arXiv:2304.08169v1 [cond-mat.mes-hall] 9 Apr 2023

通过手性蝴蝶超结构实现偏振态转换

Hicham Mangach,[1,2] Younes Achaoui,[2] Muamer Kadic,[3]Abdenbi Bouzid,[2] S´ebastien Guenneau,[4,5] 和 Shuwen Zeng[1,*]
[1] *Light, Nanomaterials Nanotechnologies (L2n), CNRS-ERL 7004,Université de Technologie de Troyes,10000 Troyes, France*
[2] *Laboratory of optics, information processing, Mechanics,Energetics and Electronics, Department of Physics,Moulay Ismail University, B.P. 11201, Zitoune, Meknes, Morocco*
[3] *Université de Franche-Comté, Institut FEMTO-ST, CNRS, 25000 Besançon, France*
[4] *UMI 2004 Abraham de Moivre-CNRS, Imperial College London, SW7 2AZ, UK*
[5] *The Blackett laboratory, Physics Department, Imperial College London, SW7 2AZ, UK*
(日期：2023年4月18日)

近年来，手性在机械超材料中的出现彻底改变了这一领域，推动了波传播和偏振控制方面的突破。尽管手性是某些分子的固有特征，也普遍存在于我们周围，但直到最近几年，将手性引入机械系统才得到广泛认可。手性所带来的额外自由度推动相关系统研究迈上新台阶，使我们得以更深入地理解支配这些系统的物理定律。本研究提出了一种蝴蝶超结构的结构设计，利用手性效应构造出一种三维手性蝴蝶结构，能够使偏振平面旋转90°，从而在固体材料中实现不同偏振态之间的切换。此外，我们通过有限元分析（FEA）开展数值研究，发现这些结构中存在一种出乎意料的转换：压缩运动转变为横向运动，进一步彰显了手性在机械超材料中的变革潜力。因此，本研究揭示了一种可供操控的额外自由度，即偏振态。

I. 引言

人工设计材料已然成为现代话语中一个备受关注且引人入胜的主题 [1]。许多物理现象得以显现的重要机制之一，是含有手性结构的镜像单元胞内部发生的对称性破缺[2–5]。手性效应主要见于生物分子，是一种内在特性，会对传统化学物质的生物活性产生深远影响 [6, 7]。因此，生物活性成为通过手性诱导自旋选择性过程识别分子的关键决定因素 [8]。然而，等离激元手性光学材料的出现，促使人们发现了众多引人瞩目的应用，包括圆二色性（左旋与右旋光的吸收不同）、圆双折射（光振荡平面的旋转），以及连续谱中的准暗态 [9–13]。在这方面，Yonghao 等人等人展示了一种双层扭曲弧形超材料，其偏振旋转角约为 305° [14]，表现出很强的旋光性。近年来，将手性效应融入结构力学，显著拓展了我们对微观与宏观尺度物理现象的认识 [15]。结构力学中的一个显著现象是扭转效应，当外部施加的轴向变形与巧妙集成了手性的晶胞相互作用时，便会产生这种现象 [16, 17]。手性效应的另一个有趣结果是负泊松比效应，即泊松比为负 [18, 19]。将手性引入晶胞后，所研究的结构便获得了额外的自由度，超出了具有反演对称中心的系统中柯西弹性所固有的自由度 [20, 21]。这些额外自由度，即局部旋转及其对应的偶应力 [22], ，与局部平移和力应力共同作用，是在系统中激发声学活性的关键 [23]。当线偏振弹性波在声学活性介质中传播时，其偏振态会发生变化，传播过程中呈现圆偏振 [24]。偏振态的这种变化取决于介质的手性，并会使波的偏振态从线偏振态转变为正交偏振态。1968年，Portigal等人等曾提出这一现象，指出具有旋光性的晶体也会表现出声学活性，从而导致偏振面旋转[25]。这种偏振态的旋转效应能够灵活调控波的一种内在特性，相当于为声波或机械波增添了一个可类比于圆双折射的自由度。此外，已有证据表明，手性物质对具有特定手性的声波具有选择性亲和性，这取决于声波传递轨道角动量（OAM）的能力，并以涡旋的形式呈现——

* 通讯作者：shuwen.zeng@cnrs.fr

其基础是声波以涡旋形式传递轨道角动量（OAM）的能力 [26, 27]。然而，中心对称结构中也能获得OAM，例如平面层谐振器和平面电声换能器阵列 [28, 29]。本研究考察一种三维手性蝴蝶超结构，它能够将纵向偏振波转换为横向偏振波。这种转换是通过手性效应所带来的额外自由度与压缩波耦合实现的，为压缩波与横波之间的相互转换提供了一种途径。我们采用基于有限元分析（FEA）的特征值求解器，评估单个均匀块体、非手性和手性蝴蝶晶胞的能量-动量图、总位移分布，以及透射波和反射波的偏振态。此外，我们利用经典质弹簧模型，从理论上描述与手性晶胞内纵向和旋转行为耦合所产生的转换效应相关的色散模态。我们考虑的几何设计是一种晶格常数为 a 、翼片倾角为 $\alpha = 45°$的三维蝴蝶超材料。非中心对称结构和中心对称结构的示意图分别见 [图1(a)] 和[图1(b)], 。

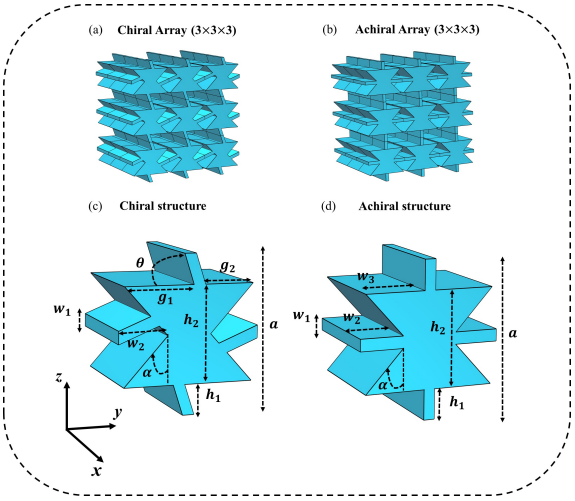


图1. (a) 和 (b) 分别为包含手性和非手性蝴蝶超原子的三维阵列，晶胞尺寸为（$3 \times 3 \times 3$）。(c) 和 (d) 分别为手性和非手性蝴蝶晶胞的三维示意设计，各方向的空间周期均为 a 。几何参数定义如下： $a = 1.3$ cm、$h_1 = 0.25$ cm、 $h_2 = 0.8$cm、 $w_1 = 0.1$cm、 $w_2 = 0.4$ cm、$w_3 = 0.55$ cm、 $g_1 = 0.63$ cm、 $g_1 = 0.45$ cm、 $\alpha = 45°$ 和 $\theta = 70°$。

在 [图 1](d) 所示的非手性情形中，上下和左右连接部分与连接件的长臂恰好垂直，侧向长度为 h_1，宽度为 w_1。而在手性情形中，

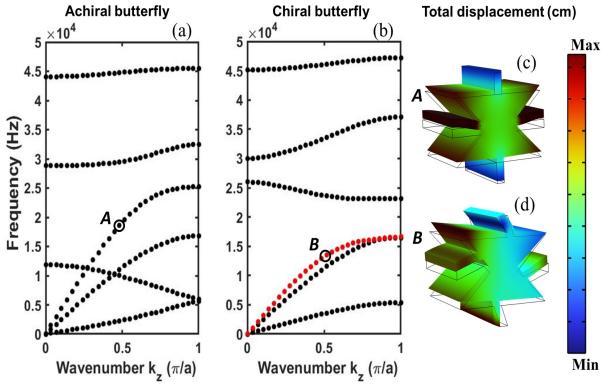


图2. (a) 和 (b) 分别展示了非手性和手性蝴蝶超原子的能量-动量图。两种超原子各方向的空间周期均为 $a_x = a_y = a_z = a$ ，波数 k_z 的范围为 $[0, \pi/a]$。 (c) 和 (d) 分别展示了波数 k_z 等于 0.5 时非手性和手性超原子的整体场分布。

所有连接部分均旋转了 $\theta = 70°$，如 [图 1](c) 所示。其他几何参数见 [图 1]。这里，我们考虑沿 [001] 晶向传播、波数为 k_z 的弹性波，其中 $\vec{k} = \{0, 0, k_z\}$。材料的密度为 $\rho = 1140$ kg/m^3, , 泊松比为 $\nu = 0.4$ ，杨氏模量为 $E = 4.2$ GPa。[图 2](a) 和 [图 2](b) 分别描绘了非手性和手性超原子的能带结构，展示了所有可能沿 ΓZ方向传播的模式。值得注意的是，[图 2](c) 和 [图 2](d) 中所示的总位移，分别描绘了非手性和手性蝴蝶超结构呈现的常规纵向运动和旋转耦合纵向运动。

II. 数学表述

经典质弹簧模型用于描述三维手性蝴蝶结构中长度与角度变化之间的相互作用。微伸长连续介质用于阐释材料的变形特性，将应变划分为两种不同形式，即经典应变和微伸长应变[30, 31]。前者评估材料在宏观尺度上的长度和角度变化，后者则衡量微观结构尺度上的变化 [32]。为了阐明微伸长介质中的膨胀现象，采用了一种质量-弹簧模型，该模型包含两个质量分别为 M 和 m的物体，它们的重量不相等，并由两根刚度常数分别为 K_1 和K_2的不同线性弹簧连接。较大的质量 M 由两根刚度常数为 K_1的不同线性弹簧连接，两根弹簧对称地置于距离为 a处，而相互-

两个相邻的大质量块之间的空间 M 被两个小质量块均匀分割 m。这些小质量块彼此相连，并通过弹簧常数为 K_2的线性弹簧与大质量块相连，如 [图 3]所示。

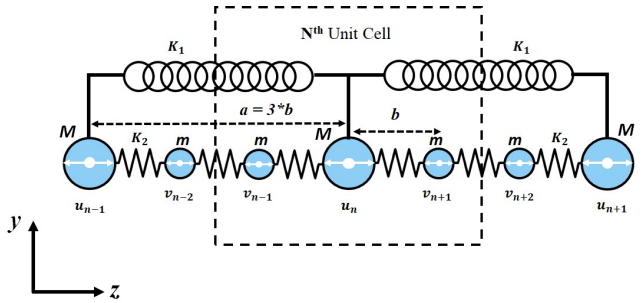


图 3. 在质量-弹簧模型中，较大的质量 M（以蓝色大圆点表示）通过刚度系数为K_1的弹簧与最近邻相连。该排列具有$a = 3b$的周期性，并构成基本晶胞。相邻的大质量通过弹簧与两个小质量相连，该弹簧的胡克常数为 K_2，两者相距b。根据微伸长理论，在此构型中加入附加质量，有助于评估微旋转运动。

牛顿运动第二定律阐述了作用于 n^{th} 质量 M 及其两个最近邻质量 m上的总力，可表示如下[32]:

$$M\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = K_1(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) + K_2(v_{n+1} + v_{n-1} - 2u_n) \tag{1}$$

$$m\frac{\partial^2 v_{n+1}}{\partial t^2} = K_2(u_n + v_{n+2} - 2v_{n+1}) \tag{2}$$

$$m\frac{\partial^2 v_{n-1}}{\partial t^2} = K_2(u_n + v_{n-2} - 2v_{n-1}) \tag{3}$$

为考虑微旋转运动的显著影响，将描述位于两侧小质量运动的方程（2）和方程（v_{n-1} 3 v_{n+1} ）合并如下:

$$m\frac{\partial^2 (v_{n+1} + v_{n-1})}{\partial t^2} = K_2(2u_n + v_{n+2} + v_{n-2} - 2v_{n+1} - 2v_{n-1}) \tag{4}$$

通过考虑式（1）和式 4 的简谐解，可将周期条件表述如下[33; 34] $u_{n\pm m} = e^{i(\pm mkb-\omega t)}u_0$ $v_{n\pm m} = e^{i(\pm mkb-\omega t)}v_0$ ：

和，其中 k 和 $b = a/3$ 分别是沿 ΓZ 方向的不可约波数，以及最小质量块之间的周期，记为 m。将 Floquet 块解代入控制方程式（1）和式（4），可得以下关系:

$$\begin{bmatrix} (M\omega^2 + A) & B \\ C & (m\omega^2 + D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = 0 \tag{5}$$

式（5）中给出的系数 A、B、C 和 D 表示如下:

$$\begin{cases} A = K_1(cos(3kb) - 1) - 2K_2 \\ B = 2K_2 cos(kb) \\ C = K_2 \\ D = K_2 cos(2kb) - 2K_2 cos(kb) \end{cases} \tag{6}$$

色散关系可通过计算式（5）所示方程组的行列式来确定，结果得到以下四阶方程:

$$\omega^4 + \underbrace{\frac{(MD + Am)}{Mm}}_{A'}\omega^2 + \underbrace{\frac{(AD - BC)}{Mm}}_{B'} = 0 \tag{7}$$

式（7）的根可表示如下:

$$\omega_{\pm} = \sqrt{\frac{-A' \pm \sqrt{A'^2 - 4B'^2}}{2}} \tag{8}$$

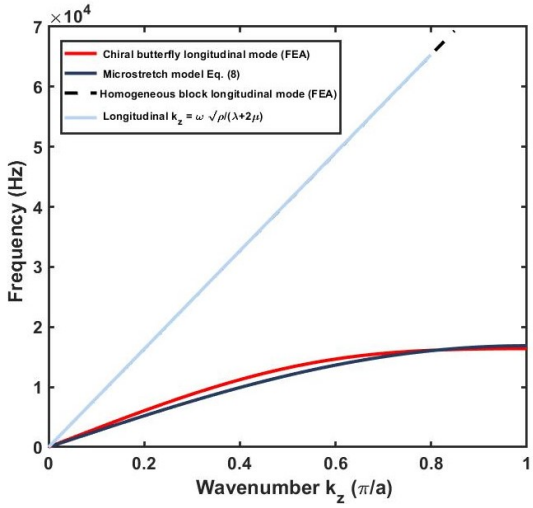


图 4. 该图展示了耦合与非耦合压缩运动的能量—动量特性，重点呈现了手性蝴蝶结构中的耦合纵向模态。红色和深紫色曲线分别对应有限元分析仿真结果和微伸长理论结果；黑色和青色曲线则展示了均匀三维块体中空间周期为 $a = 1.3$ cm 的普通纵波的色散行为，这些结果由仿真和理论模型预测。

[图 4]展示了通过数值计算得到的一组特定参数下，纯

均匀块体和三维手性蝴蝶结构中观测到的纵波及耦合纵波能带结构的数值模型与理论模型对比。微伸缩模型应用于固体时，可近似预测传播模态，包括微旋转波。微伸缩参数如下： $M = 3.3 \times 10^{-3}$Kg， $m = 1 \times 10^{-5}$ Kg， $a = 1.3 \times 10^{-2}$ m， $b = a/3$ m， $K_1 = 2.35 \times 10^{5}$ N/m， $K_2 = 0.1 \times 10^{1}$ N/m。

III. 结果与讨论

在本节中，我们基于有限元分析（FEA）进行数值模拟，以探究手性蝴蝶超结构将纵波转换为水平剪切波和垂直剪切波的能力。

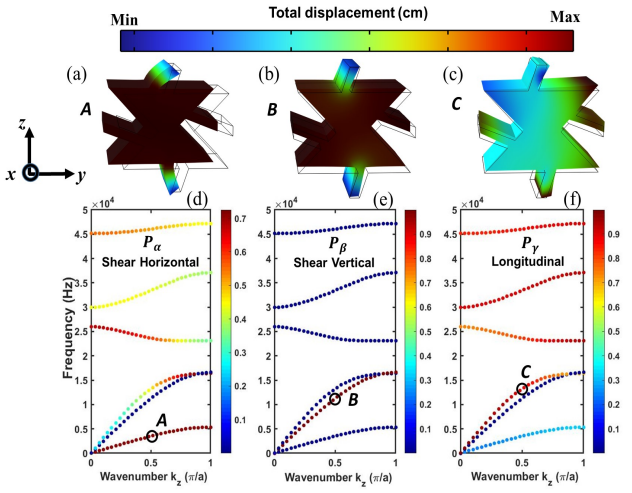


图 5. 面板（a-c）分别描绘了各自偏振中由圆圈标示的点 A、B 和 C 处水平剪切、垂直剪切以及旋转耦合纵向运动的总位移行为。面板（d-f）分别展示了三种主要模态的偏振态，即水平剪切、垂直剪切和纵向偏振。

我们采用特征值问题，借助能量-动量图研究手性蝴蝶结构中各模态的偏振态，如 [图 5]（d）、 [图 5]（e）和 [图 5]（f）所示。

这些示意图表明，纵向模态能够将 P_γ 转换为 P_α 和 P_β偏振态，这是纵波与旋转运动相互作用的结果。从 [Fig. 5](c)可以明显看出，与纵向模态相关的总位移场能够将压缩运动与另一种自由度——旋转运动——结合起来。此外，还进行了谐波分析，以评估均匀块体、非手性和手性蝴蝶形超原子的响应，这些结构受到沿z轴传播的外部纵向振动。单胞两侧均由两个大型构件包围，这些构件与单胞由相同材料制成；此外，在左右边界处设置了两个完美匹配层（PML）以避免任何潜在反射，如 [Fig. 6]所示。采用解析

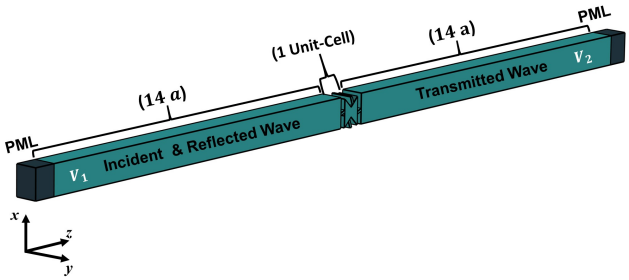


图6. 用于评估周期为 $a = 1.3$ cm 的一个晶胞与波相互作用后透射波和反射波偏振态的三维示意图。

根据方程组（9）定义偏振态的公式 [35], 波遇到均匀块体、非手性蝴蝶超原子和手性蝴蝶超原子后，其偏振态随之确定。此外，还采用类似的分析方法来评估这些受考察晶胞边缘处反射波的偏振态。

$$P_\alpha = \frac{\iiint_{V_i} \sqrt{|u_\alpha|^2}\, dr}{\iiint_{V_i} \sqrt{|u_\alpha|^2 + |u_\beta|^2 + |u_\gamma|^2}\, dr}$$

$$P_\beta = \frac{\iiint_{V_i} \sqrt{|u_\beta|^2}\, dr}{\iiint_{V_i} \sqrt{|u_\alpha|^2 + |u_\beta|^2 + |u_\gamma|^2}\, dr} \tag{9}$$

$$P_\gamma = \frac{\iiint_{V_i} \sqrt{|u_\gamma|^2}\, dr}{\iiint_{V_i} \sqrt{|u_\alpha|^2 + |u_\beta|^2 + |u_\gamma|^2}\, dr}$$

方程（9）采用下标 α、 β 和 γ，分别表示沿笛卡尔坐标 y、x 和 z 方向的偏振分量与位移分量。参数 V_i 表示晶胞左右两侧的体积，其中 $i = \{1, 2\}$，如 [图 6]所示。按照 [图 6], 所示，从左侧激励结构，施加归一化纵向振动（振幅为 1），最高频率为 1.8×10^4 Hz，并沿z轴传播；均匀块体、非手性超原子和手性超原子中的透射波偏振态分别如 [图 7]（a）、[图 7]（b）和 [图 7]（c）所示。均匀块体和非手性蝴蝶保持相同的

偏振态，与入射波 P_γ 一致，分别以青色和蓝色表示。相反，手性结构能够将纯纵向偏振波转换为水平和垂直剪切波，如红色所示。

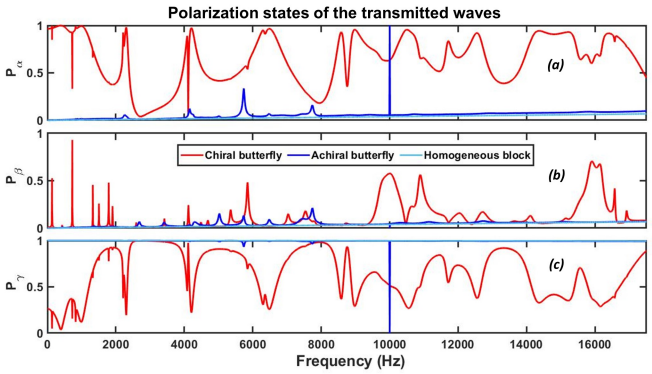


图7. 图(a)、(b)和(c)分别展示了弹性波与均匀块体、非手性蝴蝶超原子和手性蝴蝶超原子相互作用后透射波的偏振态。

类似地，均匀块体、非手性蝴蝶超结构和手性蝴蝶超结构产生的反射波偏振态分别如 [图 8](a)、 [图 8] (b)和 [图 8](c)所示。此外，我们证明反射波

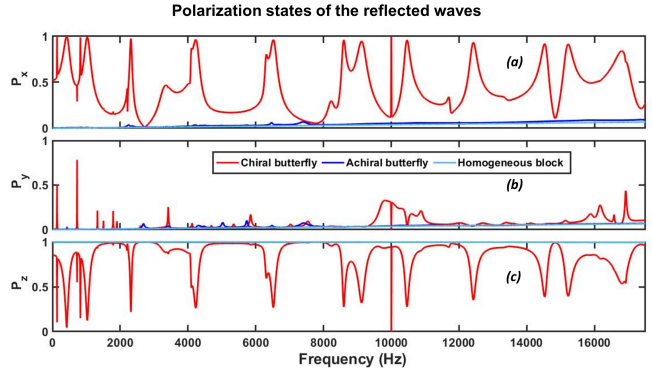


图8. 图(a)、(b)和(c)分别描绘了弹性波在均匀立方体、非手性蝴蝶超原子和手性蝴蝶超原子界面处反射时的偏振态。

在与手性蝴蝶超原子的界面相互作用时，会从纯纵向偏振 P_γ 转变为其他偏振态 P_α 和P_β。相反，在均匀块体和非手性单胞的情况下，反射波的偏振态保持不变。均匀、非手性和手性蝴蝶超结构的总位移场三维分布如 [图 9](a-d) 所示。在均匀情况下，透射波和反射波的偏振态均保持与入射波相同

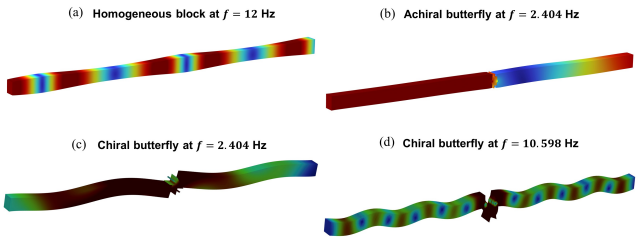


图9. 图(a)和(b)分别展示了均匀块体和非手性蝴蝶单胞在12 kHz和2.404 kHz频率下的总位移场。相比之下，图(c)和(d)分别展示了手性超材料单胞在2.404 kHz和10.598 kHz频率下的总位移场。

，记作 P_γ，如 [图 9(a)] 所示，频率为 12 kHz。非手性结构的总位移场在整个频谱范围内也保持与入射激励相同的偏振态，例如在频率为 2.404 kHz 时，如 [图 9(b)]所示。相反，在 [图9(c)]和 [图 9(d)], 中，手性结构展现出将透射波和反射波均从纵向偏振转换为剪切偏振的能力，频率分别为 2.404 kHz 和 10.598 kHz。此外，时间谐振动

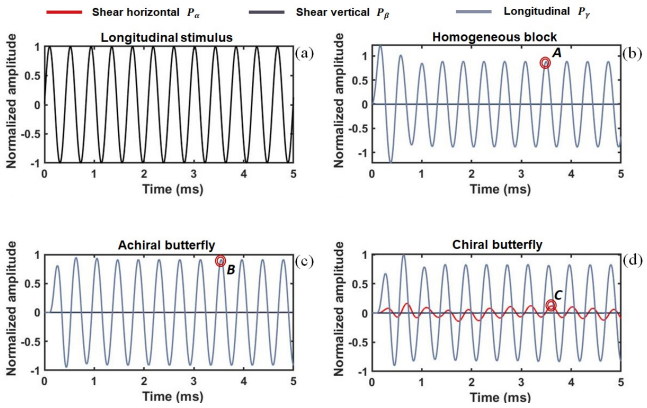


图10。在(a)图中，归一化幅值为1、频率为2.404 kHz、沿z方向传播的纵向正弦激励源由黑色曲线表示。图(b-d)分别描绘了时谐激励经过均匀块体、非手性和手性超结构后的偏振态。对于所有情况，透射波的基本偏振，即水平剪切 P_α、垂直剪切 P_β和纵向 P_γ ，分别以红色、蓝色和粉色表示。

采用正弦波形激励，探究透射波通过均匀块体、非手性蝴蝶超原子和手性蝴蝶超原子时的偏振态。沿z轴方向的振动具有归一化幅值，频率为 2.404 kHz,

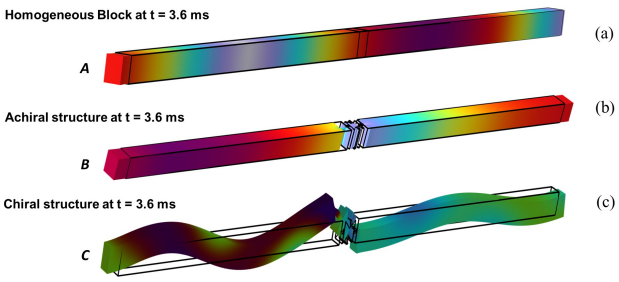


图11. 面板(a-c)展示了在时间步长为 $t = 3.6$ 毫秒时的总位移场，对应点 A、 B 和C 分别对应 [图 10], 中的均匀、非手性和手性蝴蝶形超原子。

持续时间从 0 到 5 ms 不等，如黑色曲线所示 [图 10(a)]。研究结果表明，均匀块体和非手性单胞受到入射振动激励时，透射波的偏振态保持不变。 [图 10(b)]和 [图 10(c)], 中的粉色曲线展示了这一结果：输出中仅有 P_γ 分量，而 P_α 和 P_β分量均为零，分别如红色和蓝色曲线所示。另一方面，手性蝴蝶结构将入射压缩振动转换为剪切振动，如 [图 10(d)],所示，输出信号中出现了 P_α 分量。最后， [图 11(a-c)]展示了所有情况下特定时刻（3.6 ms）的整体位移场，表明本研究开展的频域与时谐分析结果具有显著的一致性。

IV. 结论

在本研究范围内，我们对三维蝴蝶结构在促进固体材料中偏振态转换方面进行了深入分析。我们重点研究了非手性与手性蝴蝶结构的力学性能，发现非手性蝴蝶与均匀介质类似，因自由度有限而无法旋转偏振面。相反，手性效应为普通蝴蝶超原子赋予了额外的自由度，使其能够产生旋转运动，并在时域与频域中保持偏振态。这些发现表明，引入手性显著增强了结构的转换能力，并通过压缩与转动产生混合模态。此外，时谐结果证实，手性蝴蝶结构能够有效转换透射波和反射波。值得注意的是，这种转换可将纵波转化为相应的正交偏振波，即剪切波。最后，我们指出，将入射剪切波反向转换为纵波同样可行，反之亦然。

致谢

本研究得到了UTT战略项目NanoSPR（OPE-2022-0293）、研究生院（大学研究院）“NANOPHOT”（ANR-18-EURE-0013）、PHC PROCORE-法国校园/香港联合研究计划（编号44683Q）以及AAP1-LABEX SigmaPIX 2021的资助。我们还感谢勃艮第-弗朗什-孔泰大学EIPHI研究生院的支持，资助编号为ANR-17-EURE-0002]，该资助来自法国“未来投资”计划，并部分由ANR PNanoBot（ANR-21-CE33-0015）和ANR OPTOBOTS项目（ANR-21-CE33-0003）提供。

利益冲突声明：作者声明，本文不存在任何竞争性利益。

[1] Z. J. Wong、Y. Wang、K. O’Brien、J. Rho、X. Yin、S. Zhang、N. Fang、T.-J. Yen 和 X. Zhang，《光学与声学超材料：超级透镜、负折射率和隐形斗篷》，《光学杂志》**19**，084007（2017年）。[2] V. A. Fedotov、P. L. Mladyonov、S. L. Prosvirnin、A. V. Rogacheva、Y. Chen 和 N. I. Zheludev，《电磁波通过平面手性结构的非对称传播》，《物理评论快报》**97**，167401（2017年）。[3] M. Hentschel、M. Sch¨aferling、X. Duan、H. Giessen 和 N. Liu，《手性等离激元学》，《科学进展》**3**，e1602735（2017年）。[4] W. Wu、W. Hu、G. Qian、H. Liao、X. Xu 和 F. Berto，《.....的机械设计与多功能应用》手性机械超材料：综述，《材料与设计》**180**，107950（2019）。[5] M.J. Nieves、G. Carta、I.S. Jones、A.B. Movchan、N.V. Movchan，手性多重结构中的振动与弹性波，《固体力学与物理学杂志》**121**，408（2018）。[6] R. Naaman、Y. Paltiel 和 D. H. Waldeck，手性分子与电子自旋，《Advanced Materials》**3**，260（2019）。[7] D. W. Green、J.-M. Lee、E.-J. Kim、D.-J. Lee 和 H.- S. Jung，手性生物材料：从分子设计到再生医学，《先进材料界面》**3**，1500411（2016）。[8] M. Zhang、G. Qing 和 T. Sun，手性生物界面材-

料，《Chemical Society Reviews》41，1984（2012）。[9] Z. Fan 和 A. O. Govorov，手性金属纳米颗粒组装体的等离激元圆二色性，《Nano Letters》10，2587（2010）。[10] R. Schreiber、N. Luong、Z. Fan、A. Kuzyk、P. C. Nickels、T. Zhang、D. M. Smith、B. Yurke、W. Kuang、A. O. Govorov 等，具有可切换圆二色性的手性等离激元 DNA 纳米结构，《Nature Communications》4，2948（2013）。[11] S. Pag`es、F. Lagugn´e-Labarthet、T. Buffeteau 和 C. Sourisseau，光在非晶或近晶型偶氮聚合物薄膜中传播时产生的光诱导线性和/或圆双折射，《Applied Physics B》75，548（2002）。[12] J. Wu、X. Xu、X. Su、S. Zhao、C. Wu、Y. Sun、Y. Li、F. Wu、Z. Guo、H. Jiang 等，观察到连续谱中的准束缚态所增强的巨大外禀手性，《Phys. Rev. Appl.》16，064018（2021）。[13] J. Mur-Petit 和 R. A. Molina，连续谱中的手性束缚态，《Phys. Rev. B》90，035434（2014）。[14] Y. Cui、L. Kang、S. Lan、S. Rodrigues 和 W. Cai，扭转弧形超材料产生的巨大手性光学响应，《Nano Letters》14，1025（2014）。[15] C. Qi、F. Jiang 和 S. Yang，改善力学性能的先进蜂窝结构设计：综述，《Composites Part B: Engineering》227，109393（2021）。[16] T. Frenzel、M. Kadic 和 M. Wegener，具有扭转特性的三维机械超材料，《Science》358，1074（2017）。[17] I. Fernandez-Corbaton、C. Rockstuhl、P. Ziemke、P. Gumbsch、A. Albiez、R. Schwaiger、T. Frenzel、M. Kadic 和 M. Wegener，三维手性超材料的新扭转，《Advanced Materials》31，1807742（2019）。[18] K. K. Dudek、J. A. I. Mart´ınez、G. Ulliac 和 M. Kadic，用于形状变形的微尺度负泊松比层级力学超材料，《Advanced Materials》34，2110115（2022）。[19] R. Lakes，具有负泊松比的泡沫结构，《Science》235，1040（1987）。[20] A. C. Eringen 和 A. C. Eringen，微极弹性理论，（Springer，1999）。[21] R. S. Lakes 和 R. L. Benedict，微极弹性中的非中心对称性，《International Journal of Engineering Science》20，1167（1982）。[22] W. Nowacki，非对称弹性理论，（Pergamon Press，Headington Hill Hall，Oxford OX 3 0 BW，UK，1986年）。[23]G. Carta, I. S. Jones, N. V. Movchan, 和 A. B. Movchan，《手性弹性晶格中的波极化与动态简并》，《Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences》475，20190313（2019年）。[24] T. Frenzel, J. K¨opfler, E. Jung, M. Kadic 和 M. We- gener，《手性机械超材料中声学活性的超声实验》，《Nature Communications》10，3384（2019年）。[25] D. Portigal 和 E. Burstein，《晶体中的声学活性及其他一阶空间色散效应》，《物理评论》170，678（1968年）。[26] Q. Tong、J. Li 和 S. Wang，《三维手性超材料中的声学圆二色性》，arXiv预印本 arXiv:2301.02526（2023年）。[27] Q. Tong 和 S. Wang，《手性谐振器一维晶格中的声学螺旋二色性》，《物理评论 B》105，024111（2022年）。[28] X. Jiang、Y. Li、B. Liang、J.-c. Cheng 和 L. Zhang，《将声学共振转换为轨道角动量》，《物理评论快报》117，034301（2016年）。[29] H. Esfahlani、H. Lissek 和 J. R. Mosig，《利用超表面生成声学螺旋波前》，《物理评论 B》95，024312（2017年）。[30] A. C. Eringen，《具有记忆效应的微形态材料理论》，《International Journal of Engineering Science》10，641（1972年）。[31] A. C. Eringen，《热微伸长弹性固体理论》，《International Journal of Engineering Science》28，1301（1990年）。[32] A. C. Eringen，《微连续体场理论：I. 基础与固体》（施普林格科学与商业媒体，2012年）。[33] E. H. Lee 和 W. H. Yang，《具有周期结构的复合材料中的波》，《SIAM J. Appl. Math.》25，499（1973年）。[34] J.-C. Michel、H. Moulinec 和 P. Suquet，《具有周期微观结构的复合材料的有效性质：一种计算方法》，《计算机在应用力学与工程中的方法》172，143（1999年）。[35] Y. Achaoui、A. Khelif、S. Benchabane 和 V. Laude，《存在材料各向异性时二维声子晶体和波导中的偏振态与能级排斥》，《物理学杂志 D：应用物理》43，185401（2010年）。