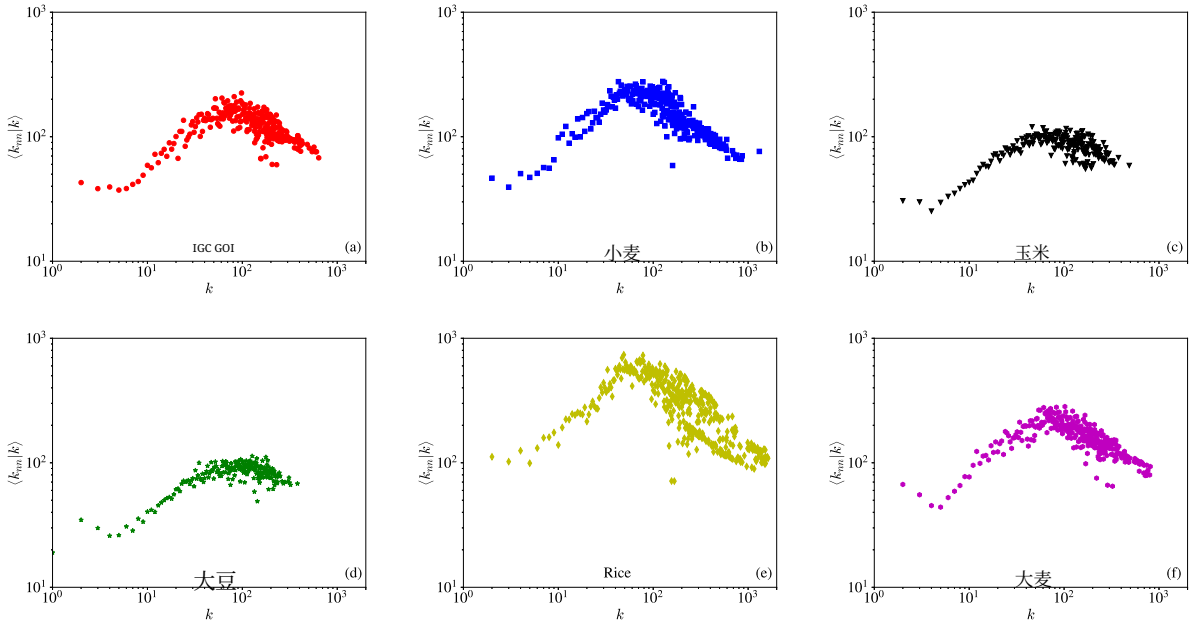


图 9：六个可视图中平均最近邻度 $\langle k_{nn}|k\rangle$ 随度 k 变化的双对数尺度图。（a）IGC GOI 可视图。（b）小麦可视图。（c）玉米可视图。（d）大豆可视图。（e）水稻可视图。（f）大麦可视图。

在图 9中，我们绘制了六个可视图的平均最近邻度 $\langle k_{nn}|k\rangle$ 和度 k 。六个可视图的平均最近邻度函数 $\langle k_{nn}|k\rangle$ 形状相似。随着节点度 k增加，各函数先下降，再上升，最后再次下降，呈现出更复杂的混合模式。

4. 总结

本文使用可视图算法将指数时间序列转换为六个可视图。随后，我们研究了这六个可视图的结构性质，包括赫斯特指数、全局网络指标、度分布、聚类系数、最短路径长度和混合模式。

我们发现，水稻指数的赫斯特指数最大，为 0.7540，这表明水稻指数时间序列具有很强的持续性。玉米和大豆的 GOI 指数分别为 0.5405 和 0.5200，表明这两个指数接近布朗运动。我们通过最大似然法发现，水稻可视图的度分布呈现幂律尾部。结果表明，水稻可视图是一个无标度网络。其余五个可视图的度分布则与指数截断幂律模型高度吻合。这表明，尽管这些网络在较低至中等度范围内确实具有无标度特征，但其拓扑结构受到限制，无法像无标度网络那样使节点度无限增长。

在六个可视图的密度都非常小的情况下，它们的平均聚类系数却相当大，这表明可视图倾向于在局部形成三元团。我们还观察到平均聚类系数与平均度之间存在幂律相关关系，如公式（23）所示。此外，六个可视图的节点聚类系数与节点度成反比。当节点度不大时，六个可视图的节点聚类系数与节点度呈幂律相关。

我们采用零模型，并比较路径长度与聚类系数，以验证可视图的小世界性质。观察发现，六个可视图的平均最短路径长度略高于零模型。然而，每个可视图的聚类系数都明显更高。这表明，我们的可视图集合确实具有小世界性质。不过，聚类系数和路径长度的差异凸显了这些网络中局部连通性与全局效率之间微妙的平衡。尤其令人感兴趣的是

观察发现，当序列长度较短（$\leqslant$ 500）时，所有可视图的平均最短路径长度都会随着节点数量的增加而增加。这一趋势表明，即使网络规模扩大，小世界特征仍得以保留，尽管这种保留存在一定限度。然而，水稻可视图是一个显著的例外。随着序列长度增加，其平均最短路径长度的增幅并不像其他可视图那么明显。这一观察与水稻可视图和零模型之间聚类系数差异较小的情况相吻合，说明其连通性分布更加均匀，且网络演化与拓扑结构可能受不同机制支配。

我们使用两个指标来衡量六个可视图的混合模式：度-度相关系数和平均最近邻度。就度-度相关系数而言，玉米可视图和大豆可视图呈现出较弱的同配混合模式，而其他可视图则呈现出较弱的异配混合模式。相比之下，平均最近邻度函数具有相似的模式，且每个函数都呈现出更复杂的混合模式：在度较小时下降，在度居中时上升，而在度较大时再次下降。

我们的研究结果凸显了从网络科学视角审视大宗商品价格动态时所呈现的多面性。在这些可视图中识别出的持续趋势、无标度结构和小世界属性，为理解和预测市场行为开辟了新的途径。然而，为了巩固这些认识，我们将开展更深入的研究，包括扩展时间序列分析、与其他金融工具进行比较研究，以及详细调查驱动这些网络属性的机制。此外，纳入地缘政治事件、气候变化影响和经济指标等外部因素，有助于深化我们对这些变量如何与内部网络结构相互作用的理解，从而更全面地认识大宗商品市场。

致谢

本研究得到了国家自然科学基金委员会（72171083）、上海市优秀学术带头人计划以及中央高校基本科研业务费专项资金的资助。

参考文献

[1] Y. Zou, R. V. Donner, N. Marwan, J. F. Donges, J. Kurths, 《非线性时间序列分析的复杂网络方法》, Phys. Rep. 787 (2019) 1–97。doi:10.1016/j.physrep.2018.10.005。[2] P. Li, B.-H. Wang, 《基于网络拓扑统计量的香港股市恒生指数分析方法》, Chin. Sci. Bull. 51 (5) (2006) 624–629。doi:10.1007/s11434-006-0624-4。[3] P. Li, B.-H. Wang, 《从网络拓扑中提取恒生股票指数的隐藏波动模式》, Physica A 378 (2) (2007) 519–526。doi:10.1016/j.physa.2006.10.089。[4] J. Zhang, M. Small, 《伪周期时间序列构建的复杂网络：拓扑与动力学》, Phys. Rev. Lett. 96 (23) (2006) 238701。doi:10.1103/PhysRevLett.96.238701。[5] X.-K. Xu, J. Zhang, M. Small, 《时间序列诱导网络的超家族现象与模体》, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 105 (50) (2008) 19601–19605。doi:10.1073/pnas.0806082105。[6] Y. Yang, H.-J. Yang, 《基于复杂网络的时间序列分析》, Physica A 387 (2008) 1381–1386。doi:10.1016/j.physa.2007. 10.055。[7] L. Lacasa, B. Luque, F. Ballesteros, J. Luque, J. C. Nu˜no, 《从时间序列到复杂网络：可视图》, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 105 (13) (2008) 4972–4975。doi:10.1073/pnas.0709247105。[8] B. Luque, L. Lacasa, F. Ballesteros, J. Luque, 《水平可视图：随机时间序列的精确结果》, Phys. Rev. E 80 (2009) 046103。doi:10.1103/PhysRevE.80.046103。[9] L. Lacasa, B. Luque, J. Luque, J. C. Nu˜no, 《可视图：一种估计分数布朗运动赫斯特指数的新方法》, EPL (Europhys. Lett.) 86 (2009) 30001。doi:10.1209/0295-5075/86/30001。[10] P. Xu, R. Zhang, Y. Deng, 《一种将时间序列转换为加权网络的新型可视图方法》, Chaos Solitons Fractals 117 (2018) 201–208。doi:10.1016/j.chaos.2018.07.039。[11] S. Ahadpour, Y. Sadra, 《二元可视图中的随机性判据及复杂网络视角》, Inf. Sci. 197 (2012) 161–176。doi:10.1016/j.ins.2012.02.022。[12] S. Ahadpour, Y. Sadra, Z. Arasteh Fard, 《马尔可夫二元可视图：一种分析复杂系统的新方法》, Inf. Sci. 274 (2014) 286–302。doi:10.1016/j.ins.2014.03.007。[13] I. V. Bezsudnov, A. A. Snarskii, 《从时间序列到复杂网络：参数化自然可视图》, Physica A 414 (2014) 53–60。doi:10.1016/j.physa.2014.07.002。[14] F. M. Bianchi, L. Livi, C. Alippi, R. Jenssen, 《用于研究循环神经网络动力学的多重可视图》, Sci. Rep. 7 (2017) 44037。doi:10.1038/srep44037。

[15] T.-T. Zhou, N.-D. Jin, Z.-K. Gao, Y.-B. Luo, 《用于从时间序列建立复杂网络的有限穿透可视图》, Acta Phys. Sin. 61 (3) (2012) 030506。doi:10.7498/aps.61.030506。[16] Z.-K. Gao, Q. Cai, Y.-X. Yang, W.-D. Dang, 《非平稳时间序列的时变有限穿透可视图分析》, Physica A 476 (2017) 43–48。doi:10.1016/j.physa.2017.02.038。[17] Y. Zou, R. V. Donner, N. Marwan, M. Small, J. Kurths, 《太阳活动南北不对称性的长期变化：利用可视图进行非线性动力学刻画》, Nonlin. Process. Geophys. 21 (2014) 1113–1126。doi:10.5194/npg-21-1113-2014。[18] Z.-K. Gao, Q. Cai, Y.-X. Yang, W.-D. Dang, S.-S. Zhang, 《用于分析非线性时间序列的多尺度有限穿透水平可视图》, Sci. Rep. 6 (2016) 35622。doi:10.1038/srep35622。[19] S. Chen, Y. Hu, S. Mahadevan, Y. Deng, 《一种可视图平均聚合算子》, Physica A 403 (2014) 1–12。doi:10.1016/ j.physa.2014.02.015。[20] A. A. Snarskii, I. V. Bezsudnov, 《参数化自然可视图中的相变》, Phys. Rev. E 94 (4) (2016) 042137。doi: 10.1103/PhysRevE.94.042137。[21] M.-C. Qian, Z.-Q. Jiang, W.-X. Zhou, 《世界股票市场指数可视图中的普适与非普适标度行为》, J. Phys. A 43 (33) (2010) 335002。doi:10.1088/1751-8113/43/33/335002。[22] X.-H. Ni, Z.-Q. Jiang, W.-X. Zhou, 《由分数布朗运动和多重分形随机游走映射得到的可视图度分布》, Phys. Lett. A 373 (42) (2009) 3822–3826。doi:10.1016/j.physleta.2009.08.041。[23] Y.-P. Zhang, P.-J. Shang, H. Xiong, J.-A. Xia, 《基于相空间重构与水平可视图方法的时间不可逆性多尺度分析》, Fluct. Noise Lett. 17 (1) (2018) 1850006。doi:10.1142/S0219477518500062。[24] W.-J. Xie, R.-Q. Han, W.-X. Zhou, 《三元时间序列模体》, EPL 125 (1) (2019) 18002。doi:10.1209/0295-5075/125/18002。[25] Q. Nguyen, N. K. K. Nguyen, L. H. N. Nguyen, 《越南股票市场的动态拓扑结构与异速标度行为》, Physica A 514 (2019) 235–243。doi:10.1016/j.physa.2018.09.061。[26] M. D. Vamvakaris, A. A. Pantelous, K. M. Zuev, 《S&P 500指数时间序列分析：水平可视图方法》, Physica A 497 (2018) 41–51。doi:10.1016/j.physa.2018.01.010。[27] Y. Yang, J.-B. Wang, H.-J. Yang, J.-S. Mang, 《汇率序列的可视图方法》, Physica A 388 (2009) 4431–4437。doi: 10.1016/j.physa.2009.07.016。[28] G.-C. Wang, S.-Z. Zheng, J. Wang, 《统计物理相互作用金融模型的复杂与复合熵波动行为》, Physica A 517 (2019) 97–113。doi:10.1016/j.physa.2018.11.014。[29] J. B. Elsner, T. H. Jagger, E. A. Fogarty, 《美国飓风可视网络》, Geophys. Res. Lett. 36 (2009) L16702。doi: 10.1029/2009GL039129。[30] C. Liu, W.-X. Zhou, W.-K. Yuan, 《三维充分发展湍流能量耗散率可视图的统计性质》, Physica A 389 (13) (2010) 2675–2681。doi:10.1016/j.physa.2010.02.043。[31] R. Zhang, Y. Zou, J. Zhou, Z.-K. Gao, S.-G. Guan, 《自回归随机过程重采样时间序列的可视图分析》, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 42 (2017) 396–403。doi:10.1016/j.cnsns.2016.04.031。[32] W.-J. Xie, R.-Q. Han, Z.-Q. Jiang, L. Wei, W.-X. Zhou, 《由无关随机序列和多重分形二项测度映射得到的水平可视图解析度分布》, EPL 119 (4) (2017) 48008。doi:10.1209/0295-5075/119/48008。[33] N. Wang, D. Li, Q. Wang, 《基于复杂网络理论的中国季度宏观经济序列可视图分析》, Physica A 391 (24) (2012) 6543–6555。doi:10.1016/j.physa.2012.07.054。[34] W.-J. Xie, W.-X. Zhou, 《由分数布朗运动转换得到的水平可视图：拓扑性质与赫斯特指数》, Physica A 390 (20) (2011) 3592–3601。doi:10.1016/j.physa.2011.04.020。[35] M. G. Ravetti, L. C. Carpi, B. A. Goncalves, A. C. Frery, O. A. Rosso, 《区分噪声与混沌：采用水平可视图的客观与主观判据》, PLoS ONE 9 (2014) e108004。doi:10.1371/journal.pone.0108004。[36] P.-F. Dai, X. Xiong, W.-X. Zhou, 《经济政策不确定性指数的可视图分析》, Physica A 531 (2019) 121748。doi: 10.1016/j.physa.2019.121748。[37] L. Yu, 《黄金价格时间序列的可视图网络分析》, Physica A 392 (16) (2013) 3374–3384。doi:10.1016/j.physa. 2013.03.063。[38] A. Partida, S. Gerassis, R. Criado, M. Romance, E. Giraldez, J. Taboada, 《比特币和以太坊价格序列中的混沌、自相似与层级模式》, Chaos Solitons Fractals 165 (2022) 112806。doi:10.1016/j.chaos.2022.112806。[39] W.-J. Xie, R.-Q. Han, W.-X. Zhou, 《水平可视图的四元模体剖面》, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 72 (2019) 544–551。doi:10.1016/j.cnsns.2019.01.012。[40] X. Fan, X. Li, J. Yin, L. Tian, J. Liang, 《中国区域碳市场价格动态的相似性与异质性：一种可视图网络方法》, Appl. Energy 235 (2019) 739–746。doi:10.1016/j.apenergy.2018.11.007。[41] M. Sun, Y. Wang, C. Gao, 《天然气价格的可视图网络分析：以北美市场为例》, Physica A 462 (2016) 1–11。doi:10.1016/j.physa.2016.06.051。[42] J. W. Kantelhardt, S. A. Zschiegner, E. Koscielny-Bunde, S. Havlin, A. Bunde, H. E. Stanley, 《非平稳时间序列的多重分形去趋势波动分析》, Physica A 316 (1-4) (2002) 87–114。doi:10.1016/S0378-4371(02)01383-3。[43] X.-L. Gao, Y.-H. Shao, Y.-H. Yang, W.-X. Zhou, 《全球谷物现货市场是否呈现多重分形特征？》, Chaos Solitons Fractals 164 (2022) 112663。doi:10.1016/j.chaos.2022.112663。[44] S. Milojevic, 《信息科学中的幂律分布：对数分箱的理由》, J. Am. Soc. Inf. Sci. Technol. 61 (12) (2010) 2417–2425。doi:10.1002/asi.21426。[45] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, B. Flannery, 《FORTRAN数值算法：科学计算的艺术》, 剑桥大学出版社，剑桥，1996。[46] A. Clauset, C. R. Shalizi, M. E. J. Newman, 《经验数据中的幂律分布》, SIAM Rev. 51 (4) (2009) 661–703。doi:10.1137/ 070710111。[47] J. Alstott, E. T. Bullmore, D. Plenz, 《Powerlaw：用于分析重尾分布的Python软件包》, PLoS One 9 (1) (2014) e85777。doi:10.1371/journal.pone.0085777。

[48] G. Fagiolo, 《复杂有向网络中的聚类》, Phys. Rev. E 76 (2) (2007) 026107。 doi:10.1103/PhysRevE.76.026107。 [49] G. Fagiolo、J. Reyes、S. Schiavo, 《世界贸易网络的演变：加权网络分析》, J. Evol. Econ. 20 (2010) 479–514。 doi:10.1007/s00191-009-0160-x。[50] D. J. Watts、S. H. Strogatz, 《“小世界”网络的集体动力学》, Nature 393 (1998) 440–442。 doi:10.1038/30918。 [51] M. Newman, 《网络中的同配混合》, Phys. Rev. Lett. 89 (20) (2002) 208701。 doi:10.1103/PhysRevLett.89.208701。 [52] M.-X. Li、Z.-Q. Jiang、W.-J. Xie、S. Micciche、M. Tumminello、W.-X. Zhou、R. N. Mantegna, 《大型移动电话通话网络统计特性的比较分析》, Sci. Rep. 4 (2014) 5132。 doi:10.1038/srep05132。