arXiv:2304.08806v1 [physics.atom-ph] 18 Apr 2023

Er:YSO晶体中的周期性超辐射

原秀明,[1], * 韩俊锡,[1,2] 今井康隆,[1] 笹尾登,[1] 吉見彰宏,[1] 吉村浩司,[1] 吉村基彦,[1] 和宫本由纪[1], †
[1] *Research Institute for Interdisciplinary Science, Okayama University, Okayama 700-8530, Japan*
[2] *Department of Physics and Astronomy & Institute of Applied Physics, Seoul National University, Seoul 08826, Korea*
(日期：2023年4月19日)

我们在连续波激发激光照射Er:YSO晶体期间，观测到了周期性光脉冲。我们将这一新现象称为“周期性超辐射”。这种周期性可以用一个简单模型定性地解释：粒子数反转持续补充与超辐射突然爆发构成的循环过程不断重复。激发功率对峰值间隔和脉冲面积的影响可以用我们的简单模型加以解释。此外，超辐射的线宽远窄于晶体中的非均匀展宽。这一结果表明，只有特定环境中的Er^{3+} 离子参与了超辐射。

自 R. H. Dicke 在 1954 [1] 提出预测以来，已有大量关于超辐射（SR）的理论和实验研究。如果原子或分子的偶极矩之间产生关联，峰值跃迁速率就会加快，并与 N^2 成正比，因为会形成一个与原子数 N 成正比的宏观偶极矩。要发生超辐射，这个宏观偶极矩必须在退相干时间 T_2 内形成，且粒子数反转必须达到一定阈值。迄今为止，超辐射已在气体 [2–4] 和固态材料 [5–8] 中得到证实。

最近，在 Y_2SiO_5 晶体（Er:YSO）中观察到了掺杂的 Er^{3+} 离子产生的超辐射 [9] [10]。掺入晶体的稀土离子的内组态 $4f \rightarrow 4f$ 跃迁具有极长的退相干时间，尽管它们处于固体环境中，这是因为 $4f$ 电子受到 $5s$ 和 $5p$ 壳层的屏蔽，因而免受与宿主晶格的相互作用。Er:YSO晶体在固体中呈现出 73 Hz 的最窄均匀线宽 [11]。研究者已提出多种面向量子信息处理 [12–14] 和基础物理学 [15–17] 的应用。

本文报告了在 Er:YSO晶体中观察到具有准周期时间结构的超辐射（SR）的实验研究。在以往的 SR 实验中，通常在脉冲激光器激发后产生单个 SR 脉冲，无论是否伴有振铃。相比之下，本研究中观察到的脉冲是在连续波（CW）激发激光开启期间周期性产生的。此外，测得其线宽接近傅里叶极限，远窄于晶体中的非均匀展宽。这种现象本身就很有趣，而且从另一角度看也颇具意义：输入连续波激发激光后，能够产生线宽较窄的光脉冲。据我们所知，此类现象迄今尚未得到实验或理论研究。

下面我们将介绍实验结果，重点关注其周期性。我们还给出了一个简单模型，将其视为循环过程的重复：

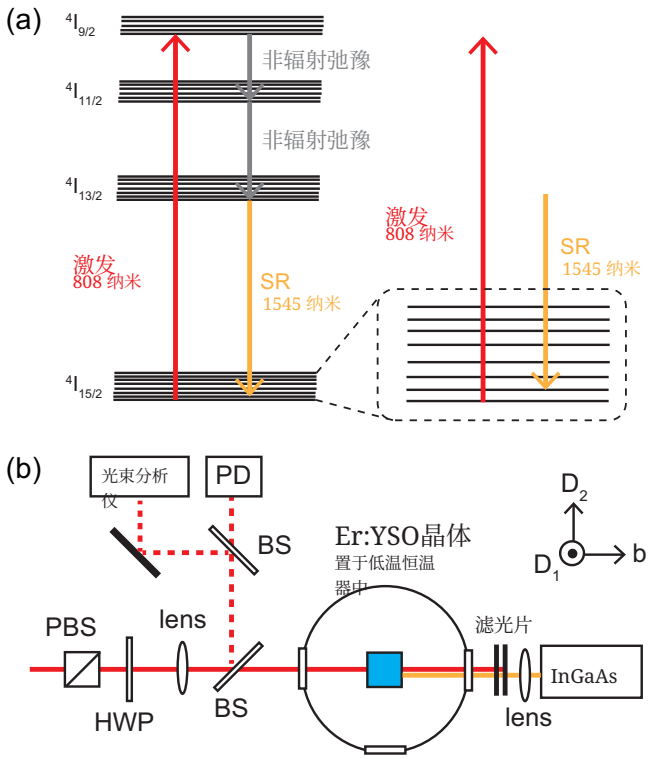

图1。（a）掺杂于 YSO 晶体中的 Er^{3+} 离子的能级图。虚线圆角方框显示了 $^4I_{15/2}$ 基态的放大图。（b）实验装置。PBS：偏振分束器。HWP：半波片。BS：分束器。PD：光电探测器。InGaAs：InGaAs 光电探测器。

持续补充粒子数反转，并在达到超辐射阈值后突然爆发超辐射发射。

图1(a)展示了掺杂于YSO晶体中的Er^{3+} 离子的能级图。每个能态都被晶体场分裂为若干个斯塔克能级。Er^{3+} 离子经808 nm波长的光激发，从基态跃迁至 $^4I_{9/2}$ 态的最低斯塔克能级。激发态Er^{3+} 离子通过非辐射过程迅速衰减。这样，

布居数积累在$^4I_{13/2}$ 态的最低斯塔克能级上，该能级寿命较长，通过荧光（自发辐射）测得其寿命约为10 ms。除了荧光之外，还会产生沿前向传播的光脉冲。

图1(b)展示了实验装置。靶是由蒙大拿州博兹曼的 Scientific Materials, Inc. 生长的 Er^{3+}:YSO晶体。我们的实验使用位点2上的 Er^{3+} 离子。根据 0.1% 的标称浓度值，每个位点上 Er^{3+}离子的数密度约为 5×10^{18} cm^{-3} 。晶体由铜夹具固定在低温恒温器中，并由吉福德–麦克马洪制冷机冷却至约 4 K。在 4 K 时，几乎所有 Er^{3+} 离子都处于$^4I_{15/2}$ 基态的最低斯塔克能级。晶体经过对准，使激光的 k 矢量平行于 b轴，并沿 6 mm 的路径传播。晶体的其他尺寸分别为沿 D_1 轴 4 mm、沿 D_2 轴 5 mm。输入激光的偏振平行于 D_2 轴。光束直径（$2w_0$）经过宽松聚焦后，在晶体上的尺寸约为 300 μ m，且在晶体中几乎保持不变。输入激光功率由光电探测器监测，通常为 90 mW。激光位置也由光束分析仪监测。砷化铟镓（InGaAs）光电探测器（ HCA-S-200M-IN；FEMTO Messtechnik GmbH）用于探测产生的光脉冲。探测器前方的长通滤光片用于滤除残余激发激光。

Er^{3+} 离子的激光激发时序由声光调制器（AOM）控制。激发激光每隔 200 ms 开启 40 ms：选择这一时序，是为了使激发激光的持续时间远长于观测到的脉冲持续时间和周期，同时将靶晶体的温升控制在足够低的水平，以免缩短退相干时间。40 ms 的激发数据重复采集了 10 次。

我们观测到了一列光脉冲：激光开启后数毫秒（ $t = 0$）开始出现脉冲，激光关闭后脉冲随即消失。图2 (a) 展示了激发过程中间 5 ms 内观测到的脉冲示例。脉冲以几乎恒定的时间间隔产生，换言之，呈周期性。图 2 (b) 为峰间隔直方图，峰间隔定义为相邻峰之间的时间差（绘制的是 $t = 10$ ms 之后的数据，此时系统已达到平衡态）。红线为高斯拟合。拟合得到的平均周期和标准差分别为160 μs 和 20 μs。脉冲产生于$^4I_{13/2}$ 态最低斯塔克能级到 $^4I_{15/2}$基态第二低斯塔克能级的跃迁。单色仪测量证实了这一点，脉冲的波长为 λ =1545 nm。

根据以下观察结果，我们将观测到的脉冲判定为超辐射（SR）：(i) 脉冲持续时间短；(ii) 脉冲形状呈双曲正割平方形；(iii) 脉冲持续时

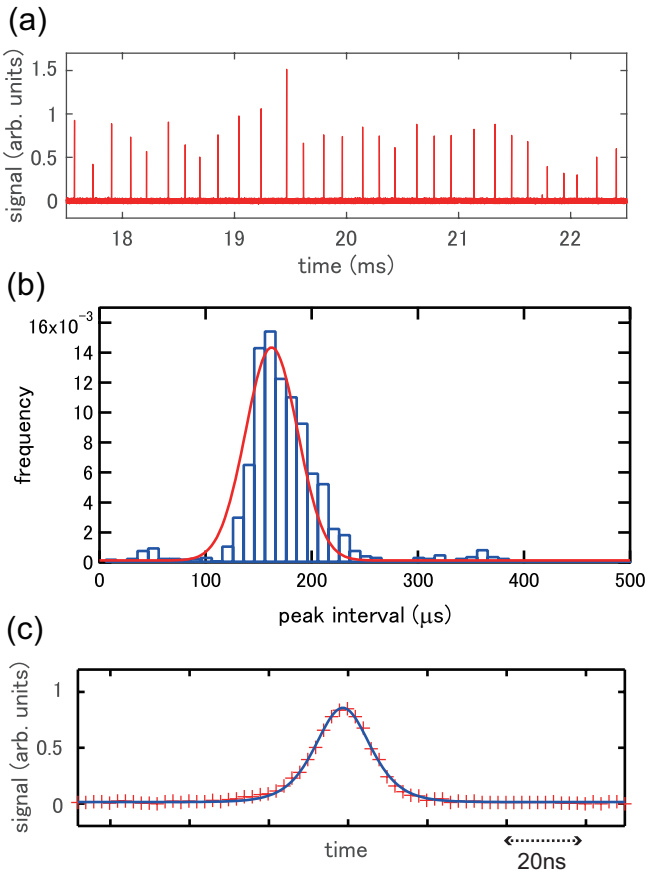

图 2. (a) 观测到的周期性脉冲波形示例。激发激光从 $t = 0$ 开始开启 40 ms。(b) 相邻脉冲之间峰值间隔的直方图。红线为高斯拟合。(c) 观测到的单个脉冲示例。红色叉号为数据点。蓝色实线为双曲正割平方函数拟合曲线。

间与高度之间的关系；以及 (iv) 脉冲面积与高度之间的关系。下面将更详细地阐述这些要点。图2 (c) 展示了一个典型示例，即单个观测到的脉冲（红色叉号）。这类脉冲的半高全宽（FWHM）脉冲持续时间存在波动，其平均值和标准差分别为 20 ns 和 5 ns。这些数值由持续时间直方图的高斯拟合得出。观测到的脉冲持续时间比该跃迁高能态的寿命（~10 ms）短 10^6 倍，同时与超辐射预期的时间尺度一致。实际上，在简化的双能级模型中，超辐射的特征时间由 [18] 给出

$$T_R = 8\pi/(3\gamma N_0 \lambda^2 L), \quad (1)$$

其中， N_0 表示与 SR 相关的 Er^{3+} 离子数密度， λ 表示 SR 的波长（1545 nm）， L 表示样品长度（6 mm）， γ 表示辐射衰减率。 T_R 的近似值可按如下方法估算。对于 N_0（ $= N/V$），我们采用单个脉冲中的光子数 N，并将其除以

激发体积 V，其中 $N \simeq \mathcal{O}(10^{12})$ 根据测得的信号脉冲面积、InGaAs光电探测器的效率以及滤光片的透射率进行估算； V 取为激光束横截面积（πw_0^2）的 L 倍。 γ 的上限由高能态的寿命乘以向低能态 [19], 的辐射分支比给出，计算结果为 40 Hz。综合这些因素， T_{R}计算得大于 $\mathcal{O}$ （1 ns）。考虑到将 T_{R} 换算为脉冲持续时间所需的数值因子，以及 γ存在的歧义，我们认为观察到的脉冲与 SR 相符。

对于我们的实验配置，预计宏观极化（相干性）会在靶（$L \ll cT_{\mathrm{R}}$）上均匀地形成，因此超辐射脉冲的形状会呈双曲正割平方函数 [20]。如图 2 (c) 中的蓝色实线所示，观测到的脉冲形状确实与该函数拟合良好。还预计脉冲持续时间与峰值高度的平方根成反比，因为前者正比于 $T_{\mathrm{R}} \propto 1/N$ （式 1），而后者正比于 N^2。同样，脉冲面积（$\propto N$）正比于峰值高度的平方根。数据检验了这些关系，结果发现它们近似成立（更多细节见补充材料）。

观测到的超辐射的周期性行为可以用以下简单模型来解释。(i) 激发激光将 Er^{3+} 离子泵浦至超辐射跃迁的高能态。(ii) 其中一部分通过自发辐射退激至低能态。(iii) 在此过程中，宏观极化（相干性）也逐渐形成，直至达到超辐射阈值。(iv) 随后，高能态的布居数（以及相干性）骤然降低，从而产生一个尖锐脉冲。(v) 超辐射低能态的布居数立即衰减至基态。(vi) 重复这些过程，即可产生周期性超辐射脉冲。

为验证模型的有效性，我们研究了激发激光功率对结果的影响。图 3 (a) 和 (b) 分别显示了峰值间隔和脉冲面积随激发激光功率的变化。分析中使用了 40 ms 内观测到的所有脉冲。随着功率增加，周期变短，脉冲面积变大。图 3 (a) 和 (b) 中的实线是拟合结果，其函数形式由我们的模型推导而来，并假设 SR 阈值（因此 T_{R}）与激光功率无关。由于相干性建立是抽运与退激发速率之间的竞争过程，因此激发激光应存在某个阈值强度 I_{th} 。实际激光束的空间分布并不均匀，而是随半径变化。因此，强度超过 I_{th} 的有效面积应随激光功率增加。假设高斯强度分布为 $I(r) = I_0 \exp(-2r^2/w_0^2)$，我们预计有效体积 $V_{\mathrm{eff}} = \pi r_{\mathrm{th}}^2 L$ 也会随 $\ln(I_0/I_{\mathrm{th}})$ 增加。这里 $I_0 = 2P/\pi w_0^2$ 是激发激光的峰值强度

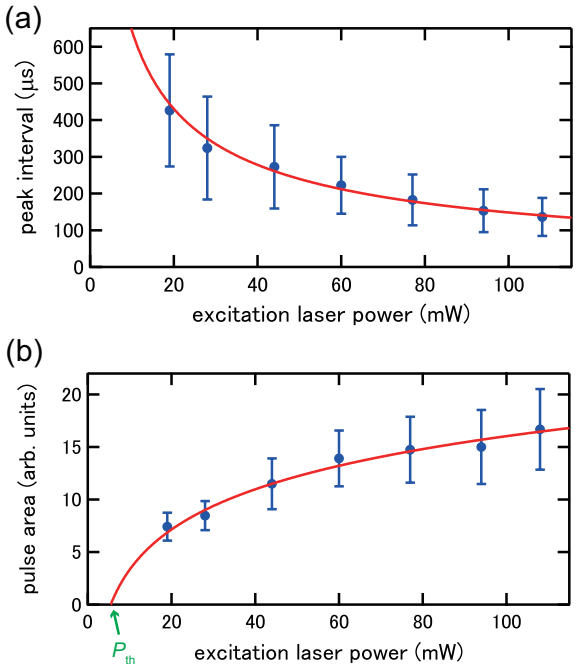

图3。(a) 不同激发激光功率下的峰值间隔。蓝色圆圈表示平均值。误差条表示标准差，而非统计误差。红线是对数据进行的拟合，拟合形式为（间隔） $= A \times \ln(P/P_{\mathrm{th}})/(P - P_{\mathrm{th}})$。(b) 不同激发激光功率下的脉冲面积。蓝色圆圈和误差条分别表示平均值和标准差。红线是对数据进行的拟合，拟合形式为（面积） $= B \times \ln(P/P_{\mathrm{th}})$。两种拟合的阈值功率$P_{\mathrm{th}}$ 相同。

功率 P，而 r_{th} 是由 $I(r_{\mathrm{th}}) = I_{\mathrm{th}}$ 确定的阈值半径。根据 T_{R}或 $N_0 = N/V_{\mathrm{eff}}$（而非此处的 N/V ）的恒定性，我们预计 N （与脉冲面积成正比）会随 $\ln(I_0/I_{\mathrm{th}})$ 增加。另一方面，在我们的模型中，峰值间隔与横截面积 πr_{th}^2 上的平均强度成反比，因此我们预计它与 $\ln(I_0/I_{\mathrm{th}})/(I_0 - I_{\mathrm{th}})$ 成正比。对数据的实际拟合同时针对峰值间隔和脉冲面积进行，分别采用（间隔） $= A \times \ln(P/P_{\mathrm{th}})/(P - P_{\mathrm{th}})$ 和（面积） $= B \times \ln(P/P_{\mathrm{th}})$，并将 A、 B 和 P_{th} 作为自由参数。阈值功率 P_{th} 与 I_{th} 之间存在 $I_{\mathrm{th}} = 2P_{\mathrm{th}}/\pi w_0^2$ 关系。测量结果与我们的模型吻合良好。拟合结果给出$P_{\mathrm{th}} = 5.5 \pm 0.6$ mW。误差经过缩放，使约化 χ^2 值为 1。 P_{th} 的值与实验事实一致：低于 10 mW 时无法观测到周期性超辐射。上述激发激光功率依赖性结果支持了我们模型的有效性。

现在我们关注超辐射的线宽。为进行这项测量，从晶体射出的超辐射脉冲被耦合进一根光纤，随后传送至一个共焦腔（SA200-14；Thorlabs），其精细度和

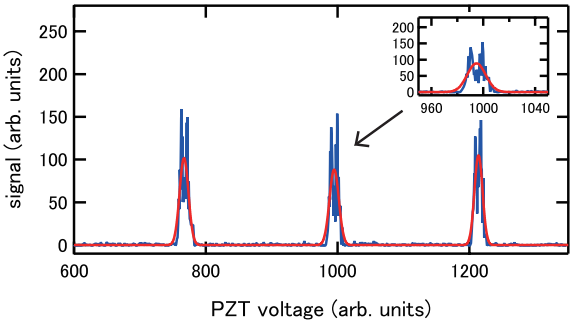

图 4. 使用共焦腔测量超辐射的线宽。通过改变压电陶瓷电压扫描腔长。红线为高斯拟合。插图放大显示了其中一个峰。

自由光谱范围（FSR）分别为 > 200 和 1.5 吉赫兹。在通过改变压电陶瓷电压缓慢扫描腔长、使其跨越 3 个 FSR（频率为 0.013 Hz）的同时，使用与超辐射实验中相同的光电探测器测量腔的透射光强。图 4 展示了透射信号随腔长变化的一个示例。红线为高斯拟合，对三个峰取平均后得到半高全宽线宽为 100 兆赫兹。对此有几点需要说明。首先，实际线宽可能远窄于所报告的数值，因为该数值包含了超辐射脉冲逐发的频率波动。事实上，测得的线宽大于其傅里叶极限 ~ 20 兆赫兹；该极限是根据观测到的 ~ 20 纳秒脉冲宽度估算的。其次，测得的宽度远窄于晶体中典型的非均匀展宽（~ 1 吉赫兹）。这表明只有处于特定环境（频率范围较窄）中的 Er^{3+} 离子被激发。如果在更宽的非均匀展宽范围内激发 Er^{3+} 离子，我们预计每个超辐射脉冲都会独立产生，因此其出现时间是随机的。我们认为，观测到的超辐射脉冲的周期性与这一特征密切相关。

需要注意的是，由于晶体的不均匀性，周期会随晶体中受激区域的不同而变化。通过改变激发激光的对准方式可以确认这一点。不过，只要适当调整对准方式，就可以重现周期性行为。即使周期本身发生变化，也可以像上文一样讨论晶体其他区域中周期脉冲的各种特性。

总之，我们在 Er:YSO晶体中观察到了一种可表征为周期性超辐射的现象。我们提出的简单模型可以解释这种周期性时间结构。该模型假设，周期性超辐射由一个循环过程产生：粒子数反转持续形成，随后在达到超辐射阈值时突然爆发超辐射发射。功率依赖性测量的结果至少在一定程度上支持了该模型的有效性——结果。诚然，该模型只是定性的；如果未来能够实现更定量的理解，就有望控制超辐射的时间行为。除上述特征外，我们还通过线宽测量发现，在非均匀展宽范围内，超辐射脉冲选择了一个狭窄的跃迁频率范围。我们认为，这是实现周期性时间结构的关键特征之一。我们观察到的周期性超辐射还展现出作为光源的潜力：无需注入种子光，便可在简单系统中产生窄线宽光脉冲。固体中的相干现象可能应用于量子信息处理 [12–14] 和基础物理学 [15–17]。理解并控制相干现象将在这些研究领域发挥重要作用。

我们感谢 C. Braggio、F. Choissi、G. Carugno 和 K. An 提供的宝贵讨论。本研究得到了 JSPS KAKENHI（课题编号 JP20H00161 和 JP21H01112）的资助。

* hhara@okayama-u.ac.jp † miyamo-y@cc.okayama-u.ac.jp

[1] R. H. Dicke, 《物理评论》93, 99（1954年）。[2] N. Skribanowitz、I. P. Herman、J. C. MacGillivray 和 M. S. Feld, 《物理评论快报》30, 309（1973）。[3] M. Gross、C. Fabre、P. Pillet 和 S. Haroche, 《物理评论快报》36, 1035（1976）。[4] N. Carlson、D. Jackson、A. Schawlow、M. Gross 和 S. Haroche, 《光学通信》32, 350（1980）。[5] R. Florian、L. Schwan 和 D. Schmid, 《固体通信》42, 55（1982）。[6] G. Rain`o、M. A. Becker、M. I. Bodnarchuk、R. F. Mahrt、M. V. Kovalenko 和 T. St¨oferle, 《自然》563, 671（2018）。[7] A. Angerer、K. Streltsov、T. Astner、S. Putz、H. Sumiya、S. Onoda、J. Isoya、W. J. Munro、K. Nemoto、J. Schmied- mayer 等, 《自然·物理》14, 1168（2018）。[8] K. Cong、Q. Zhang、Y. Wang、G. T. Noe、A. Belyanin 和 J. Kono, 《美国光学学会杂志B》33, C80（2016）。[9] C. Braggio、F. Chiossi、G. Carugno、A. Ortolan 和 G. Ruoso, 《物理评论研究》2, 033059（2020）。[10] 在一些文献中，例如 [9], , 当超辐射（SR）从非关联的完全激发态开始时，也称为超荧光。[11] T. B¨ottger、C. W. Thiel、R. L. Cone 和 Y. Sun, 《物理评论 B》79, 115104（2009）。[12] C. Simmon、M. Afzelius、J. Appel、A. B. de la Giro- day、S. Dewhurst、N. Gisin、C. Hu、A. Jelezko、S. Kr¨oll、J. M¨uller 等, 《欧洲物理学杂志D》58, 1（2010）。[13] M. Zhong、M. P. Hedges、R. L. Ahlefeldt、J. G. Bartholomew、S. E. Beavan、S. M. Wittig、J. J. Longdell 和 M. J. Sellars, 《自然》517, 177（2015）。[14] M. Ranˇci´c、M. P. Hedges、R. L. Ahlefeldt 和 M. J. Sellars, 《自然·物理》14, 50（2018）。[15] N. Sasao 和 M. Yoshimura, 《欧洲物理学杂志C》78, 1（2018）。

[16] H. Hara 和 M. Yoshimura，《欧洲物理学杂志C》79，1（2019）。[17] H. Hara、A. Yoshimi 和 M. Yoshimura，《物理评论 D》104，115006（2021）。[18] M. Benedict、A. Ermolaev、V. Maly- shev、I. Sokolov 和 E. Trifonov，《超辐射：多原子相干发射》（CRC出版社，1996年）。[19] T. B¨ottger、Y. Sun、C. W. Thiel 和 R. L. Cone，《物理评论 B》74，075107（2006）。[20] R. Bonifacio 和 L. A. Lugiato，《物理评论 A》11，1507（1975）。

补充材料：Er:YSO晶体中的周期性超辐射

原秀明[1]，*韩俊锡[1,2] 今井康隆[1] 笹尾登[1]吉見彰宏[1] 吉村浩司[1] 吉村基彦[1] 和宮本由紀[1]，†
[1] *Research Institute for Interdisciplinary Science, Okayama University, Okayama 700-8530, Japan*
[2] *Department of Physics and Astronomy & Institute of Applied Physics, Seoul National University, Seoul 08826, Korea*（日期：2023年4月19日）

arXiv:2304.08806v1 [physics.atom-ph] 18 Apr 2023

将观测到的脉冲判定为超辐射

在本文正文中，我们根据以下观察将观测到的光脉冲判定为超辐射（SR）：（i）脉冲持续时间短；（ii）脉冲形状为双曲正割平方形；（iii）脉冲持续时间与脉冲高度之间的关系；（iv）脉冲面积与脉冲高度之间的关系。下面我们将对此作更详细的讨论。

观测到的脉冲的半高全宽时长为$\mathcal{O}$（10 ns）。与跃迁高能态的寿命（$\sim$ 10 ms）相比，发射过程加快了 10^6 倍。SR 的特征时间 T_{R} 长于 $\mathcal{O}$（1 ns）。考虑到将 T_{R} 转换为脉冲持续时间所需的数值因子，以及 γ（辐射衰减率）存在的不确定性，观测到的脉冲持续时间与 SR 相符。

图 2(c) 所示的观测脉冲可以很好地用双曲正割平方函数 $A \times \mathrm{sech}^2((t-t_0)/B)$拟合，其中 A、 B和 t_0 为自由参数。如果宏观偏振（相干性）在靶（$L << cT_{\mathrm{R}}$）内均匀形成，产生的光脉冲会迅速离开样品，因此不会被靶离子重新吸收。另一方面，靶长度必须远大于阈值长度 L_{T}；该阈值长度是根据宏观偶极矩必须在退相干时间 T_2 [1]内形成这一要求推导出来的。观测到强烈的光脉冲，表明这一要求得到了满足。在 $L_{\mathrm{T}} << L << cT_{\mathrm{R}}$ 的条件下，麦克斯韦-布洛赫方程 [2] 的解简化为双曲正割平方函数，且没有任何振铃。我们的系统满足这一条件。

峰值高度、脉冲持续时间和光子数的涨落很大，这是由超辐射的随机性所致。图 S1 (a) 展示了峰值高度与脉冲持续时间之间的关系。蓝色圆圈表示在一定峰值高度范围内脉冲持续时间的平均值。峰值高度降低时，脉冲持续时间会增加。根据麦克斯韦-布洛赫方程的空间均匀解，脉冲持续时间 ($\propto 1/N$) 与峰值高度 ($\propto N^2$) 的平方根成反比，其中 N 是单个脉冲中的光子数。红色实线是对数据进行的幂律拟合，拟合形式为（持续时间）$=A\times$（高度）$^{\alpha}$，其中 A 和

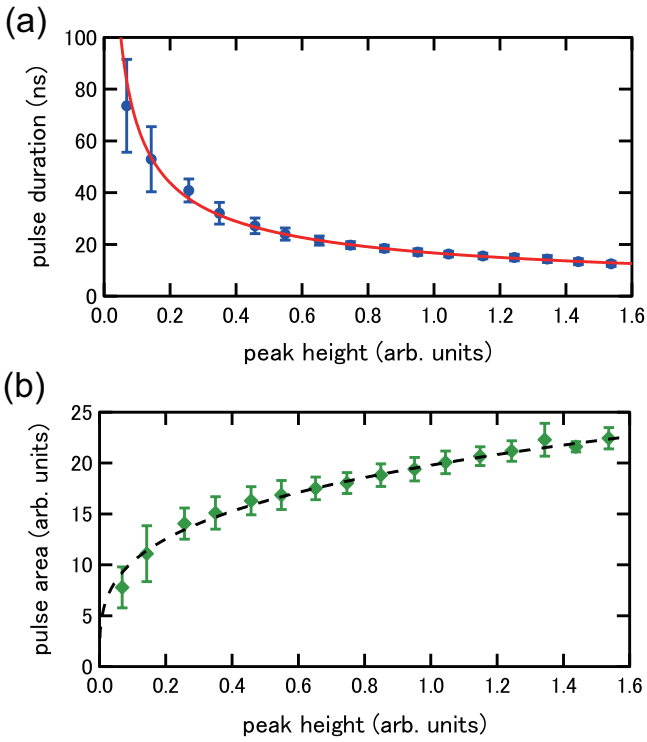

图 S1. (a) 每个脉冲的脉冲持续时间与峰值高度之间的关系。数据点仅取自 t =10 ms 之后。蓝色圆圈表示在一定峰值高度范围内脉冲持续时间的平均值。误差条表示标准差，而非统计误差。红色实线是对数据进行的幂律拟合，拟合形式为（持续时间）$=A\times$（高度）$^{\alpha}$。(b) 每个脉冲的脉冲面积与峰值高度之间的关系。绿色菱形和误差条分别表示在一定峰值高度范围内脉冲面积的平均值和标准差。黑色虚线是对数据进行的幂律拟合，拟合形式为（面积）$=A\times$（高度）$^{\alpha}$。

α 作为自由参数。拟合结果给出指数 $\alpha=-0.60\pm0.01$，与空间均匀解的 -0.5 相比没有显著差异。这里对误差进行了缩放，使约化后的 χ^2 值为 1。

图 S1（b）展示了峰值高度与脉冲面积之间的关系。脉冲面积与发射光子总数成正比。绿色菱形表示某一峰值高度范围内脉冲面积的平均值。脉冲面积随着峰值高度的增加而增加。根据空间均匀解，

发射光子数（$\propto N$）与峰值高度（$\propto N^2$）的平方根成正比。黑色虚线是对数据进行的幂律拟合，即（面积）$=A\times$（高度）$^{\alpha}$，其中 A 和 α 为自由参数。拟合结果给出的指数为 $\alpha=0.28\pm0.01$，误差经过缩放，使约化 χ^2 值为 1。 α的值与空间均匀解中的 0.5 有一定偏差，但峰值高度与脉冲面积之间的预期关系被认为近似成立。该结果还支持空间均匀解的有效性，因为它与自发辐射对应的数值（$\alpha=1$，详见后文）的偏差更大。

由于实际实验条件的影响，结果可能偏离简化模型；在该模型中，退激过程始于完全的粒子数反转，且激发离子的数量保持不变。目前尚不清楚空间均匀解出现偏差的原因。另一方面，文献 [3], 中的作者假设，观测到的光子数大于参与宏观态的 Er^{3+} 离子数，并据此解释峰值光子发射率与观测到的光子数之间的关系，原因是反转介质中的单程增益。图 S1 中的结果也可以用他们模型推导出的函数拟合。

我们观测到的脉冲与麦克斯韦-布洛赫方程的空间均匀解相符。这里我们排除了另一种加速退激过程的可能性，即放大的自发辐射（ASE）。即使相干性尚未充分建立，自发辐射也会在辐射穿过反转介质时得到放大。首先，观测到的脉冲形状与 ASE 的不同。观测到的脉冲持续时间平均为 20 ns，接近 T_{R} $\mathcal{O}$(1ns) 较短极限的量级。预计 ASE 脉冲持续时间远长于T_{R}。观测到的脉冲持续时间标准差为 5 ns，远小于 ASE 脉冲持续时间的变化幅度。在 ASE 中，还存在与脉冲分量相当的连续波分量 [4]。然而，在我们的实验中，前向发射的光子所含连续波分量相对于脉冲分量小得可以忽略。其次，脉冲面积与脉冲高度之间的关系也与 ASE 的不同。在自发辐射情况下，峰值光子发射率与发射的光子数成正比。这种情况对应于 $\alpha=1$ （面积）$=A\times$（高度）$^{\alpha}$。在 ASE 情况下，指数 α预计介于 0.5（SR）和 1（自发辐射）之间。我们的结果（$\alpha=0.28\pm0.01$）不在此范围内，而是接近 SR 的极限。这些结果表明，观测到的脉冲并非 ASE。综上所述，可以判定我们观测到的脉冲是 SR。

* hhara@okayama-u.ac.jp † miyamo-y@cc.okayama-u.ac.jp

[1] R. Bonifacio 和 L. A. Lugiato，《物理评论 A》11, 1507 (1975)。[2] M. Benedict、A. Ermolaev、V. Maly-shev、I. Sokolov 和 E. Trifonov，《超辐射：多原子相干发射》（CRC出版社，1996）。[3] C. Braggio、F. Chiossi、G. Carugno、A. Ortolan 和 G. Ruoso，《物理评论研究》2, 033059 (2020)。[4] M. S. Malcuit、J. J. Maki、D. J. Simkin、Boyd 和 R. W.，《物理评论快报》59, 1189 (1987)。