arXiv:2304.05936v1 [econ.TH] 12 Apr 2023

关于 Matsushima、Miyazaki 和 Yagi（2010）《多任务委托代理中隐蔽信息下联结机制的作用》的评论*

伊恩·鲍尔† 德尼兹·卡特温克尔‡

2023年2月7日

我们修正了 Matsushima 等人（2010，第2248页）定理2证明中的一个漏洞。给定 K 个任务，以及每个任务对应的私有信号有限集合 Ω，配额是一个映射 $B:\Omega \to \{1,\dots,K\}$，满足 $\sum_{\omega\in\Omega} B(\omega) = K$。在相应的配额机制中，消息空间 M 由所有满足 K 的向量 $\hat{\omega} = (\hat{\omega}_1,\dots,\hat{\omega}_K)$ 构成，这些向量属于 Ω^K，并且对 Ω 中每个 ω 都有 $\#\{k : \hat{\omega}_k = \omega\} = B(\omega)$。给定这样的机制以及一个固定向量 $\hat{\omega} = (\hat{\omega}_1,\dots,\hat{\omega}_K)$，它属于 Ω^K，若存在 $\{1,\dots,K\}$ 的子集 S，满足 $\#S \geq 2$，且存在一一映射 $\tau: \{1,\dots,\#S\} \to S$，使得（i）对所有互不相同的 s、$s' \in S$，均有 $\hat{\omega}_s \neq \hat{\omega}_{s'}$；并且（ii）对 $\{1,\dots,\#S\}$ 中的所有 ℓ，均有 $\sigma_{\tau(\ell)}(\hat{\omega}) = \hat{\omega}_{\tau(\ell+1)}$，其中 $\#S+1$ 定义为1，则策略 $\sigma: \Omega^K \to M$ 对于 $\hat{\omega}$ 是循环的。

Matsushima 等人 (2010，第2249页）声称，如果策略 σ 对于向量 $\hat{\omega} = (\hat{\omega}_1,\dots,\hat{\omega}_K)$ 在 Ω^K 中，那么

$$\frac{\#\{k : \sigma_k(\hat{\omega}) \neq \hat{\omega}_k\}}{K} \leq \sum_{\omega\in\Omega} \left| \frac{\#\{k : \hat{\omega}_k = \omega\}}{K} - \frac{B(\omega)}{K} \right|. \tag{1}$$

这一断言不正确。下面给出一个反例。令 $\Omega = \{A,B,C,D\}$，$K = 4$，并且对所有 $\omega \in \Omega$，$B(\omega) = 1$。考虑一个策略 σ，使得 $\sigma(A,A,B,C) = (A,B,C,D)$。不难验证，$\sigma$ 在 (A,A,B,C) 处不是循环的。在 (1) 中取 $\hat{\omega} = (A,A,B,C)$，左边等于 $3/4$，右边等于 $1/2$，这与该不等式矛盾。

*感谢 Koichi Miyazaki 提供的宝贵意见。
†麻省理工学院经济系，ianball@mit.edu。
‡伦敦大学学院经济学系，d.kattwinkel@ucl.ac.uk。

为了完成定理2的证明，只需改为证明：如果对于 Ω^K 中的向量 $\hat{\omega} = (\hat{\omega}_1, \ldots, \hat{\omega}_K)$，$\sigma$ 不是循环的，那么

$$\frac{\#\{k : \sigma_k(\hat{\omega}) \neq \hat{\omega}_k\}}{K} \leq \frac{|\Omega| - 1}{2} \sum_{\omega \in \Omega} \left| \frac{\#\{k : \hat{\omega}_k = \omega\}}{K} - \frac{B(\omega)}{K} \right|. \tag{2}$$

不等式（2）严格弱于（1），当且仅当 $|\Omega| \geq 4$。

我们按照 Ball 等人（2022）的做法，证明这一修正后命题的逆否命题。该文修正了 Jackson 和 Sonnenschein（2007）中的一项命题，而该命题与 Matsushima 等人（2010）中的命题类似。固定一个策略 σ 和 Ω^K 中的向量 $\hat{\omega} = (\hat{\omega}_1, \ldots, \hat{\omega}_K)$，使得（2）不成立。根据引理 2（Ball 等人，2022，第 o6 页），存在一个非空子集 T，它是 $\{1, \ldots, K\}$的子集，并且存在一个定义在 T 上的双射 π，使得（i）$(K - \#T)/K$ 至多为（2）的右侧；（ii）对于 T中的所有 k，$\sigma_k(\hat{\omega}) = \hat{\omega}_{\pi(k)}$。由于（2）不成立，存在 T 中的 j，使得 $\hat{\omega}_{\pi(j)} = \sigma_j(\hat{\omega}) \neq \hat{\omega}_j$。定义一个有向多重图，其顶点集为 Ω，边集由 T中的 k 索引，其中边 k 从 $\hat{\omega}_k$ 指向 $\hat{\omega}_{\pi(k)}$。该多重图是平衡的，因此可以分解为边不相交的环。[1] 包含边 j 的环长度至少为 2。令 S 为该环中各边的索引集合。递归定义 τ 如下：令 $\tau(1) = j$。对于 $\{1, \ldots, \#S - 1\}$ 中的每个 ℓ，令 $\tau(\ell + 1)$ 为 S 中尾端为 $\hat{\omega}_{\pi(\tau(\ell))}$ 的唯一边的标签。根据构造，对于 $\{1, \ldots, \#S\}$中的每个 ℓ，均有 $\hat{\omega}_{\tau(\ell+1)} = \hat{\omega}_{\pi(\tau(\ell))} = \sigma_{\tau(\ell)}(\hat{\omega})$，其中 $\#S + 1$ 定义为 1。因此，σ 在 $\hat{\omega}$处构成环。

参考文献

Ball, I., M. O. Jackson 和 D. Kattwinkel（2022）：《评 Jackson 和 Sonnenschein（2007）〈通过关联决策克服激励约束〉》，*Econometrica*，90，3–7。 [2]

Jackson, M. O. 和 H. F. Sonnenschein（2007）：《通过关联决策克服激励约束》，*Econometrica*，75，241–257。 [2]

Matsushima, H., K. Miyazaki 和 N. Yagi（2010）：《隐藏信息下多任务代理中的关联机制作用》，*Journal of Economic Theory*，145，2241–2259。 [1, 2]

[1] 这些环可以按如下方式构造。从一个有出边的节点开始。任意选择出边形成一条路径，直到路径中包含一个环。移除该环并重复此过程。由于每次移除一个环后图仍保持平衡，因此只有在所有边都被移除后，该过程才会终止。