已被《等离子体物理学》接受发表

广义等离子体焦点问题及其在空间推进中的应用

S K H Auluck致密磁化等离子体国际科学委员会，Hery 23，邮政信箱 49，00-908 华沙，波兰，skhauluck@gmail.com

摘要：

在致密等离子体焦点的众多拟议应用中，空间推进尤为独特，因为它在很大程度上取决于是否具备一种扎根于物理原理、符合现有实验知识且适用于尚未经实验检验构型的标度理论。本文推导了这样一种基于第一性原理的标度理论，并说明了其在一种新型空间推进概念中的应用：该概念将等离子体焦点鞘层用作功率密度放大机制，把电能从电容储能传输至电流驱动聚变负载。为此，本文提出并建立了一个广义等离子体焦点问题。该问题研究有限的轴对称等离子体：它在方位磁场的驱动下，以超音速穿过中性气体，行进距离远大于其典型梯度尺度长度，同时通过适当的边界与脉冲电源保持连接。本文根据支配等离子体动力学的方程的标度特性重新推导了 Gratton-Vargas 方程，并针对代数定义的初始（绝缘体）表面和边界（阳极）表面求解该方程。本文还推导了一种新型空间推进概念的标度关系。该概念采用改进型等离子体焦点，其锥形阳极将电流从脉冲功率源传输至阳极的可消耗部分；该部分是一根沿装置轴线连续挤出的皮下注射针管。当针管内充满氘时，该装置可作为小型磁化套筒惯性约束聚变（MAGLIF）装置，从而有望避免传统等离子体焦点中中子产额标度关系失效的问题。

I. 引言:

致密等离子体聚焦（DPF）[1,2,3] 因能够大量产生中子[4], 快离子[5], 电子[6] 和软X射线[6] ，并提供独特且实用的等离子体环境 [6]而闻名。文献中探讨过致密等离子体聚焦在材料科学 [7],纳米技术[8,9], 生物医学[10], 以及用于医学成像的短寿命放射性同位素生产[11] 等领域的应用。另一项受到关注的潜在应用是空间推进。

基于等离子体聚焦的空间推进概念属于更广泛的电推进概念范畴，这类推进器也称为霍尔推进器或磁等离子体动力（MPD）推进器；它们利用霍尔效应，通过输入电能使等离子体形态的推进剂加速至高速。基于等离子体聚焦的微推进器已应用于纳米卫星的转向和运动控制，方法是快速喷射包含烧蚀阳极和绝缘材料的等离子体 [12, 13] 。研究还发现，基于等离子体聚焦的空间推进具有一些引人注目的特性 [14-17] ，可用于行星际或深空任务，并利用其聚变产物。以下引文摘自一项研究[16] ，该研究比较了四类高推力推进系统：化学推进（以液氢 + 和液氧为基础）、以裂变加热氢为基础的核热推进、利用聚变反应产物加热推进剂的惯性约束聚变推进，以及致密等离子体聚焦（DPF）：“DPF 与其他现有及拟议系统的比较表明，DPF 是少数几种能够兼具高比冲和大推力的系统之一。预计 DPF 所能产生的推力，使其跻身最强大的聚变推进系统之列。”“DPF 推进系统的参数取值范围很广”，适用于“[f]四大主要任务类别.....：地面至轨道、太阳系内侧、太阳系外侧以及太阳系外。”“.....DPF 的高比冲和高推重比使其成为空间推进系统领域的先行者。”

不同于霍尔／MPD推进器，基于DPF的推进概念利用电能输入和霍尔效应，通过聚变反应实现能量放大；在这一过程中，受到聚变反应产物加热的未燃烧燃料充当推进剂，从而与非核动力霍尔／MPD推进器相比，提供更大的推力和更高的功率密度。此类概念的实际开发以实现显著的聚变增益为前提，目前仍有待未来推进。然而，这种实际开发需要当代概念工程研究[16,17] 作为必要的先决条件。

近期一项全面评述[3] 致密等离子体聚焦科学现状的研究表明，等离子体聚焦中的聚变能量输出涉及一个迄今[3], 尚未被充分理解的复杂过程：离子在自发生成的磁等离子体结构中被加速并俘获，而这些结构使离子与高密度等离子体靶材反复相互作用。截至目前，实验上已观察到这一过程存在尺度放大失效，但尚无理论解释或经验性解决方案[3]。因此，就当前关于等离子体聚焦聚变过程的认识水平而言，任何基于这一过程的星际空间推进概念都将面临风险。由于许多国家的航天机构，甚至一些私营商业公司，都在积极推进火星任务，因此，解决这一问题并寻找更可行的替代方案，已成为当前具有现实意义的课题。

等离子体聚焦之所以对空间推进具有明显吸引力，主要在于它已被证明能够放大功率密度。它能够将储存在电容中的电能——这些电容分布在数立方米的空间内，储能时间长达数十秒——在数（十）微秒的时间尺度内输送至容积仅数升的等离子体聚焦腔室，再在数十纳秒内将能量传递给占据数立方毫米空间的等离子体。功率密度的这种放大，是移动的等离子体电流鞘层输运能量并充当等离子体流开关的结果。这些能量或许可以传递给另一种电流驱动聚变负载。此类已有充分研究的聚变负载概念有两个例子：Z箍缩驱动动态黑腔 [18,19] 和磁化套筒惯性约束聚变（MAGLIF） [20,21]。将等离子体焦点鞘层放大功率密度的特性与这些或类似的聚变负载相结合，便可保留致密等离子体聚焦作为潜在空间推进方案的吸引力，同时避免受到传统 Mather型等离子体焦点装置中聚变机制相关不确定性的困扰。

与致密等离子体聚焦的其他应用不同，面向行星际任务和深空任务的空间推进，关键取决于是否具备一种以物理学为坚实基础、符合现有知识体系，并能用于可信地预测新构想构型在多种物理尺寸和能量输入下功率密度放大的标度理论。推进概念的多维参数空间需要进行扫描，以找出收益与成本俱佳的方案，同时避免在搜索过程中耗费不可行的精力和时间。标度理论能够提供相对简短的计算流程，生成相关的粗略数值，以便判断某个方案是否值得进一步研究，还是可以放心舍弃

而不会错失重大机遇。要将实验室实验中获得的见解应用于概念工程研究，也需要这种理论；概念工程研究 [16,17] 必须先于工程研发工作开展。

致密等离子体焦点长期以来一直是磁流体动力学和动力学建模研究的课题 [22-34] ，相关研究已得到全面综述 [3]。现代致密等离子体焦点计算模型 [28,29] 的一个特点是：只要适当选取电路电感和电阻，使其不同于测量值，就能与实验结果更加吻合。其他简单模型，例如 Lee模型 [35]或电阻性Gratton-Vargas（RGV）模型 [36-38] ，则需要使用现有装置的实验电流波形，通过迭代拟合程序确定模型参数。这些模型还采用了与现实不符的简化假设。Lee模型忽略了等离子体形成区的存在及其作用、电流起始与等离子体传播之间的延迟，以及等离子体在滑行阶段和径向阶段中的弯曲形状。GV模型 [36-39] 忽略了电流起始与等离子体传播之间的延迟、等离子体鞘层前边界和后边界的存在，事实上，甚至忽略了真实等离子体的存在。在这两种模型中，这些忽略之处都通过对现有装置的实验波形进行拟合来弥补。由于它们无法以清晰的逻辑，将对新构想且未经实验验证的配置所作的预测与第一性原理联系起来，因此不适合用于可信地探索空间推进概念。

本文旨在推导一种标度理论，从基于第一性原理的考量出发，对这类新构想且尚未经过实验验证的构型所能实现的功率密度放大进行大致估算，并展示其在空间推进中的应用。

本文旨在介绍并阐述广义等离子体焦点（GPF）问题，该问题将这一标度理论作为其组成部分之一。该问题涉及有限的轴对称等离子体：它在方位磁场的驱动下，以超音速穿过中性气体介质，行进距离远大于其典型梯度尺度长度，同时通过适当的边界与其脉冲电源保持连接。

研究表明，可以使用表征物理等离子体及其与脉冲电源之间关系的标度参数，将支配等离子体动力学的方程表示为无量纲形式。随后，无量纲方程变得相互独立

等离子体装置的物理特性只有一个参数例外，该参数取决于无量纲电流曲线对数关于无量纲时间的导数。因此，它们普遍描述了所有属于 GPF 范畴的装置的物理特性。

在非常一般的假设下，重新推导了 Gratton-Vargas（GV）方程 [36-40] 。该方程描述一个假想的三维旋转曲面的演化，其法向速度等于速度的缩放参数。通过求解带有代数定义的初始条件和边界条件的 Gratton-Vargas 方程，可确定所有标度参数在真实空间和时间中的演化，其中包括电流时间曲线的计算。文中明确讨论了电流启动与等离子体传播开始之间的延迟。由此得到一种具有坚实物理依据的标度理论，可用于对任何符合 GPF 定义的新构想、尚未经过实验检验的空间推进概念进行初步评估。结果表明，该标度理论的预测与实验知识库吻合良好。

本文通过一个新颖的空间推进概念展示了该标度理论的实用性。该概念既可作为实验室实验进行研究，以验证这一标度理论，也可能作为近地任务非核电推进发动机的模型。此外，还可将其配置为实验室中子源，或能规避传统 Mather型等离子体焦点装置中的中子产额标度失效 [3] 。

在这一概念中，一种类似等离子体聚焦装置、带有异形阳极的装置充当等离子体流开关，将电流从脉冲功率源输送到“燃料”。“燃料”是阳极中可消耗的一部分，呈金属丝（或皮下注射针管）的形式，沿其轴线连续挤出。流经这种燃料表面的等离子体会引发一道传播的烧蚀波，并伴有磁压力波。这会将金属丝（或管）转化为等离子体，使其受到径向约束，只能沿轴以阿尔芬速度自由流动。金属丝等离子体的质量乘以其阿尔芬速度，可用于估算非核电推进发动机实验室模型每次发射产生的冲量。测量该冲量及其随装置和储能参数变化的标度行为，可用于检验标度理论。推力由发射重复频率决定。结合对储能需求的评估，这一示例可作为扫描参数空间、优化推重比的基础。传播的烧蚀波使空心管（而非实心导线）发生锥形塌缩，可通过后文讨论的聚能装药效应进一步放大功率密度，

这或许对非核电推进发动机具有意义。如果管内充入氘气，并且可能还置于轴向磁场中，它便可作为实验室聚变源，用作潜在无中子聚变推进器的替代研究对象。Z箍缩驱动动态黑腔 [18, 19] 和磁化套筒惯性约束聚变（MAGLIF） [20, 21] 概念的大部分聚变物理建模，也可以外推至这一构型。该聚变源有望避免传统等离子体聚焦中观察到的中子产额标度失效 [3] ，因为它能够提供一种紧凑的高密度聚变囊，即使存在后文所述的电离稳定性条件失效，也能利用等离子体流开关输送的能量。

本文的范围仅限于介绍广义等离子体焦点问题，将其与实验知识库进行比较，并展示其作为适用于空间推进的标度理论的实用性。本文主要将空间推进概念作为示例，用以说明这类标度理论能够解决的问题。本文无意对所提出的空间推进概念是否可行，或其相较于同类概念的优劣作出任何主张。

本文结构如下：第二节定义广义等离子体焦点问题，推导 Gratton-Vargas 方程，利用代数定义的初始表面（绝缘体）和边界表面（阳极）建立应用初始条件和边界条件的步骤，并建立和求解电路方程，从而实现模型闭合。第三节将若干理论结果示例与实验知识库进行比较。第四节将该形式体系应用于一个说明性的空间推进问题：异形阳极充当等离子体流开关，将能量从脉冲功率源快速传递至一根金属丝，该金属丝构成阳极的可消耗部分。第五节讨论实验室实验中的若干方面，以便进一步研究所提出的空间推进概念。第六节总结并讨论全文。

II. 广义等离子体焦点（GPF）问题。

本节是对其他地方发表的更详细教程内容的精简总结 [40]。

A. 广义等离子体焦点问题的物理基础：

广义等离子体焦点问题由以下要素组成

(a) 一条对称轴，取为与装置固定在一起的柱坐标系的 z 轴。

(b) 质量密度为 。(c) 表示问题物理尺寸的尺度长度‘a’。(d) 气态介质中的等离子体区域具有轴对称性，并承载电流密度分布 总电流为 。(e) 特性明确的脉冲电源，用于提供电流 (f) 导电边界使等离子体区域与电源保持电连接。(g) 假设等离子体可自由移动，同时在大于其典型梯度尺度长度的距离范围内与导电边界保持电接触。(h) 相关磁场分布中，其环向分量的大小远大于极向分量 在任何位置和任何时间均如此，因此在一阶近似中可以忽略。

本文假定单流体磁流体动力学模型适用，但它不必成为 GPF 规格的一部分；在 GPF 中，可以采用更详细的模型，以考虑电离组分和中性组分浓度变化的情况。基于这些要素，GPF 探讨如何利用上述定义的要素，将等离子体动力学的控制方程（可以是任何类型的单组分或多组分磁流体动力学流体模型）转换为无量纲形式。在以下讨论中，等离子体的物理参数表示为一个标度因子与一个带波浪号的缩放参数的乘积；标度因子的下标为 0（尺度长度“a”除外）：质量密度；径向坐标和轴向坐标； ；梯度算子；速度； 磁场， 电场，压力，电流。 无量纲时间等效参数 τ 将在后文定义。

磁场的尺度因子选取为直载流导体在半径 r 处产生的磁场：

$$B_0 = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi a \tilde{r}} \qquad (1)$$

作出这一选择的理由是，根据 GPF 规范的第 (g) 项，等离子体传播的距离远大于其典型梯度尺度长度。其后

在等离子体的梯度承载区域内，磁场由关系式 (1) 给出。这一选择是标度理论物理基础的核心。

由此很容易验证，等离子体的单流体运动方程

$$\rho\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v}\right)=\vec{J}\times\vec{B}-\vec{\nabla}p \tag{2}$$

通过选择以下参数，可以表示为无量纲形式

$$v_0\equiv\frac{B_0}{\sqrt{2\mu_0\rho_0}};\ p_0\equiv\frac{B_0^{\ 2}}{2\mu_0}; \tag{3}$$

$$\frac{d\tau}{dt}=\frac{I(t)}{Q_m}\Rightarrow\frac{\partial}{\partial t}\equiv\frac{d\tau}{dt}\frac{\partial}{\partial\tau}=\frac{I(t)}{Q_m}\frac{\partial}{\partial\tau};\ Q_m=\pi\mu_0^{\ -1}a^2\sqrt{2\mu_0\rho_0} \tag{4}$$

由此得到的无量纲方程

$$\tilde{\rho}\left\{\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tau}+\tilde{v}\frac{\partial}{\partial\tau}\mathrm{Log}\left(\tilde{I}(\tau)\right)+\frac{1}{2}\tilde{v}\cdot\tilde{\nabla}\left(\tilde{r}^{-1}\tilde{v}\right)\right\}=-\tilde{B}\times\left(\tilde{\nabla}\times\left(\tilde{r}^{-1}\tilde{B}\right)\right)-\frac{1}{2}\tilde{r}\tilde{\nabla}\left(\tilde{r}^{-2}\tilde{p}\right) \tag{5}$$

仅通过与成正比的项与 GPF 相联系。其他控制等离子体动力学的方程(4)(5)也可通过选择相同的标度因子化为无量纲形式，并且它们也通过类似的项与 GPF 相联系。

因此，等离子体动力学问题可分解为两个子问题:

(1) 确定物理空间和时间中的标度因子;

(2) 确定无量纲空间和时间中的标度量。

这两个子问题的相互依赖性较弱，因此可以分别迭代处理，并在第一次迭代中忽略这种弱相互依赖性。下文第二节（D）将讨论这一点。

第一个子问题是标度理论，本文用 Gratton-Vargas（GV）方程[36-40] 来表述一个假想表面，称为参考 GV 面，其法向速度等于标度速度，并满足适用的初始条件和边界条件。

第二个子问题构成一种物理理论，用于描述无量纲空间中标度化等离子体参数空间分布的时间演化，以及

时间。它涵盖多种物理过程，这些过程会影响电离组分和中性组分的浓度，而这些浓度决定了压力和内能作为密度函数的表达式。标度化等离子体参数（如密度、速度、压力和磁场）的空间分布必须随假想的参考 GV 面按定义移动。随后，可将它们近似表示为 的函数，并将其用作相似变量，从而把支配等离子体参数的偏微分方程组化为常微分方程组。支配标度化等离子体变量演化的方程中不含任何关于物理装置的信息，这意味着这些方程普遍适用于所有符合 GPF 定义及所采用物理模型的构型。本研究不涉及这一工作，相关内容将另行探讨。然而，支配标度化等离子体参数演化的方程具有普适性，这意味着存在适用于一整类装置构型的标度定律，不受其物理尺寸或储能规模的影响。经典等离子体聚焦装置中实际上已观察到这一现象，第三节将对此作更详细的讨论。

B. Gratton-Vargas 方程:

定义一个假想的旋转曲面 其具有瞬时局部法向速度 根据定义， 的对流导数为零:

$$\partial_t\psi + \vec{v}\cdot\vec{\nabla}\psi = 0 \tag{6}$$

因此,

$$v_n = \vec{v}.\left(\vec{\nabla}\psi\Big/\left|\vec{\nabla}\psi\right|\right) = -\partial_t\psi\Big/\sqrt{\left(\partial_r\psi\right)^2+\left(\partial_z\psi\right)^2} \tag{7}$$

由（1）、（4）和（7）可得 Gratton-Vargas（GV）方程

$$\partial_\tau\psi + \sqrt{\left(\partial_{\tilde{r}}\psi\right)^2+\left(\partial_{\tilde{z}}\psi\right)^2}\,\frac{1}{2\tilde{r}} = 0 \tag{8}$$

可以看出，它有无穷多个如下形式的解 其中 是它的一个解，而 和是常数。因此，GV方程组的解确定为相差一个任意乘法常数，该常数可选取为便于归一化的值。

加法常数 生成 Gratton-Vargas 方程的一族积分曲面。满足给定初始条件和边界条件且形式为 τ 的一组特定积分曲面，标记为 ,，称为参考 GV 曲面（RGS），它在标度理论中表示等离子体中无电流区域与载流区域之间界面的理想化位置。满足初始条件和边界条件且形式为 的积分曲面，对于给定的参考 GV 曲面，称为关联 GV 曲面（AGS）。当密度、速度、压力和磁场等标度化等离子体参数表示为相似参数的函数时，对于给定的 RGS，其空间分布覆盖由相似参数的正值和负值对应的关联 GV 曲面所定义的空间连续体。

$$\psi\left(\tau,\tilde{r},\tilde{z}\right)=\psi_0\neq 0$$

关于该方程解的详细教程式讨论可参见其他文献 [36-40]。下面总结一些相关结果，并补充一些新的内容。

GV方程（8）可以写成雅可比形式 [42] 以及

与特征线元（CLE）[42] 相关的哈密顿–雅可比方程为

$$\frac{d\tilde{r}}{d\tau}=\frac{\partial H}{\partial p_{\tilde{r}}}=\frac{p_{\tilde{r}}}{2\tilde{r}\sqrt{p_{\tilde{r}}^{\,2}+p_{\tilde{z}}^{\,2}}}=\frac{p_{\tilde{r}}}{4\tilde{r}^2H} \tag{9}$$

$$\frac{d\tilde{z}}{d\tau}=\frac{\partial H}{\partial p_{\tilde{z}}}=\frac{p_{\tilde{z}}}{2\tilde{r}\sqrt{p_{\tilde{r}}^{\,2}+p_{\tilde{z}}^{\,2}}}=\frac{p_{\tilde{z}}}{4\tilde{r}^2H} \tag{10}$$

$$\frac{dp_{\tilde{r}}}{d\tau}=-\frac{\partial H}{\partial\tilde{r}}=\sqrt{p_{\tilde{r}}^{\,2}+p_{\tilde{z}}^{\,2}}\,\frac{1}{2\tilde{r}^2}=\frac{H}{\tilde{r}} \tag{11}$$

$$\frac{dp_{\tilde{z}}}{d\tau}=-\frac{\partial H}{\partial\tilde{z}}=0 \tag{12}$$

对于雅可比形式 [42], , 不显含时间的哈密顿量总是守恒的:

$$\frac{dH}{d\tau}=\frac{\partial H}{\partial \tau}+\frac{\partial H}{\partial p_{\tilde{r}}}\frac{dp_{\tilde{r}}}{d\tau}+\frac{\partial H}{\partial p_{\tilde{z}}}\frac{dp_{\tilde{z}}}{d\tau}+\frac{\partial H}{\partial \tilde{r}}\frac{d\tilde{r}}{d\tau}+\frac{\partial H}{\partial \tilde{z}}\frac{d\tilde{z}}{d\tau}$$
$$=\frac{\partial H}{\partial \tau}-\frac{\partial H}{\partial \tilde{r}}\frac{\partial H}{\partial p_{\tilde{r}}}-\frac{\partial H}{\partial \tilde{z}}\frac{\partial H}{\partial p_{\tilde{z}}}+\frac{\partial H}{\partial \tilde{r}}\frac{\partial H}{\partial p_{\tilde{r}}}+\frac{\partial H}{\partial \tilde{z}}\frac{\partial H}{\partial p_{\tilde{z}}}=\frac{\partial H}{\partial \tau}=0 \quad (13)$$

由于 GV方程 (8) 的解乘以任意常数后方程仍保持不变，因此可以选择该常数，使通用不变量 H 归一化为1。在后续讨论中，符号 H 作为哈密顿量的占位符使用，其数值已归一化为 1。

方程（12）表明 沿特征线元保持不变。这两个不变量用于 [36-40] 定义一个沿特征线元保持不变的新不变量，其表达式为

$$N\equiv\frac{p_{\tilde{z}}}{2H} \quad (14)$$

从而得到

$$p_{\tilde{r}}=sp_{\tilde{z}}\sqrt{\left(\tilde{r}/N\right)^2-1}=2sH\sqrt{\tilde{r}^2-N^2}\;;s=\mathrm{sign}\left(d\tilde{r}/d\tau\right) \quad (15)$$

于是，方程（9）和（10）可写为

$$\frac{d\tilde{r}}{d\tau}=\frac{s\sqrt{\tilde{r}^2-N^2}}{2\tilde{r}^2} \quad (16)$$

$$\frac{d\tilde{z}}{d\tau}=\frac{N}{2\tilde{r}^2} \quad (17)$$

由式（16）和式（17）得出

$$\frac{d\tilde{z}}{d\tilde{r}}=\frac{d\tilde{z}}{d\tau}\Big/\frac{d\tilde{r}}{d\tau}=s\frac{N}{\sqrt{\tilde{r}^2-N^2}} \quad (18)$$

对 (18) 积分，得到以下曲线族 其 N 为常数，且垂直于 GV表面。

$$\frac{\tilde{z}}{N}-s\mathrm{ArcCosh}\left(\frac{\tilde{r}}{|N|}\right)=C_1=\mathrm{constant} \quad (19)$$

对（16）进行积分，可得无量纲时间处曲线上积分曲面的位置 。 C

τ

$$\frac{\tilde{r}}{|N|}\sqrt{\frac{\tilde{r}^2}{N^2}-1}+\text{ArcCosh}\left(\frac{\tilde{r}}{|N|}\right)-\frac{s\tau}{N^2}=C_2=\text{constant} \tag{20}$$

对于 N=0 的情况，(16) 表明

$$\tilde{r}^2=s\tau+C_3, \tag{21}$$

积分常数 应根据问题的具体要求，通过初始条件和边界条件确定，如下一小节所示。

该函数 可通过沿特征线元对其全微分（22）进行积分来计算

$$d\psi=p_\tau d\tau+p_{\tilde{r}}d\tilde{r}+p_{\tilde{z}}d\tilde{z} \tag{22}$$

其中，可以利用前述方程表明

$$p_{\tilde{z}}=2HN=\text{constant} \tag{23}$$

$$p_{\tilde{r}}=2Hs\sqrt{\tilde{r}^2-N^2} \tag{24}$$

$$p_\tau=-H \tag{25}$$

这给出了 的函数形式，其中包括一个积分常数，即 ψ_{GV}

$$\psi\left(\tau,\tilde{r},\tilde{z}\right)=H\left(2N\tilde{z}+sN^2\left(\frac{\tilde{r}}{N}\sqrt{\left(\frac{\tilde{r}}{N}\right)^2-1}-\text{ArcCosh}\left(\frac{\tilde{r}}{N}\right)-\tau\right)-\psi_{GV}=\psi_0\right. \tag{26}$$

Sub将 (19) 和 (20) 代入 (26)，并使用参考 GV 面的定义，

$$\psi_{GV}=HN^2\left(2C_1+sC_2\right) \tag{27}$$

将 H 归一化为 1 后，(26) 表明， 中的变化等价于中的平移。

τ

C. 初始条件和边界条件。

Gratton-Vargas 方程中的等效时间参数τ 标记了 GV 方程积分曲面族中的各个成员，这些曲面称为参考 GV 曲面，是 平面中的曲线。它们与等离子体焦点鞘层[41] 极为相似，因此被用来表示鞘层传播过程中的形状和位置。参考 GV 曲面共同覆盖了等离子体焦点鞘层能够到达的整个空间。由于假设典型的梯度尺度长度（例如载流区域的宽度）远小于该空间的物理范围，因此在标度理论的框架下，参考 GV 曲面被认为近似表示鞘层中电流随τ 变化的流动路径。

GPF问题以初始表面的形式规定GV方程的初始条件；在传统等离子体焦点中，该初始表面应为绝缘体的表面。边界条件则以任意的阳极轮廓（附带一些限制条件，这些限制条件将在其他地方讨论[40]）和一根直圆柱形阴极的形式规定。

引入了一个坐标 z̃用于指定初始表面和边界表面，其单位为尺度长度“a”，沿对称轴从阳极底部开始测量。初始表面在 空间中表示为一条分段连续曲线：

$$\tilde{R}_I(\tilde{Z}) = \tilde{R}_I^{(i)}(\tilde{Z}), \quad \tilde{Z}_I^{(i-1)} \le \tilde{Z} \le \tilde{Z}_I^{(i)}, i = 1,2\cdots, i_n; \quad \tilde{R}_I^{(i)}(\tilde{Z}_I^{(i)}) = \tilde{R}_I^{(i-1)}(\tilde{Z}_I^{(i)}); \tag{28}$$

阳极轮廓由另一条分段连续曲线表示，该曲线包含一个外支和一个内支，后者代表阳极中的一个空腔。

$$\begin{aligned} \tilde{R}_A(\tilde{Z}) &= \tilde{R}_{A,ext}^{(i)}(\tilde{Z}), \quad \tilde{Z}_A^{(i-1)} \le \tilde{Z} \le \tilde{Z}_A^{(i)}, i = 1,2\cdots, i_m; \quad \tilde{R}_{A,ext}^{(i)}(\tilde{Z}_A^{(i)}) = \tilde{R}_{A,ext}^{(i-1)}(\tilde{Z}_A^{(i)}); \\ &= \tilde{R}_{A,int}^{(j)}(\tilde{Z}), \quad \tilde{Z}_A^{(i_m+j-1)} \ge \tilde{Z} \ge \tilde{Z}_A^{(i_m+j)}, j = 1,2\cdots, j_m; \quad \tilde{R}_{A,int}^{(j)}(\tilde{Z}_A^{(i_m+j)}) = \tilde{R}_{A,int}^{(j+1)}(\tilde{Z}_A^{(i_m+j)}); \end{aligned} \tag{29}$$

坐标 在外支中单调递增，在内支中单调递减。阳极轮廓分段函数 和 此后在本文中将不再加以区分，除非上下文要求进行此类区分，二者均称为 。点 等称为顶点。还采用以下约定： ，绝缘体的归一化长度，以及。 阴极取为内归一化半径为

连接到位于 平面上的金属基板。阳极的归一化高度表示为 。

GPF 的初始条件和边界条件定义如下

1. 在 时，解的初始形状对应于初始表面，2. 在 的每一个取值处，解都与阳极有一条交线；即，

$$\psi\left(\tau = 0, \tilde{R}_I\left(\tilde{Z}\right), \tilde{Z}\right) = \psi\left(\tau = 0, \tilde{R}_I\left(\tilde{Z}\right), \tilde{Z}\right)$$

$$\tau > 0$$

$\psi\left(\tau, \tilde{R}_A\left(\tilde{z}\right), \tilde{z}\right)$ 是方程在 时的解的一部分。 τ

3. 假设从阳极越过到等离子体中的电流是在参考 GV 面处或其后方通过的。该假设进一步明确了参考 GV 面，认为它表示无电流区域与有电流区域之间的界面。这意味着，在 GV 表面与阳极的连接处，阳极表面的电流密度沿表面分量为零。连接处电流密度的连续性条件意味着，参考 GV 面必须在连接处垂直于阳极。该条件仅适用于 GV 表面的向前运动，而不适用于等离子体到达轴后开始的反射运动。当等离子体位移变得与其梯度尺度长度相当时，这一论证的逻辑可能失效。传统等离子体聚焦中，等离子体到达轴时发生停滞就是一个例子。

4. 解必须将阳极轮廓与阴极连接起来。

上述第一个补充条件意味着，特征线在与给定初始表面轮廓的交点处应与其垂直。由（18）式可得，

$$\frac{d\tilde{R}_I\left(\tilde{Z}\right)}{d\tilde{Z}} = -\frac{d\tilde{z}}{d\tilde{r}} = -s\frac{N_I\left(\tilde{Z}\right)}{\sqrt{\tilde{R}_I^{\,2}\left(\tilde{Z}\right) - N_I^{\,2}\left(\tilde{Z}\right)}} \tag{30}$$

因此，在初始等离子体形成区内

$$N_I\left(\tilde{Z}\right) = \frac{\tilde{R}_I\left(\tilde{Z}\right)\left|d\tilde{R}_I\left(\tilde{Z}\right)/d\tilde{Z}\right|}{\sqrt{\left(d\tilde{R}_I\left(\tilde{Z}\right)/d\tilde{Z}\right)^2 + 1}} \tag{31}$$

同样，第三个补充条件意味着特征线在与阳极轮廓的交点处应与其相切。利用（18）

$$\frac{d\tilde{r}}{d\tilde{z}} = s\frac{\sqrt{\tilde{r}^2 - N_A{}^2\left(\tilde{Z}\right)}}{N_A\left(\tilde{Z}\right)} = \frac{d\tilde{R}_A\left(\tilde{Z}\right)}{d\tilde{Z}} \tag{32}$$

由此可得

$$N_A\left(\tilde{Z}\right) = S\frac{\tilde{R}_A\left(\tilde{Z}\right)}{\sqrt{1+\left(d\tilde{R}_A\left(\tilde{Z}\right)/d\tilde{Z}\right)^2}};S = \pm 1 \tag{33}$$

第二补充条件意味着，GV表面与阳极轮廓在 平面内的交点必须沿阳极轮廓移动，且其位置是的函数，如（16）所述，其中 且：

$\tilde{Z} = 0$ $\tilde{Z}$

$$\frac{d\tilde{Z}}{d\tau} = \frac{N_A\left(\tilde{Z}\right)}{2\tilde{R}_A{}^2\left(\tilde{Z}\right)} \tag{34}$$

由（34）可知，当预期解从 开始并向较大的 方向移动时，如阳极轮廓的外支情形，应在（33）中选择正号。也可能出现中空阳极或阳极面上有空腔等情况（示例见参考文献 40），（由阳极轮廓函数（29）中的内支表示）；此时预期解将在空腔内向较小的 方向移动。在这种情况下，（33）中应取负号。于是可以设定 。

$\tilde{Z}$

S 符号 dZd

利用式（33）对式（34）进行积分，可得到 当 GV表面到达该点时的值 阳极轮廓外支上的

$$\tau\left(\tilde{Z}\right) - \tau_{i-1} = 2S\int_{\tilde{Z}_A^{(i-1)}}^{\tilde{Z}}\sqrt{1+\left(d\tilde{R}_A^{(i)}/d\tilde{Z}\right)^2}\,\tilde{R}_A^{(i)}\left(\tilde{Z}\right)d\tilde{Z};\quad \tilde{Z}_A^{(i-1)} \le \tilde{Z}\left(\tau\right) \le \tilde{Z}_A^{(i)};\tau_0 = 0 \tag{35}$$

无量纲时间 GV表面到达顶点的时刻 由递推方程给出

$$\tau_i - \tau_{i-1} = 2S\int_{\tilde{Z}_A^{(i-1)}}^{\tilde{Z}_A^{(i)}}\sqrt{1+\left(d\tilde{R}_A^{(i)}/d\tilde{Z}\right)^2}\,\tilde{R}_A^{(i)}\left(\tilde{Z}\right)d\tilde{Z}; \tag{36}$$

其中 是第 时区，对应于第 阳极轮廓线段。函数 可通过数值求逆，以获得 在给定。

常数 和 在 （19）和（20）中的值通过使用由（31）确定的初始表面（28）的值，或使用 由（33）确定的阳极轮廓（29）的值来计算。满足方程（19）和（20）的点可通过参数化定义 [36-40]

$$\left(\tilde{r}_{GV}, \tilde{z}_{GV}\right)$$

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{GV}(\alpha, N) &= |N|\,\mathrm{Cosh}(\alpha/2); \\ \tilde{z}_{GV}(\alpha, N, s) &= N C_1(N, \tilde{Z}) + sN\alpha/2 \end{aligned} \tag{37}$$

其中 α 是超越方程的解

$$\begin{aligned} F(\alpha) &\equiv \mathrm{Sinh}(\alpha) + \alpha \\ &= 2\left(\frac{\tilde{R}_A(\tilde{Z})}{|N(\tilde{Z})|}\sqrt{\frac{\tilde{R}_A(\tilde{Z})^2}{N^2(\tilde{Z})} - 1} + \mathrm{ArcCosh}\left(\frac{\tilde{R}_A(\tilde{Z})}{|N(\tilde{Z})|}\right) + s\frac{(\tau - \tau(\tilde{Z}))}{N^2(\tilde{Z})}\right) \end{aligned} \tag{38}$$

在顶点处， 对于非光滑的轮廓函数，由（31）或（33）给出的函数可能是不连续的。随后，使用（19）和（33），通过取能够连续跨越不连续点的 N 值来构造GV 曲面。该过程已在一篇教程论文中进行了详细描述，并通过示例加以说明[40]。

情形 N=0 出现在 Mather型装置的绝缘体区域，其中 s=1。实际的阳极轮廓总会有一个平顶，无论其物理半径多小。在平顶上，半径发生变化，而轴向坐标保持不变，这表明因此在 (33) 中， 靠近阳极中心。乍看之下，方程 (37) 和 (38) 似乎意味着一种非物理的发散情形。然而，可以证明 [40] 在此极限下，这些方程会导出一个完全符合物理规律且意义深远的结果（也可由 (21) 推导得出）

$$\tilde{r}^2 \to \left|\tilde{r}_{last}{}^2 + s(\tau - \tau_{last})\right| \text{ as } N_A(\tilde{Z}) \to 0 \tag{39}$$

[{"id":0,"output":"其中， 是阳极轮廓最后一个顶点的半径， 是到达该顶点的时间。当径向速度指向轴，即对于 s=-1 时，GV表面到达阳极中心。它还表明，对于 ，GV表面会发生反射，即开始向外运动。"}]

反射解的构造已在别处详细讨论[39, 40]，此处不再赘述。其主要发现是，对于 ，GV表面有三个分支交于一点：轴向扩展前沿（AEF）、径向扩展前沿（REF），以及连接分支（CN）；后者连接AEF与REF的交点和阴极。发现AEF在轴上的位置[40] 对于Mather型装置遵循幂律

$$\tilde{z}_{APF} = 1.70246\left(\tau - \tau_p\right)^{0.443703} \tag{40}$$

上述讨论允许计算 （27）中以阳极轮廓表示的积分常数。

$$\left(\tilde{Z}\right) = \left(\right) \left(\right) \left(\right)

$$I_0 = V_0\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}\ ;\ \gamma_0 = \frac{R_0}{2L_0}\ ;\lambda \equiv \frac{R_0}{2}\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}\ ;\omega_0 = \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{\sqrt{L_0C_0}}\ ;\ \frac{\gamma_0}{\omega_0} = \bar{\lambda} \equiv \lambda\Big/\sqrt{1-\lambda^2} \tag{43}$$

其中 L_0, C_0 和 R_0 是该电路的恒定电感、电容和电阻 t.

初始表面处的标度速度具有一个极小但非零的初始值，此时电流刚好足以维持等离子体电离。根据方程（42），它随电流成正比增长。当等离子体足够热且有足够的磁压力推动时，便开始超声速传播 [43]。

由电流沉积能量所驱动的等离子体超声速传播问题，已被表述为[44] 在附着于等离子体的坐标系中，依据质量、动量和能量守恒定律，并假设局部平面性，忽略相较于梯度效应而言较小的曲率效应。这实际上是 II(A)节中提到的第二个子问题；在第一次迭代中，忽略了 II(B)节和 (C) 中第一个子问题所考虑的曲率效应。类似于爆轰波问题的分析揭示了存在一个下限 标度速度，其与总比能的平方根成正比用于解离和电离，低于该值时，超声速传播是不可能的：

v_{LB}

ε_+^{di} 9 di 1 7 10 J kg /for 氢) (~ .ε_+ ×

$$v_0 \geq v_{LB} = f_{LB}\sqrt{\varepsilon_{d+i}} \tag{44}$$

因子 需要通过经验确定其数值（式 44），以精确规定等离子体实际需要达到多高的温度才能起飞。理论上，可通过求解标度等离子体变量控制方程来计算该因子，这正是 II(A)节提到的第二个子问题。初步的经验估算表明 [40] ，对于传统的 Mather型等离子体焦点装置中的氘，。对于氢，也可以假设 取相同值，其中 。 $_{LB}$f ~ 0 15。

( )° di 845 10 J kg . /

$\varepsilon_+ =$ ×

f_{LB} ( )° di 2 845 10 J kg . /

$\varepsilon_+ =$ × ×

由（1）、（4）和（44）可得到最大半径与等离子体形成区的工作气体及其质量密度之间的以下关系，可用于确定：

t_L

$$v_{LB} = \frac{1}{\sqrt{2\mu_0\rho_0}}\frac{\mu_0 I_0}{2\pi R_I}\tilde{I}(t_L) \tag{45}$$

对于给定的R_I (45) 无解，因为

$$\rho_0 > \rho_{0,max} = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{1}{v_{LB}}\frac{\mu_0 I_0}{2\pi R_I}\right)^2 \tilde{I}_{max}^{\ 2} \tag{46}$$

其中

$$\tilde{I}_{max} \equiv Max\left[\exp(-\gamma_0 t)\sin(\omega_0 t)\right] = \exp\left(-\frac{\lambda Arc\,Cos(\lambda)}{\sqrt{1-\lambda^2}}\right) \tag{47}$$

这表示在整个放电过程中，等离子体始终附着在绝缘体上方时的气体压力。

缩放后的电流在缩短的起飞时间处给出 $\equiv \omega_{L0} t_L$

$$\tilde{I}(\bar{t}_L) \equiv \frac{I_s(\bar{t}_L)}{I_0} = \frac{\exp(-\bar{\lambda}\bar{t}_L)\sin(\bar{t}_L)}{\sqrt{1-\lambda^2}} \tag{48}$$

电荷流动直至时间 由下式给出 t_L

$$Q_L = Q_0\left\{1-\exp(-\bar{\lambda}\bar{t}_L)\left(\cos(\bar{t}_L)+\bar{\lambda}\sin(\bar{t}_L)\right)\right\} \tag{49}$$

在 于时间 中耗散的能量由下式求得 t_L E_0

$$\begin{aligned} E_{R-Lift} &= R_0\int_0^{t_L} I_s^{\ 2}(t)dt \\ &= \tfrac{1}{2}C_0V_0^{\ 2}\frac{4\lambda}{\left(1-\lambda^2\right)^{3/2}}\int_0^{\bar{t}_L}\left(\exp(-2\bar{\lambda}\bar{t})\sin^2(\bar{t})\right)d\bar{t} \end{aligned} \tag{50}$$

也可以进行类似的计算，以确定对于任何其他类型的井——其特征在于脉冲电力系统，t_L可能用于先进航天器。

由（4）可得,

$$\tau = Q_m^{-1}\int_{t_L}^{t} I(t')dt' \tag{51}$$

E. 电路方程和模型闭合。

在后续讨论中，假设电源等效于电容器组，不过使用任何其他特性已充分掌握的脉冲功率源也可以进行类似计算。GPF问题的电路示意图如图1所示。

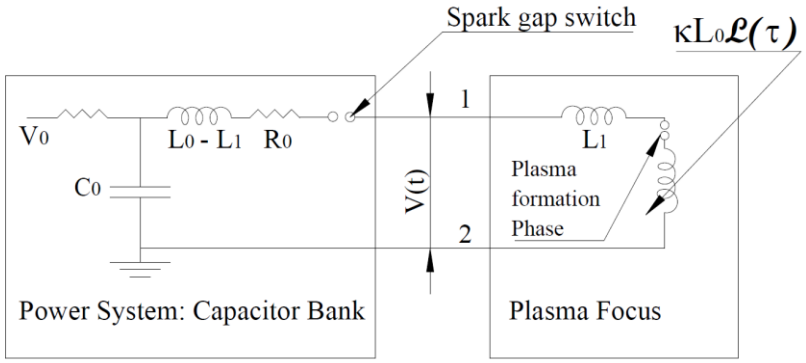


图 1. 电路示意图。电力系统表示为一个参数 C 恒定的 LCR电路0, R0 以及电路总静态电感的一部分 L0 – L1。它可以替换为任何其他类型的脉冲电源，例如电感储能。等离子体聚焦表示为一个电感元件，具有静态电感 L1 和随时间变化的电感 。 静态电感 L1 包含在电路的总静态电感 L0 中。等离子体形成阶段表示为与电感串联的一个小型火花隙开关。

定义以下无量纲量和标度因子:

$$\varepsilon \equiv Q_m/C_0V_0\,;\kappa \equiv \mu_0 a/2\pi L_0\,;I_0 \equiv V_0\sqrt{C_0/L_0}\,;\tilde{I}(\tau)\equiv I\big(\tau(t)\big)/I_0\,;\gamma \equiv R_0\sqrt{C_0/L_0}=2\lambda\,;$$

$$\alpha = 1-Q_L/Q_0 = \exp\left(-\bar{\lambda}\bar{t}_L\right)\left(\cos\left(\bar{t}_L\right)+\bar{\lambda}\sin\left(\bar{t}_L\right)\right);\quad T_{1/4}=\frac{\pi}{2\omega_0} \qquad (52)$$

可以证明[40]，等离子体聚焦装置两端的电压（该装置定义为 GV表面从初始表面开始传播所经过的区域）为

$$V(t)=\frac{\kappa}{\varepsilon}V_0\left\{\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{2}\tilde{I}^2(\tau)L(\tau)\right)+\frac{1}{2}\tilde{I}^2(\tau)\frac{d}{d\tau}L(\tau)\right\} \qquad (53)$$

where $L(\tau)=\int_{\Omega}\frac{d\tilde{r}dz}{\tilde{r}}$ (54)

and the domain of 积分Ω是由 GV表面以及阳极和阴极轮廓所围成的空间区域。

The 电容器组两端的电压由标准电路理论给出 y

$$V(t)=V_0-C_0^{-1}\int_0^t I(t')dt'-L_0\frac{dI(t)}{dt}-R_0I(t) \qquad (55)$$

利用（52）可将其化简为

$$V(t)=V_0\left(\alpha-\varepsilon\tau-\varepsilon^{-1}\tilde{I}(\tau)\frac{d\tilde{I}(\tau)}{d\tau}-\gamma\tilde{I}(\tau)\right) \qquad (56)$$

由式（53）给出的等离子体聚焦两端电压与电容器组两端电压串联，形成的回路电压为零。整理后可得

$$\tilde{I}(\tau)\frac{d}{d\tau}\left\{\left(1+\kappa L(\tau)\right)\tilde{I}(\tau)\right\}=\varepsilon\left(\alpha-\varepsilon\tau-\gamma\tilde{I}(\tau)\right) \tag{57}$$

将等式两边乘以 并引入 可得

$$\frac{d\Phi^2(\tau)}{d\tau}=2\varepsilon\alpha-2\varepsilon^2\tau+2(1-\alpha)\varepsilon\kappa L(\tau)-2\varepsilon^2\kappa\tau L(\tau)-2\varepsilon\gamma\Phi(\tau) \tag{58}$$

通过将 视为函数序列 在 n 较大时的极限，可以用逐次逼近法求解方程 (58)，该函数序列满足方程

$$\Phi_{n+1}^2(\tau)=\Phi_0^2+2\varepsilon\alpha\tau-\varepsilon^2\tau^2+\alpha\varepsilon\kappa M_0-\varepsilon^2\kappa M_1-2\varepsilon\gamma\int_0^\tau\Phi_n^2(\tau')d\tau' \tag{59}$$

$$M_0(\tau)\equiv\int_0^\tau L(\tau)d\tau;\ M_1(\tau)\equiv\int_0^\tau\tau L(\tau)d\tau \tag{60}$$

其中 由下式给出

$$\Phi_0^2(\tau)=\Phi_0^2(0)+2\varepsilon\alpha\left(\tau+\kappa M_0(\tau)\right)-\varepsilon^2\left(\tau^2+2\kappa M_1(\tau)\right) \tag{61}$$

积分常数 可利用下式计算

$$\Phi_0^2(0)=\left(1+\kappa L(0)\right)^2\tilde{I}^2(0)=I^2(t_L)/I_0^2=\frac{\exp\left(-2\bar{\lambda}\bar{t}_L\right)\sin^2\left(\bar{t}_L\right)}{\left(1-\lambda^2\right)} \tag{62}$$

该序列在 2-3 次迭代后收敛[40]，因为 是一个小参数。

为了评估电感，使用阳极轮廓定义的逆函数，从而得到阳极轮廓上的轴向坐标关于径向坐标的函数，，而不是中给出的阳极半径函数 (29)。然后，

$$L(\tau)\equiv\int_{\Omega(\tau)}\frac{d\tilde{r}d\tilde{z}}{\tilde{r}}=\int_{\tilde{r}_{min}}^{R_c}d\tilde{r}\frac{\left(\tilde{z}_{GV}(\tilde{r},\tau)-\tilde{Z}_A(\tilde{r})\right)}{\tilde{r}} \tag{63}$$

由此，磁通函数 可由（59）求得，而无量纲电流可由下式求得

$$\tilde{I}_n(\tau)=\frac{\Phi_n(\tau)}{(1+\kappa L(\tau))} \tag{64}$$

然后，由方程求得归一化后的实际时间 t_o：

$$\tilde{t}(\tau)\equiv t/T_{1/4}=\frac{2}{\pi}\bar{t}_L+\sqrt{1-\lambda^2}\,\frac{2\varepsilon}{\pi}\int_0^{\tau}\frac{d\tau}{\tilde{I}(\tau)} \tag{65}$$

完整的电流波形为

$$\begin{aligned} I(\tilde{t}) &= \frac{I_0}{\sqrt{1-\lambda^2}}\exp(-\pi\bar{\lambda}\tilde{t}/2)\sin(\pi\tilde{t}/2) \text{ for } 0<\tilde{t}<\frac{2}{\pi}\bar{t}_L \\ &= I_0\frac{\Phi(\tau)}{(1+\kappa L(\tau))} \quad \text{for } \frac{2}{\pi}\bar{t}_L<\tilde{t}(\tau);0\le\tau\le\tau_p \end{aligned} \tag{66}$$

由此可确定任意时刻的电流以及 GV 表面的形状和位置，从而确定所有标度参数，实现模型闭合。教程论文 [40] 用一个具体示例对此进行了说明。

更重要的是，这一分析能够确定储存能量的分配。抬升后任意时刻电容器组中的能量占比为

$$\eta_C(\tau)=(\alpha-\varepsilon\tau)^2 \tag{67}$$

储存在磁场中的能量占比为

$$\eta_M(\tau)=\frac{\Phi^2(\tau)}{(1+\kappa L(\tau))} \tag{68}$$

电阻耗散的能量占比为

$$\eta_R=\left(\frac{1}{2}C_0V_0^2\right)^{-1}\int_0^t R_0I^2dt=2\gamma\varepsilon\int_0^{\tau}\tilde{I}d\tau+\frac{4\lambda}{(1-\lambda^2)^{3/2}}\int_0^{\tilde{t}_L}\left(\exp(-2\bar{\lambda}\tilde{t})\sin^2(\tilde{t})\right)d\tilde{t} \tag{69}$$

剩余部分存在于等离子体的动能中

$$\eta_K=1-(\eta_C+\eta_M+\eta_R) \tag{70}$$

这些关系可用于确定在预定时间内，脉冲电源向运动中的等离子体实现最佳能量传输的条件 该时间可以是 to

τ_{pd} τ_p

到达轴或类似位置。此时，电容器储能必须完全放电。根据（67），这一条件可表示为

$$\varepsilon_{opt} = \alpha \tau_{pd}^{-1} \tag{71}$$

还可以希望磁场中存在的能量分数为 同时，(61)、(68) 和 (71) 给出，在小参数 $\eta_{m,des}$,

$\varepsilon\gamma$

$$\kappa_{opt} = \frac{\eta_{m,des} - \Phi_0^{\,2}(0) - \alpha^2}{\left(2\alpha^2 \tau_{pd}^{-1} M_0(\tau_{pd}) - 2\alpha^2 \tau_{pd}^{-2} M_1(\tau_{pd}) - \eta_{m,des} L(\tau_{pd})\right)} \tag{72}$$

这证明了广义等离子体焦点问题存在能量传递优化准则。广义等离子体聚焦的一种特定构型，例如Mather型等离子体焦点装置，由其缩放几何定义，因此具有无量纲参数的最优值以及 因此具有的最优值为 。

ε κ ~ ( )

III. GPF 预测与实验的比较：

尽管上述广义等离子体焦点问题理论的发展过程可见是从第一性原理出发、逻辑严谨地推进的，但仍有必要探究其预测与已知实验事实的比较结果。以下一组关于某些参数近似恒定性的观测尤为重要，这些观测是根据涵盖 0.1 J 至 1 MJ 能量范围的广泛实验[45-49] 推导得出的[50-61]：

(a) 箍缩半径 ， 箍缩高度(b) 平均轴向速度 ， 最终轴向速度(c) 平均径向速度 ， 最终径向速度(d) 箍缩的截面平均电子密度(e) 能量密度参数(f) 驱动器参数(g) 箍缩半径处的磁场 ~30-40 T

$\langle\ \rangle_{ax}$ v ~ 5×10 m / s

$\langle\ \rangle_{ax,f}$ v ~ 1×10 米 / 秒

$\langle\ \rangle_{r}$ v ~ 1×10 米 / 秒

$\langle\ \rangle_{r,f}$ v ~ 2×10 m / s

$\langle\ \rangle_{0}$ n ~ 18

28 / 耳/米 ^{3} ~ 5×10^{10} ^{3} E a 焦

$\sqrt{\ }$ $^{1/2}$ I a p ~ 77千安 厘米 毫巴–

适用于整类等离子体焦点装置的标度定律之所以存在，反映出这样一个事实：控制等离子体动力学的方程组可以

如 II(A)节中所讨论的那样，将其分解为两个相互依赖性较弱的子问题，其中第二个子问题完全独立于与装置相关的所有信息，因此普遍适用于整类装置。重要的问题是：为什么这些参数是恒定的？它们的具体数值可能是基础物理学的结果，也可能是某些设计实践的后果，或者是两者共同作用的结果。

可以看出，这些参数中有许多彼此相关。因此，箍缩半径处的磁场与能量密度参数相关。径向速度、轴向速度和驱动参数彼此相关。必须用一个或多个独立于装置的恒定参考数值来解释这些参数为何保持恒定。

下面将回答这个问题，并采用教程论文[40] 中更为详细介绍的一些结果。关于箍缩半径、箍缩高度和密度的理论预测，将结合两个特定实验中的实际测量结果进行讨论。

由于大多数被引用的实验采用经典的马瑟型几何结构，阳极和绝缘体剖面均为简单的圆柱体，阳极半径等于尺度长度‘a’，归一化阳极高度为。 对于这种几何结构， 指阳极轮廓的肩部， 为滑行时间且。 为保持一般性，以下讨论继续使用符号和 。

(a) 箍缩阶段

请注意，标度化等离子体参数，例如密度、速度、压力和磁场，预计都是 的函数。在空间结构理论发展出来之前，可以用两个曲面来表示密度分布的前边界和后边界 [62] ，它们分别代表冲击波（冲击波）和磁活塞（磁活塞） 以及 其中 是一个略大于 1 的常数特设参数，使前边界（冲击波）的移动速度略快于后边界（磁活塞）

如守恒定律所要求的。在时间 阳极表面处磁活塞和冲击波表面的半径由（39）给出

$$\tilde{r}_{MP}^{\,2} = \left|\tilde{r}_{last}^{\,2} + s\left(\tau - \tau_{last}\right)\right|; \tilde{r}_{SW}^{\,2} = \left|\tilde{r}_{last}^{\,2} + s\chi\left(\tau - \tau_{last}\right)\right|; \qquad (73)$$

磁活塞和冲击波到达轴的时间

$$\tau_{p,MP} = \tau_{last} + \tilde{r}_{last}{}^{2}; \tau_{p,SW} = \tau_{last} + \chi^{-1}\tilde{r}_{last}{}^{2}; \tau_{p,SW} = \tau_{p,MP} + \tilde{r}_{last}{}^{2}\left(\chi^{-1} - 1\right) \tag{74}$$

对于时间 $\tau_{p,SW}$，冲击波从轴反射，形成轴向膨胀前沿和径向膨胀前沿分支，其中径向膨胀前沿分支在阳极平顶处的半径由式（73）给出，为

$$\tilde{r}_{SW}{}^{2} = \chi\left(\tau - \tau_{last}\right) - \tilde{r}_{last}{}^{2} \tag{75}$$

I在此期间，阳极表面的径向内爆磁活塞半径由 b 给出 y

$$\tilde{r}_{MP}{}^{2} = \tilde{r}_{last}{}^{2} - \left(\tau - \tau_{last}\right) \tag{76}$$

冲击波的径向膨胀前沿与向内移动的磁活塞在阳极表面相交于此处。

$$\tau_{int} = \tau_{p,MP} - \vartheta,\ \tilde{r}_{int} = \sqrt{\vartheta} \qquad \vartheta \equiv \tilde{r}_{last}{}^{2} \cdot \left(\chi - 1\right)/\left(\chi + 1\right) \tag{77}$$

从这一刻起，它们继续在距离阳极表面更远处相交（见参考文献 [40] 的图9），直到磁活塞到达阳极中心，并开始发生反射，形成一个径向膨胀前沿，其在阳极表面处的半径为

$$\tilde{r}_{MP}{}^{2} = \left(\tau - \tau_{last}\right) - \tilde{r}_{last}{}^{2} = \tau - \tau_{p,MP} \tag{78}$$

达到 在 $\tilde{r}_{int}$

$$\tau_{E} = \tau_{p,MP} + \vartheta \tag{79}$$

从 到 τ_{E}，向外移动的冲击波前沿径向膨胀前沿与向内移动的磁活塞前沿CN部分相交，并将交点添加到箍缩的零速度边界上。

在时间 τ_{E}，冲击波的轴向膨胀前沿的轴向位置由关系式 (40),

$$\begin{aligned}
\tilde{z}_{APF,SW}\left(\tau_{E}\right) &= 1.70246\left(\chi\tau_{E} - \chi\tau_{p,SW}\right)^{0.443703} \\
&= 1.70246\left(\chi\left(\tau_{p,MP} + \vartheta\right) - \chi\left(\tau_{p,MP} + \tilde{r}_{last}{}^{2}\left(\chi^{-1} - 1\right)\right)\right)^{0.443703} \\
&= 1.70246\left(\chi\vartheta + \tilde{r}_{last}{}^{2}\left(\chi - 1\right)\right)^{0.443703}
\end{aligned} \tag{80}$$

这是静止夹点开始重新膨胀前的表观最大归一化高度。

反射激波面与内爆磁活塞表面的交点集合，根据 Potter 的弹丸模型 [63]，定义了等离子体零速度“平衡”边界；Lee模型 [35] 也采用了这一模型。图2 展示了该边界的演化过程，教程论文[40]对此有更详细的描述。

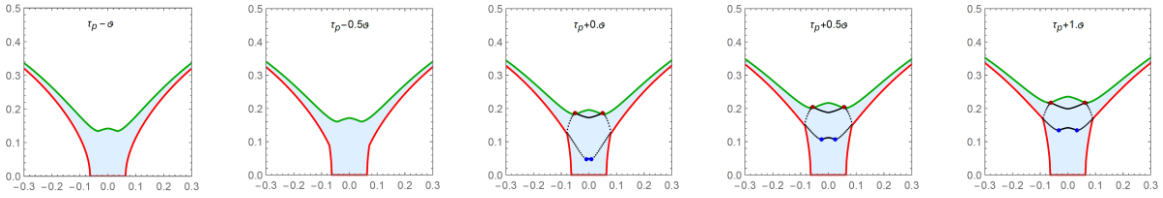


图2：平衡箍缩边界的演化。（a） （b） （c） （d） （e） 。对于此图， 改编自径向膨胀前沿[40]（详情请参阅） 依据知识共享署名（CC BY）许可。

在 PF-的干涉图像中也发现了类似的形状1000 [64] 以及 POSEIDON [65]。计算得到的边界 具有特殊意义，因为在此时刻，磁活塞的径向膨胀前沿在从中心反射后到达 处的零速度边界，从而重新启动箍缩的膨胀。图2（e）所示的这一构型，在阳极表面处半径最小、高度最大，可与参考文献64中的图2（a）（3 ns时）进行比较；该文中等离子体柱的半径和高度分别为8 mm和30 mm。与其前一幅（-27 ns）和后一幅（33 ns）图像相比，该构型尺寸紧凑；其时间（3 ns）接近电流导数的最小值，且具有明显的轴向锥度，这表明它对应于时间 。阳极半径为115 mm时，观测到的箍缩归一化半径和高度分别为0.07和0.26。将模型计算得到的归一化高度与式（80）给出的归一化高度等同于观测到的归一化箍缩高度，可得 。对于这一 值，公式 （77）给出 ，与实验归一化半径0.07惊人地吻合。

另一个例子是参考文献65的图2，其中展示了 POSEIDON 在第 #6308 次放电中箍缩阶段的阿贝尔反演。等离子体柱的半径为~8 毫米，高度为~28毫米。阳极半径为65.5毫米。等离子体归一化高度为 ~0.427，而等离子体归一化半径为 ~0.122。对于这一归一化高度值，

(80) 得到对于该情况，(77) 得到 ，再次显示出非常好的吻合。请注意

Lee 和 Serban 提出的缩放模型[45] 为所有等离子体焦点装置提供了缩放半径和高度的数值，分别为 0.12 和 0.8。

SW 和 MP 表面可视为局部平面[66]，并等效于平面强活塞驱动激波，因此可以借用强激波理论中的以下关系[63],，其中绝热指数为

$$\gamma_{ad}$$

$$v_{shock}/u_{piston} = \tfrac{1}{2}(\gamma_{ad}+1);\frac{\rho_{shock}}{\rho_0} = \left(\frac{\gamma_{ad}+1}{\gamma_{ad}-1}\right) \tag{81}$$

由于，可由（81）定义一个有效绝热指数：由此可以估算密度比。对于 PF-1000，的 例子 [64], ,得到 。在 20℃[64], 温度下，填充压力为 100 Pa 时，D_2气体的原子数密度为 因此，根据（81）得到的预期电子数密度为 这与 [64] 中图2(a)所示 3 ns 时箍缩中的峰值电子密度相差不超过 15%。对于 POSEIDON，，得到 。在 温度下，D_2 的填充压力为 5 hPa，对应的原子数密度为 。由此可得 POSEIDON 的电子数密度 这与 [65] 图2中的峰值电子数密度相差不超过 15%。在这两个例子中，可以看出，上文提到的经验标度关系不如上述理论推导的预测准确。

如此高的压缩比以及如此接近于 1 的有效绝热系数值，是一系列强度不断增加的激波的特征 [67] 该序列用于近似驱动非定常激波的加速活塞。术语 出现在无量纲方程（5）以及支配标度化等离子体变量的其他方程中，代表了这样一个加速活塞，并且可能决定了。

利用上述结果，可以计算出合成干涉图 [40]。假设激光束沿 x 方向传播，则在平行于 (y, z) 平面的像平面上记录的相移为

$$\varphi(y,z) = \frac{\pi a}{\lambda n_c}\int_{-1}^{1} n(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z})d\tilde{x} = 2.82\times10^{-21}\cdot a(m)\lambda(\mu m)\int_{-1}^{1} n(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z})d\tilde{x} \tag{82}$$

其中 是该激光波长对应的临界等离子体密度。理论密度分布可表示为

$$\frac{\rho_{\text{shock}}}{m_i} \equiv 4.8286\times10^{20}\left(\text{m}^{-3}\right)\cdot p_{D_2}\left(\text{Pa}\right)\left(\frac{\gamma_{\text{eff}}+1}{\gamma_{\text{eff}}-1}\right) \tag{83}$$

当该点位于由冲击波和磁活塞界定的区域内时乘以 1， 否则乘以 0。因此

$$\varphi\left(\tilde{y},\tilde{z}\right)=1.3616652\cdot p_{D_2}\left(\text{Pa}\right)\left(\frac{\gamma_k+1}{\gamma_k-1}\right)\cdot a\left(\text{m}\right)\lambda\left(\mu\text{m}\right)\int_{-1}^{1}\mathbf{B}\left(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right)d\tilde{x}$$

$$\mathbf{B}\left(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right)=1 \quad \text{if } \tilde{r}_{SW}\left(N,\tau\right)\le\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{y}^2}\le\tilde{r}_{mp}\left(N,\tau\right) \text{ and } \tilde{z}_{SW}\left(N,\tau\right)\ge\tilde{z}\ge\tilde{z}_{mp}\left(N,\tau\right) \tag{84}$$
$$=0 \quad \text{otherwise}$$

对于上文引用的 PF-1000 示例 [64]， 充气压力为 100 Pa， 。下图3 是一个数值构建的图像， 展示了

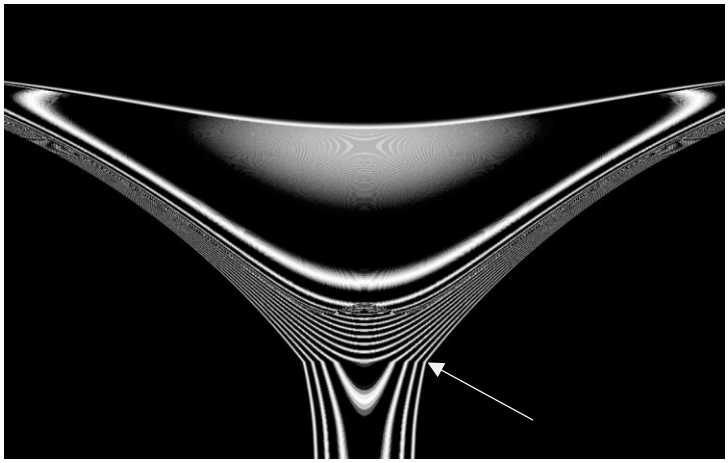


图 3：数值构建的图像 使用 Mathematica® 图像函数。箭头所指位置的条纹斜率明显变化，在实验干涉图中也能看到 [64, 65]。转载自参考文献 [40] （详情见该文献），遵循知识共享署名（CC BY）许可。

上述示例表明，对于所有等离子体焦点装置，归一化箍缩半径和箍缩高度几乎恒定，这一观察结果体现了标度化等离子体变量不受装置影响的动力学特性，即 II(A)节中提到的子问题 2；该特性显然也决定了箍缩密度与充气密度之比。

(b) 标度的普适性

速度的缩放参数与 Lee 和 Serban 最初定义的驱动参数成正比 [45],

$$v_0 \equiv \frac{\sqrt{\mu_0}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\tilde{I}(t)}{\tilde{r}} \left(\frac{I_0}{a\sqrt{\rho_0}} \right) \tag{85}$$

质量为 的粒子的平均动能具有以下尺度 m_i

$$E_k = \frac{1}{2} m_i v_0^2 \tag{86}$$

这必须足够大，以产生完全解离和电离的等离子体。考虑到对于氢，解离能为4.48 eV，电离能为13.6 eV，动能(86)应为约 18 eV。对于氘，相应的速度为~4.2x10^4 m/sec，与平均轴向速度估算值非常吻合。这与根据守恒定律不允许鞘层传播的速度下限有关 [44]。

速度 对应的氘动能为~100 eV，这是通过 XUV 光谱观测到的电子温度量级[68]。从这个尺度出发，通过不稳定性运行的能量集中机制可达到~ 1 keV 的离子动能，从而实现可观的聚变反应率。针对中子发射优化的装置，其工作状态会更接近这一数值。

电场的缩放参数 具有上限[44] 该上限由气体的电击穿强度给出。该上限提供了所谓的电离稳定性条件[66]，确保中性气体被吸入移动等离子体的过程仅发生在冲击波与中性气体的界面处。由于对于特定装置而言，填充气体的质量密度上限由（46）给出，因此其上限也存在于

$$v_0^2 < 8.21 \times 10^{21} \left(\frac{1}{v_{LB}} \frac{I_0}{4\pi m_i R_I} \right) \tilde{I}_{max}(t_L) \tag{87}$$

对 和 的上限 转化为对 的上限。磁场的能量密度是压力的缩放参数, 可表示为

$$p_0 \equiv \frac{B_0^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{C_0 V_0^2}{a^3} \frac{\kappa}{2\pi} \frac{\tilde{I}^2(\tau)}{\tilde{r}^2}; \tag{88}$$

可以看出，上的上界对能量密度参数设定了界限对于优化的等离子体焦点装置，鉴于和 在小节 II E 中取得了最优值。

对于给定的等离子体聚焦装置，(87) 表示当电压 [3] 足够高时，鞘层传播会失效，因为不等式左侧随电压的平方增加，而右侧随电压线性增加。当给定的等离子体焦点装置逐步提高电压运行时，条件 (87) 被违反会导致中性气体层中的电子倍增，这是由电场诱发的电子碰撞电离造成的，而非由激波加热的等离子体造成的。这将使电离波形成并向前移动，超越冲击波。电离波会将电流输送至轴上，却不会携带与冲击波相关的质量。因此，利用电离波输送至轴上的能量引发聚变反应时，可用的氘将非常少。

这或许可以解释大型等离子体焦点装置中中子产额标度失效的原因。不等式 (87) 还表明，减小绝缘体半径（例如，使绝缘体半径远小于阳极半径）可以缓解这一失效。该不等式还表明，引言中概述并将在下文进一步讨论的空间推进概念不会受到这一问题的影响，因为靶密度与脱离区域中的密度无关。

这解释了为什么对于物理尺寸和储能跨越多个数量级变化的等离子体焦点装置，驱动参数仅在有限范围内变化。从物理角度来看，驱动参数的值过低时，无法为每个粒子提供足够的动能以引起充分的电离，因而无法发射等离子体焦点鞘层。值过高则会在鞘层前方引发电击穿，使电流在一个从等离子体中脱离并迅速超越等离子体的更快电离前沿之后流动。电离前沿输运电能，却不输运质量，因此无法形成能够接受所输送能量并产生聚变反应的高密度等离子体靶。上述两个极限都取决于氘的材料性质。

由于大多数为中子发射而优化的装置都会试图在每粒子能量的上限附近运行，因此所有此类装置的速度和磁场缩放参数，以及相关的驱动参数和能量密度参数，几乎都会取相同的值。

上述讨论表明，GPF 理论的预测与实验知识库相当吻合。

IV. 将标度理论应用于一个说明性的空间推进概念 t

基于等离子体聚焦的聚变驱动器具有适用于星际或深空任务的吸引力特性[16,17]，但只有将类似等离子体聚焦装置的功率密度放大特性，与经过充分研究的电流驱动聚变负载（如Z箍缩驱动动态黑腔[18, 19] 或磁化套筒惯性约束聚变（MAGLIF）[20, 21]）相结合，才能在实践中实现这些特性。然而，如何将能量从脉冲电源传递至此类负载，仍需通过实验室实验加以研究和优化，并确保研究结果能够可信地外推至放大后的原型装置。本节将探讨一种可用于此目的的配置。

从最基本的层面来说，空间推进概念就是一种以高速喷射质量的方法。利用同轴炮将等离子体加速到高速（~10^5 m/sec）早已为人所知[69,70]，但这发生在气体密度极低的情况下，因此质量喷射率也极低（每个脉冲~$1.5\text{x}10^{-10}$ kg）。相反，如果能将高密度金属丝迅速转化为磁约束等离子体射流，就可以将其作为一种实验室替代方案进行评估；该推进概念基于通过 GPF 电流鞘层向电流驱动聚变负载传输能量。该构型甚至可以作为用于近地任务的非核电推进发动机进行评估。

此类实验室实验的可行性应取决于机械功率密度的尺度（瓦特/m^2）：即能否在一个小而集中的区域内迅速施加高压力。第二节的标度理论表明，这应当是压力和速度的尺度因子的乘积。Π_m

$$\Pi_m \equiv p_0 v_0 = \frac{B_0^{\,3}}{2\mu_0\sqrt{2\mu_0\rho_0}} \tag{89}$$

装置中的电功率密度尺度 应为电压和电流的尺度因子之积除以横截面积的尺度Π_e

$$\Pi_e \equiv V_0 I_0 / \pi a^2 \tag{90}$$

比较这两个数并使用（52）

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_e} = \frac{\kappa}{8\varepsilon}\left(\frac{\tilde{I}(\tau)}{\tilde{r}}\right)^3 \qquad (91)$$

由于参数 和 是根据(71)和(72)为实现最佳能量传输而选定的，因此由(91)可知，功率密度的增强要求采用一种电极构型，使得在喷射时刻阳极表面的 达到最大。随着GV表面半径减小， 其电感按 增加，因此电流按 减小。但 比值仍可能增加。

ε κ $\tilde{I}(\tau)/\tilde{r}$

$\tilde{I}(\tau)/\tilde{r}$

在轴 [71] 处放置导线的传统等离子体聚焦中，不会发生这种情况。在这种情况下，等离子体梯度垂直于导线表面。等离子体与导线的相互作用涉及冲击波在等离子体-导线界面处的部分透射与反射。反射冲击波会延迟载流等离子体层到达导线，因此几乎没有电流流过导线；对导线-等离子体相互作用的干涉观测 [71] 显示，导线在相当长的一段时间内仍保持完好。

降低半径并提高阳极表面处的 是使等离子体梯度平行于阳极取向，让等离子体沿阳极滑动，而不是像导线放置在传统等离子体聚焦轴上的情形那样迎面撞击阳极。

在所提出的示意性概念中，脉冲电源提供的能量以电流的形式传输，电流流经改进型等离子体聚焦的鞘层后方；其阳极沿长度方向半径逐渐减小。阳极末端设有一个孔口，半径为 、高度为 、密度为 的金属丝由此连续送入。模拟载流等离子体前沿的 GV 表面沿阳极滑动，最终滑过导线，从而形成一条电流通路：电流从阳极流经导线，越过导线与 GV 表面的交界处，抵达阴极。沿阳极滑向燃料丝的等离子体实质上起到等离子体流开关的作用 [72]。若电离稳定性条件失效，等离子体流开关的作用便由电离波接替；电离波从等离子体中脱离并迅速向前传播，同时在其后方携带电流，因此电流向导线的传输不会受到影响。

流经导线材料的极高电流密度及其极快的上升速率会导致相变[73]，从而形成过热气液相混合物，并最终形成等离子体 [18]。该等离子体受到强烈的压缩性磁压力作用，被以准直射流的形式沿轴向喷出，其速度量级相当于等离子体的阿尔芬速度

$$v_{jet} \sim \frac{1}{\sqrt{2\mu_0\rho_{wire}}}\frac{\mu_0 I_0}{2\pi r_{wire}}\tilde{I}(\tau_2) \tag{92}$$

总冲量由轴向喷射产生这一质量一次发射的结果将是

$$\begin{aligned}\mathcal{I} &\sim m_{wire}v_j \sim \rho_{wire}\cdot\pi r_{wire}^{\,2}\cdot h_{wire}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\mu_0\rho_{wire}}}\frac{\mu_0 I_0}{2\pi r_{wire}}\tilde{I}(\tau_2)\\ &\sim \sqrt{\rho_{wire}}\cdot r_{wire}\cdot h_{wire}\cdot\frac{\sqrt{\mu_0}}{2\sqrt{2}}I_0\tilde{I}(\tau_2)\end{aligned} \tag{93}$$

因此，推力将取决于装置的重复频率。可以看出，决定冲量尺度的参数与喷射瞬间的电流以及被汽化的高度成正比。后者可以为推力提供一种控制机制，类似于内燃机中的燃油喷射速率。

本节考察将上述建立的标度理论应用于根据关系式（92）和（93）估算每次发射的射流速度和冲量，并同时参考一般方案以及一个与实验室测试相关的具体数值示例。对于后者，假定采用一根 34 号不锈钢皮下注射针管（外径 0.16 mm，内径 0.05 mm，密度 7.8 gm/cm^3, 长度 ~ 1 cm）[74]。这样，每次发射所喷出的导线质量将为 。实验室实验的尺度长度 a 选为 16mm，是导线直径的 100 倍。充电电压取为 20kV，这是小型实验室装置的典型值。假定工作气体为氢，它易于以金属氢化物的形式储存和运输。

下图 4 所示的缩放几何轮廓中，简单的锥形绝缘体和阳极如以下轮廓所述，用以说明等离子体流开关的 GPF问题：

$$\begin{aligned}\tilde{R}_I(\tilde{Z}) &= \tilde{R}_I^{(0)} + \left(\tilde{R}_I^{(1)} - \tilde{R}_I^{(0)}\right)\tilde{Z}/\tilde{Z}_I^{(1)} \qquad 0 \le \tilde{Z} \le \tilde{Z}_I^{(1)} \Leftrightarrow I_1\\ &= \tilde{R}_I^{(1)} + \left(\tilde{Z} - \tilde{Z}_I^{(1)}\right)\left(\tilde{R}_I^{(2)} - \tilde{R}_I^{(1)}\right)\Big/\left(\tilde{Z}_I^{(2)} - \tilde{Z}_I^{(1)}\right) \quad \tilde{Z}_I^{(1)} \le \tilde{Z} \le \tilde{Z}_I^{(2)} \Leftrightarrow I_2\end{aligned} \tag{94}$$

$$\begin{aligned}\tilde{R}_A(\tilde{Z}) &= \tilde{R}_A^{(1)} = \tilde{R}_I^{(2)} \quad \tilde{Z}_A^{(0)} \le \tilde{Z} \le \tilde{Z}_A^{(1)}; \tilde{Z}_A^{(0)} = \tilde{Z}_I^{(2)} = \tilde{z}_I \quad \Leftrightarrow \text{Stem} \\ &= \tilde{R}_A^{(1)} + \left(\tilde{Z} - \tilde{Z}_A^{(1)}\right)\left(\tilde{R}_A^{(2)} - \tilde{R}_A^{(1)}\right)\Big/\left(\tilde{Z}_A^{(2)} - \tilde{Z}_A^{(1)}\right) \quad \tilde{Z}_A^{(1)} \le \tilde{Z} \le \tilde{Z}_A^{(2)} \Leftrightarrow \text{Taper} \\ &= \tilde{R}_A^{(2)} \qquad\qquad\qquad\qquad \tilde{Z}_A^{(2)} \le \tilde{Z} \le \tilde{Z}_A^{(3)} \quad \Leftrightarrow \text{Fuel wire} \\ &= \tilde{R}_A^{(2)}\left(\tilde{Z}_A^{(4)} - \tilde{Z}\right)\Big/\left(\tilde{Z}_A^{(4)} - \tilde{Z}_A^{(3)}\right) \quad \tilde{Z}_A^{(3)} \le \tilde{Z} \le \tilde{Z}_A^{(4)} \quad \Leftrightarrow \text{End Cap}\end{aligned} \tag{95}$$

逆函数 在（63）中为

$$\begin{aligned}\tilde{Z}_A(\tilde{r}) &= \tilde{Z}_A^{(4)} - \tilde{r}\left(\tilde{Z}_A^{(4)} - \tilde{Z}_A^{(3)}\right)\Big/\tilde{R}_A^{(2)} && 0 < \tilde{r} \le \tilde{R}_A^{(2)} \\ &= \tilde{Z}_A^{(1)} + \left(\tilde{r} - \tilde{R}_A^{(1)}\right)\left(\tilde{Z}_A^{(2)} - \tilde{Z}_A^{(1)}\right)\Big/\left(\tilde{R}_A^{(2)} - \tilde{R}_A^{(1)}\right) && \tilde{R}_A^{(2)} < \tilde{r} \le \tilde{R}_A^{(1)} \\ &= 0 && \tilde{R}_A^{(1)} < \tilde{r} < \tilde{r}_C\end{aligned} \tag{96}$$

这种指定阳极和绝缘体剖面的方法可以推广到任意数量的分段，以优化性能。

根据（36）

$$\tau_1 = 2\left(\tilde{Z}_A^{(1)} - \tilde{z}_I\right) \tag{97}$$

电流到达燃料丝起始端的时刻为

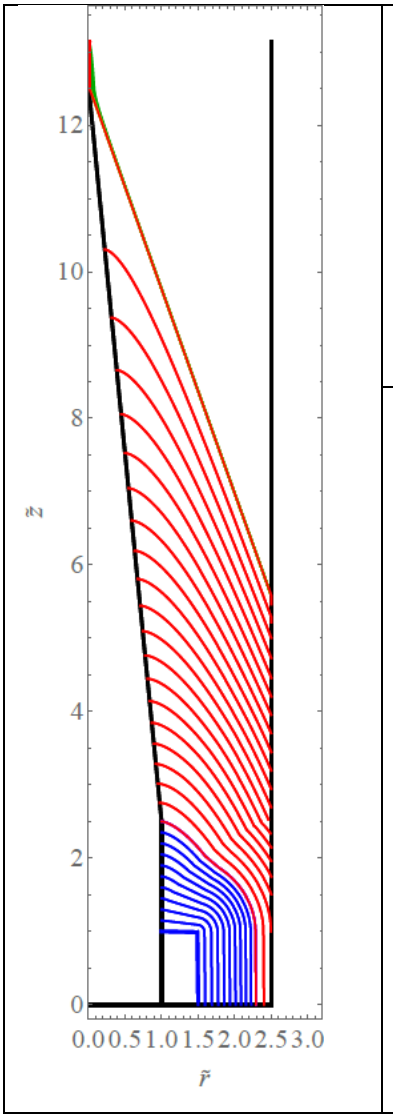
$$\tau_2 = \tau_1 + \sqrt{1 + \left(\left(\tilde{R}_A^{(2)} - \tilde{R}_A^{(1)}\right)\Big/\left(\tilde{Z}_A^{(2)} - \tilde{Z}_A^{(1)}\right)\right)^2}\left(\tilde{Z}_A^{(2)} - \tilde{Z}_A^{(1)}\right)\left(\tilde{R}_A^{(1)} + \tilde{R}_A^{(2)}\right) \tag{98}$$

记锥段的归一化高度 、杆部的归一化高度, 并注意到杆部半径 根据定义有 ， 可将式(98) 近似为

$$\tau_2 \approx 2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T \tag{99}$$

根据（35），电流沿燃料表面流动，其关系式为

$$\tau(\tilde{Z}) = \tau_2 + 2\tilde{R}_A^{(2)}\left(\tilde{Z} - \tilde{Z}_A^{(2)}\right) \tag{100}$$



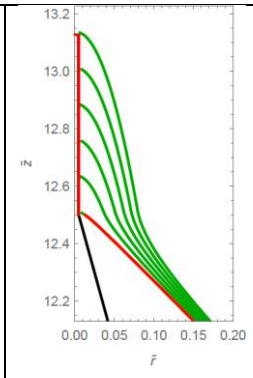


图 4：式 (95) 描述的器件轮廓以粗黑线表示，燃料丝以红线表示。参数如下

$\tilde{R}_I^{(0)} = 1.5$，$\tilde{R}_I^{(1)} = 1.49$，$\tilde{R}_I^{(2)} = 1$，$\tilde{Z}_I^{(1)} = 0.99$，$\tilde{Z}_I^{(2)} \equiv \tilde{z}_I = 1$；

$\tilde{Z}_A^{(0)} = 1.5$，$\tilde{R}_A^{(1)} = 1$；$\tilde{Z}_A^{(1)} = 2.5$，$\tilde{R}_A^{(2)} = 0.005$，$\tilde{Z}_A^{(2)} = 2.5$，

$\tilde{Z}_A^{(3)} = 13.125$，$\tilde{Z}_A^{(4)} \equiv \tilde{z}_A = 13.128$，$\tilde{r}_C = 0.5$。这给出，$\tau_1 = 3$，$\tau_2 = 13.0996$，$\tau_3 = 13.1059$。GV 曲面显示为 τ 的函数，区间为 $\Delta\tau = 0.1$ 直到 τ_1（蓝色所示）从 τ_1 到 τ_2（红色所示）从 τ_2 到 τ_3（绿色所示）。这部分在右侧的图中放大显示。

等离子体到达燃料丝起始端的时刻 $\tau = \tau_2 = 13.0996$ 时 $\tilde{Z} = 2.5$ 以及燃料丝末端的时刻 $\tau = \tau_3 = 13.1059$ 时 $\tilde{Z} = 13.125$。

由（63）计算得到的无量纲动态电感 $\mathcal{L}(\tau)$ 如图 5 所示

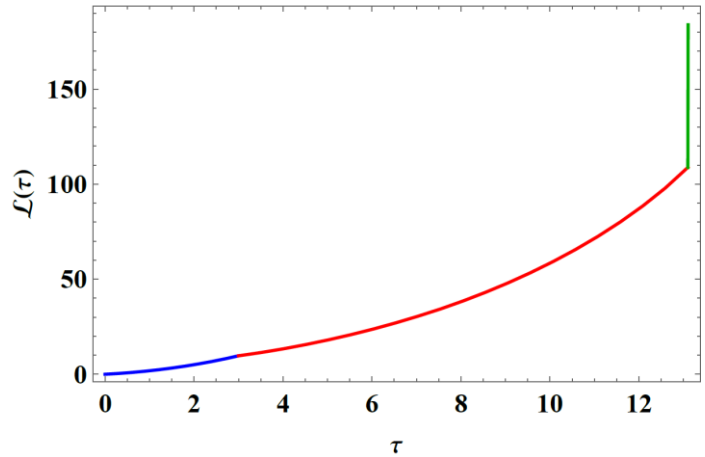


图5：图2所示轮廓对应的无量纲动态电感的变化 $\mathcal{L}(\tau)$，颜色与图2中的颜色相对应。还计算了以下参数，，。

$\mathcal{L}(\tau_2) = 35.6293$

$\mathcal{L}(\tau_2) - \mathcal{L}(\tau_1) = 26.1737$

$\mathcal{L}(\tau_2) = 108.79$

根据（93）估算每次发射的冲量，需要利用（66）计算喷射时的电流，而这又需要起飞阶段参数 和，传播参数 和 以及能量存储参数。 α $\mathcal{L}(\tau)$ κ ε V_0 C_0 L_0 R_0

这些参数通过迭代确定：首先假定式 (94) 和 (95) 中绝缘体和阳极剖面的参数，计算电感变化，然后计算上述其他参数。后续迭代可用于更接近预期结果。

确定这些数值的决策过程，首先是为参数 λ 在（48）中假定一个数值。该参数与空载电容器组中电流／电压波形连续峰值之间的比值（电压反转系数）有关。此系数与所涉及电介质的寿命以及电路中的能量电阻耗散密切相关。假设电压反转率为 80%，,, 。 接下来必须选择 λ，即可用于起飞阶段的储存电荷比例，（例如 0.1 ）。由关系式（49）可得，它是超越方程的根。使用 λ 和 γ，（48）给出 λ 而（62）给出 γ。

$\lambda \sim -0.8\pi \approx 0.0710288 \ln(1-\alpha)$

$\lambda = 0.0708503$。 $\gamma = 0.141701$。

$\bar{t}_L = 0.426395$

$\lambda \sim -(\bar{t}_L)\ln(1-\alpha)$ $\bar{t}_L = 0.426395$。

$\Phi_0^2(0) = 0.18181$

接下来，要求在电流前沿到达导线起点时，等效电容上的电荷为零，时间为 τ_2。由式（67）可知，此条件意味着

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{\tau_2} = \frac{\alpha}{2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T} \tag{101}$$

给出 $\varepsilon = 0.0487643$。 图2所示剖面。

由 (68) 和 (101) 得到所需κ 时的值，使用序列 (59) 的零阶近似。

$$\kappa = \frac{\Phi_0^2(0) + \alpha^2 - \eta_M(\tau_2)}{\left(\eta_M(\tau_2)L(\tau_2) - 2\alpha^2\tau_2^{-1}M_0(\tau_2) + 2\alpha^2\tau_2^{-2}M_1(\tau_2)\right)} \tag{102}$$

使用，可得到 $\kappa = 0.00479677$。 图2中的剖面。

电路的静态电感由选定为 16 mm 的阳极半径‘a’决定

$$L_0 = \frac{\mu_0 a}{2\pi\kappa} \approx 667\ \text{nH} \tag{103}$$

由（45）得

$$\sqrt{2\mu_0\rho_0} = \frac{1}{v_{LB}}\frac{\mu_0 I_0 \tilde{I}(\bar{t}_L)}{2\pi R_I} \tag{104}$$

因此，电容器组上的电荷为

$$C_0 V_0 = \frac{Q_m}{\varepsilon} = \frac{\pi \mu_0^{-1} a^2 \sqrt{2\mu_0 \rho_0}}{\varepsilon} = \frac{I_0}{v_{LB}} \frac{a^2}{2R_I} \frac{\tilde{I}(\bar{t}_L)}{\varepsilon} \tag{105}$$

则电容为

$$C_0 = \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{a}{v_{LB}^2} \left(\tilde{R}_I^{(0)}\right)^{-2} \tilde{I}^2(\bar{t}_L) \frac{\kappa}{4\varepsilon^2} = \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{a}{v_{LB}^2} \left(\tilde{R}_I^{(0)}\right)^{-2} \tilde{I}^2(\bar{t}_L) \frac{\kappa \left(2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T\right)^2}{4\alpha^2} \tag{106}$$

这一关系也可用于迭代设计锥形轮廓，使其与现有电容器组实现最佳匹配。

Then

$$I_0 = V_0 \sqrt{\frac{C_0}{L_0}} = V_0 \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{\kappa}{2\varepsilon} \frac{\tilde{I}(\bar{t}_L)}{v_{LB} \tilde{R}_I^{(0)}} = V_0 \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{\kappa \tau_2}{2\alpha} \frac{\tilde{I}(\bar{t}_L)}{v_{LB} \tilde{R}_I^{(0)}} = V_0 \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{\kappa \left(2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T\right)}{2\alpha} \frac{\tilde{I}(\bar{t}_L)}{v_{LB} \tilde{R}_I^{(0)}} \tag{107}$$

由（104）和（107），

$$\rho_0 \left(\mathrm{kg/m^3}\right) = (2\mu_0)^{-1} \frac{V_0^2}{4a^2} \frac{\kappa^2 \left(2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T\right)^2}{\alpha^2} \frac{\tilde{I}^4(\bar{t}_L)}{\left(v_{LB} \tilde{R}_I^{(0)}\right)^4} \tag{108}$$

对于假定的参数，可得到以下数值：

$C_0 \cong 43\ \mu F$, $I_0 \cong 160\ kA$, $E_0 = {}^1/_2 C_0 V_0^2 \cong 8.6\ kJ$, $T_{1/4} \cong 8.45\ \mu s$ (109)

填充气体作为密度 $\rho_0 \cong 0.00342\ (kg/m^3)$ 对应的氢气压力为 毫巴 ~43 r.

第 IV 节讨论了该压力下的初始等离子体形成问题。

电流波形如图 6 所示

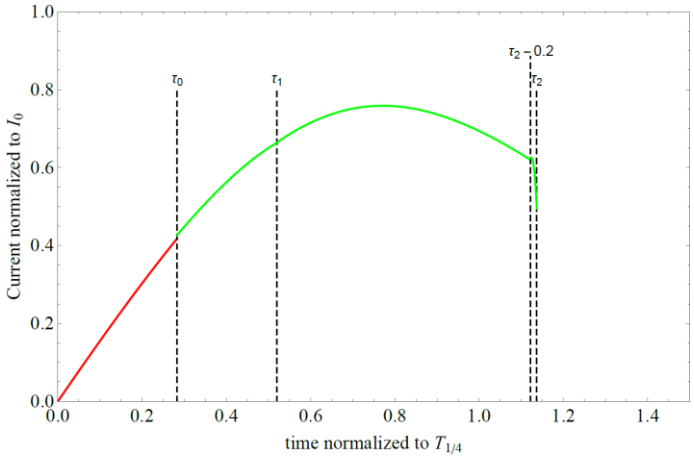


图 6：根据 (65) 和 (66) 得出的电流波形，其中 α、 ε 和 κ 的取值由 (101) 和 (102) 给出。文本中提到了 γ 的取值。红色部分为脱离区域。绿色曲线表示传播区域中的电流。GV表面在 处到达导线，该值由 (99) 给出。在 与 之间，电流骤降。归一化电流 在 处为 0.50，在处为 0.49。

$\tau_2 - 0.2$ τ_2 $\tilde{\tau}_2$ τ_2

τ_3

然而，这种等离子体流开关旨在实现的主要特征是该比值。图7 以两种方式展示了这一点：是比值本身，二是导线表面产生的磁场。

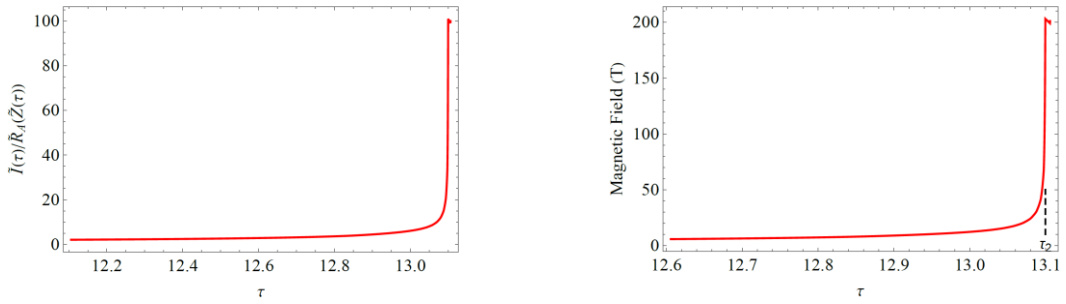


图 7：阳极处的比值其峰值为 ，达到 ~100。根据式（91），功率放大为 ~9000。阳极表面的磁场从 20 T 升至 ~200T，历时 ~ 40ns。当 GV 表面到达导线处时，磁场已达到 ~200 T。

根据式（91），最大功率密度放大为 ~9000。导线中的电流为~ 80 kA，在 GV 表面沿导线移动期间保持如此。电流密度为。

承载电流密度 的金属丝在时间 若满足以下条件，便会发生爆炸。

$$\int_0^{t_{exp}} J^2(t)dt = \bar{h} \tag{110}$$

其中 是称为比作用积分的材料属性 [73] (对于Fe）。燃料丝的作用积分为：

$$\text{ActionIntegral} = A^{-2}\int_{t_2}^{t_3} I^2(t)dt = A^{-2}\int_{t_2}^{t_3} I^2(t)\frac{Q_m d\tau}{I(t)} = A^{-2}Q_m I_0\int_{\tau_2}^{\tau_3}\tilde{I}(\tau)d\tau \tag{111}$$

$$= 4.53\times10^{12}\cdot A^{-2}\cdot s/cm^4 \cong 3235\bar{h}$$

因此，导线会在以下时间间隔内爆炸： GV表面到达导线底部后，形成等离子体Z箍缩 [75]。其阿尔芬速度为，冲量为。 沿内半径方向的阿尔芬传播时间 ~ 00.025 mm 为 ~17 ns，而鞘层沿 长度方向的传播时间

导线为 ~8.4 ns。根据（110），爆炸的时间尺度为。

指数t ~ 8.4纳秒 / 3000 ~ 3 皮秒

不过，这项分析的主要结论是阿尔芬速度 (92)、冲量 (93) 以及储存能量和储存电荷的缩放规律：

$$v_{jet} \sim \left[\frac{\tilde{I}(\tau_2)\tilde{I}(\bar{t}_L)}{\tilde{R}_I^{(0)}\tilde{R}_A^{(2)}} \frac{\kappa\left(2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T\right)}{2\alpha} \right] \left\{ \frac{V_0}{v_{LB}} \frac{1}{a\sqrt{2\mu_0\rho_{wire}}} \right\} \tag{112}$$

$$\mathcal{J} \sim \left[\frac{\tilde{I}(\tau_2)\tilde{I}(\bar{t}_L)\tilde{R}_A^{(2)}\left(\tilde{Z}_A^{(4)} - \tilde{Z}_A^{(3)}\right)}{\tilde{R}_I^{(0)}} \frac{\kappa\left(2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T\right)}{2\alpha} \right] \left\{ \frac{V_0}{v_{LB}} \frac{\pi a^2\sqrt{\rho_{wire}}}{\sqrt{2\mu_0}} \right\} \tag{113}$$

$$E_0 = \frac{1}{2}C_0V_0^{\,2} = \left[\left(\tilde{R}_I^{(0)}\right)^{-2} \tilde{I}^2(\bar{t}_L)\kappa \frac{\left(2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T\right)^2}{4\alpha^2} \right] \left\{ \frac{1}{2}V_0^{\,2} \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{a}{v_{LB}^{\,2}} \right\} \tag{114}$$

$$Q_0 = C_0V_0 = \left[\left(\tilde{R}_I^{(0)}\right)^{-2} \tilde{I}^2(\bar{t}_L)\kappa \frac{\left(2\tilde{h}_S + \tilde{h}_T\right)^2}{4\alpha^2} \right] \left\{ V_0 \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{a}{v_{LB}^{\,2}} \right\} \tag{115}$$

方括号中的量取决于式 (94) 和 (95) 给出的缩放几何，而大括号中的量则取决于基于实际考虑所作的选择。可以看出，冲量与电容器中储存的电荷成正比，而非与能量成正比。

由于在给定工作应力（与使用寿命相关）下，介电储能的能量密度是材料属性，因此关系式 (114) 可用于估算实现所需冲量所需的储能装置质量。这个在实际运行中至关重要的量 取决于储存电荷而非储存能量，这会影响工作电压的选择，并对脉冲功率技术的相关选择产生深远的后续影响。因此，这些关系为在参数空间中将推重比作为优化准则进行分析提供了一套工具。

运动等离子体传输能量时，也可能因鞘层前方的中性气体达到足够高的电场而发生电击穿。然而，快速向前推进、先于等离子体鞘层的电离前沿，只会通过缩短将电流传输至燃料丝所需的时间来加速开关动作。这种情况与传统等离子体聚焦的区别在于，

对于后者，运动鞘层到达轴时必须转变为聚变靶，而所提出的概念在轴上已经设有一个聚变靶：一根内装高密度聚变燃料的薄金属管，正等待运动鞘层传来的电流。

因此，本练习说明了 GPF 形式体系的实用性：它能够为一种新近提出的等离子体推进概念获得相关的粗略数值和标度关系。该概念基于金属丝（或金属管）的快速爆炸，形成轴向指向、径向受限的射流。上述练习主要旨在促进一项实验室实验，以验证标度理论；就其本身而言，并不建议将其作为一种行星际空间推进概念。

V. 空间推进实验室研究的某些方面

由广义等离子体焦点问题得出的标度理论，只要其构成要素存在，就可以加以应用。其应用之一，是设计空间推进实验室实验；根据这些实验的结论，可以可信地外推到更大规模实验研究的设计。第四节已经演示了设计此类实验室实验的步骤，并获得了可根据具体要求进行调整的粗略数值。本节将讨论开展此类实验室研究的依据、动机和可行性。

此类实验室研究的目的有五个方面：

a. 有必要验证 GPF 关于等离子体在具有锥形阳极轮廓的改进型等离子体聚焦中传播的预测，从而增强人们对更大型、成本更高设施工程设计的信心。例如，可以测量等离子体两端的电压以及流经等离子体的电流，并据此计算电感变化。对于不同的轮廓及轮廓参数，均可采用这种方法，将预测结果与实验结果进行比较，并提供基准验证参考。

b. 获取喷流动量和速度的实测数据，并验证

其绝对量值及标度关系，是鉴于爆炸导体科学领域的进展而有必要开展的工作[73]。在丝阵Z箍缩背景下，极高电流密度下的能量沉积过程是一个活跃的研究课题。

c. 所提出的概念也可以被视为丝阵Z箍缩的一种替代方案

用于制造具有更对称初始构型的动态黑腔靶。在这种情况下，管内填充高原子序数泡沫材料，其中嵌入一个 ICF

胶囊。随后，实验确定的壁材料中的能量沉积率将与确定驱动器条件直接相关。

d. 设计方法，在向超高真空源开放的等离子体流开关通道中形成气体环境——也就是太空环境——将是一项关键的工程任务。或许可以使用多孔金属壳作为阳极，让气体透过表面扩散。气体分布不均可能会影响等离子体流以及 GV 表面的形状，进而需要修正电感。这将是对现有理论的扩展。

e. 在玻璃管或陶瓷管上采用表面放电的传统方法显然并不适用，因为它依赖许多原子物理过程[3] ，而且对于如此关键的应用而言过于脆弱。一种可能的方案是采用内外反转垫圈枪构型[3]。该构型由交替排列的金属圆盘和绝缘环形圆盘（垫圈）堆叠而成，并由环绕阳极的绝缘套筒支撑，同时与阴极实现高压隔离。气体可从绝缘套筒与垫圈堆叠体之间的狭小间隙注入，随后经垫圈之间的间隙流入太空（或实验室装置中的真空泵）。这样应能为金属垫圈之间间隙的依次击穿提供足够的气体密度。

一种有趣的可能性是，可以提供独立的动机：在高压下将氘气充入皮下注射针管，并寻找中子发射。沿外表面传播的电流前沿应会导致皮下注射针管发生锥形塌缩。这可能形成速度远高于上述估算的阿尔芬速度的聚能射流[75,76] 。这既是因为套管内表面在汇聚过程中的速度增加，也是因为聚能装药效应[75,76]。高氘密度、高约束磁场以及可能加入的极向偏置磁场相结合，可能使其成为磁化套筒惯性约束聚变（MAGLIF）概念的小型变体[18,19], ，其中聚能射流发挥激光点火器的作用。这可用于验证 MAGLIF 模型。它甚至可以作为潜在无中子聚变星际推进器的实验室模型进行研究[77,78] ，用于火星任务。若不使用氘，中空套管仍会由于聚能装药效应而比实心导线提供更高的喷射速度。

第四节中的大致数据表明，规模与 UNU-ICTP 等离子体聚焦 [3] 相近的实验室设施应足以实现上述目标，并初步表明聚变推进装置的可行性。

VI. 总结与结论：

本文介绍并构建了一个广义等离子体焦点问题：有限的轴对称等离子体在方位磁场驱动下，以超音速穿过中性气体介质，行进距离远大于其典型梯度尺度长度，同时通过适当的边界与脉冲电源保持连接。由此得到一种物理基础扎实的标度理论，可借助与第一性原理相联系的逻辑框架，为任何新构想、尚未经实验验证的构型估算数量级。这种标度理论对于开发基于等离子体聚焦装置改型的等离子体空间推进概念至关重要。

结果表明，该标度理论的预测与实验知识库中的数据吻合良好。

本文通过一种空间推进概念阐释了该标度理论，该概念采用带有锥形阳极的改进型等离子体聚焦装置。一根沿阳极轴线伸出的金属丝（或皮下注射针管）充当阳极的可消耗部分，由等离子体鞘层后方传输的电流使其迅速汽化。研究表明，在实验室规模的装置中，采用根据标度理论推导出的优化参数配置后，磁场为 ~ 200 T 的行波可在 ~8 ns 内沿该导线表面传播。若将导线换成充满氘的皮下注射针管，它可能成为一种高强度实验室中子源，避免传统等离子体聚焦装置中中子标度关系失效的问题。它还可作为小型替代装置，用于研究 Z箍缩动态黑腔或 MAGLIF 概念；也可作为实验室模型，用于研究以无中子聚变为基础、服务于火星任务的星际推进器，或用于近地空间任务的非核电推进发动机。

致谢：本工作源于我与兄弟阿尔温德·奥卢克-威尔逊的一次交谈。

参考文献：

[1.] Mather, J.W. 致密等离子体焦点。《实验物理方法》1971,9B, 187-249

[2.] Bernard, A.; Bruzzone, H.; Choi, P.; Chuaqui, H.; Gribkov, V.; Herrera, J.; Hirano, K.; Lee, S.; Luo, C.; Mezzetti, F.; Sadowski, M.; Schmidt, H.; Ware, K.; Wong, C.S.; Zoita, V. 致密等离子体焦点的科学现状。《莫斯科物理学会杂志》1998, 8, 93-170。网址：http://www.icdmp.pl/home/scientificstatus[3.] Auluck, S.; Kubes, P.; Paduch, M.; Sadowski, M.J.; Krauz, V.I.; Lee, S.; Soto, L.; Scholz, M.; Miklaszewski, R.; Schmidt, H.; 等。“等离子体聚焦科学现状更新”。《Plasma》 2021, 4,450–669。https://doi.org/10.3390/ plasma4030033[4.] O. Zucker, W. Bostick, J. Long, J. Luce 和 H. Sahlin，“等离子体聚焦作为高注量中子源”，Nucl. I nst. Meth. 145 (1977) 185-190。[5.] N. V. Filippov 和 T.I. Filippova，“等离子体聚焦中的亚太瓦离子束”，JETP Letters, 29, (1979) 750-755。[6.] Mahadevan Krishnan，“致密等离子体焦点：适用于多种应用的多功能致密箍缩”，IEEE TPS, 40, (2012) p. 3189。[7.] V. A. Gribkov , I. V. Borovitskaya, E. V. Demina, E. E. Kazilin, S. V. Latyshev, S. A. Maslyaev, V. N. Pimenov, T. Laas, M. Paduch, 和 S. V. Rogozhkin，“致密等离子体焦点装置和激光在辐射材料科学中的应用：实现点火后惯性约束聚变的目标”，Matter Radiat. Extremes 5, 045403 (2020); https://doi.org/10.1063/5.0005852[8.] Onkar Mangla, Savita Roy , 和 Kostya (Ken) Ostrikov，“基于致密等离子体焦点的III–V族半导体纳米制造：独特特征与最新进展”，Nanomaterials 2016, 6, 4; doi:10.3390/nano6010004[9.] R. S. Rawat，“高能量密度箍缩等离子体：等离子体纳米技术的一种独特非常规工具”，IEEE TPS, 41, (2013), p. 701[10.] Isolan, Lorenzo ; Laghi, Davide ; Zironi, Isabella ; Cremonesi, Marta ; Garibaldi, Cristina ; Buontempo, Francesca ; Sumini, Marco，“用于医疗应用的紧凑型超高剂量率等离子体聚焦辐射源”，Radiation Physics and Chemistry, 200,.(2022) 110296。[11.] M. V. Roshan, H. Sadeghi, S. Fazelpoor, 和 S. Lee，“低能等离子体聚焦可用于生产医用级放射性物质”，IEEE TPS, 46 (2018) pp 3188 – 3193,[12.] L. Soto, J. Pedreros, R. Silva, P. Maldonado, G. Avaria, C. Pavez, J. Moreno, 和 M. Diaz，《基于超微型等离子体聚焦的脉冲等离子体推力器》，第19届国际等离子体物理大会 (ICPP)，2018年6月4-8日），加拿大温哥华 [13.] Leopoldo Soto, Cristian Pavez, José Moreno, Jalaj Jain, Karla Aubel, Marcos Díaz, José Pedreros, Rodrigo Silva, Ariel Tello，“面向纳米卫星的超微型脉冲等离子体推力器”，23rd IEEE脉冲功率会议 (PPC) 和第29届IEEE聚变工程研讨会E)，2021 年 12 月 12-16 日，美国丹佛 [14.] B. Temple, O. Barnouin & G. H. Miley (1991) “用于空间推进的等离子体聚焦装置”，Fusion Technology, 19:3P2A, 846-851, DOI: 10.13182/FST91- A29450[15.] Leakeas, C. L. ; Choi, C. K. ; Mead, F. B., (1991) “用于空间推进的致密等离子体焦点聚变推力器”，Fusion Technology, vol. 20, , 735 740 pp. - . Robert [16] Thomas, Yang Yang, G.H. Miley, F.B. Mead，“用于空间推进的致密等离子体焦点 (DPF) 研究进展”，AIP Conference Proceedings 746, 536 (2005); https://doi.org/10.1063/1.1867170[17.] Tara Polsgrove, Sharon Fincher, Robert B. Adams, Jason Cassibry, Ross Cortez, Matthew Turner, C. Daphne Maples, Janie N. Miernik, Geoffrey N. Statham, Leo

Fabisinski、JohnSantarius 和 Tom Percy，2011年，《Z箍缩和致密等离子体焦点动力车辆的设计》，第49届AIAA航空航天科学会议（包括新视野论坛和航空航天展览会），2011年1月4日至7日，奥兰多，佛罗里达州，美国航空航天学会 2011-962 https://doi.org/10.2514/6.2011-962[18。] 丁宁、张洋、肖德龙、吴继明、戴子欢、尹力、高志明、孙顺凯、薛闯、宁成、舒晓健、王建国，《IAPCM的丝阵Z箍缩和动态黑腔理论与数值研究》，极端条件下的物质与辐射 1（2016年）135-152。[19。] S. A. Slutz、J. E. Bailey、G. A. Chandler、G.R. Bennett、G. Cooper、J. S. Lash、S.Lazier、P.Lake、R. W.Lemke、T. A. Mehlhorn、T.J. Nash、D. S.Nielson、J.McGurn、T. C.Moore、C.L. Ruiz、D. G.Schroen、J. Torres、W.Varnum和R.A. Vesey，《动态黑腔驱动的惯性聚变靶丸》，《等离子体物理》10，（2003年）1875e1882。[20。] 赵海龙、王钢华、王强、张恒迪、肖波、阚明贤、杨龙，《MAGLIF概念初步探索及其在PTS装置上的可行性分析》，《强激光与粒子束》，2020年，32：000000。doi:10.11884/HPLPB202032.190352[21。] S. A. Slutz、M. C. Herrmann、R. A.Vesey、A. B. Sefkow、D. B. Sinars、D.C. Rovang、K.J.Peterson和M.E.Cuneo，《轴向磁场磁化的激光预热燃料的脉冲功率驱动圆柱衬套内爆》，《等离子体物理》17，056303（2010年）；[22。] DyachenkoV.P.；Imshennik,V.S.《Z箍缩中的等离子体聚焦和中子发射机制》。《实验与理论物理学杂志》1969年，56，1766-1777，（《苏联物理学—实验与理论物理学杂志》1969年，29，947）[23。] Potter, D.E.《等离子体焦点的数值研究》。《流体物理学》1971年，14，1911-1924。doi: 10.1063/1.1693700[24。] Maxon S.；Eddleman,J.《等离子体焦点的二维磁流体力学计算》。《流体物理学》1978年，21，1856-1865。doi: 10.1063/1.862103[25。] Behler, K.；Bruhns, H.《等离子体焦点放电的三流体磁流体力学模拟》。《流体物理学》1987年，30，3767-3776。doi:10.1063/1.866524[26。] Stepniewski,W.《等离子体焦点现象的磁流体力学数值建模》。《真空》2004年，76，51–55。[27。] GaraninS.F.；Mamyshev,V.I.《考虑中子产生加速机制的等离子体焦点二维磁流体力学模拟》。《等离子体物理报告》2008年，34，639–649。[28。] Kueny,C.S.；Flicker, D.G.；Rose, D.V.《致密等离子体焦点的ALEGRA-HEDP模拟》。《报告 SAND2009-6373》，2009年。doi: 10.2172/1000284[29。] Meehan,B.T.；Niederhaus,J.H.J.《致密等离子体焦点的全三维模拟与建模》。《国防建模与仿真杂志》：

《应用、方法论与技术》2014年，13，153-160。https://doi.org/10.1177/1548512914553144[30.] Liu, J.X.; Sears, J.; McMahon, M.; Tummel, K.; Cooper, C.; Higginson, D.; Shaw, B.; Povilus, A.; Link, A.; Schmidt, A. 使用中空阳极在致密等离子体聚焦Z箍缩中注入m = 0 不稳定性。2016年。https://arxiv.org/abs/1610.09092[31.] Li, H.; Li, S.; Jungman, G.; Hayes-Sterbenz, A.C. 致密等离子体聚焦建模。LA-UR-17-25546，2017年。[32.] Schmidt, A.; Tang, V.; Welch, D. 致密等离子体聚焦Z箍缩装置的全动理学模拟。《物理评论快报》2012年，109，205003。[33.] Schmidt, A.; Link, A.; Welch, D.; Ellsworth, J.; Falabella, S.; Tang, V. 致密等离子体聚焦动理学模拟与实验测量的比较。《物理评论E》2014年，89，061101(R)。doi: 10.1103/PhysRevE.89.061101[34.] Schmidt, A.; Link, A.; Welch, D.; Meehan, B.T.; Tang, V.; Halvorson, C.; May, M.; Hagen, E.C. 兆焦耳级致密等离子体聚焦的全动理学模拟。《等离子体物理》2014年，21，102703。[35.] Lee, S. 等离子体聚焦辐射模型：李氏模型代码综述。《聚变能杂志》2014年，33，319–335。[36.] Auluck, S.K.H. 在当代研究背景下重新评估并扩展Gratton-Vargas等离子体聚焦演化二维解析雪犁模型。《等离子体物理》2013年，20，112501。[37.] Auluck, S.K.H. 重新评估并扩展Gratton-Vargas等离子体聚焦二维解析雪犁模型——II：考察奇点。《等离子体物理》2015年，22，112509。doi: 10.1063/1.4936283[38.] Auluck, S.K.H. 重新评估并扩展Gratton-Vargas等离子体聚焦二维解析雪犁模型——III：高压运行的标度理论及其影响。《等离子体物理》2016年，23，122508。doi: http://dx.doi.org/10.1063/1.4972081[39.] Gratton F.; Vargas, J.M. 等离子体聚焦的二维机电模型。载于《能量储存、压缩与开关》。编者：Nardi, V.; Sahlin, H.; Bostick, W.H. 第2卷。Plenum出版社，纽约，美国，1983年，第353-386页。[40.] S K H Auluck, 《迈向致密等离子体聚焦理论的第一步：第一部分：适用于广义电极几何结构的运动学框架，其中内置传播延迟和非零厚度的致密鞘层》，https://arxiv.org/abs/2211.16775。

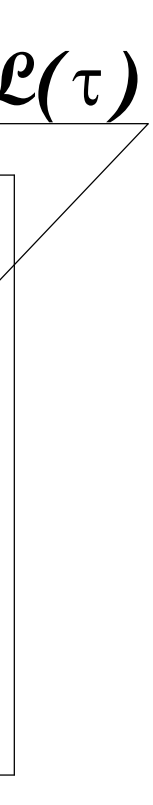
[41.] Vargas, J.M.; Gratton, F.; Gratton, J.; Bruzzone, H.; Kelly, H. 等离子体聚焦中电流鞘层理论的实验验证。《第六届国际等离子体物理与受控聚变研究会议论文集》，贝希特斯加登，1976年，IAEA-CN- 35/E18.5(a)，第483页。[42.] Courant, Richard; Hilbert, David（1962），《数学物理方法》，第二卷，纽约: Interscience，doi:10.1002/9783527617234，ISBN 0-471-50439-4，MR 0140802[43.] Bruzzone, H. and Vieytes, R.，《等离子体焦点装置中的初始阶段》，《等离子体物理与受控聚变》，35（1993），1745-1754[44.] S K H Auluck，《守恒定律和电离稳定性条件对致密等离子体焦点鞘层速度的限制》，《等离子体物理学》，21，090703（2014）；doi: 10.1063/1.4894680。[45.] Lee, Sing, and Adrian Serban.《等离子体焦点箍缩的尺寸与寿命》。《IEEE等离子体科学汇刊》24，1101（1996）。[46.] L. Soto，《等离子体焦点研究的新趋势与未来展望》，《等离子体物理与受控聚变》47，2005年，第A361-A381页。[47.] T. Zhang, R. S. Rawat, S. M. Hassan, J. J. Lin, S. Mahmood, T. L. Tan, S. V. Springham, V. A. Gribkov, P. Lee, and S. Lee，《驱动参数作为Mather型和Filippov型等离子体焦点的设计考量》，IEEE，《等离子体科学汇刊》34，2356（2006）。[48.] L. Soto, C. Pavez, A. Tarifeño, J. Moreno and F. Veloso，《等离子体焦点的可扩展性与标度定律研究：从1 MJ到0.1 J装置的相似性与差异》，《等离子体源科学与技术》19，055017（2010）。[49.] D. Klir and L. Soto，《中子优化致密等离子体焦点的驱动参数》，《IEEE等离子体科学汇刊》40，3273（2012）。[50.] P. Silva, J. Moreno, L. Soto, L. Birstein, R. Mayer, W. Kies，《400焦耳快速等离子体焦点的中子发射》，《应用物理快报》83，3269（2003）。[51.] Milanese, M., R. Moroso, and J. Pouzo.《125 J致密等离子体焦点Nanofocus中的D-D中子产额》，《欧洲物理期刊D：原子、分子、光学与等离子体物理》27，77（2003）。[52.] S. R. Mohanty, T. Sakamoto, Y. Kobayashi, I. Song, M. Watanabe, T. Kawamura, A. Okino, K. Horioka and E. Hotta，《由10 kA快速电流脉冲驱动的微型混合式等离子体焦点极紫外光源》，《科学仪器评论》77，043506（2006）[53.] R. K. Rout, P. Mishra, A. M. Rawool, L. V. Kulkarani and S. C. Gupta，《基于密封微型等离子体焦点装置的电池供电台式脉冲中子源》，《物理学杂志D：应用物理》41，205211（2008）[54.] R. Verma, R. S. Rawat, P. Lee, M. Krishnan, S. V. Sprinham and T. L. Tan，《用于Z箍缩和等离子体聚焦实验飞行时间测量的聚变中子探测器》，《等离子体物理与受控聚变》51，075008（2009）[55.] J. L. Ellsworth, S. Falabella, V. Tang, A. Schmidt, G. Guethlein, S. Hawkins and B. Rusnak，《采用中空阳极和圆柱对称气体喷射的千焦级致密等离子体焦点装置的设计与初步结果》，《科学仪器评论》85，013504（2014）。

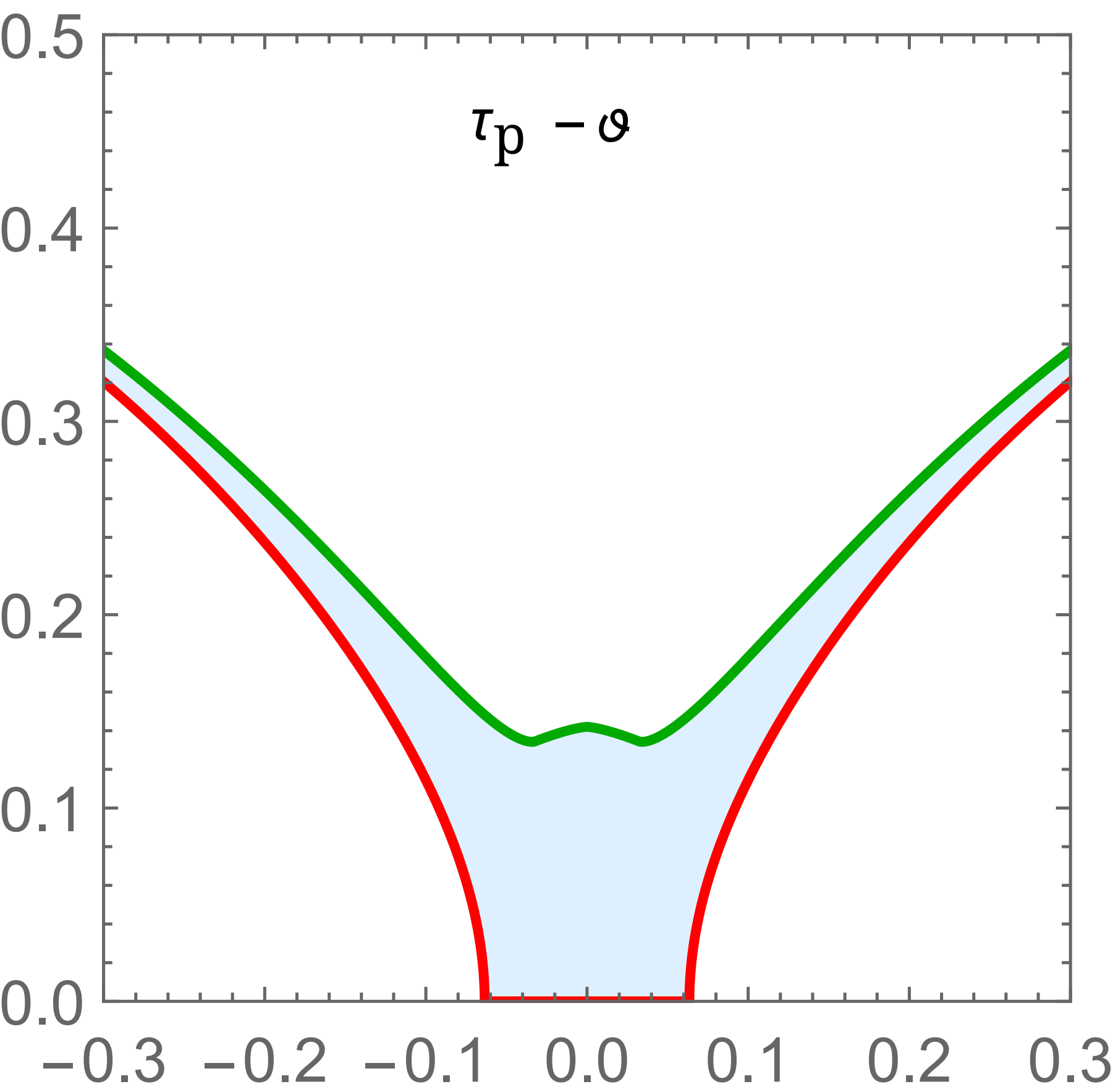
[56.] P. Silva, L. Soto, J. Moreno, G. Sylvester, M. Zambra, L. Altamirano, H. Bruzzone, A. Clausse, 和 C. Moreno，“由数十焦耳电容器组驱动的等离子体聚焦”，《科学仪器评论》73，2583（2002）[57.] L. Soto, P. Silva, J. Moreno, M. Zambra, W. Kies, R. E. Mayer, A. Clausse, L. Altamirano, C. Pavez, 和 L. Huerta，“在仅以数十焦耳运行的桌面箍缩等离子体聚焦装置中实现中子产生”，《物理学：应用物理学》D辑41，205215（2008）[58.] R. Shukla, S. K. Shar ma, P. Banerjee, R. Das, P. Deb, T. Prabahar, B. K. Das, B. Adhikary, 和 A. Shyam，“等离子体聚焦的低电压运行”，《科学仪器评论》81，083501（2010）。[59.] L Soto, C Pavez, J Moreno, J Pedreros 和 L Altamirano，“基于2焦耳等离子体聚焦的现场应用非放射性源：箍缩证据”，《物理学：会议系列》511，012032（2014）。[60.] Hossein Jafari, Morteza Habibi, Gholam Reza Eta’ati，“一种极低能量等离子体聚焦装置的设计与构建：以重复放电模式运行及箍缩证据”，《物理快报A》381，2813（2017）[61.] L. Soto, C. Pavez, J. Moreno, L. Altamirano, L. Huerta, M. Barbaglia, A. Clausse, 和 R. E. Mayer，“在以0.1焦耳运行的极小型等离子体聚焦装置中发现核聚变中子的证据”，《等离子体物理学》24，082703（2017）[62.] C.R. Haas, R. Noll, F. Rohl, G. Herziger，“等离子体聚焦的纹影诊断”，《核聚变》24，1216（1984）[63.] D.E. Potter，“高密度Z箍缩的形成”，《核聚变》18，6（1978），第813页。[64.] Pavel Kubes, Marian Paduch, Tadeusz Pisarczyk, Marek Scholz, Daniel Klir, Jozef Kravarik, Karel Rezac, Tomasz Chodukowski, Irena Ivanova-Stanik, Leslaw Karpinski, Eva Zielinska, Krzysztof Tomaszewski, 和 Marek Jan Sadowski，“中子产生期间箍缩柱的演变”，IEEE TPS，第38卷，2010年，第672页[65.] Hellmut Schmidt, Tadeusz Pisarczyk, 和 Tomasz Chodukowski，“等离子体聚焦 POSEIDON 中子产生阶段的密度分布”，IEEE TPS，40，（2012年）3265[66.] M. A Liberman 和 A.L. Velikovich，“磁场中电离冲击波的物理学”，《物理学报告》 84， 1 1982 1 84 第（ ）—。Keith [67] A. Brueckner 和 Siebe Jorna，“激光驱动聚变”，《现代物理评论》46，325，（1974）[68.] P. Kubes, M. Paduch, M. J. Sadowski, J. Cikhardt, B. Cikhardtova, D. Klir, J. Kravarik, V. Munzar, K. Rezac, E. Zielinska, E. Skladnik-Sadowska, A. Szymaszek, K. Tomaszewski, 和 D. Zaloga，“致密等离子体聚焦中参与聚变中子产生的快氘核表征”，《等离子体物理学》25，012712（2018）[69.] L. Soto, C. Pavez, J. Moreno, M. J. Inestrosa-Izurieta, F. Veloso, G. Gutiérrez, J. Vergara, A.Clausse, H. Bruzzone, F. Castillo, 和 L. F. Delgado-Aparicio，“箍缩后桌面等离子体聚焦中的轴向等离子体激波表征及其在聚变反应堆材料测试中的可能应用”，《等离子体物理学》21，122703（2014）。

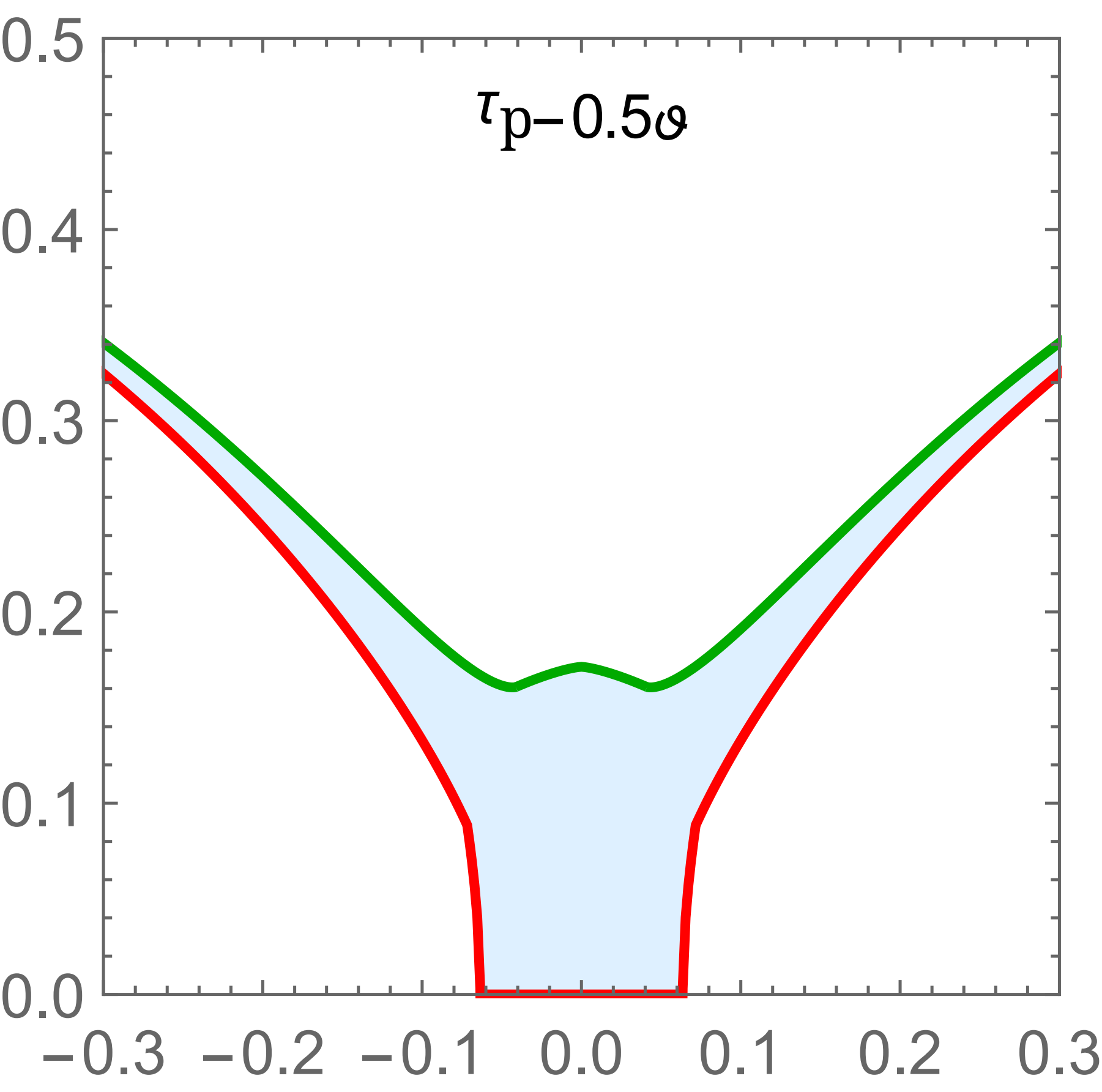
[70.] C. Pavez、J. Pedreros、A. Tarifeño Saldivia 和 L. Soto，《桌面式等离子体聚焦放电中等离子体射流的观测》，《等离子体物理学》22，040705（2015年）[71.] Kubes, P.; Paduch, M.; Cikhardtova, B.; Cikhardt, J.; Klir, D.; Kravarik, J.; Rezac, K.; Zielinska, E.; Zaloga, D.; Sadowski, M.J.; 等，《置于阳极轴上的铝导线对等离子体聚焦放电中氖等离子体柱转变的影响》。《等离子体物理》2016年，23，062702。[72.] P. J. Turchi、M. L. Alme、G. Bird、C. N. Boyer、S. K. Coffey、D. Conte、J. F. Davis III 和 S. W. Seiler，《等离子体流开关的发展综述》，IEEE TPS，15，（1987年），第747页。[73.

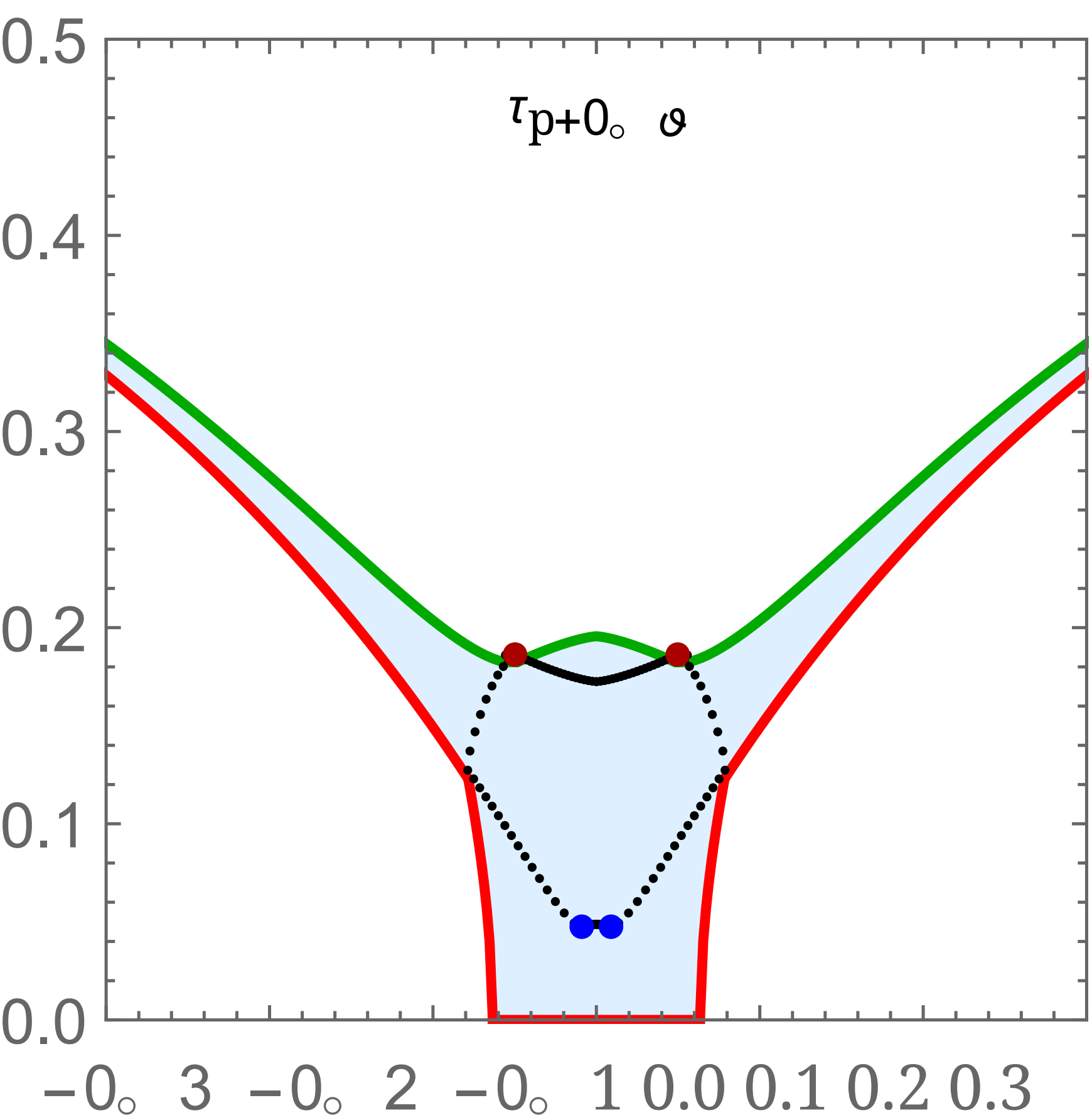
] 48, Vladimir 2020, 1214

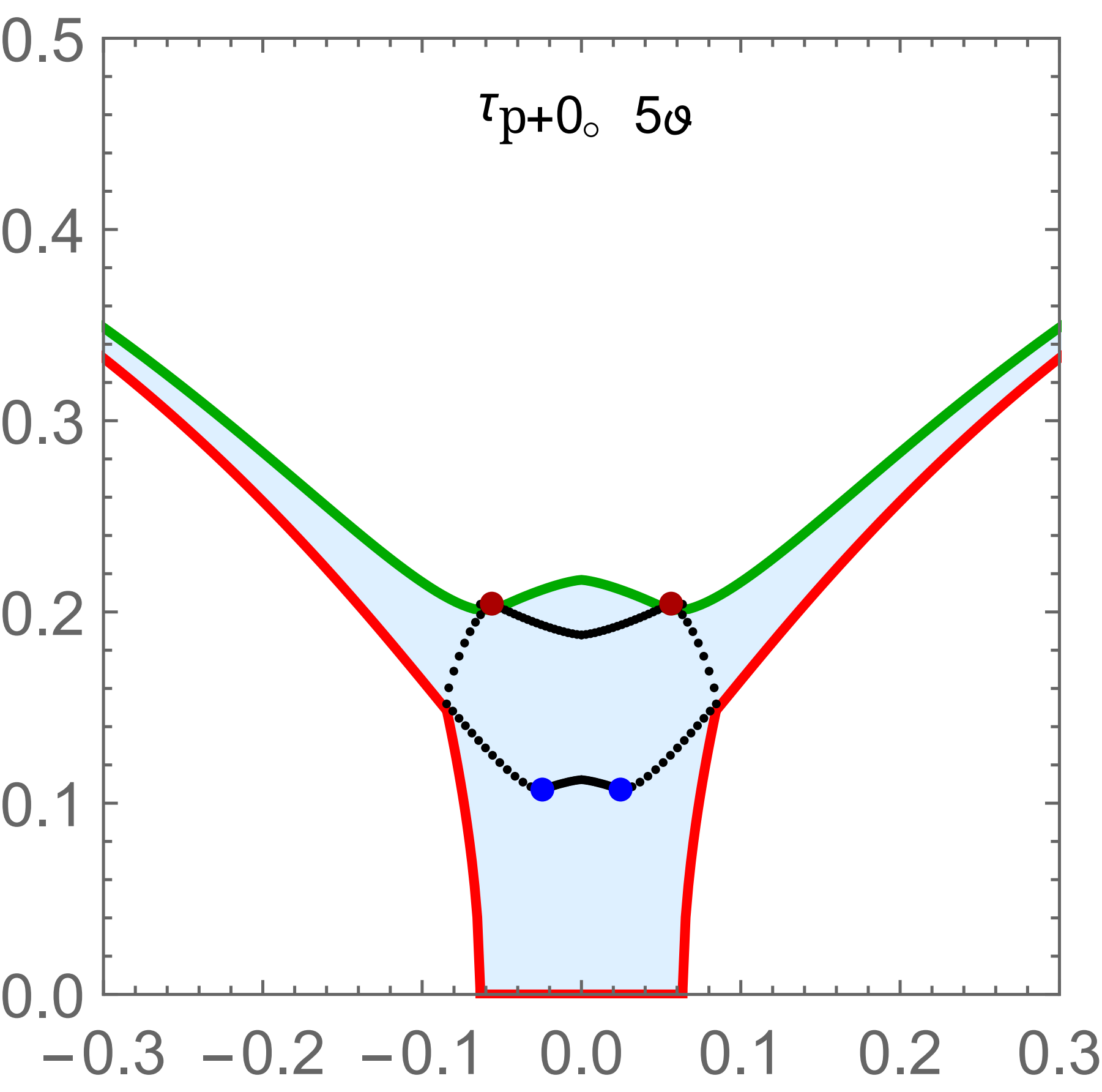
I. Oreshkin 和 Rina B. Baksht，《真空中的导线爆炸》，IEEE TPS，第[74.] 例如，参见 https://www.hamiltoncompany.com/laboratory-products/needles-knowledge/needle-gauge-chart[75.] I. V. Sokolev，《等离子体物理学中的流体动力学聚集过程》，Usp. Fiz. Nauk 160，（1990年）143–166[76.] W. S. Koski、F. A. Lucy、R. G. Shreffler 和 F. J. Willig，《坍缩圆柱体产生的高速射流》，《应用物理学杂志》23，1300（1952年）；doi：10.1063/1.1702063 https://doi.org/10.1063/1.3333505[77.] J. G. Linhart，《圆柱通道中聚变爆轰波的传播》，Il Nuovo Cimento 106 A，1993年，第1947页[78.] M. A. Liberman 和 A. L. Velikovich，《关于致密 DT 等离子体中自持聚变反应的点火》，《等离子体物理学杂志》（1984年），第31卷，第381–393页

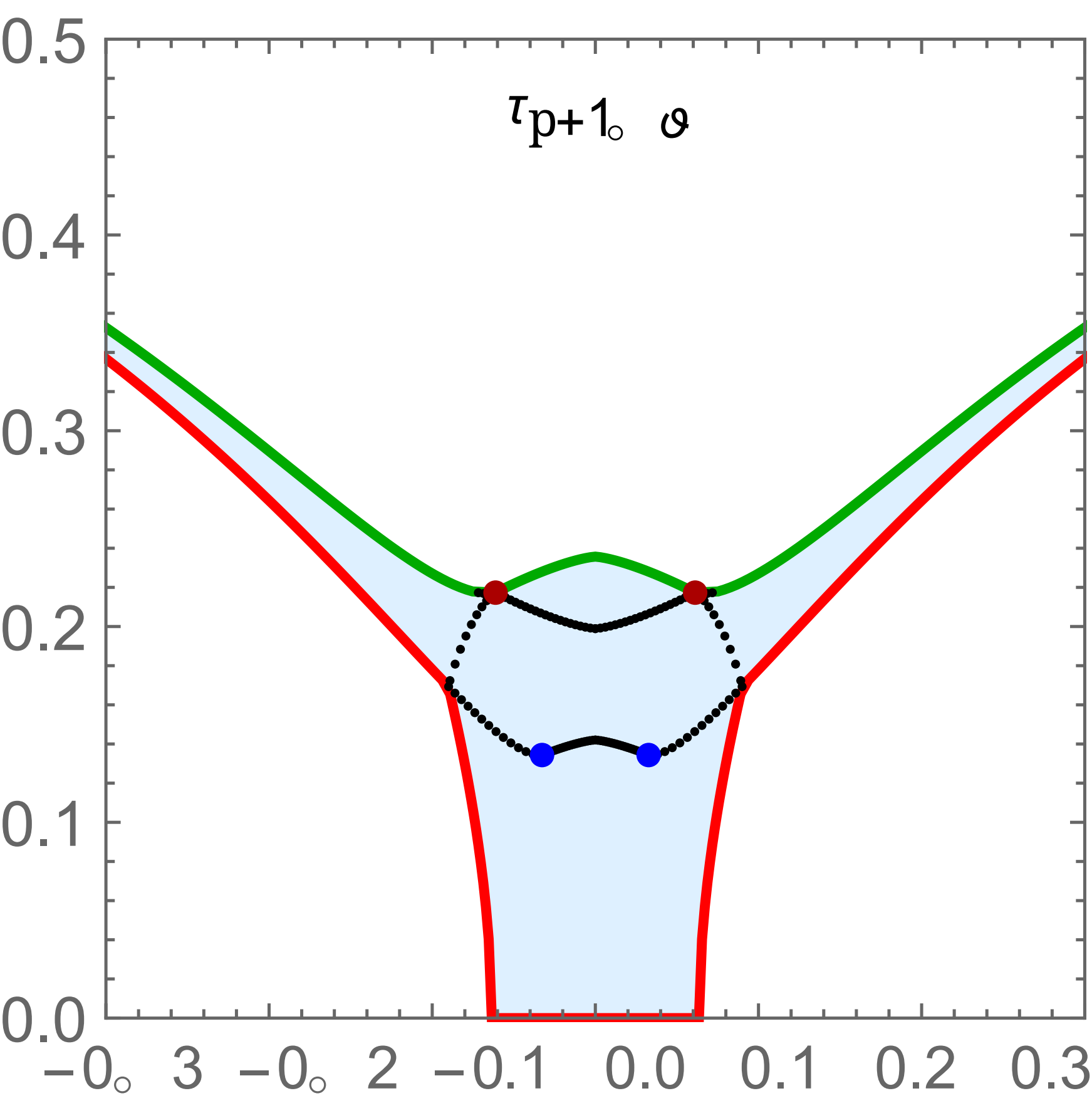

$\mathcal{L}(\tau)$

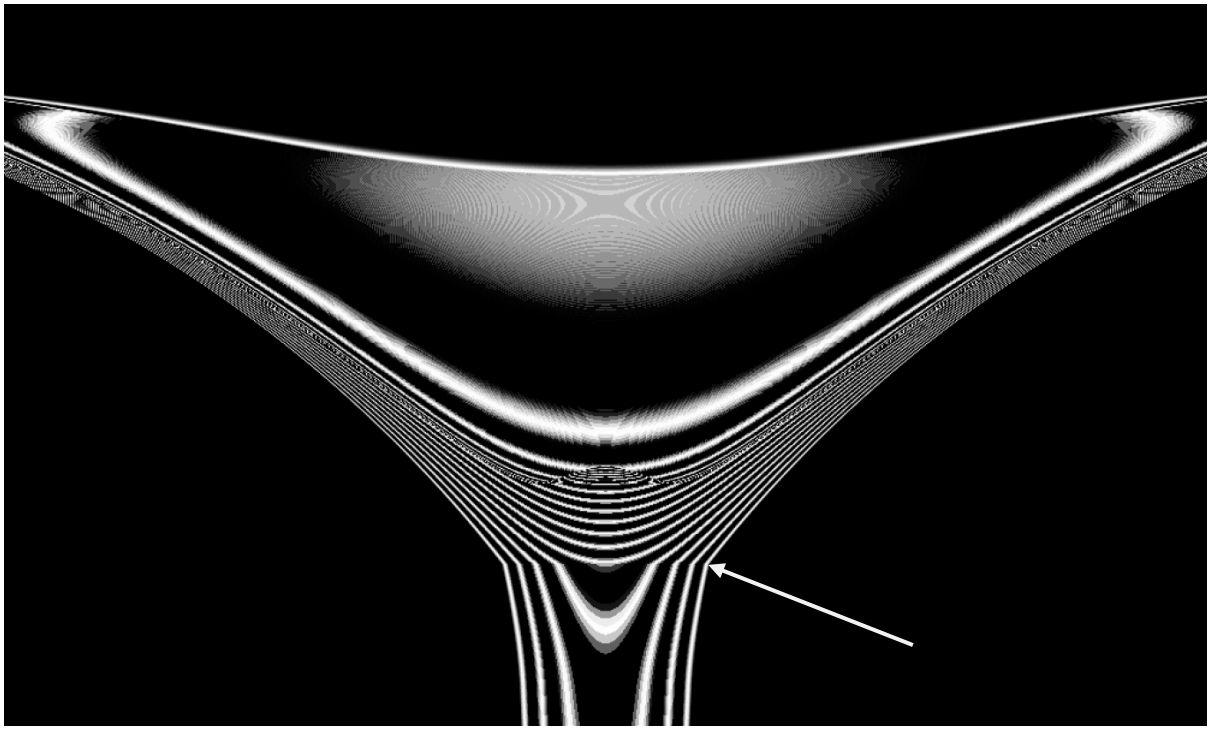

$\tau_p - \vartheta$
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.3
−0.2
−0.1
0.0
0.1
0.2
0.3

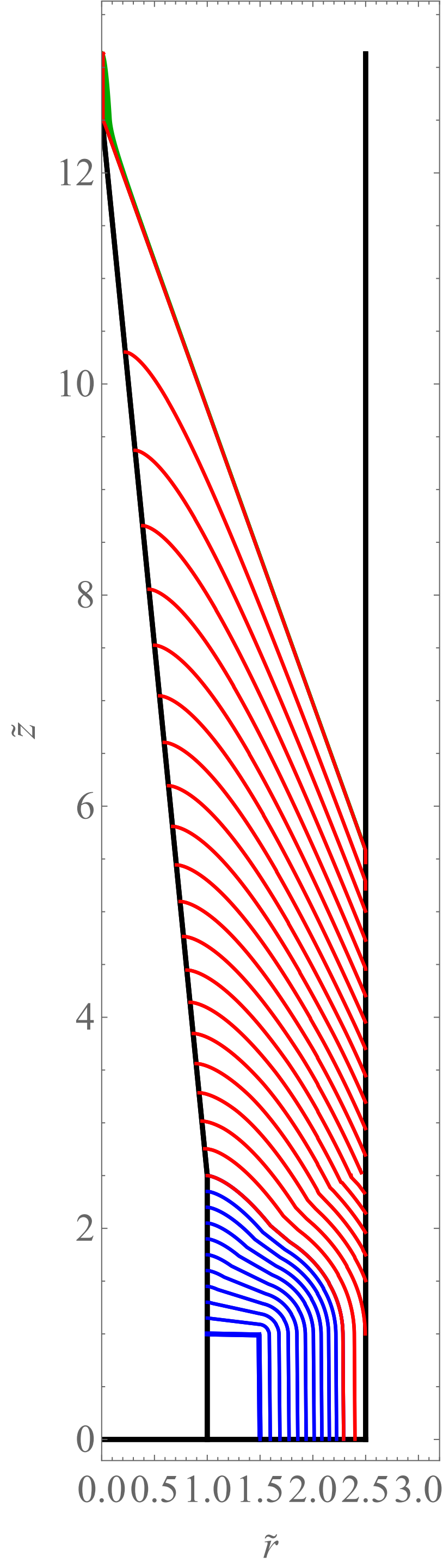

$\tau_{\mathrm{p}-0.5\vartheta}$
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.3
−0.2
−0.1
0.0
0.1
0.2
0.3

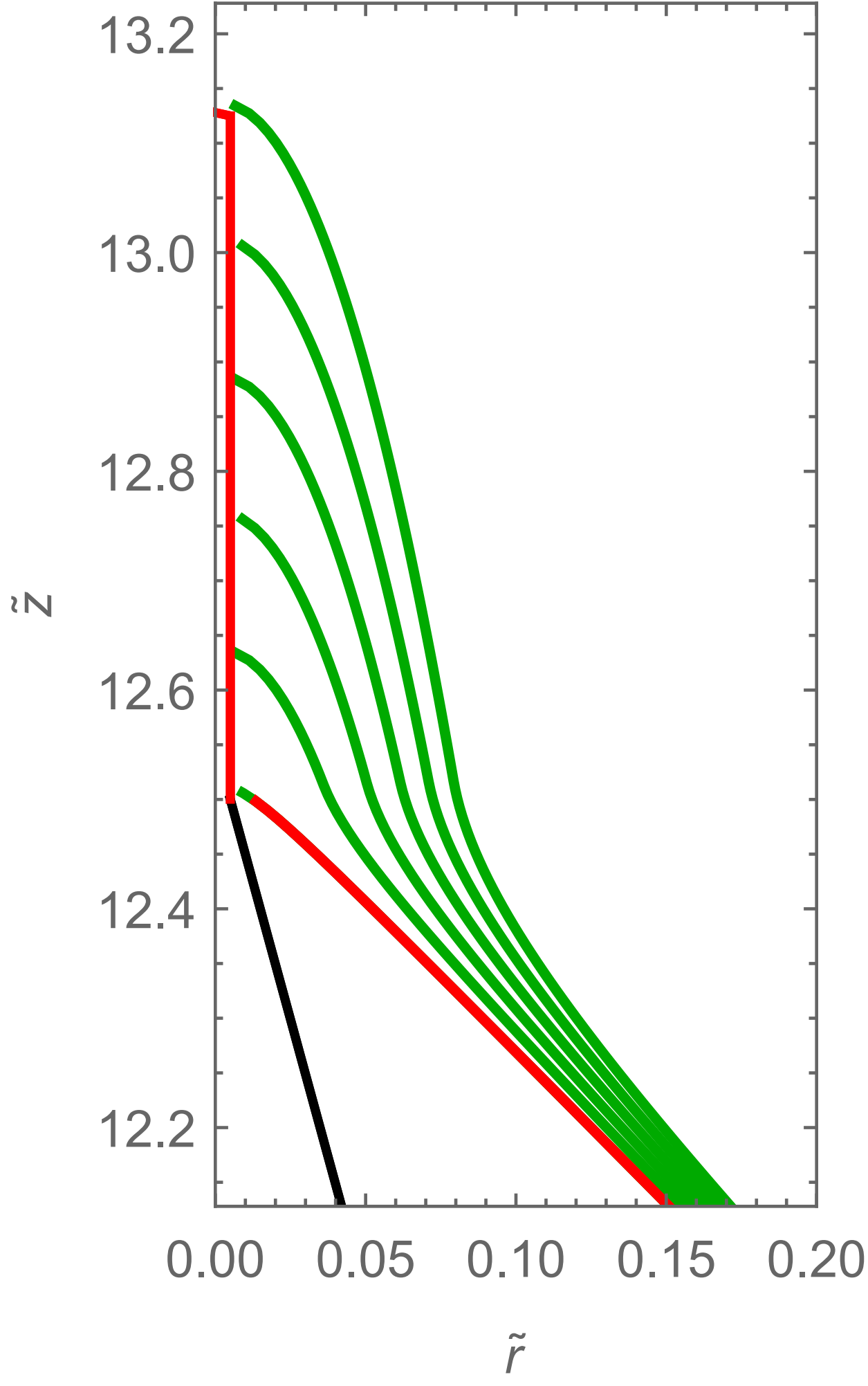

$\tau_{p+0_\circ}$ ϑ
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
$-0_\circ$ 3 $-0_\circ$ 2 $-0_\circ$ 1 0.0 0.1 0.2 0.3

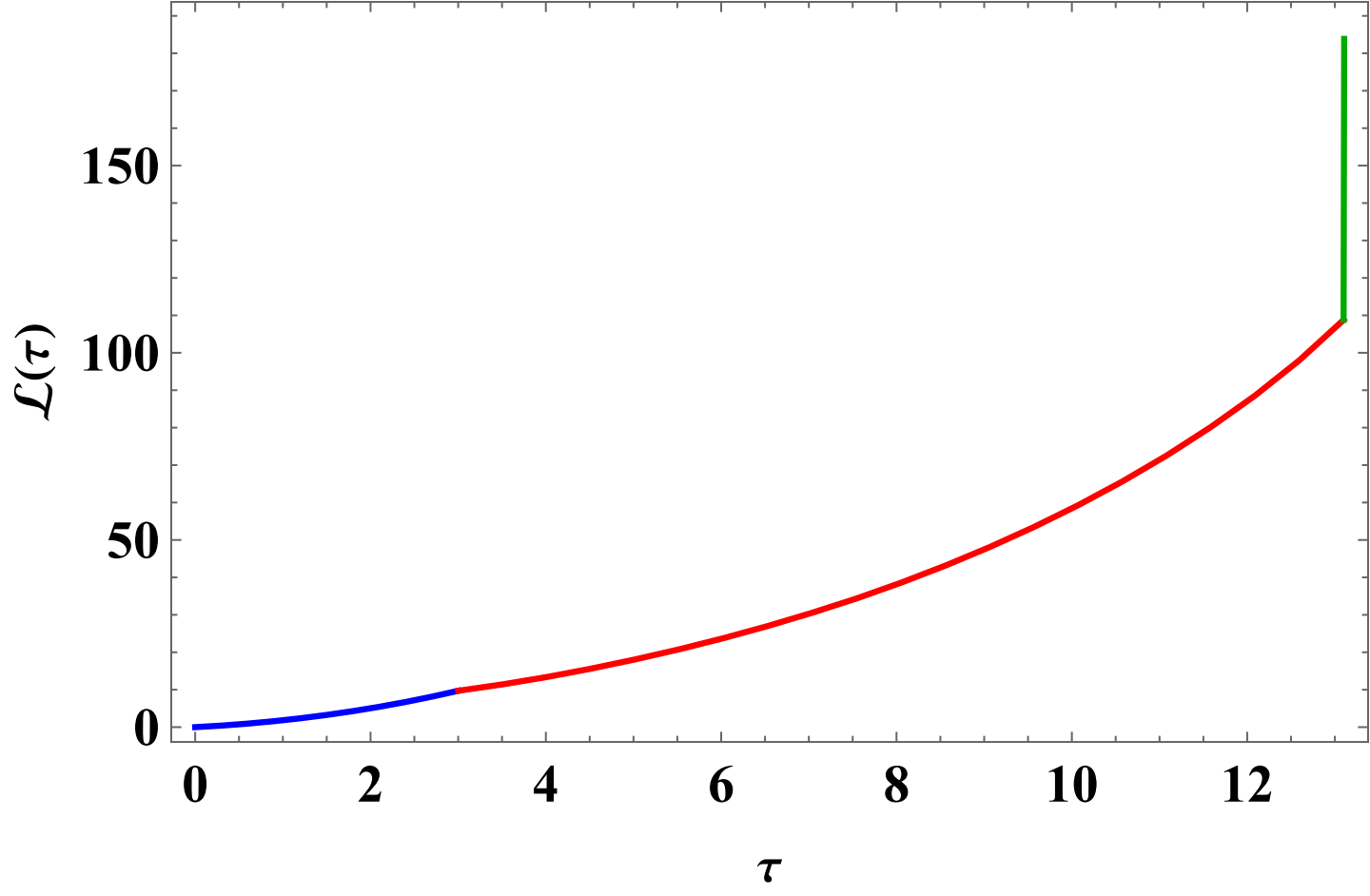

$\tau_{p+0_\circ}$ 5ϑ
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.3
−0.2
−0.1
0.0
0.1
0.2
0.3

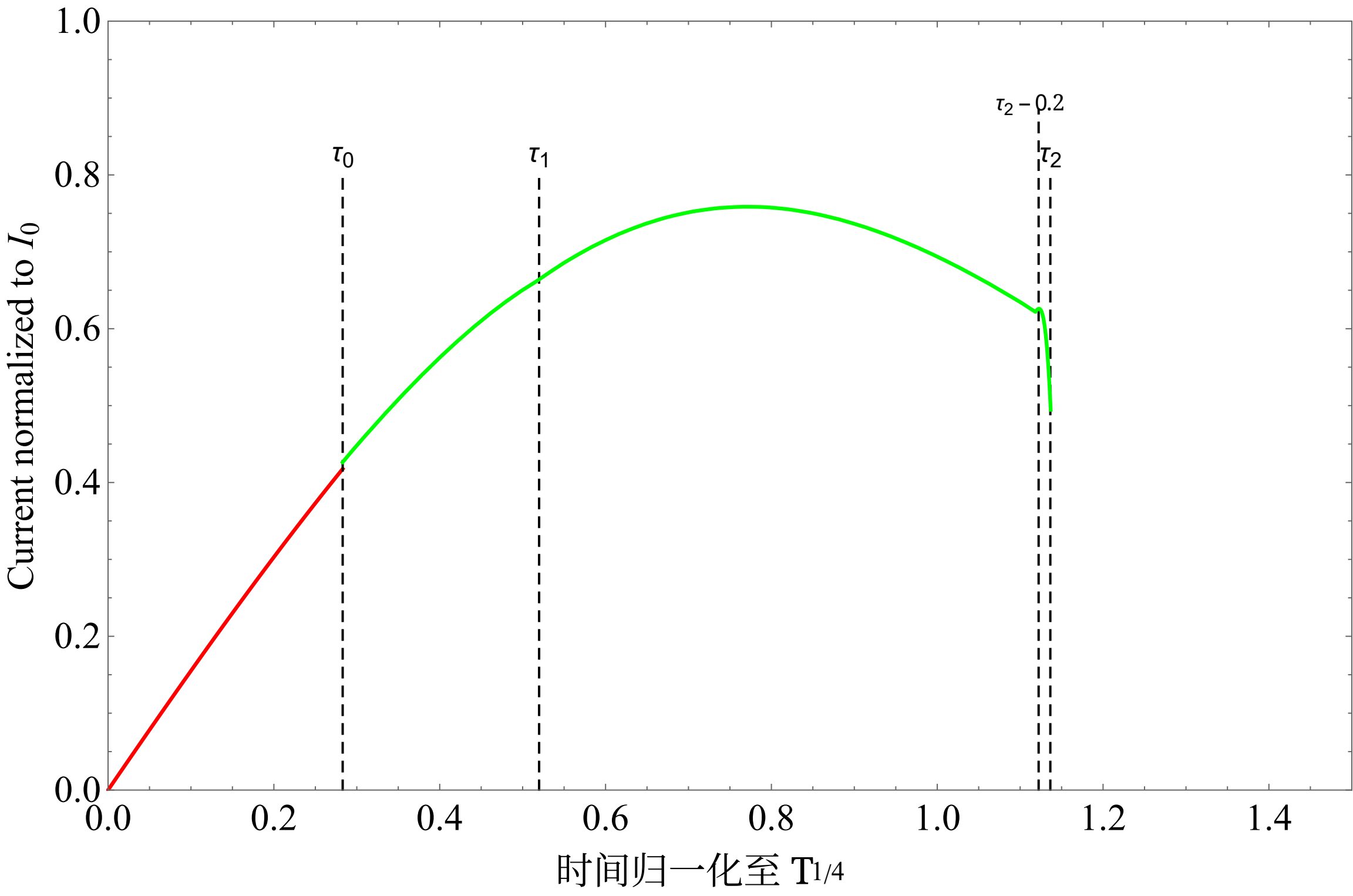

τ_{p+1} ϑ
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.3
−0.2
−0.1
0.0
0.1
0.2
0.3

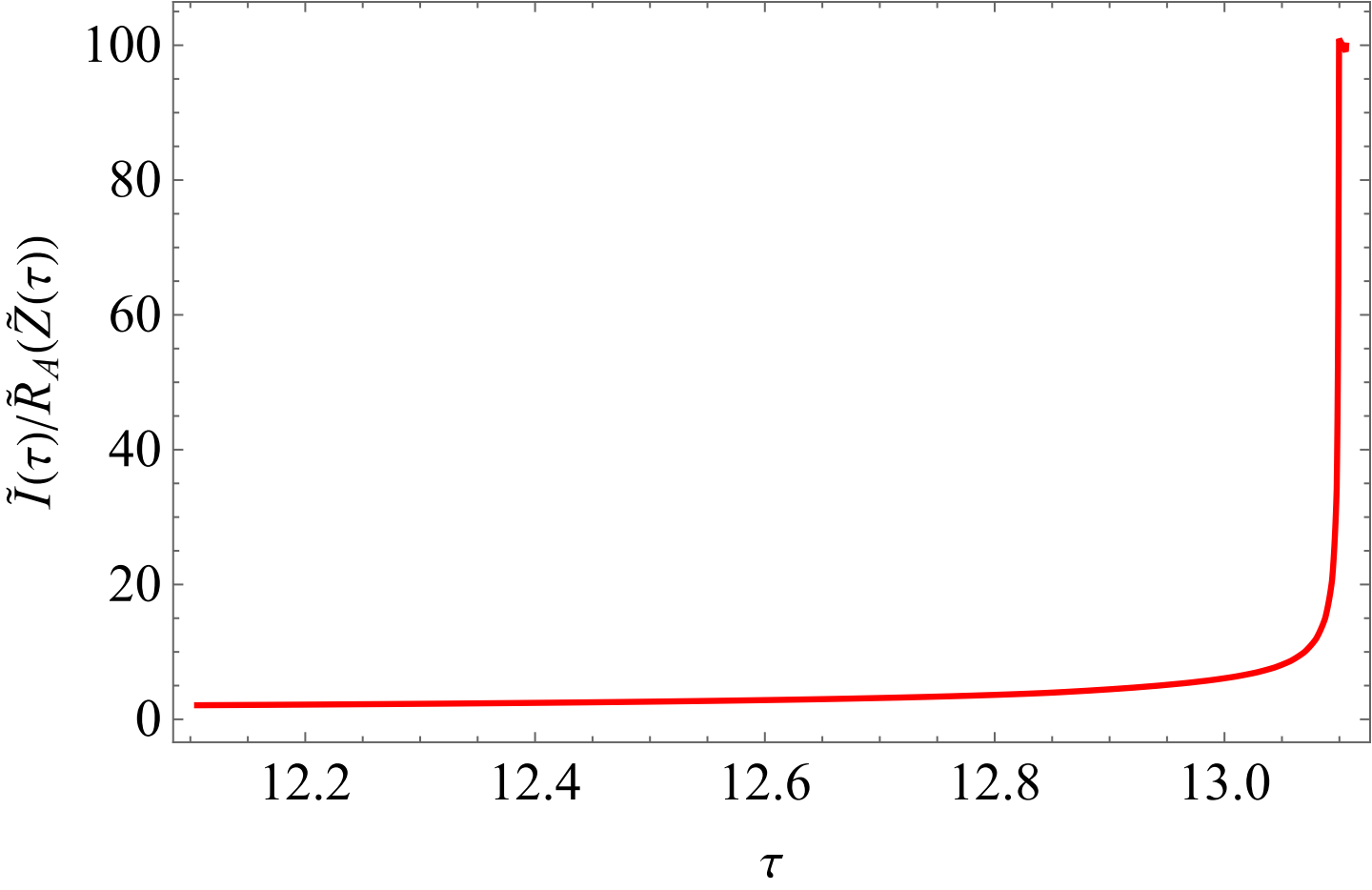


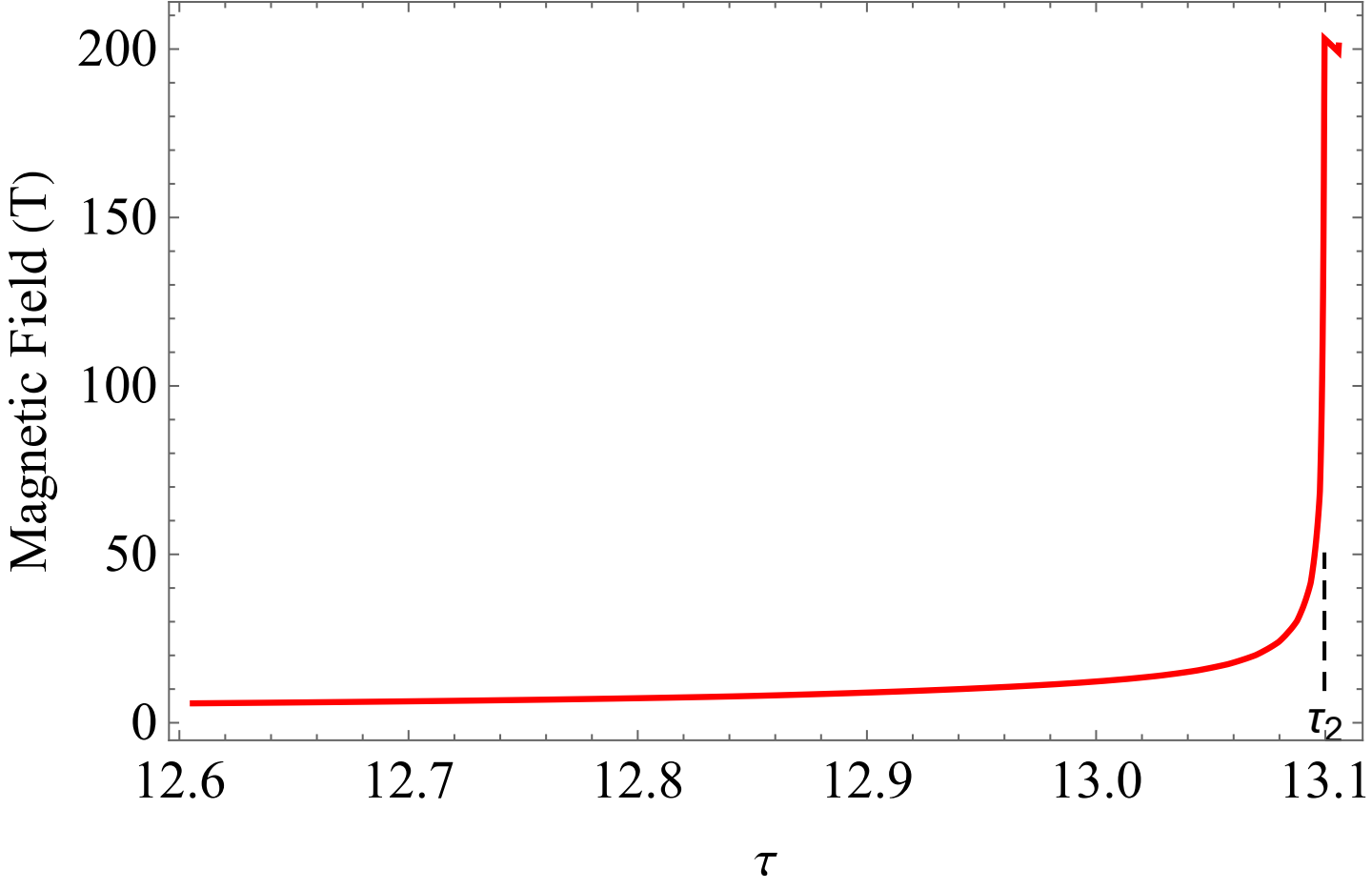

12
10
8
6
4
2
0
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
$\tilde{r}$
$\tilde{z}$


13.2
13.0
12.8
12.6
12.4
12.2
z̃
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
r̃


150
100
50
0
$\mathcal{L}(\tau)$
0
2
4
6
8
10
12
τ


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
Current normalized to I_0
τ_0
τ_1
$\tau_2 - 0.2$
τ_2
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
时间归一化至 T1/4


100
80
60
40
20
0
$\tilde{I}(\tau)/\tilde{R}_A(\tilde{Z}(\tau))$
12.2
12.4
12.6
12.8
13.0
τ


Magnetic Field (T)
200
150
100
50
0
12.6
12.7
12.8
12.9
13.0
13.1
τ
τ2