arXiv:2304.06126v1 [physics.atom-ph] 12 Apr 2023

质子半径：是个谜题，还是一种解答！？

UlrichD. Jentschura*Department of Physics and LAMOR, Missouri University of Science and Technology, Rolla, Missouri 65409, USAMTA–DE Particle Physics Research Group, P.O. Box 51, H-–4001 Debrecen, Hungary andMTA Atomki, P.O. Box 51, H–4001 Debrecen, Hungary*

质子半径之谜是指通过μ子氢光谱学获得的质子半径（约等于0.84 飞米）与通过（普通）氢光谱学获得的质子半径之间的差异；后者涉及许多测量，传统上倾向于约0.88 飞米的数值。最近，慕尼黑（加兴）研究组对氢跃迁进行了一系列测量（尤其是 $2S$–$4P$的若干超精细分辨子能级），以及多伦多大学研究组进行的测量（$2S$–$2P_{1/2}$），得到了与较小质子半径（约0.84 飞米）一致的跃迁频率数据。科罗拉多州立大学的一个研究组最近对 $2S$–$8D$ 跃迁进行的测量得出的质子半径约为0.86 飞米，介于上述两个结果之间。目前的情况表明，质子半径之谜可能已经通过纯实验手段得到解决。然而，仔细考察这一情况会发现，事情可能没有那么明朗，从而引发了质子半径之谜是否已得到确切解决这一问题，并为在TRIUMF/ARIEL开展有趣的实验探索开启了可能性。

I. 引言

我们简要介绍基于近期氢光谱学 [1–8] 和散射实验 [9, 10]的质子半径测量现状。此外，我们指出，根据氘光谱学和散射实验得出的氘核半径目前存在差异，值得进一步研究 [11]。值得注意的是，1969年，在人类踏上月球的同一天（1969年7月21日），有两篇快报发表 [12, 13], ，报告了这样一项观测结果：与采用μ子散射测量相比，采用电子散射测得的质子Sachs形状因子斜率更大，这与两种散射方法得出的质子半径相差（约）2% 一致。目前的情况为保罗·谢勒研究所（PSI）的MUSE 实验 [14–16] 以及TRIUMF（温哥华）先进稀有同位素实验室（ARIEL）潜在的μ子方案带来了有趣的实验机遇。

II. 布鲁克海文实验

值得回顾的是，使用电子或质子作为入射粒子的质子靶散射实验已有相当悠久的历史。其中一个例子可追溯到约五十年前 [12, 13]。研究发现，在 0.15 (GeV/c)$^2 < q^2 < 0.85$(GeV/c)^2 的范围内测得的 μ子-质子（μ-p）与电子-质子（e-p）散射数据，其 Sachs形状因子相差一个相对因子 $N = 0.960 \pm 0.006$。参考文献 [12], 第 154 页右侧栏的文字指出：“ 形状因子比值受到 4% 的抑制，意味着截面相差 8%，因为 $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}q^2 \propto G^2$”。

需要指出的是，文献 [13] 的作者基于若干假设进行了分析。下面我们来考察 Rosenbluth公式 [, 参见文献 [12]],的公式（1）

$$\left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}q^2}\right|_{\mu,e} = \left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}q^2}\right|_{\mathrm{NS}} \frac{1}{\cot^2(\theta/2)} \times \left[2\tau G_M(q^2) + \frac{G_E^2(q^2) + \tau\, G_M(q^2)}{1+\tau}\, \cot^2(\theta/2)\right], \quad (1)$$

其中 $\tau = -q^2/(4m_p^2) = \vec{q}^2/(4m_p^2)$（对于纯空间型动量转移），$\theta$ 为散射角，而 $\left.\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}q^2\right|_{\mathrm{NS}}$ 为无自旋粒子的微分截面。参考文献 [13] 据此推断质子半径[另见参考文献 [17]], 的公式 (11)

$$r_p = \sqrt{\langle r^2\rangle_p}\,, \qquad \langle r^2\rangle_p = r_p^2 = 6\hbar^2\, \left.\frac{\partial G_E(q^2)}{\partial q^2}\right|_{q^2=0} \quad (2)$$

该实验 [12, 13] 是在小散射角区域进行的 θ，在此区域，方程（1）方括号中的第二项（斜率项）占主导地位，因此无法分别确定电形状因子和磁形状因子。文献 [13] 的作者在分析中基于以下假设：$G_E = G_M/\mu \equiv G$，其中 $\mu \approx 1$ 是质子磁形状因子与电形状因子的比值。这个假设相当合理，事实上也得到了近期实验的证实 [18]。

在文献 [13], 的摘要中指出，“ μ-p 数据与 e-p 数据之间的不一致] 或许可以通过系统性归一化误差的综合作用来解释 [”。这一说法凸显了实验 [12, 13]中可能存在的问题：也就是说，在实验上很难准确归一化入射粒子的通量，原则上这或许可以解释文献 [12, 13]中观察到的μ子—质子非普适性的初步迹象。然而，从两篇《快报》 [12, 13], 中相当详尽的分析可以明显看出，文献 [12, 13] 的作者为避免此类归一化误差付出了相当大的努力。事实上，

在参考文献 [12], 中，研究人员检查了散射数据中是否可能存在非弹性和多重散射贡献，同时还针对μ子和反μ子入射粒子，将函数形式（1）与实验数据进行了比对，以验证其有效性。我们还记录一个观察结果：微分截面大致与 Sachs电 G_E 形状因子的平方成正比（在上述假设下），而Sachs 形状因子的斜率又与质子半径的平方成正比。因此，观测到的 μ-p 散射截面之间大约 8% 的差异 [12, 13] 对应于形状因子 4% 的差异，而这又对应于由 μ-p散射与 e-p 散射所推导出的质子半径之间 2% 的差异。作为暂时性的论点，可以认为，如果 1969 年实验中观察到的趋势完全是由归一化误差造成的，那么截面的相对系统误差就必须达到约 8%，这相当大。

巧合的是，这正是由最近的 $2S$–$8D$ 原子氢测量 [8] 所得的质子半径与μ子氢光谱学结果 [4]之间的差异（符号和大小都一致）。这种情况为MUSE实验 [14–16], 提供了非常充分的动机，也为在TRIUMF/ARIEL中增加一个可能的μ子选项提供了动机。

III. 氢实验简述

与散射实验相比，质子半径是通过光谱实验由有限尺寸能移推导出的；该能移在最低阶并应用非相对论近似时，写作

$$\Delta E = \frac{2}{3}\,\frac{(Z\alpha)^4\,\mu c^2}{\pi\, n^3}\,\delta_{\ell 0}\,\left(\frac{\mu\, c\, r_p}{\hbar}\right)^2 , \qquad (3)$$

其中 Z 是类氢离子的核电荷数， α 是精细结构常数， μ 是约化质量， c 是光速，而 ℓ 是轨道角动量。克罗内克 δ 意味着能量修正仅在 S 态且 $\ell = 0$时不为零。关系式（3）仅为有限尺寸效应的最低阶近似。高阶项涉及核电荷分布的复杂矩，如参考文献 [19] 第 5 章所述，参考文献 [20]对此进行了详尽讨论。

下面讨论公式（3）。对于 $Z = 1$ 氢和μ子氢均适用。与普通氢相比，μ子束缚系统的约化质量 μ 大约高出200倍。有限尺寸效应与 μ^3成正比，因此，μ子氢能级构成了探测质子半径的极其灵敏的手段。

按时间顺序，让我们讨论一些近期通过光谱学 [1–8], 以及散射实验 [9, 10]得出的质子半径结果。首先回顾一下，对截至2005年所有可用的氢和氘实验数据进行最小二乘拟合。

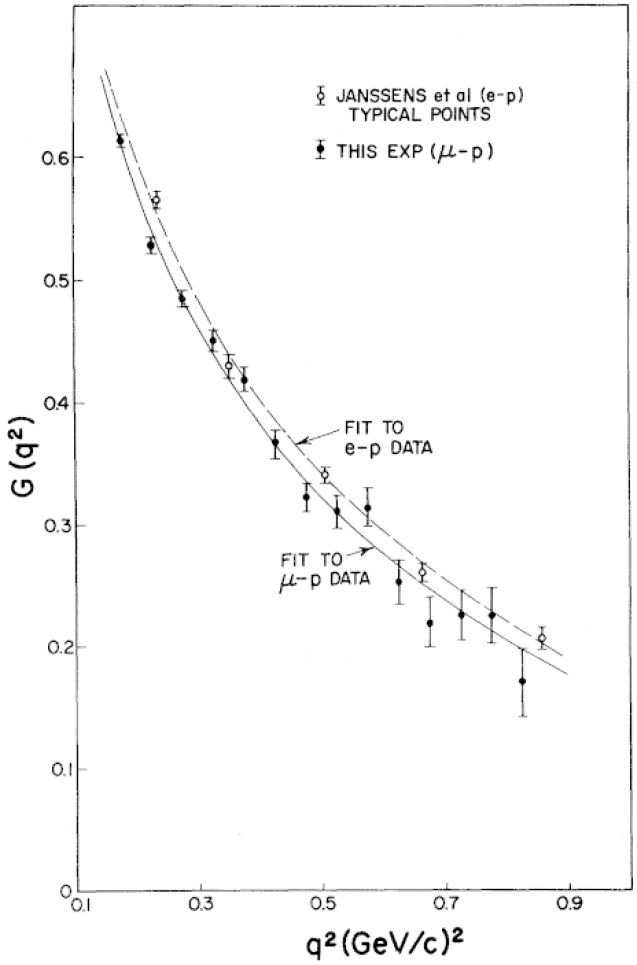


图1。 [经许可转载。] 来自参考文献 [12, 13]的截面数据。

得出结果 $r_p = 0.8750(68)\text{fm} \approx 0.88\,\text{fm}$ 和 $r_d = 2.1394(28)\,\text{fm}$，该结果基于总计二十三个已测量的跃迁，其中包括跃迁至高激发态 [3]。

2010年，在PSI进行的μ子氢 $2S$–$2P_{1/2}$ 兰姆移位测量（参考文献 [4]）得出的质子半径为 $r_p = 0.84184(67)$飞米 ≈ 0.84 飞米。该结果与在美因茨开展的电子散射实验结果不一致（2010年，见参考文献 [9]）；后者得出的结果为 $r_p = 0.879(8)$ 飞米 ≈ 0.88 飞米，与原子氢光谱学获得的数值 [3]一致。

自2010年起，通过氢光谱学（$r_p \approx 0.88$飞米）和μ子氢光谱学（$r_p \approx 0.84$飞米）得到的质子半径之间的差异便被称为质子半径之谜。2017年，对原子氢中 $2S$–$4P$ 跃迁的测量（参考文献 [6], , 考虑了各种精细结构和超精细子能级）得出 $r_p = 0.8335(95)$飞米的结果，与较小的质子半径一致；此前通过μ子氢光谱学得到的也是这一较小值。在对该实验进

行分析时 [6], , 重点讨论了所谓的交叉阻尼项；此前参考文献 [21]已对其进行过分析（针对微分截面）。

一项近期的氢测量（2018年，由法国团队完成）对 $1S$–$3S$ 跃迁 [22] 与较大的质子半径相一致，结果为 $r_p = 0.877(13)$飞米 ≈ 0.88 飞米。在文献 [5], 中，已经指出巴黎团队所采用的实验方法应当基本不受交叉阻尼项的影响。

2019年的PRad散射实验基于散射数据获得了 $r_p = 0.831(14)$飞米的数值，如文献 [10], 所报告。2019年，多伦多的一项光谱测量对原子氢中的 $2S$–$2P_{1/2}$ 兰姆移位进行了测定，得到的质子半径为 $r_p = 0.833(10)$飞米 [7]„ 与较小的质子半径数值一致。有人可能会指出，$2P_{1/2}$–$2P_{3/2}$ 精细结构几乎不依赖于质子半径，并且可以以极高的精度进行计算 [23]；对其进行测量将成为检验文献 [10]中所测“加拿大质子”尺寸之小的重要一致性检查。（当然，爱因斯坦等效原理（EEP）意味着，实验结果应当与实验在宇宙中的何时何地进行无关。假设质子是不可区分的、完全相同的基本粒子，人们或许会忍不住半开玩笑地说，任何可以设想的“法国质子与加拿大质子及德国质子”之间的尺寸差异，都将违反EEP。）

参考文献 [5], 曾指出，所谓的交叉阻尼项在分析 $2S$–$4P$ 实验 [6], 中曾发挥重要作用，但在原子氢的 $2S$–nD 跃迁中应当受到抑制 [，参见参考文献 [5]]中围绕公式（28）—（31）的讨论。参考文献 [5] 也曾指出，交叉阻尼项“不太可能使参考文献 [1] 和 [2] 所报告的实验结果产生与质子半径之谜能量位移相当的偏移。”我们回顾一下，参考文献 [1] 和 [2] 报告了在 $n = 8$ 和 $n = 12$条件下对$2S$–nD 跃迁的测量。因此，最近（2022 年）对原子中 $2S_{1/2}$–$8D_{5/2}$ 跃迁的一项测量具有重要意义。

氢（见参考文献 [8]）得出的质子半径为$r_p = 0.8584(51)$飞米 ≈ 0.86 飞米，介于此前公认的原子氢光谱学测量值 $r_p \approx 0.88$飞米 [3] 与μ子氢光谱学推导出的数值 $r_p \approx 0.84$飞米 [4]之间。

2010年美因茨实验 [9] 和2019年PRad数据 [10] 得出的Sachs形状因子原始数据存在差异 [24] （另见 [25]），这加剧了质子半径之谜。显然，有必要开展进一步研究。

IV. 结论

鉴于μ子物理学的诸多有趣可能性，人们或许会问，是否应为TRIUMF/ARIEL增加一束μ子束。这里可以提及一种低成本μ子源的设想：采用8GeV质子束轰击通电靶，随后通过锂透镜和四极磁铁衰变通道，使衰变离子产生μ子 [26]。

μ子氢理论和兰姆移位理论极不可能为质子半径之谜提供解释，因为这两种理论都已得到充分掌握。从实验方面来看，关于质子半径的情况可能并不像通常认为的那样清楚。电子散射与μ子散射实验或许能够揭示其中的奥秘。若能确认1969年的实验 [12, 13]„ 从而可能指向电子与μ子之间较小的非普适性，那将非常理想。在同一套装置上比较电子和μ子散射，也将有助于阐明这一问题 [14]。最后，我们还应记住，在比较电子束缚系统和μ子束缚系统的结果时，氘核半径仍存在一个更加显著的 7σ 不一致 [11]。

致谢

谨向 J. C. Bernauer 致以诚挚谢意，感谢他带来的富有启发性的交流。本研究得到 NSF 资助项目 PHY–2110294 的支持。

[1] B. de Beauvoir、F. Nez、L. Julien、B. Cagnac、F. Biraben、D. Touahri、L. Hilico、O. Acef、A. Clairon 和 J. J. Zondy，《物理评论快报》78，440（1997年）。[2] C. Schwob、L. Jozefo wski、B. de Beauvoir、L. Hilico、F. Nez、L. Julien、F. Biraben、O. Acef、J. J. Zondy 和 A. Clairon，《物理评论快报》82，4960（1999年），[更正：《物理评论》86，4193（2001年）]。[3] U. D. Jentschura、S. Kotochigova、E.-O. Le Bigot、P. J. Mohr 和 B. N. Taylor，《物理评论快报》95，163003（2005年）。[4] R. Pohl *et al.*，《自然》（伦敦）466，213（2010年）。[5] U. D. Jentschura，《物理评论 A》92，012123（2015年）。[6] A. Beyer、L. Maisenbacher、A. Matveev、R. Pohl、K. Khabarova、A. Grinin、T. Lamour、D. C. Yosta、T. W. H¨ansch、N. Kolachevsky 和 T. Udem，《Science》358，79（2017年）。[7] N. Bezginov、T. Valdez、M. Horbatsch、A. Marsman、A. C. Vutha 和 E. A. Hessels，《Science》365，1007（2019年）。[8] A. D. Brandt、S. F. Cooper、C. Rasor、Z. Burkley、A. Matveev 和 D. C. Yost，《Phys. Rev. Lett.》128，023001（2022年）。[9] J. C. Bernauer、P. Achenbach、C. Ayerbe Gayoso、R. B¨ohm、D. Bosnar、L. Debenjak、M. O. Distler、L. Doria、A. Esser、H. Fonvieille、J. M. Friedrich、J. Friedrich、M. G´omez Rodr´ıguez de la Paz、M. Makek、H. Merkel、D. G.

Middleton、U. M¨uller、L. Nungesser、J. Pochodzalla、M. Potokar、S. S´anchez Majos、B. S. Schlimme、S. Sirca、T. Walcher 和 M. Weinriefer，《Phys. Rev. Lett.》105，242001 2010( )。[10] W. Xiong *et al.*，《Nature》（伦敦）575，147–150（2019年）。[11] R. Pohl *et al.*，《Science》353，669（2016年）。[12] L. Camilleri、J. H. Christenson、M. Kramer、L. M. Led- erman、Y. Nagashima 和 T. Yamanouchi，《Phys. Rev. Lett.》23，149（1969年）。[13] L. Camilleri、J. H. Christenson、M. Kramer、L. M. Led- erman、Y. Nagashima 和 T. Yamanouchi，《Phys. Rev. Lett.》23，153（1969年）。[14] 参见 https://www.psi.ch/en/muse/experiment。[15] M. Kohl *et al.* [MUSE Collaboration]，《Eur. Phys. J. Web of Conferences》66，06010（2014年）。[16] M. Kohl，私人通信（2022年）。[17] U. D. Jentschura，《Eur. Phys. J. D》61，7（2011年）。[18] M. K. Jones *et al.*，《Phys. Rev. Lett.》84，1398（2000年）。[19] U. D. Jentschura 和 G. S. Adkins，*Quantum Electro- dynamics: Atoms*，*Lasers and Gravity*（World Scientific，新加坡，2022）。[20] J. L. Friar，《Ann. Phys.》（N.Y.）122，151（1979）。[21] U. D. Jentschura 和 P. J. Mohr，《Can. J. Phys.》80，633（2002）。[22] H. Fleurbaey、S. Galtier、S. Thomas、M. Bonnaud、L. Julien、F. Biraben、F. Nez、M. Abgrall 和 J. Gu´ena，《Phys. Rev. Lett.》120，183001（2018）。[23] U. Jentschura 和 K. Pachucki，《Phys. Rev. A》54，1853（1996）。[24] J. C. Bernauer，私人通信（2022）。[25] U. D. Jentschura，在“新科学机遇与 TRIUMF ARIEL 电子直线加速器”研讨会上所作报告，TRIUMF，加拿大温哥华，2022年5月26日。[26] V. Balbekov 和 N. Mokhov，*Low–Budget Muon Source*，PAC2001，TPAH144，粒子加速器会议，FNAL，美国伊利诺伊州巴达维亚，2001年。