多智能体系统的多层连续体变形优化

Harshvardhan Uppaluru * **Hossein Rastgoftar** **

*可扩展移动与韧性通行实验室，航空航天与机械工程系，亚利桑那大学，图森 - *85721*，美国。电子邮箱：*huppaluru@arizona.edu*

**可扩展移动与韧性通行实验室，航空航天与机械工程系，亚利桑那大学，图森 - *85721*，美国。电子邮箱：*hrastgoftar@arizona.edu*

arXiv:2304.06839v1 [cs.MA] 13 Apr 2023

摘要：本文研究大规模多智能体系统（MAS）的安全且最优的连续体变形问题。我们提出了一种新颖的多智能体系统连续体变形协调方法，旨在利用具有单个输入层、多个隐藏层和单个输出层的领导者-跟随者多层级优化框架，实现安全高效的智能体运动。输入层接收主要领导者的参考（材料）位置，隐藏层计算内部领导者智能体和跟随者的期望位置，输出层则计算多智能体系统构型的名义位置。通过对多智能体系统变形应变场的主要原理引入下界，我们获得线性不等式安全约束，并确保智能体间避碰。连续体变形优化被表述为一个二次规划问题，包括以下组成部分：（i）表示第一隐藏层权重的决策变量；（ii）用于惩罚多智能体系统名义轨迹与期望多智能体系统轨迹之间偏差的二次代价函数；以及（iii）确保智能体间避碰的不等式安全约束。为验证所提出的方法，我们对一支大规模四旋翼团队跟踪期望螺旋轨迹时的连续体变形进行了仿真并展示了结果，证明了该方法在安全性和效率方面的提升。

关键词：多智能体系统、飞行机器人、网络化机器人系统建模与控制、连续介质力学

1. 引言

协调、编队控制和协同控制是多智能体系统（MAS）领域的重要研究方向，具有广泛的潜在应用，包括但不限于监视（Leslie 等，2022）、搜救行动（Kleiner 等，2013）和空中交通监控（Idris 等，2018）。在效率、成本和故障恢复能力方面，由无人机（UAV）组成的多智能体系统相比单架无人机能够带来显著优势。多智能体系统中智能体之间的协作提升了智能体团队从异常情况中恢复的能力。虚拟结构、包容控制、一致性控制和连续体变形（Rastgoftar，2016）是多智能体系统协调领域一些具有代表性且已有的研究方法，已得到广泛研究。

1.1 相关工作

将多智能体编队表示为单一结构和刚体的集中式协调方法称为虚拟结构（Lewis and Tan, 1997年；Beard et al.，2000年）。在三维运动空间中给定某种方向后，虚拟结构会像刚体一样沿特定方向移动，同时保持多个智能体之间刚性的几何关系。一致性控制（Cao et al.，2015；Shao et al.，2018）是一种分布式技术，包含多种协调实现方式，例如无领导者多智能体一致性（Ding et al.，2019；Qin et al.，2016）和领导者-跟随者一致性（Wu et al.，2018）。另一种分布式领导者-跟随者技术是包容控制（Notarstefano et al.，2011），其中固定数量的领导者通过局部通信引导跟随者。已有研究探讨了多智能体系统的有限时间包容控制（Wang et al.，2013；Liu et al.，2015）。文献（Cao et al.，2012；Ji et al.，2008）提出了包容控制稳定性与收敛所需且充分的判据。研究人员还探讨了固定和切换智能体间通信条件下的包容控制（Li et al.，2015）。

连续体变形（Rastgoftar，2016；Rastgoftar 和 Atkins，2017；Uppaluru 等，2022）是一种分散式多智能体协调技术，将智能体视为连续体中的有限个粒子，这些粒子会在三维空间中变形和移动。一个 n 维（$n = 1$，2，3）连续体变形协调至少需要 $n+1$ 个位于 $\mathbb{R}^n$ 中的领航者，

⋆ 本研究得到了美国国家科学基金会资助，项目编号为 2133690 和 1914581。

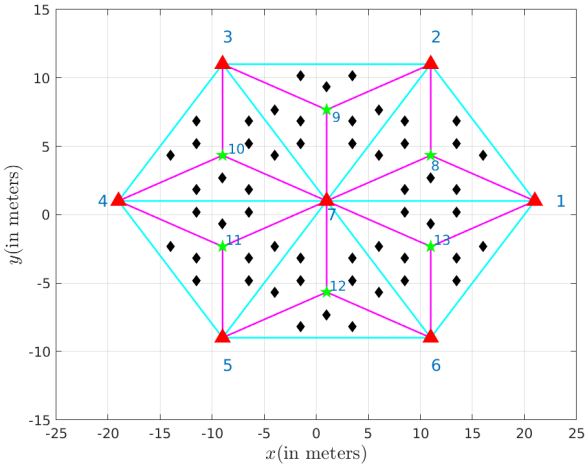


图 1. 由集合 $\mathcal{V} = \{1, \cdots, 67\}$ 定义的 $N = 67$智能体团队配置示例，其中$\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \bigcup \mathcal{W}_2 \bigcup \mathcal{W}_3$。集合 $\mathcal{W}_1 = \{1, \cdots, 7\}$ 以红色三角形表示，其中 1 至 6 为边界领导智能体，7 为核心领导智能体。集合 $\mathcal{W}_2 = \mathcal{W}_1 \cup \{8, \cdots, 13\}$、集合 $\mathcal{W}_3 = \mathcal{W}_2 \cup \{14, \cdots, 67\}$ 标识了 N-智能体配置中的所有智能体。我们还定义了集合 $\mathcal{T} = \{1, \cdots, 6\}$，用于标识前导多边形形成的不同三角形的数量。集合 $\mathcal{V}_j$ 将特定智能体与其所在的三角形 $j \in \mathcal{T}$ 相关联。

在任意时刻t，领航者都位于一个 n 维单纯形的顶点上。领航者独立规划智能体团队的连续体变形，跟随者则通过局部通信获取这些规划。尽管约束控制和连续体变形都属于分散式领导者-跟随者方法，连续体变形通过在大规模多智能体协调中对安全性进行形式化规定和验证，实现了智能体间避碰、障碍物避碰和智能体约束（Rastgoftar 等，2018；Rastgoftar 和 Atkins，2019）。采用连续体变形协调后，大规模多智能体系统能够在充满障碍物的环境中安全且灵活地变形。此前已有研究对四旋翼无人机团队在二维空间中的连续体变形协调进行了实验评估（Romano 等，2019、2022；Uppaluru 和 Rastgoftar，2022）。

1.2 贡献与概要

我们在现有连续体变形方法（Rastgoftar，2016；Rastgoftar 和 Atkins，2017；Uppaluru 等，2022）的基础上，进一步发展出多层连续体变形（MLCD）协调方法。在该方法中，有限数量的领导者通过前馈网络进行层次组织，以规划期望的多智能体变形。该前馈层次网络由一个输入层、p个隐藏层和一个输出层组成；输入层接收边界智能体的参考位置。前 $p-1$个隐藏层中的神经元代表领导者，而最后一个隐藏层（隐藏层 p）中的所有神经元均代表跟随智能体。输出层通过最小化名义轨迹与期望轨迹之间的误差，计算智能体团队构型的名义位置。

所提出的 MLCD 克服了现有连续体变形协调方法的变形均匀性问题。该问题源于由单个

雅可比矩阵。MLCD 被定义为一个二次规划问题，其不等式安全约束由 MAS 空间变形矩阵的特征分解得到。

本文其余部分组织如下：首先在第2节介绍预备知识，随后在第3节详细描述我们的方法。第4节给出安全性保证条件，然后在第5节展示仿真结果。第6节总结全文。

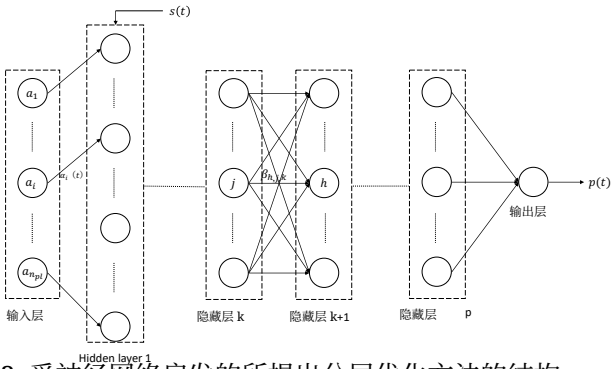


图2. 受神经网络启发的所提出分层优化方法的结构。

2. 预备知识

我们将一个由 N个智能体组成的团队定义为：变形体中的独立粒子在三维运动空间中协同运动。图1展示了一个 N个智能体的团队构型示例，其中 $N = 67$ 。集合 $\mathcal{V} = \{1, \cdots, N\}$ 用于唯一标识团队中的所有智能体。集合 $\mathcal{V}$ 可表示为

$$\mathcal{V} = \bigcup_{k=1}^{p} \mathcal{W}_k \tag{1}$$

其中，子集 $\mathcal{W}_1$ 至 $\mathcal{W}_p$中，$\mathcal{W}_1$ 定义了边界领导智能体以及一个位于智能体团队构型内部的核心（领航者）智能体；$\mathcal{W}_2$ 至$\mathcal{W}_{p-1}$ 定义了内部领导者；$\mathcal{W}_p$ 定义了纯跟随者智能体。由$\mathcal{W}_1$ 定义的边界智能体和核心智能体称为**主要领导者**，$n_{pl} = |\mathcal{W}_1|$ 表示主要领导者的数量。

子集 $\mathcal{W}_k$ 充当 $\mathcal{W}_{k+1}$ 的直接领导者（对于$k = 1, \cdots, p-1$），这意味着属于 $\mathcal{W}_{k+1}$ 的智能体的期望位置是根据 $\mathcal{W}_k$中智能体的期望位置确定的。具体而言，智能体 $i \in \mathcal{W}_{k+1}$ 的期望位置为

$$\mathbf{p}_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{W}_k} \beta_{i,j,k} \mathbf{p}_j(t), \quad k = 2, \cdots, p-1, \tag{2}$$

其中 $\beta_{i,\ j,\ k} \in [0, 1]$，以及

$$\sum_{j \in \mathcal{W}_k} \beta_{i,j,k} = 1, \quad i \in \mathcal{W}_{k+1},\ k = 2, \cdots, p-1. \tag{3}$$

集合 $\mathcal{W}_1$ 中智能体的期望轨迹使用以下方式计算

$$\mathbf{p}_l(t) = \alpha_l(t)\mathbf{a}_{l0} + \mathbf{s}(t), \quad \forall l \in \mathcal{W}_1, \tag{4}$$

其中， $\alpha_l(t)$是正权重参数 $\in [\alpha_{min}, \alpha_{max}]$， $\mathbf{a}_{l0}$ 表示智能体 $l \in \mathcal{W}_1$ 在时间 t_0的恒定参考（材料）位置，$\mathbf{s}(t)$表示相对于惯性坐标系的 N-智能体团队构型的期望位置。请注意，核心智能体 $l \in \mathcal{W}_1$ 的参考位置为$\mathbf{0}$，即$\mathbf{a}_{n_{pl}} = \mathbf{0}$。

假设 *1.* 我们假设每个边界领导者 $l \in \mathcal{W}_1 \setminus \{n_{pl}\}$ 的参考位置模长相同，且等于 a_0。因此，

$$\bigwedge_{l \in \mathcal{W}_1 \setminus \{n_{pl}\}} (\|\mathbf{a}_{l0}\| = a_0)\,. \tag{5}$$

3. 提出的方法

我们提出一种分层优化框架，用于在有限时间区间 $[t_0, t_f]$ 内实现 N 个智能体团队的安全、最优连续体变形协调。该分层结构类似于神经网络（见图 2），由一个输入层、若干隐藏层和一个输出层组成，其中非输出层中的节点代表智能体。分层优化框架的结构如下：

如图 2 所示，输入层接收主要领导智能体在时刻 t_0 的时不变参考（材料）位置（$\mathbf{a}_{l0}$）。第一个隐藏层根据公式（4）计算边界智能体和核心智能体的期望轨迹。具体而言，在隐藏层 1 中，节点$j \in \mathcal{W}_1$接收参考位置 $\mathbf{a}^{j0}$ 和偏置 $\mathbf{s}(t)$，并根据公式（4）输出 $\mathbf{p}^j(t)$。与该隐藏层相关的权重记为 $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{t})$。每个隐藏层 $k \in \{2, \cdots, p\}$ 从前一隐藏层 $k-1$ 获取期望位置，并使用公式（ 2 ）生成由 $\mathcal{W}_k$ 定义的智能体的期望位置。注意，这些隐藏层（第 2 至 p 层）的偏置为 $\mathbf{0}$ 。与隐藏层 $k \in \{2, \cdots, p\}$ 相关的权重记为$\boldsymbol{\beta}_k$ ，且为常数。

输出层通过对 $\mathcal{W}_p$中智能体的期望位置求平均，生成 N-智能体团队构型的名义位置，记为$\mathbf{p}(t)$。注意，$\mathbf{p}(t)$表示任意时刻 $t \in [t_0, t_f]$的 N-智能体团队构型的名义位置。

3.1 连续体变形优化

我们的目标是通过应用二次规划，确定式 (4) 中使用的时变因子$\alpha_l(t)$，适用于每个 $l \in \mathcal{W}_1$ 和任意$t \in [t_0, t_f]$，并假设对于$k \in \{2, \cdots, p\}$，
$\boldsymbol{\beta}_k = \left[\boldsymbol{\beta}_{i,j,k}\right] \in \mathbb{R}^{|\mathcal{W}_k| \times |\mathcal{W}_{k-1}|}$为常数，其中 $|\cdot|$ 表示集合基数。为此，我们旨在最小化任意时刻 t下， N-智能体团队构型的名义位置与期望位置之间的偏差。名义位置记为$\mathbf{p}(t) = [p_x(t)\ p_y(t)\ p_z(t)]^T$，期望位置为$\mathbf{s}(t) = [s_x(t)\ s_y(t)\ s_z(t)]^T$。其中，名义位置$\mathbf{p}(t)$按以下公式计算：

$$\mathbf{p}(t) = \begin{bmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \\ p_z(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{N_p} \sum_j \mathbf{p}_j(t) \qquad \forall j \in \mathcal{W}_p \tag{6}$$

其中， $N_p = |\mathcal{W}_p|$ 表示集合 $\mathcal{W}_p$的基数。在进一步讨论之前，我们首先将 $\boldsymbol{\alpha}(t)$定义为

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = \begin{bmatrix} \alpha_1(t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2(t) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_{n_{pl}}(t) \end{bmatrix} \tag{7}$$

给定领航者 l 的材料位置为

$$\mathbf{a}_{l0} = [\mathbf{a}_{l0x}\ \mathbf{a}_{l0y}\ \mathbf{a}_{l0z}]^T, \qquad \forall l \in \mathcal{W}_1, \tag{8}$$

我们定义如下对角矩阵：

$$\mathbf{a}_{0x} = \begin{bmatrix} a_{10x} & & \\ & \ddots & \\ & & a_{n_{pl}0x} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_{pl} \times n_{pl}}, \tag{9}$$

$$\mathbf{a}_{0y} = \begin{bmatrix} a_{10y} & & \\ & \ddots & \\ & & a_{n_{pl}0y} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_{pl} \times n_{pl}}, \tag{10}$$

$$\mathbf{a}_{0z} = \begin{bmatrix} a_{10z} & & \\ & \ddots & \\ & & a_{n_{pl}0z} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_{pl} \times n_{pl}}. \tag{11}$$

此外，我们定义矩阵 $\boldsymbol{\Delta}_x$， $\boldsymbol{\Delta}_y$， $\boldsymbol{\Delta}_z$ 如下：

$$\boldsymbol{\Delta}_x = \frac{1}{N_p} \mathbf{1}_{(1 \times N_p)} \boldsymbol{\beta}_p \cdots \boldsymbol{\beta}_2 \mathbf{a}_{0x} \in \mathbb{R}^{1 \times n_{pl}}, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\Delta}_y = \frac{1}{N_p} \mathbf{1}_{(1 \times N_p)} \boldsymbol{\beta}_p \cdots \boldsymbol{\beta}_2 \mathbf{a}_{0y} \in \mathbb{R}^{1 \times n_{pl}}, \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\Delta}_z = \frac{1}{N_p} \mathbf{1}_{(1 \times N_p)} \boldsymbol{\beta}_p \cdots \boldsymbol{\beta}_2 \mathbf{a}_{0z} \in \mathbb{R}^{1 \times n_{pl}}. \tag{14}$$

根据上述定义，并定义状态向量 $\mathbf{X} = \left[\alpha_1, \cdots, \alpha_{n_{pl}}, s_x, s_y, s_z\right]^T \in \mathbb{R}^{(n_{pl}+3) \times 1}$，我们将名义位置 $\mathbf{p}(t)$的各个分量表示为

$$p_x(t) = [\boldsymbol{\Delta}_x\ 1\ 0\ 0]\,\mathbf{X}(t) = \mathbf{R}_X \mathbf{X}(t) \tag{15}$$

$$p_y(t) = [\boldsymbol{\Delta}_y\ 0\ 1\ 0]\,\mathbf{X}(t) = \mathbf{R}_Y \mathbf{X}(t) \tag{16}$$

$$p_z(t) = [\boldsymbol{\Delta}_z\ 0\ 0\ 1]\,\mathbf{X}(t) = \mathbf{R}_Z \mathbf{X}(t) \tag{17}$$

其中 $\mathbf{R}_X$， $\mathbf{R}_Y$， $\mathbf{R}_Z$的形状为 $(1,\ n_{pl}+3)$。

二次规划问题的目标是通过求解以下优化问题来确定 $\mathbf{X}$ ：

$$\underset{\mathbf{X}}{\text{minimize}} \quad \frac{1}{2}\mathbf{X}^T \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{k}^T \mathbf{X} \tag{18}$$

满足以下不等式约束和等式约束：

$$\mathbf{A}_{ineq}\mathbf{X} \leq \mathbf{B}_{ineq}, \tag{19a}$$

$$\mathbf{A}_{eq}\mathbf{X} = \mathbf{B}_{eq}(t), \tag{19b}$$

其中

$$\mathbf{A}_{ineq} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_{(n_{pl}-1)\times(n_{pl}-1)} & \mathbf{0}_{(n_{pl}-1)\times 4} \\ \mathbf{I}_{(n_{pl}-1)\times(n_{pl}-1)} & \mathbf{0}_{(n_{pl}-1)\times 4} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\mathbf{B}_{ineq} = \begin{bmatrix} -\alpha_{min} \times \mathbf{1}_{(n_{pl}-1)\times 1} \\ \alpha_{max} \times \mathbf{1}_{(n_{pl}-1)\times 1} \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\mathbf{A}_{eq} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4\times(n_{pl}-1)} & \mathbf{diag}[1,1,1,1] \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$\mathbf{B}_{eq}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ s_x(t) \\ s_y(t) \\ s_z(t) \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\mathbf{H} = \zeta \mathbf{I}_{(n_{pl}+3)\times(n_{pl}+3)} + \mathbf{R}_X^T \mathbf{R}_X + \mathbf{R}_Y^T \mathbf{R}_Y + \mathbf{R}_Z^T \mathbf{R}_Z \tag{24}$$

$$\mathbf{k}^T = -2(s_x \mathbf{R}_X + s_y \mathbf{R}_Y + s_z \mathbf{R}_z) \tag{25}$$

$\mathbf{I}_{(n_{pl}-1)\times(n_{pl}-1)} \in \mathbb{R}^{(n_{pl}-1)\times(n_{pl}-1)}$ 是单位矩阵， $\mathbf{0}_{(n_{pl}-1)\times 4} \in \mathbb{R}^{(n_{pl}-1)\times 4}$ 是式中的零矩阵。

（20）。此外，$\mathbf{1}_{(n_{pl}-1)\times 1} \in \mathbb{R}^{(n_{pl}-1)\times 1}$ 表示式（21）中的全 1 向量。在式（24）中，$\zeta > 0$ 是一个较小的正数，且$\mathbf{I}_{(n_{pl}+3)\times(n_{pl}+3)} \in \mathbb{R}^{(n_{pl}+3)\times(n_{pl}+3)}$ 是单位矩阵。α_{min} 和 α_{max} 分别是 α_l（t）的最小值和最大值。

4. 安全条件

为确保多智能体团队连续体变形的安全性，我们通过确定 α_{min} 和α_{max} 来给出智能体间避碰条件和智能体包含条件，如下文第 4.1 节和第 4.2 节所述。

4.1 碰撞避免

智能体团队的期望构型包含在由 $n_{pl}-1$ 个三角形构成的前导多边形内，这些三角形由集合 $\mathcal{T}=\{1,\cdots,n_{pl}-1\}$ 定义。集合 $\mathcal{V}$ 可表示为

$$\mathcal{V}=\bigcup_{j\in\mathcal{T}}\mathcal{V}_j, \tag{26}$$

其中，$\mathcal{V}_j$ 表示由三角形单元 $j\in\mathcal{T}$包围的特定智能体。由于智能体的期望轨迹由方程（2）和（4）中的分段仿射变换定义，智能体 $i\in\mathcal{V}_j$ 的期望位置可表示为

$$\mathbf{p}_i(t)=\mathbf{Q}_j(t)\mathbf{a}_{i0}+\mathbf{b}_j,\qquad j\in\mathcal{T},\ i\in\mathcal{V}_j \tag{27}$$

其中，$\mathbf{Q}_j\in\mathbb{R}^{3\times3}$ 为非奇异雅可比矩阵，$\mathbf{b}_j\in\mathbb{R}^{3\times1}$为刚体位移向量，$\mathbf{a}_{i0}$ 为智能体 $i\in\mathcal{V}_j$的参考位置。

我们将 $\lambda_{1,j}(t)>0$，$\lambda_{2,j}(t)>0$ 和 $\lambda_{3,j}(t)$ 表示为纯变形矩阵 $\mathbf{U}_j(t)=\left(\mathbf{Q}_j(t)^T\mathbf{Q}_j(t)\right)^{\frac{1}{2}}$ 的特征值，并作出以下假设：

假设*2.* 每个智能体 i 都可以被半径为 ϵ 的球体包围。

假设*3.* 每个智能体 i 都能稳定地跟踪期望轨迹 $\mathbf{p}_i(t)$，且跟踪误差不超过 δ。这意味着

$$\|\mathbf{r}_i(t)-\mathbf{p}_i(t)\|\le\delta,\qquad\forall t \tag{28}$$

其中，$\mathbf{r}_i(t)$ 和 $\mathbf{p}_i(t)$ 分别表示智能体 $i\in\mathcal{V}$ 在时间 t 的实际位置和期望位置。

根据 Rastgoftar 和 Kolmanovsky（2021）中的定理，可确保 $j\in\mathcal{T}$ 中的智能体间避碰，条件是

$$\min\{\lambda_{1,j}(t),\lambda_{2,j}(t),\lambda_{3,j}(t)\}\ge\frac{2(\delta+\epsilon)}{p_{min,j}},\qquad j\in\mathcal{T}\ \ \forall t, \tag{29}$$

其中$p_{min,\ j}$ 是 $j\in\mathcal{T}$中任意两个智能体之间的最小间距。若满足以下条件，则可确保 $\mathcal{V}$ 中任意两个智能体之间实现智能体间避碰：

$$\alpha_{min}=\max_{j\in\mathcal{T}}\frac{2(\delta+\epsilon)}{p_{min,j}} \tag{30}$$

为任意时刻 t的每个 $i\in\mathcal{W}_1$，设定 $\alpha_i(t)$的下界。

4.2 智能体约束

我们可以保证每个智能体都位于半径为 a_{max} 的球体内，条件是

$$\alpha_{max}=\frac{a_{max}-2(\delta+\epsilon)}{a_0} \tag{31}$$

其中，a_0 是边界领航者的参考位置（见假设 1）。此外，δ 是控制跟踪误差界，ϵ 是包围每个智能体的圆的半径 i，这些内容已在第 4.1 节中介绍。

5. 仿真

本研究的仿真在一台台式计算机上进行，该计算机配备英特尔第11代 i7 处理器和16 GB内存，运行于 Ubuntu 20。04 系统，使用 MATLAB R2022b。我们研究了由 $N=67$ 架四旋翼无人机构成的多四旋翼系统（MQS）的演化，并假设这些四旋翼无人机具有相似的尺寸和属性。四旋翼无人机的动力学模型基于 Rastgoftar（2022）的研究（Rastgoftar, 2022），其参数参见 Gopalakrishnan（2017）（Gopalakrishnan, 2017）。

四旋翼无人机通过集合 $\mathcal{V}=\{1,\cdots,67\}$ 中定义的唯一索引编号进行标识，其中主领导四旋翼飞行器由 $\mathcal{W}_1=\{1,\cdots,7\}$ 定义。内部领导四旋翼飞行器由集合 $\mathcal{W}_2=\{8,\cdots,13\}$ 给出，跟随者则由集合 $\mathcal{W}_3=\{14,\cdots,67\}$ 唯一标识。因此，对于本次仿真，我们有 $p=3$。权重 $\boldsymbol{\alpha}$（t）的最小值和最大值范围为 $[0.6,5.0]$。目标是使用二次规划确定这些权重，从而保证 MQS 中四旋翼无人机之间不会发生碰撞（见第4节）。

在时间 t 处于范围 $[0,T]$ 内时，大规模四旋翼团队应在无障碍环境中，从图1所示的初始构型出发，持续跟踪期望的螺旋轨迹，直至达到最终时刻 T。期望的螺旋轨迹（Lee et al., 2010）按如下方式生成：

$$\mathbf{s}(t)=\begin{bmatrix}s_x(t)\\s_y(t)\\s_z(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.4\omega t\\0.4\sin(\pi\omega t)\\0.6\cos(\pi\omega t)\end{bmatrix} \tag{32}$$

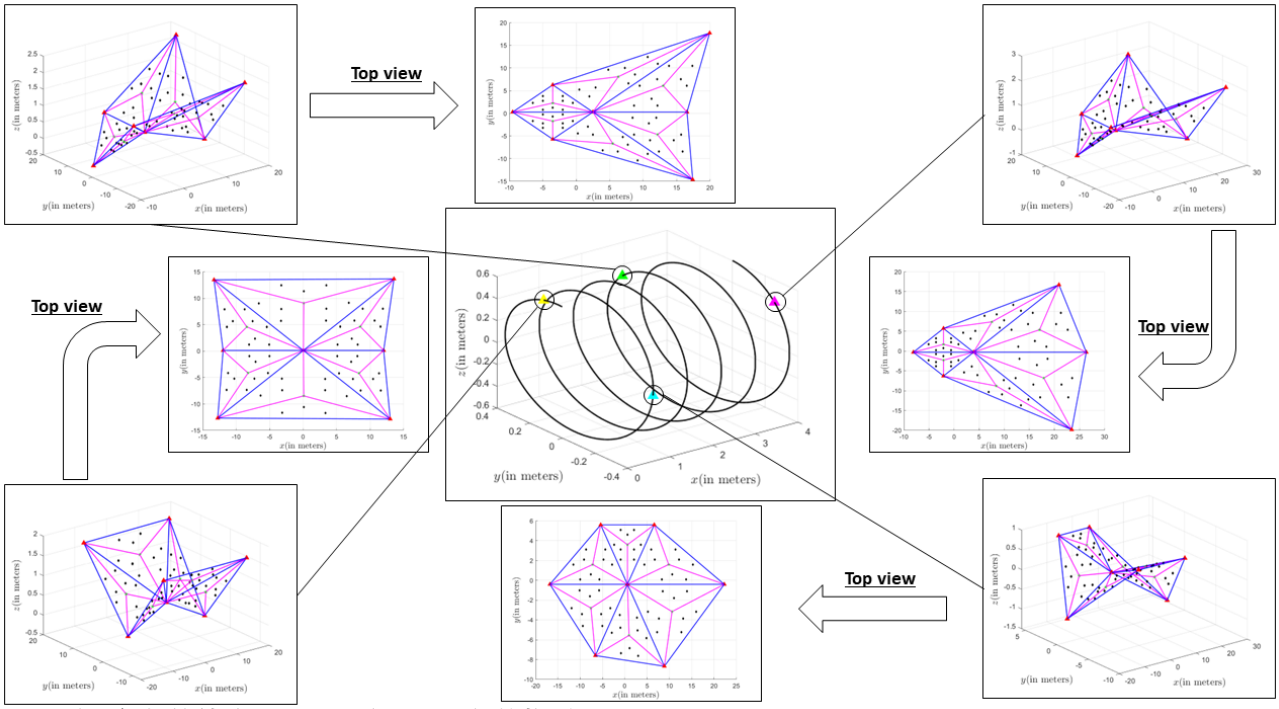
其中 $\omega=0.01$ 和 $T=1000$s。主要领导者的参考（材料）位置给定为

$$\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{10x}&\cdots&\mathbf{a}_{n_{pl}0x}\\\mathbf{a}_{10y}&\cdots&\mathbf{a}_{n_{pl}0y}\\\mathbf{a}_{10z}&\cdots&\mathbf{a}_{n_{pl}0z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}20&10&-10&-20&-10&10&0\\0&10&10&0&-10&-10&0\\-1&1&1&-1&1&1&0\end{bmatrix} \tag{33}$$

在我们的 MATLAB 仿真中，状态向量$\mathbf{X}$ 定义为$\mathbf{X}=[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6,\alpha_7,s_x,s_y,s_z]^T$。由方程（24）可知，$\mathbf{H}$ 取决于恒定权重$\boldsymbol{\beta}_{i,\ j,\ k}$（对于 $k=\{2,\cdots,p\}$）以及恒定参考（材料）构型$\mathbf{a}_{l0}$。因此，$\mathbf{H}$ 在任意时刻 t均为常数。然而，$\mathbf{k}^T$ 取决于时变期望轨迹$\mathbf{s}(t)$。图 4 绘出了通过二次规划得到的 $\boldsymbol{\alpha}(t)$ 的最优值。采用输入输出反馈线性化控制方法（Rastgoftar，2022），图 5 分别绘出了四旋翼飞行器 $67\in\mathcal{W}_3$ 的 x 位置分量、y 位置分量、z 位置分量、旋翼角速度和推力大小。

6. 结论

本文通过将优化问题表述为.....，构建并提出了一种用于大规模安全且最优连续体变形协调的领导者-跟随者模型。



Fi图3. 跟踪期望螺旋轨迹时，MQS在不同时刻的构型

.

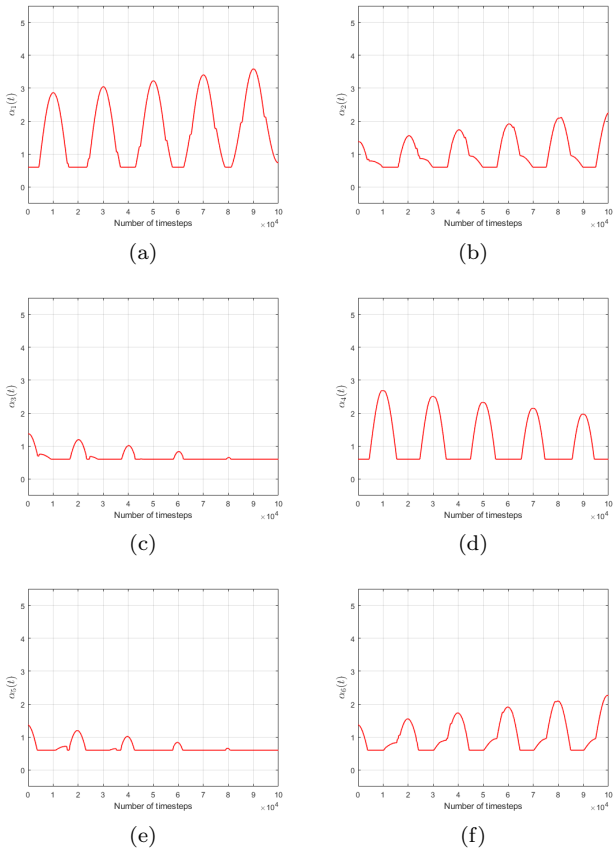


图4. 简单螺旋路径的 $\alpha(t)$

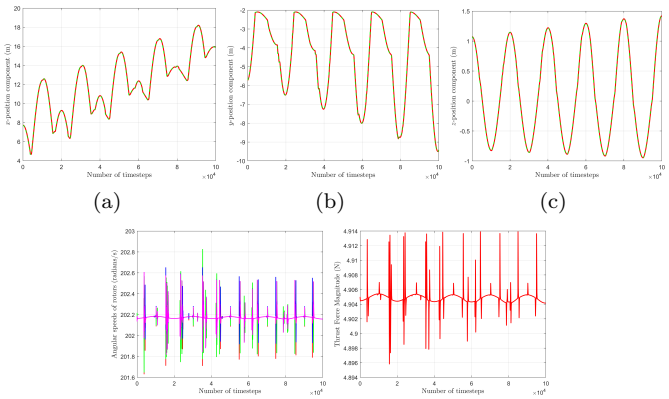


图5. (a) 期望（绿色）与实际（红色）的 x位置分量，(b) 期望（绿色）与实际（红色）的 y位置分量，(c) 期望（绿色）与实际（红色）的 z位置分量，(d) 旋翼角速度，(e) 67号四旋翼无人机智能体的推力大小。

二次规划问题，提出并构建了一种用于大规模安全最优连续体变形协调的领导者-跟随者模型。受神经网络图结构的启发，我们开发了一种分层优化框架，并通过恒定参考获得随时间变化的权重 $t \in [t_0, t_f]$

以智能体的（材料）构型作为输入。我们还提出了相应条件，以确保在多智能体系统（MAS）的名义位置以最小偏差跟踪期望轨迹时，任意两个智能体之间的安全性。仿真结果表明，我们的方法能够使由 $N = 67$架四旋翼无人机构成的系统在三维运动空间中跟踪已知目标轨迹。未来的工作可从以下方面进一步拓展，使算法更加鲁棒：(1) 将该方法扩展至障碍物密集环境，并结合路径规划算法，如 A*；(2) 将我们此前提出的流场导航函数（Uppaluru 等，2022；Romano 等，2022；Emadi 等，2022）整合为避障算法，以应对多智能体系统（MAS）中的突发故障；以及 (3) 开展

飞行实验，使无人机能够穿过形状和尺寸已知的不同窗口。

参考文献

Beard, R.W., Lawton, J., and Hadaegh, F.Y.（2000年）。一种用于编队控制的反馈架构。载于*2000*年美国控制会议论文集。*ACC*（*IEEE*目录编号*00CH36334*），第6卷，4087–4091页。IEEE。Cao, W., Zhang, J., and Ren, W.（2015）。存在未知外部扰动的线性多智能体系统的领导者-跟随者一致性。《系统与控制快报》，82，64–70页。Cao, Y., Ren, W., and Egerstedt, M.（2012）。固定和切换有向网络中具有多个静态或动态领导者的分布式包容控制。《自动化》，48(8)，1586–1597页。Ding, C., Dong, X., Shi, C., Chen, Y., and Liu, Z.（2019）。切换有向拓扑下具有不同相对阶的多智能体系统无领导者输出一致性。《*IET*控制理论与应用》，13(3)，313–320页。Emadi, H., Uppaluru, H., and Rastgoftar, H.（2022）。一种面向具备故障韧性的多四旋翼协调的基于物理的安全恢复方法。载于*2022*年美国控制会议（*ACC*），2527–2532页。IEEE。Gopalakrishnan, E.（2017）。四旋翼飞行力学模型与控制算法。捷克技术大学，69页。Idris, H., Bilimoria, K., Wing, D., Harrison, S., and Baxley, B.（2018）。空中交通管理技术演示-3（ATD-3）多智能体空地一体化协调（MAAGIC）运行概念。技术报告，NASA/TM-2018-219931，美国国家航空航天局，华盛顿特区。Ji, M., Ferrari-Trecate, G., Egerstedt, M., and Buffa, A.（2008）。移动网络中的包容控制。《*IEEE*自动控制汇刊》，53(8)，1972–1975页。Kleiner, A., Farinelli, A., Ramchurn, S., Shi, B., Maffio- letti, F., and Reffato, R.（2013）。RMASBench：城市搜索与救援中的动态多智能体协调基准测试。载于第*12*届自主智能体与多智能体系统国际会议（*AAMAS 2013*），1195–1196页。自主智能体与多智能体系统国际基金会……Lee, T., Leok, M., and McClamroch, N.H.（2010）。四旋翼无人机在SE(3)上的几何跟踪控制。载于第*49*届*IEEE*决策与控制会议（*CDC*），5420–5425页。IEEE。Leslie, E., Flint, S., Briggs, H.C., Anderson, M.L., Appel, G., Konig, S., Bowen, N., Foster, C., Ganesh, P., and Ramos, H.（2022）。一种用于GPS拒止环境下持续监视的无人系统。载于*AIAA SCITECH 2022*论坛，0118。Lewis, M.A. and Tan, K.H.（1997年）。利用虚拟结构实现移动机器人的高精度编队控制。《自主机器人》，4(4)，387–403页。Li, W., Xie, L., and Zhang, J.F.（2015）。具有马尔可夫切换网络拓扑和测量噪声的领导者-跟随者多智能体系统包容控制。《自动化》，51，263–267页。Liu, H., Cheng, L., Tan, M., Hou, Z., and Wang, Y.（2015）。多智能体系统的分布式指数有限时间协调

：包容控制与一致性。《国际控制杂志》，88(2)，237–247页。Notarstefano, G., Egerstedt, M., and Haque, M.（2011）。切换通信拓扑下领导者—跟随者网络中的包容控制。《自动化》*style>，47(5)，1035–1040*页。*Qin, J., Yu, C., and Anderson, B.D.*（*2016*）。关于二阶多智能体系统交互集群的无领导者一致性与领导者跟随一致性。《自动化》*style>，74，214–221*页。*Rastgoftar, H.*（*2016*）。多智能体系统的连续体变形。施普林格。Rastgoftar, H.（2022）。大型多四旋翼系统（MQS）的实时部署。*arXiv*预印本*arXiv:2201.10509*。Rastgoftar, H. and Atkins, E.M.（2017）。有向通信拓扑下多智能体系统的连续体变形。《动态系统、测量与控制杂志》，139(1)。Rastgoftar, H. and Atkins, E.M.（2019）。安全多集群无人机连续体变形协调。《航空航天科学与技术》，91，640–655页。Rastgoftar, H., Atkins, E.M., and Panagou, D.（2018）。运动坐标系下安全多四旋翼系统的连续体变形。《*IEEE*网络系统控制汇刊》，6(2)，737–749页。Rastgoftar, H. and Kolmanovsky, I. V.（2021）。大型多四旋翼系统（MQS）的安全基于仿射变换的制导。《*IEEE*网络系统控制汇刊》。Romano, M., Kuevor, P., Lukacs, D., Marshall, O., Stevens, M., Rastgoftar, H., Cutler, J., and Atkins, E.（2019）。五架四旋翼飞行器团队的连续体变形实验评估。载于*2019*年美国控制会议（*ACC*），2023–2029页。IEEE。Romano, M., Uppaluru, H., Rastgoftar, H., and Atkins, E.（2022）。通过流体流动导航函数实现对突发飞行器故障具有韧性的四旋翼编队飞行。*arXiv*预印本 *arXiv:2203.01807*。Shao, J., Zheng, W.X., Huang, T.Z., and Bishop, A.N.（2018）。关于切换拓扑下的领导者-跟随者一致性：受鸽群等级结构启发的分析。《*IEEE*自动控制汇刊》，63(10)，3588–3593页。Uppaluru, H., Emadi, H., and Rastgoftar, H.（2022）。通过协作定位实现具备韧性的多无人机系统协调。《航空航天科学与技术》，131，107960。doi:https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107960。Uppaluru, H. and Rastgoftar, H.（2022）。无人机实践力学。*arXiv*预印本 *arXiv:2201.08004*。Wang, X., Li, S., and Shi, P.（2013）。双积分器多智能体系统的分布式有限时间包容控制。《*IEEE*控制论汇刊》，44(9)，1518–1528页。Wu, Y., Wang, Z., Ding, S., and Zhang, H.（2018）。有向网络中存在执行器故障的多智能体系统领导者-跟随者一致性。《神经计算》，275，1177–1185页。