arXiv:2304.08441v1 [math.LO] 17 Apr 2023

评 Mark Textor：《布伦塔诺的存在设定理论》

Nils K¨urbis

附注（2023年4月）：本文是对 Mark Textor 于2015年12月在伦敦国王学院所作演讲的评论文本（发表版本见 Textor，2017）。除更正错别字和调整版式外，本文内容未作改动。此后，我对本文提出的若干问题改变了看法，不过文中包含一些想法，以及一个自然演绎系统的构想；该系统将 Textor 在会议上提出的布伦塔诺存在设定理论纳入其中，这些内容或许仍有一定价值。我最近在尚未发表的研究中重新拾起了这一构想。

1 存在问题

自由逻辑中量词的标准引入规则和消去规则（其中 $\exists!t$ 表示“t 存在”）如下：

$$(\forall I)\ \frac{\begin{array}{c}[\exists!a]^i\\ \Pi\\ A^x_a\end{array}}{\forall xA}\,i \qquad (\forall E)\ \frac{\forall xA \qquad \exists!t}{A^x_t}$$

$$(\exists I)\ \frac{A^x_t \qquad \exists!t}{\exists xA} \qquad (\exists E)\ \frac{\exists xA \qquad \begin{array}{c}[A^x_a]^i\ [\exists!a]^j\\ \Pi\\ C\end{array}}{C}\,i,j$$

其中，在 ($\forall I$) 中，a 不在任何作为 A 依据的假设中自由出现，除 $\exists!a$ 外；而在 ($\exists E$) 中，a 不在次要前提 C 及其所依赖的任何公式中自由出现，除 $\exists!a$ 和 A^x_a 外。

这些规则并不令人满意。$\exists!t$ 本意是解释为“t存在”，但规则并没有告诉我们这一点。即使把它读作

$\exists!$，并将其视为你最喜欢的、除“存在”之外的某个一元谓词，规则也同样成立。这样一来，量化论域就被限制为属于该谓词外延的事物，不论它究竟是什么。到目前为止，这些规则不过是在练习受限量化。

这些规则使用 $\exists!$，因此只有在 $\exists!$ 已经具有意义时，才能确定量词的意义。我们需要先解释 $\exists!$ 的意义，这样这些规则才能赋予量词预期的意义。问题是，如何用推理规则来做到这一点。

我们可以尝试加入同一性来解决这个问题。它的消去规则是同一者不可分辨原理。引入规则有两种选择。如果无论$t = t$ 是否指称对象，它都为真，我们就把自同一性用作公理。如果只有$t = t$ 在t 指称对象时才为真，我们就使用受限公理 $\forall x\, x = x$，或者要求先将 $\exists!t$ 作为前提，然后才能推出$t = t$：

$$(=I_1)\ \frac{}{t = t} \qquad (=I_2)\ \frac{}{\forall x\, x = x} \qquad (=I_3)\ \frac{\exists!t}{t = t} \qquad (=E)\ \frac{t = u \qquad A^x_t}{A^x_u}$$

无论采用哪种引入规则，$\exists!t$ 现在都可以与 $\exists x\, x = t$相互推导：

$$\dfrac{\dfrac{}{t = t} \qquad \exists!t}{\exists x\, x = t} \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\forall x\, x = x} \qquad \exists!t}{t = t} \qquad \exists!t}{\exists x\, x = t}$$

$$\dfrac{\dfrac{\exists!t}{t = t} \qquad \exists!t}{\exists x\, x = t} \qquad \dfrac{\exists x\, x = t \qquad \dfrac{[a = t]^1 \qquad [\exists!a]^1}{\exists!t}}{\exists!t}\,1$$

全称量词出现在 $(=I_2)$ 中，因此只有理解了 $\forall$，才能理解它。但反过来，只有理解了 $\exists!$，才能理解 $\forall$。这就形成了循环，因此无助于我们理解 $\exists!$，也不能为排除对它的偏离解释提供理由。我们应该采用 $(=I_1)$ 或 $(=I_3)$。由于 $(=I_2)$ 和 $(=I_3)$ 可以相互推导，因此选择哪一个都不会影响可推导性。

我们可以尝试以下思路。同一性并不局限于因特殊原因而令我们感兴趣的某一类事物。它适用于一切事物。有了同一性，我们就能排除对 $\exists!$ 的偏离解释，因为 $\exists!t$ 和 $\exists x\, x = t$ 可以相互推导。要让这一思路成立，我们不能采纳 $(=I_3)$，因为它使 $=$ 的意义取决于 $\exists!$ 的意义（因此也无法排除偏离解释）。

我们最终得到（$=I_1$）。可惜，情况并没有好多少。我们的思路使 $\exists!$ 的意义依赖于 $=$ 的意义，却没有

按照规则明确说明这一点，但这无法掩盖循环论证。即使先不考虑这样一种疑虑：我们应该能够独立于同一性来给出存在谓词的意义，这种依赖关系仍然存在问题。我们不妨按照其与 $\exists x\ x = t$ 可相互推导这一点所暗示的方式，以 $=$ 来定义 $\exists!t$ 。为了确保 $\exists!$ 获得预期的意义，我们必须先理解 $=$，才能理解 $\exists!$。然而，将 $\exists!$ 与 $=$ 联系起来，又会诉诸 $\exists$（无论是在证明 $\exists! t$ 与 $\exists x\ x = t$ 等价时，还是在用 $=$ 来定义 $\exists!$ 时）；但 $\exists$ 的意义是通过诉诸 $\exists!$ 的规则来规定的。

Neil Tennant 提议加入一条原子指称规则，这在一定程度上缓解了这些困难：原子命题只有在其所有单称项都有所指时才可能为真。为了保证逻辑的自由性，由于$t = t$ 是原子的，我们必须拒绝（$= I_1$）。Tennant 弱化了这条规则，并要求以一个原子命题为前提，才能推出$t = t$。其中Ft 是一个原子公式：

$$(AD)\ \frac{Ft}{\exists!t} \qquad (= I_4)\ \frac{Ft}{t = t}$$

由于 $\exists!t$ 是原子的，它与$t = t$以及 $\exists x\ x = t$也相互可推导。与上述情况相反，我认为这里的相互可推导并不成问题。[1] **(*AD*)** 是一条真正的引入规则，其中并无循环论证。现在， $\exists!$ 和 $=$ 的意义都取决于对某些原子命题意义的预先理解。但所有推理规则都是如此。更严重的问题在于，原子指称规则是否真的赋予了 $\exists!t$ “t 存在”的意义，而不是“‘t’有所指”的意义，这一点值得怀疑。正如 Mark 指出的那样，存在谓词应当与指称这类元语言概念区分开来。

形式上的补充说明：由于（$\forall E$）和（$\exists I$）实际上是针对$\exists!$的消去规则，推导中可能包含无法消除的 $\exists!t$ 形式的极大公式，也就是说， $\exists!t$ 由原子公式推导得出，随后又用于（$\forall E$）或（$\exists I$）的应用中。或许这没关系：由于量词规则允许 $\exists!t$ 形式的公式消失，我们只有受限的子公式性质，其中某些 $\exists!$的出现不予计入。或许我们不想说， $\exists!$的意义完全由支配它的规则决定，因此可正规化性是一项过高的要求。

[1]Milne 将其视为（Milne（2007））中的一个问题；该文讨论了 Tennant 关于存在、指称和自由逻辑的观点，尤其是（Tennant（2004））。Tennant 的回应（Tennant（2007））包含了此处给出的规则。

2 布伦塔诺与 Textor 登场

自由逻辑对存在所作的说明并不十分令人满意。我们需要的是对存在概念的某种独立解释，理想情况下，这种解释能够在逻辑中得到形式化实现。Mark追随布伦塔诺，为填补逻辑上的空缺提供了一条颇有前景的途径。Mark建议修正布伦塔诺关于“存在”的表达主义观点：存在是一种一切事物都具有的属性。这显然也是自由逻辑必须接受的：在量词规则和（AD）中，$\exists!$与一阶谓词恰好属于同一范畴，发挥着相同作用。若没有与之对应的属性，自由逻辑就说不通了！尽管如此，Mark仍解释了如何善用布伦塔诺的思想：我们可以用一种原初的承认概念及其对偶概念“否认”来解释存在，而承认与否认都是言语行为。“t 存在”意味着，如果承认t，那么就是如实承认；如果否认t，那么就是错误地否认。Mark采纳了Rumfitt的观点，即逻辑常项的意义是用断言 + 和否认 – 这两种原初言语行为来界定的（Rumfitt, 2000），并提议将这一思路扩展到存在谓词意义的定义中，通过援引承认与否认的推理规则来界定其意义。对于否定，我们有：

$$(+\neg I)\ \frac{-\ A}{+\ \neg A} \qquad (+\neg E)\ \frac{+\ \neg A}{-\ A} \qquad\qquad (-\neg I)\ \frac{-\ A}{+\ \neg A} \qquad (-\neg E)\ \frac{-\ \neg A}{+\ A}$$

Mark 为 $\exists!$ 提出了类似的规则；为了与上述规则保持一致，我调整了记号。! 表示认可力，/ 表示否定力：

$$(\exists!I_1)\ \frac{!\ t}{+\ \exists!t} \qquad (\exists!E_1)\ \frac{+\ \exists!t}{!\ t} \qquad\qquad (\exists!I_2)\ \frac{/\ t}{+\ \neg\exists!t} \qquad (\exists!E_2)\ \frac{+\ \neg\exists!t}{/\ t}$$

两点小意见。首先，由于 $\neg$ 在规则中的用法，$\exists!$ 的含义取决于 $\neg$ 的含义。因此，除非我理解 $\neg$，否则就无法理解 $\exists!$。不过，我们可以改用原始的否定力来重新表述规则，即在 $(\exists!I_2)$ 和 $(\exists!E_2)$ 中使用否定力：

$$(\exists!I_2')\ \frac{/\ t}{-\ \exists!t} \qquad (\exists!E_2')\ \frac{-\ \exists!t}{/\ t}$$

其次，Mark 需要一些规则，明确 / 和 ! 是互不相容的言语行为，并说明遇到这种僵局时该怎么办。以下规则似乎可行：

$$\frac{!\,t \qquad /\,t}{\bot} \qquad \begin{array}{c}[+\,\exists!t]^i \\ \Pi \\ \dfrac{\bot}{/\,t}\,i\end{array} \qquad \begin{array}{c}[-\,\exists!t]^i \\ \Pi \\ \dfrac{\bot}{!\,t}\,i\end{array}$$

我们可以根据 Mark 的讨论重新表述自由逻辑的规则。上述规则只适用于量词的断言用法。我们还需要否认的规则。在规则中，若 $\exists!t$ 作为前提出现，我们可以不借助 $\exists!$，而直接使用 $!\,t$ 。Mark 指出，由于言语行为不能嵌入句子，而“t 存在”却可以，因此我们需要一个存在谓词，正如除了否认之外还需要 $\neg$ 一样。或许我们可以这样论证：在 $\exists!$ 作为被解除的假设出现的规则中，我们无法将其消去：解除对命题的断言或否认是有意义的，但解除对事物的承认或否认则没有意义。这便为我们需要存在谓词提供了另一个理由。由此得到以下规则，其中 α 表示断言和否认：

$$(+\forall I)\ \begin{array}{c}[+\,\exists!a]^i \\ \Pi \\ \dfrac{+\,A}{+\,\forall xA^a_x}\,i\end{array} \qquad (+\forall E)\ \frac{+\,\forall xA \qquad !\,t}{+\,A^x_t}$$

$$(+\exists I)\ \frac{+\,A^x_t \qquad !\,t}{+\,\exists xA} \qquad (+\exists E)\ \frac{+\,\exists xA \qquad \begin{array}{c}[+\,A^x_a]^i\ [+\,\exists!a]^j \\ \Pi \\ \alpha\end{array}}{\alpha}\,i,j$$

$$(-\forall I)\ \frac{-\,A^x_t \qquad !\,t}{-\,\forall xA} \qquad (-\forall E)\ \frac{-\,\forall xA \qquad \begin{array}{c}[-\,A^x_a]^i\ [+\,\exists!a]^j \\ \Pi \\ \alpha\end{array}}{\alpha}\,i,j$$

$$(-\exists I)\ \begin{array}{c}[+\,\exists!a]^i \\ \Pi \\ \dfrac{-\,A}{-\,\exists xA^a_x}\,i\end{array} \qquad (-\exists E)\ \frac{-\,\exists xA \qquad !\,t}{-\,A^x_t}$$

这些规则既不使用 $/\,t$ ，也不使用 $-\,\exists!t$。我们可以添加一个版本的（$+\,\forall I$），使我们能够从 $+\,\forall xA$ 和 $-\,A^x_t$ 推导出 $/\,t$ ；还可以添加一个版本的（$-\,\exists E$），使我们能够从 $-\,\exists xA$ 和 $+\,A^x_t$ 推导出 $/\,t$ ，但这似乎有些牵强。我没有提出允许解除 $-\,\exists!t$ 的规则，

而且我也不知道它们还能带来什么。总的来说，到了这一步，/ 似乎是多余的。

关于如何在形式系统中整合布伦塔诺和 Mark 对 $\exists!$ 含义的说明，仍有一些工作要做；不过，这种说明有望避免自由逻辑规则中的循环，而且它说明的是存在谓词，而非指称。至于同一性，我建议仍最好避免（$=I_2$），因为我们或许可以独立于全称量化来理解同一性；不过，Mark 的说明可以采用（$=I_1$）或（$=I_3$）的某个版本，只需将前提中的 $!t$ 替换为 $\exists!t$ 。

3 个问题与建议

1. 断言与否定、否认与承认都是言语行为。一方面，断言与承认之间是什么关系？另一方面，否定与否认之间又是什么关系？它们是某个更广泛属概念下的不同种类吗？也就是说，在使用 $+$ 和 $!$ 时，背后是否有一种言语行为；而在使用 $-$ 和 $/$ 时，背后则是另一种言语行为，只不过前者作用于命题，后者作用于对象？我之所以直接诉诸 $!$ 而不是 $\exists!$ 来表述（$+\forall E$）、（$+\exists I$）、（$-\forall I$）和（$-\exists E$），其中一个原因是，这样做展示了它们如何都能纳入逻辑之中。坚持沿用量词的旧规则，会让 Mark 关于 $!$ 的规则看起来像是与逻辑有些脱节的附加规则。如果只有两种言语行为，且它们都能同样作用于命题和对象，那么我们就能对逻辑常项、存在以及可能还有更多内容的含义作出简洁统一的说明，正如下一点所提议的那样。还要注意，由于 $-A$ 等价于 $+\neg A$，双面论者对为何需要两种言语行为给出了相当详尽的说明。没有任何与 $/$ 相对应的东西能等价于 $!$ 和 $\neg$ 的组合，因为否定不能作用于对象。因此，我们立即就需要 $/$，而 $-$ 则没有这种需要。

2. 我可以承认拉链的发明者存在，却否认现任法国国王存在。我们也可以将 $!$ 和 $/$ 应用于复杂项，例如用摹状词算子构造的复杂项 ι。例如，我们应有 $!\ \iota xFx \vdash +F(\iota xFx)$，而我们的逻辑则应包含两个相互关联的部分。一部分根据原子命题的断言和否定条件，规定句子联结词、量词以及复杂命题的意义。另一部分则根据较简单项，规定项形成算子的意义以及

复杂项的承认和否认。（我们无法将 / 重构为 ! ($\iota x \ \neg \ x \ = t$)；只有在世界上仅有一个对象且它不是 t 时，这种重构才正确！）

3. 是否应当有某种规则与原子指称规则相对应？例如，我们能否从断言原子命题Ft 推断t被认可；反过来，如果t 被否定，原子命题Ft 是否也必须被否定？若是如此，我们就有了 $+ Ft \vdash ! \ t$ 以及 $/ \ t \vdash - Ft$。

参考文献

Milne, P. (2007). 存在、自由、同一性与抽象实在论逻辑。*Mind116*(461), 23–53. Rumfitt, I. (2000). “是”与“否”。*Mind 109*(436), 781–823. Tennant, N. (2004). 抽象算子的一般理论。*The Philosoph-ical Quarterly54*(214), 105–133. Tennant, N. (2007). 自由逻辑中的存在与同一性：推论主义的一个问题？*Mind116*(464), 1055–1078. Textor, M. (2017). 迈向新布伦塔诺式存在理论。*Philoso-pher's Imprint17*(6), 1–20。