激光辅助离子-离子碰撞中的电离

O. Novak 和 R. Kholodov乌克兰国家科学院应用物理研究所，彼得罗巴甫利夫斯卡街*58*号，*40000*苏梅，乌克兰

A.N. Artemyev物理研究所与 *CINSaT*，卡塞尔
大学，海因里希-普莱特街*40*号，*34132*卡塞尔，德国

A. Surzhykov联邦物理技术研究院，联邦大道*100*号，*38116*不伦瑞克，德国；以及
不伦瑞克工业大学，数学物理研究所，门德尔松街*3*号，*D-38106*不伦瑞克，德国

Th. Stöhlker亥姆霍兹耶拿研究所，弗勒贝尔街*3*号，*07743*耶拿，德国；*GSI*亥姆霍兹重离子研究中心，普朗克街*1*号，*64291*达姆施塔特，德国；以及弗里德里希·席勒大学光学与量子电子学研究所，马克斯·维恩广场*1*号，*07743*耶拿，德国（日期：2022年）

arXiv:2304.09491v1 [physics.atom-ph] 19 Apr 2023

本文采用非微扰方法，基于含时狄拉克方程的数值解，研究短激光脉冲同时照射下带电入射粒子碰撞电离类氢重离子的过程。我们特别关注激光电离通道与碰撞电离通道是否会相互干涉，以及这种干涉如何影响电离概率。为回答这一问题，我们对类氢铅$^{81+}$ 与 α 粒子之间的激光辅助碰撞进行了详细计算。计算结果清楚表明，对于实验中相关的（碰撞与激光）参数，干涉贡献可达 10%，且可通过改变激光频率轻松调控。

I. 引言

离子加速器和相干光设施的最新进展，为探索强场领域开辟了新的可能性。事实上，高电荷态重离子和强激光脉冲为研究临界（甚至超临界）电磁场物理提供了实验室平台。例如，极端光基础设施（ELI）项目框架下正在建设的激光设施 [1] 有望达到可与施温格极限相媲美的电场强度 [2]。脉冲功率上限的提高与脉冲持续时间的缩短密切相关，目前已能产生仅持续几个光学周期的短脉冲 [3–5]。高电荷态重离子则是强大（尽管尺度微观）的电磁场的另一来源。目前，达姆施塔特的 GSI 和 FAIR（反质子与离子研究设施）正在开展并规划对电荷态受控、直至裸铀核的重离子的实验 [6–10]。这些设施还计划开展合并离子束与反向传播的拍瓦级激光脉冲相互作用的实验。CERN 的 Gamma Factory 也计划研究快速运动的高电荷态离子与激光脉冲的相互作用 [11]。在 Gamma Factory 装置中，离子静止系中的激光，其场强和光子能量都会因多普勒增益而提升至 X射线范围。

计划在 GSI/FAIR 和 Gamma Factory 设施开展的激光-离子相互作用实验，将为探测高电荷态离子的结构和动力学提供许多新机会。对于后者，特别值得关注的是激光辅助基本原子过程的研究。事实上，尽管在非相对论（低能、低Z）区域，激光辅助原子碰撞中的电离、激发、俘获和电荷转移过程已得到详细研究，参见文献 [12–19], , 但人们对高电荷态重离子的相对论碰撞所知甚少。因此，在强激光辐射存在时开展离子储存环中的离子-离子（或离子-原子）碰撞实验，或可增进我们对强场区域电子动力学的认识。

本文聚焦于电离这一原子物理学中最基本的过程之一。数十年来，人们一直在研究重高电荷态离子的电离过程，这一过程可由相对论碰撞 [20–32]或高强度激光脉冲 [33–44] 引发。然而，人们对射弹与激光的组合 场中的电离关注甚少。本文探讨带电入射粒子与强激光同时作用于离子，是否会引发显著的干涉效应，从而改变电离概率。

为计算离子碰撞中的激光辅助电离概率，并进而研究

“激光 + 碰撞”干涉，我们开发了一种基于含时狄拉克方程解的非微扰方法。该方程描述电子与激光脉冲以及带电入射粒子的库仑场之间的相互作用。正如第 II A–II B 节所述，射弹的库仑势采用单极近似处理，而与激光场的耦合则采用偶极近似处理。第 II C 节随后回顾了狄拉克方程的数值求解以及电离概率的计算。采用所开发的非微扰方法得到的电离概率，同时考虑了库仑相互作用、激光相互作用及二者之间的干涉。这种干涉效应具有非微扰性质，如第 III 节所示。具体而言，本节考察激光势和射弹势较弱的情形，此时趋于微扰极限，电离概率只是“仅激光”和“仅碰撞”概率的非相干和。基于这一发现，我们引入非微扰概率与微扰概率之间的相对差异，用于量化“激光 + 库仑”干涉效应。尽管所开发的理论可用于多种碰撞系统，本文仅分析激光辅助的 α-粒子与类氢铅 Pb^{81+} 离子散射。第 IV 节给出了该系统的物理参数和计算细节，第 V 节则展示了计算结果。特别是，我们发现“激光 + 库仑”干涉可使电离概率显著改变，幅度约为 10%；此外，视所用激光脉冲的频率而定，这种改变既可能是相长的，也可能是相消的。最后，第 VI 节对这些结果作了简要总结。

除非另有说明，采用相对论单位制，$\hbar = m = c = 1$。

II. 理论背景

为了分析类氢离子与裸入射粒子碰撞时的激光诱导电离，我们首先需要讨论这一过程的“构成要素”。具体而言，下面将在 IIA 节和 II B 节分别回顾离子碰撞电离和激光脉冲的特征。而同时涵盖碰撞电离和光电离的理论将在 II C 节中介绍。

A. 离子-离子碰撞中的库仑电离

下面我们将简要回顾描述类氢离子与裸原子核碰撞时电离过程的基本理论。我们将用球坐标描述这一过程，其原点位于靶（类氢）离子的原子核处，见图 1。射弹是

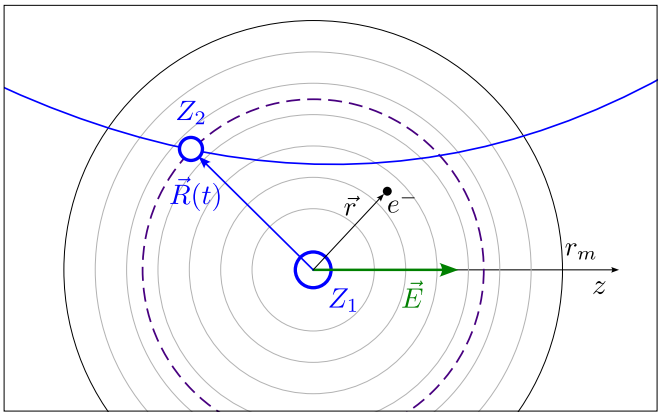

图1：球坐标系下的系统布局。$\vec{E}$ 为激光场矢量，虚线圆表示射弹势单极部分的带电壳层，r_m 为 B 样条计算的边界。同心圆表示 B 样条节点边界。

假设其质量足够小，可以忽略碰撞过程中靶核的反冲。此外，它遵循卢瑟福散射轨迹 $\vec{R}(t)$。如果碰撞能量足够低，还可以忽略运动中的原子核产生的磁场。

本研究采用单极近似描述靶电子与射弹离子之间的库仑相互作用。已知该近似在核间距较小时（至 $\sim$ 500 fm）能够得到准确结果，并广泛用于研究涉及重离子的过程 [20–24]。电离主要发生在核间距极小时，因此单极基组适用于数值计算。在单极近似下，电子-射弹相互作用由一个以坐标原点为中心、半径为 $R(t)$ 的中空带电壳层势近似表示。在这种情况下，碰撞原子核场中电子的哈密顿量为

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \vec{\alpha}\vec{p} + \beta m - \frac{\alpha Z_T}{\max(r, R_T)} - \frac{\alpha Z_P}{\max(r, R(t))}, \qquad (1)$$

其中，α 是精细结构常数，$\vec{\alpha}$ 和 β 是狄拉克矩阵，R_T 是靶核的半径。由于“单极”哈密顿量方程（1）具有球对称性，其本征函数可以方便地写成

$$\Phi^{\mu}_{n\varkappa}(\vec{r}) = \frac{1}{r}\begin{pmatrix} G_{n\varkappa}(r)\chi^{\mu}_{\varkappa} \\ iF_{n\varkappa}(r)\chi^{\mu}_{-\varkappa} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

其中，$G_{n\varkappa}(r)$ 和 $F_{n\varkappa}(r)$ 为实径向函数，$\chi^{\mu}_{\varkappa}$ 表示标准狄拉克自旋角函数。对于球对称势，通常用主量子数 n、总角动量在 z 轴上的投影 μ，以及自旋-轨道量子数来描述电子态。

定义为

$$\varkappa = (-1)^{j+l+\frac{1}{2}}\left(j+\frac{1}{2}\right), \tag{3}$$

因此，轨道 l 和总 j 角动量为

$$l=\begin{cases}\varkappa, \varkappa>0,\\ -\varkappa-1, \varkappa<0,\end{cases}\qquad j=|\varkappa|-\frac{1}{2}. \tag{4}$$

大、小径向分量 $G_{n\varkappa}(r)$和$F_{n\varkappa}(r)$满足以下微分方程组

$$\begin{aligned}&\frac{dF_{n\varkappa}}{dr}-\frac{\varkappa}{r}F_{n\varkappa}=-(\mathcal{E}-V_C(R,r)-1)G_{n\varkappa},\\ &\frac{dG_{n\varkappa}}{dr}+\frac{\varkappa}{r}G_{n\varkappa}=-(\mathcal{E}-V_C(R,r)+1)F_{n\varkappa},\end{aligned} \tag{5}$$

其中， $V_C(R,r)$是哈密顿量$\mathcal{H}_0$的库仑部分。为构造这些函数，我们采用标准的双重动能平衡B样条方法 [45,46]。计算使用了300个8阶B样条，并在大小为 $r_m\approx 300$ 相对论单位的盒子内进行。为计算电离概率，我们使用了约3500个波函数 Φ_n ，它们对应于束缚态和正能准连续态，其中 $-1.0<\mathcal{E}_n<2.5$ 和 $|\varkappa|\leqslant 8$。

B. 激光脉冲的形状

为描述激光场，我们在库仑规范下定义其势。下文将考虑如下形式的矢势 $\vec{A}$

$$\vec{A}(\eta)=\frac{\vec{e}_z E}{\omega}g(\eta)\cos(\eta+\phi), \tag{6}$$

其中 $\eta=\omega t-k\vec{r}$， ϕ 是相位值，且

$$g(\eta)=\begin{cases}\sin^2\left(\frac{\pi\eta}{\omega T_p}\right), & 0<\eta<\omega T_p,\\ 0 & \text{otherwise},\end{cases} \tag{7}$$

是描述短脉冲的包络函数，其脉冲持续时间为 T_p 几个光学周期。矢势公式（6）描述了沿 z轴线性偏振的入射光，其中心频率为 ω，电场强度振幅为 E，脉冲持续时间为 T_p。

如果在偶极近似下处理电子与激光脉冲的耦合，对激光诱导电离的理论分析可以得到显著简化。在这种情况下， $\eta\approx\omega t$ 且矢势公式（6）表示为:

$$\vec{A}(t)=\frac{\vec{e}_z E}{\omega}\sin^2\left(\frac{\pi t}{T_p}\right)\cos(\omega t+\phi). \tag{8}$$

对库仑势和激光势作出近似后，该问题相对于z轴具有轴对称性。因此，绕该轴的角动量投影守恒，量子数 μ 在电离过程中不会改变。

C. 含时问题的求解

简要讨论了入射激光脉冲的形状，以及电子在两个原子核的库仑场中的狄拉克方程后，我们现在可以研究激光诱导的碰撞电离。要确定这一电离过程的概率，我们必须求解电子在两个原子核和激光波组成的合成势中的含时狄拉克方程:

$$i\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t}=\left(\hat{\mathcal{H}}_0-e\vec{\alpha}\vec{A}(t)\right)\Psi(\vec{r},t). \tag{9}$$

公式（9）的解采用试探形式构造

$$\Psi(\vec{r},t)=\sum_{\mathbf{n}}a_{\mathbf{n}}(t)\Phi_{\mathbf{n}}\left(\vec{r},R(t)\right), \tag{10}$$

其中，方便起见，粗体索引表示量子数集合 $\mathbf{n}=n,\ \varkappa,\ \mu$。函数 $\Phi_{\mathbf{n}}(\vec{r},\ R(t))$构成一个准定态基组，在每个固定时刻 t 定义为双中心^哈密顿量 $\mathcal{H}_0$ 的本征函数，其对应于距离 R的值，

$$\hat{\mathcal{H}}_0\Phi_{\mathbf{n}}(\vec{r},R)=\mathcal{E}_{\mathbf{n}}\Phi_{\mathbf{n}}(\vec{r},R). \tag{11}$$

为简洁起见，下文将省略基底波函数 $\Phi_{\mathbf{n}}$ 的自变量。

将展开式（10）代入狄拉克方程（9），可得到用于确定振幅 $a_{\mathbf{n}}(t)$ 的耦合微分方程组:

$$i\dot{a}_{\mathbf{n}}(t)=M_{\mathbf{nk}}a_{\mathbf{k}}(t), \tag{12}$$

$$M_{\mathbf{nk}}=\mathcal{E}_{\mathbf{k}}\delta_{\mathbf{nk}}-i\left\langle\Phi_{\mathbf{n}}\middle|\dot{\Phi}_{\mathbf{k}}\right\rangle-eA(t)\left\langle\Phi_{\mathbf{n}}|\alpha_3|\Phi_{\mathbf{k}}\right\rangle. \tag{13}$$

对这些方程关于时间求导

$$\begin{aligned}&\langle\Phi_{\mathbf{n}}|\mathcal{H}_0|\Phi_{\mathbf{k}}\rangle=\mathcal{E}_{\mathbf{n}}\delta_{\mathbf{nk}},\\ &\langle\Phi_{\mathbf{n}}|\Phi_{\mathbf{k}}\rangle=\delta_{\mathbf{nk}},\end{aligned} \tag{14}$$

可将矩阵元 $\left\langle\Phi_{\mathbf{n}}\middle|\dot{\Phi}_{\mathbf{k}}\right\rangle$ 改写为 [2]

$$\left\langle\Phi_{\mathbf{n}}\middle|\dot{\Phi}_{\mathbf{k}}\right\rangle=\frac{\left\langle\Phi_{\mathbf{n}}\middle|\dot{\mathcal{H}}_0\middle|\Phi_{\mathbf{k}}\right\rangle}{\mathcal{E}_{\mathbf{k}}-\mathcal{E}_{\mathbf{n}}}. \tag{15}$$

因此，矩阵元 $M_{\mathbf{nk}}$ 为

$$M_{\mathbf{nk}}=\mathcal{E}_{\mathbf{k}}\delta_{\mathbf{nk}}-i\frac{\left\langle\Phi_{\mathbf{n}}\middle|\dot{\mathcal{H}}_0\middle|\Phi_{\mathbf{k}}\right\rangle}{\mathcal{E}_{\mathbf{k}}-\mathcal{E}_{\mathbf{n}}}-eA(t)\left\langle\Phi_{\mathbf{n}}|\alpha_3|\Phi_{\mathbf{k}}\right\rangle. \tag{16}$$

为了进一步简化方程组（12）—（16），可以注意到，时间导数作用于

哈密顿量 $\mathcal{H}_0$ 时，仅通过其对核间距离 $R(t)$ 的依赖起作用。因此，我们可以将该导数写成径向部分和角向部分之和，

$$\frac{\partial}{\partial t} = \dot{R}\frac{\partial}{\partial R} - i(\vec{\Omega}\hat{\vec{j}}), \tag{17}$$

其中 $\vec{\Omega}$ 是核间轴 $\hat{}$的角速度，而 j 是电子角动量算符。已知，方程（17）中第二项的矩阵元在核间距较小时会消失 [21]。方程（16）右端的第一个矩阵元可写为

$$\frac{\left\langle \Phi_{\mathbf{n}} \middle| \dot{\mathcal{H}}_0 \middle| \Phi_{\mathbf{k}} \right\rangle}{\mathcal{E}_{\mathbf{k}} - \mathcal{E}_{\mathbf{n}}} = \frac{\dot{R}}{\mathcal{E}_{\mathbf{k}} - \mathcal{E}_{\mathbf{n}}} \left\langle \Phi_{\mathbf{n}} \middle| \frac{dV_C(R)}{dR} \middle| \Phi_{\mathbf{k}} \right\rangle. \tag{18}$$

要求解耦合方程组方程，需计算算符$dV_C(R)/dR$ 在不同核间距 R下的矩阵元。完成这些计算并求得算符 α_3 的矩阵元后，我们便可以数值求出振幅 $a_{\mathbf{n}}(t)$。

为数值求解方程组（12），我们将时间划分为多个小时间区间 Δt。对于每个时间区间，矩阵 M 用其中点处的值近似，即 $M(t) \approx M(t_i + \Delta t/2)$， $t \in [t_i, t_{i+1}]$。当M 近似为常矩阵时，方程组（12）的解可表示为

$$\vec{a}_j(t_i + \Delta t) = e^{-iM\Delta t}\vec{a}_j(t_i). \tag{19}$$

然而，计算矩阵指数可能非常耗时。因此，我们采用高效的 Lanczos传播方法来求得向量 $\vec{a}(t)$ [47]。

对振幅 $a_{\mathbf{n}}$ 到 $t = \infty$进行时间传播后，我们可以得到电离概率

$$w_{\alpha\gamma} = \sum_{\mathbf{n}} |a_{\mathbf{n}}(t = \infty)|^2, \tag{20}$$

其中求和遍历所有属于正能准连续态的电子态，即当 $\mathcal{E}_{\mathbf{n}} > 1$时。

III. 微扰情形

在讨论激光诱导碰撞电离的非微扰处理结果之前，先简要考察微扰理论的预测是有益的。在激光势和射弹势较弱的情况下，式（16）中矩阵元附近的振幅可分别近似为初态的 $a_{\mathbf{k}} \approx 1$ 和其他情况下的 $a_{\mathbf{k}} \to 0$ 。于是，式（12）中的常微分方程组可以 [2, 21],解耦，从而得到常微分方程

$$i\dot{a}_{\mathbf{n}} = \mathcal{E}_{\mathbf{n}}a_{\mathbf{n}} - i\dot{R}\frac{\langle \Phi_{\mathbf{n}}|\frac{dV_C}{dR}|\Phi_{\mathbf{k}}\rangle}{\mathcal{E}_{\mathbf{n}} - \mathcal{E}_{\mathbf{k}}} - eA(t)\langle \Phi_{\mathbf{n}}|\alpha_3|\Phi_{\mathbf{k}}\rangle, \tag{21}$$

表示从初态 $\mathbf{k}$ 到末态 $\mathbf{n}$的跃迁概率振幅。为了分析式（21）的对称性，我们回顾一下，球对称（单极）哈密顿量 $\mathcal{H}_0$ 的式（2）本征解由狄拉克角动量量子数 $\varkappa$表征。我们考虑从 $1s$ 基态发生的电离，对于该态有 $\varkappa = -1$。简单的角动量代数分析表明，算符 dV_C/dR 的矩阵元仅在 $\varkappa$不发生变化的跃迁中具有非零值。同时，α_3 的矩阵元允许跃迁到满足 $\varkappa = -2$ 和 $\varkappa = +1$的态。基于这些观察以及式（20），可以看出，总电离概率等于“仅碰撞”概率与“仅激光”概率之和，这两个通道之间不存在干涉。正如我们将在下文看到的，对于非微扰处理，情况并非如此，此时库仑电离项与激光电离项之间的干涉可能显著改变电离概率。为了研究这种干涉效应，我们引入相对差异：

$$\delta w_{\alpha\gamma} = \frac{w_{\alpha\gamma} - (w_\alpha + w_\gamma)}{w_\alpha + w_\gamma} \tag{22}$$

组合“库仑 + 激光”势下的电离概率$w_{\alpha\gamma}$ 与“仅库仑” w_α 和“仅激光”w_γ 概率之和之间。后两者分别通过在式（16）中省略第三项和第二项得到。

IV. 计算细节

虽然所发展的方法可以应用于各种离子碰撞，但在这里我们考虑射弹 α 粒子与短时强激光脉冲的合成势导致类氢铅 Pb^{81+} 离子电离的情况。我们将研究这一过程的电离概率方程（20），该概率取决于一些物理参数，下面将对这些参数进行讨论。首先，根据方程（8），激光脉冲由其持续时间 T_p、频率 ω、最大场强 E和载波包络相位ϕ定义。为了量化场强和频率，我们引入特征值

$$\omega' = 2\mathcal{E}_{bind}, \tag{23a}$$

$$E' = \frac{3\alpha Z_T}{\langle r^2 \rangle}, \tag{23b}$$

其中， $\mathcal{E}_{bind}$ 是结合能， $\langle r^2 \rangle$ 是靶 Pb^{81+} 离子基态中径向电子坐标的均方值。我们注意到，方程（23）与频率和电场强度 [38, 41]的非相对论 Z-标度关系相似。然而，这一标度关系仍可用于量化强度 E 以及定义弱场区和强场区。

在本研究中，我们对激光频率和场强下的电离概率进行计算

在 $0.4\omega' \leqslant \omega \leqslant 2.0\omega'$ 至 $10^{-3}E' \leqslant E \leqslant 1.0E'$ 范围内的强度。对于这些参数，电子与激光场的耦合可以用偶极近似处理。为了论证偶极方法的合理性，我们遵循参考文献 [33]，并回顾电子在电磁波场中的振荡沿八字形轨迹进行。相应的位移，即电子振荡的振幅，可写为

$$X = \frac{1}{2\omega}\frac{U_p}{m + 2U_p}, \tag{24}$$

其中， U_p 为有质动力势，

$$U_p = \frac{e^2E^2}{4m\omega^2}. \tag{25}$$

为了采用偶极近似，振幅 X 应足够小，与激光波长λ 以及电子轨道的大小 r_B相比均应如此。对于本文研究的激光频率，相应关系为：

$$\begin{aligned} 2.5 \cdot 10^{-9} \leqslant X/\lambda \leqslant 6.3 \cdot 10^{-8}, \\ 1.3 \cdot 10^{-8} \leqslant X/r_B \leqslant 1.6 \cdot 10^{-6} \end{aligned} \tag{26}$$

对于弱场 $E = 0.001E'$，以及

$$\begin{aligned} 2.4 \cdot 10^{-3} \leqslant X/\lambda \leqslant 2.4 \cdot 10^{-2}, \\ 1.2 \cdot 10^{-2} \leqslant X/r_B \leqslant 0.64 \end{aligned} \tag{27}$$

对于较强场区域 $E = E'$。因此，我们可以得出结论：偶极近似适用于我们的研究，至少在激光场不是太强时如此。Ref. [41]中报告的偶极计算与高阶多极计算之间的比较进一步支持了这些结论。

除了频率 ω、场强 E 和包络参数外，还应确定激光脉冲在碰撞的哪个时刻到达。为明确这一时刻，我们引入原子核最近接近时刻 $t(R_{min})$ 与脉冲最大强度时刻 $t(I_{max})$ 之间的时间间隔，

$$\tau = t(R_{min}) - t(I_{max}). \tag{28}$$

在第五节中，我们将研究电离概率如何依赖于 τ。然而，在明确给定时间间隔（见公式 (28)）下进行的计算，只有理论上的学术意义。为考察更现实的情形，我们对相对于间隔 τ 的某个测量窗口内的电离概率取平均。显然，在理论框架内无法明确界定窗口的大小。在本研究中，我们将其定义为

$$-2T_p \leqslant \tau \leqslant 2T_p, \tag{29}$$

其中 T_p 是脉冲持续时间。在下面的计算中，我们设定 $T_p = 3T$，其中 T 是光学周期的周期。

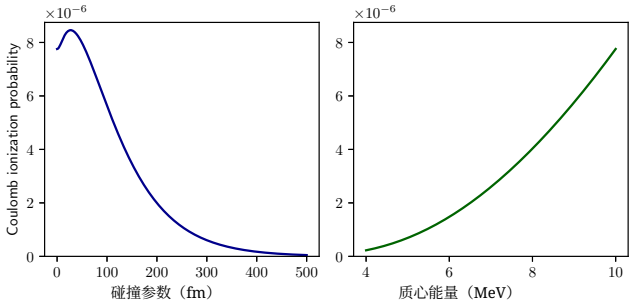

图 2：粒子 α 撞击导致类氢铅基态电离的概率 w_α 。左图显示质心能量为 MeV 时计算得到的 w_α $\mathcal{E}_{CM} =$ 随碰撞参数 ρ 的变化。右图则显示正碰情况下电离概率 $\rho = 0$ 对能量的依赖关系。

此外，我们假设载波包络相位为零， $\phi = 0$。

除上述讨论的激光参数外，还需要定义表征离子-离子碰撞的碰撞参数 ρ 和能量 $\mathcal{E}_{CM}$ 。我们对质心能量为 $\mathcal{E}_{CM} = 5$ 和 10 MeV、碰撞参数最大为 500 fm 的碰撞进行了计算。

为结束对数值计算过程的讨论，我们介绍所采用的技术，该技术能够显著减少计算资源的消耗。请注意，在方程（18）右侧，只有 R（t）取决于碰撞参数 $\mathcal{E}_{CM}$ 和 ρ，而矩阵元仅取决于 R 的值以及原子核的类型。同样，方程（16）中的矩阵 $\langle\Phi_{\mathbf{n}}|\alpha_3|\Phi_{\mathbf{k}}\rangle$ 也不依赖于激光脉冲势。因此，我们可以重复使用已计算出的矩阵，用于具有不同碰撞能量和激光脉冲参数的碰撞。

V. 结果与讨论

在开始分析 Pb^{81+} 在“激光 + 库仑”组合势作用下的基态电离之前，我们先简要讨论“仅碰撞”w_α 和“仅激光” w_γ 各自对应的概率。例如，图 2 展示了通过 α粒子撞击导致 $1s$电离的概率。计算针对两种情形进行：左图展示了 w_α 随碰撞参数 ρ 的变化，其中质心能量固定为 $\mathcal{E}_{CM} = 10$ MeV；右图则展示了 $\rho = 0$ 情形下w_α 随能量的变化。碰撞参数依赖关系在约 50 fm 处出现局部最大值，随后随着碰撞参数增大而呈多项式下降。

我们注意到，图 2 所示的 w_α 的 ρ 行为，以及电离概率随质心能量的单调增加，均与以往研究 [25–28]的预期相符。

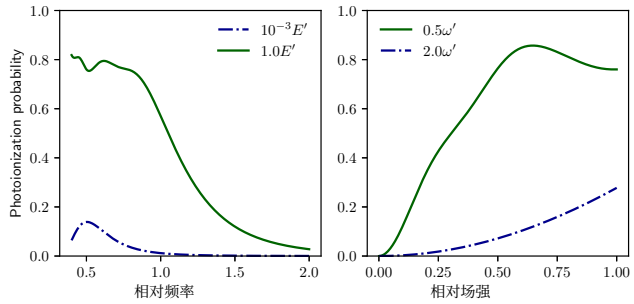

图3：类氢铅在激光脉冲作用下的光电离概率随相对激光频率 ω/ω'（左图）和相对场强 E/E'（右图）的变化。左图中蓝色点划线曲线按 10^4 倍缩放，右图中按 10^1 倍缩放。

为了研究激光脉冲对类氢铅 1s 电子的电离，我们在图 3 中展示了电离概率w_γ 随（相对）频率 ω （左图）和场强（右图）的变化。计算$w_\gamma(\omega)$分别针对两种场强进行：$E = 10^{-3}E'$ （蓝色点划线）和 $E = 1.0E'$ （绿色实线）。对于弱场，w_γ 在 $\omega \approx \mathcal{E}_{bind}$ 附近达到最大值；对于两种场强，w_γ 在较高频率处均呈指数尾部。图 3 右图展示了$w_\gamma(E)$随电场强度的变化，并给出了两种激光频率下的计算结果：$\omega = 0.5\omega'$ （绿色实线）和$\omega = 2.0\omega'$ （蓝色点划线）。在较小的 E [41–44]时，光电离概率与激光场强的平方成正比。

简要讨论“仅激光”和“仅碰撞”情况下的电离概率后，我们现在可以考察“激光+ 库仑”势共同作用下的电离。图4和图5展示了概率$w_{\alpha\gamma}$ 随碰撞参数 ρ 的变化，图6和图7则展示了其随相对激光频率 ω/ω' 的变化。正如前文所述，这些图中的概率是对测量窗口内的时间偏移 τ按式（29）取平均得到的。为研究激光与库仑电离通道之间干涉的影响，我们还展示了各自（“仅激光”和“仅碰撞”）概率之和。此外，四幅图右侧均展示了按式（22）定义的相对差异。

首先，我们讨论电离概率对 ρ 的依赖性。该电离概率是在质心能量 $\mathcal{E}_{cm} = 10MeV$下计算的，同时考虑了两种激光场强 $E = 10^{-3}E'$ （图4）和 $E = E'$ （图5），以及两种激光频率 $\omega = 0.5\omega'$ （绿色线）和 $\omega = 2.0\omega'$ （蓝色线）。如图所示，激光通道与库仑通道之间的干涉可能导致电离概率$w_{\alpha\gamma}$相对于非相干和 $w_\alpha + w_\gamma$发生显著变化。例如，在低激光频率下，$dw_{\alpha\gamma}$ 可达到 $\approx 6\%$

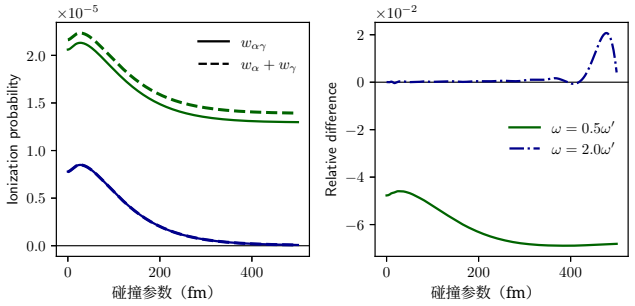

图 4：左图：$1s$电离的概率 $w_{\alpha\gamma}$ 类氢铅$^{81+}$ 在激光脉冲与 α 粒子的合成势作用下发生电离的概率随碰撞参数的变化。计算采用的质心能量为$\mathcal{E}_{CM} = 10$ MeV，激光场强为 $E = 10^{-3}E'$，激光频率分别为 $\omega = 0.5\omega'$（绿色实线）和 $\omega = 2.0\omega'$（蓝色实线）。此外，我们将 $w_{\alpha\gamma}$ 与“仅激光”和“仅碰撞”概率的非相干和（绿色和蓝色虚线）进行比较。右图：合成势导致的电离概率与各个势分别导致的电离概率之和之间的相对差异 $\delta w_{\alpha\gamma}$ 。

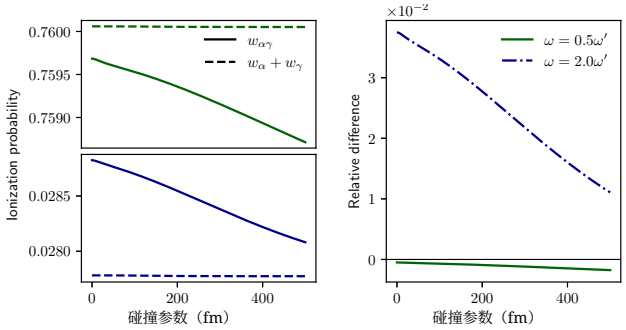

图 5：与图 4 相同，但激光场强为$E = E'$。

以及低场强下。

图 6–7 使我们能够讨论电离概率 $w_{\alpha\gamma}$ 对激光频率的依赖性。这里，我们对正碰 $\rho = 0$ 在两种质心能量下进行了计算：$\mathcal{E}_{CM} = 5$MeV 和 $\mathcal{E}_{CM} = 10$ MeV；同时也考察了两种激光场强：$E = 10^{-3}E'$（图 6）和 $E = E'$（图 7）。与前文类似，我们将 $w_{\alpha\gamma}$ 与“单独”概率之和 $w_\alpha + w_\gamma$ 进行比较，并在图的右侧面板中给出相对差异，见式（22）。从图中可以看出，“库仑+激光”干涉同样可能显著改变电离概率。例如，在较低激光场强（图 6）和较低频率 ω 下，与 $w_\alpha + w_\gamma$ 相比，干涉使 $w_{\alpha\gamma}$ 降低了 $\approx 15\%$。相反，在较高激光场强 $E = E'$（图 7）和频率 $\omega \gtrsim \omega'$ 下，干涉使电离概率提高了 3–5%。

根据所得结果可以得出结论：在低频和高频下，干涉效应的符号不同

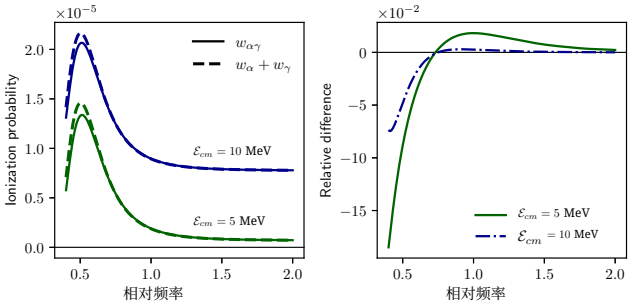

图 6：左图：氢样铅$^{81+}$ 在激光脉冲与 α 粒子合成势作用下发生 $1s$电离的概率 $w_{\alpha\gamma}$ 随相对激光频率 ω/ω'的变化。计算采用场强 $E = 10^{-3}E'$ 和碰撞参数 $\rho = 0$。此外，我们将 $w_{\alpha\gamma}$ 与“仅激光”和“仅碰撞”概率的非相干和进行比较（虚线）。右图：相应的相对差异，见公式（22）。

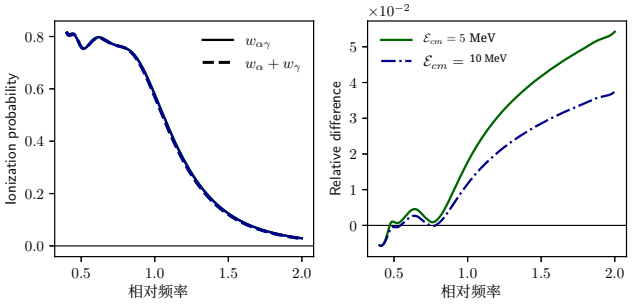

图 7 6 $E =$：与图相同，但激光场强为E'。

在强场情况下，该过程由光电离主导，其中包含 $w_\gamma \gg w_\alpha$。然而，与入射粒子核的相互作用导致 $w_{\alpha\gamma}$ 与非相干和 $w_\alpha + w_\gamma$ 之间存在差异，且该差异大于 w_γ 本身。

为了更好地理解“激光 + 库仑”干涉，下面我们将考虑部分概率：

$$w(\varkappa_f) = \sum_{n:\,\mathcal{E}_n>1} \left| a^{\mu}_{n\varkappa_f} \right|^2 , \tag{30}$$

具有特定角动量量子数 $\varkappa_f$ 的电子电离进入连续态。图 8 显示了初始束缚 $1s$ 电子跃迁至具有不同 $\varkappa$ 的连续态的概率。计算针对 $\tau = 0$ 的特定情况进行，即激光脉冲强度在核间最近接近的时刻达到最大值。如图所示，计算分别针对低激光场强度（左列）和高激光场强度（右列）区间，以及两种激光频率 $\omega = 2.0\omega'$（上图）和 $\omega = 0.5\omega'$（下图）进行。对于所有这些情况，我们给出了部分电离概率

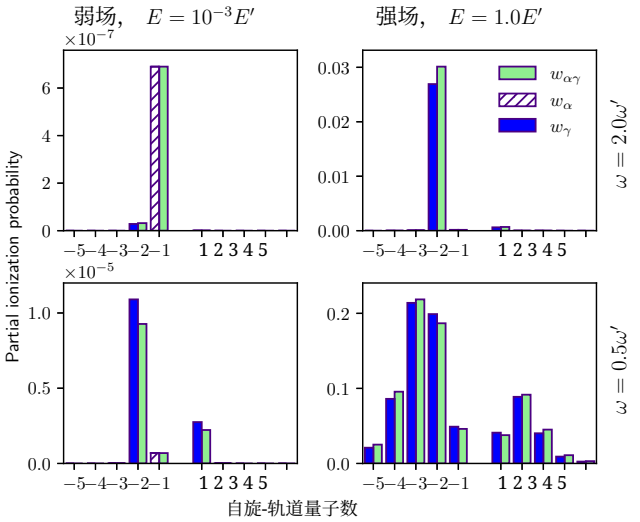

图 8： $1s$ 电子以特定自旋-轨道量子数 $\varkappa_f$电离到连续态的部分概率。计算采用质心碰撞能量 $\mathcal{E}_{CM} = 5$ MeV、激光场强 $E = 10^{-3}E'$（左图）和 $E = 1.0E'$（右图），以及激光频率 $\omega = 0.5\omega'$（下图）和 $\omega = 2.0\omega'$（上图）。合成“激光 + 库仑”势（绿色柱）下的电离概率 $w_{\alpha\gamma}$（$\varkappa_f$）预测结果，与单独通道的非相干和 w_α（$\varkappa_f$）$+ w_\gamma$（$\varkappa_f$）进行比较。

其计算分别基于组合的“激光 + 库仑”势（每个 $\varkappa_f$ 对应的右侧浅绿色柱）以及“仅激光”和“仅碰撞”通道的非相干和（左侧柱；蓝色和阴影分别表示“仅激光”和“仅碰撞”各项的贡献）。如预期，在弱场情况下，对于从基态 $1s$ 电离，主要通道为$\varkappa_f = -2,\ -1,\ 1$，这完全符合第三节中微扰理论的预测。相比之下，在强场区 $E = 1.0E'$ 中，其他连续态的布居增加，尤其是在低激光频率下。

图 8 还清楚地展示了光电离与碰撞电离通道之间干涉的影响。如图所示，对于大多数连续态 $\varkappa_f$，$w_{\alpha\gamma}(\varkappa_f)$ 与 $w_\alpha(\varkappa_f) + w_\gamma(\varkappa_f)$ 之和有显著差异。例如，在弱场和低频率条件下（左下图），「库仑–激光」干涉显著降低了 $\varkappa_f = -2$ and $\varkappa_f = +1$ 通道的分概率。进而，这使得对 $\varkappa_f$ 求和得到的「总」概率$w_{\alpha\gamma}$ 降低，这一现象已在图 6 中观察到。

到目前为止，我们考察了“库仑 + 激光”对电离概率的贡献，研究的情况要么是激光脉冲强度达到最大值的时刻与原子核最近接近时刻之间的平均时间偏移 τ，要么是情形 $\tau = 0$。为了更好地理解这一干涉贡献如何随时间变化，图 9 和图 10 展示了相对差异 $\delta w_{\alpha\gamma}(\tau,\ \varkappa_f)$ 随.....的变化。

对 τ 的电离以及特定连续态电子通道 $\varkappa_f = -2,\ -1,\ +1$。计算针对两种激光频率 $\omega = 0.5\omega'$（图 9）和 $\omega = 2.0\omega'$（图 10），以及激光场强 $E = 0.001E'$ 和 $E = 1.0E'$ 进行了。

如图 5 所示，相对差异 $\delta w_{\alpha\gamma}(\tau,\ \varkappa_f)$，因此“库仑 + 激光”干涉贡献，在 $\tau = 0$附近达到最大值，并且随着偏移时间增大而趋于零。虽然所有连续态通道 $\varkappa_f = -2,\ -1,\ +1$ 均呈现这种定性行为，但 $\delta w_{\alpha\gamma}(\tau,\ \varkappa_f)$ 的定量数值强烈依赖于 $\varkappa_f$。例如，对于 $\varkappa_f = -2,\ +1$ 的连续态，其对应于微扰极限下的光电离通道，相对差异可达约百分之十；干涉既可能是相消的（较低频率，图 9），也可能是相长的（较高频率，图 10）。弱场和强场区域均可观察到这种行为。相比之下，对于$\varkappa_f = -1$ 的“碰撞”通道，在激光场较弱时，相对差异呈现振荡行为，其幅度比光电离通道中的 $\delta w_{\alpha\gamma}$ 小几个数量级。激光强度较大时，相对差异$\delta w_{\alpha\gamma}(\tau,\ \varkappa_f = -1)$ 保持原有行为，但其幅度增大，如图 10(c) 所示。

通过分析相对差值随时间的变化，可以注意到，对于“碰撞”通道 $\varkappa_f = -2, +1$ 以及 $\tau < 0$，$\delta w_{\alpha\gamma}(\tau, \varkappa_f)$ 会出现小幅振荡；例如，参见图 10 左图。为解释这一现象，我们提醒读者，负的时间偏移 τ 意味着与射弹的碰撞发生在之前 激光脉冲到达之时。我们认为，$\delta w_{\alpha\gamma}$ 的振荡可能与离子碰撞中电离概率随时间变化的振荡行为有关 [31]。事实上，在图 10 左图所示的情形中，脉冲持续时间远短于典型的碰撞时间。因此，可以将该系统视为类似于包含两个激光脉冲的泵浦-探测装置 [48, 49]。

概率如何受到激光相互作用与库仑相互作用之间干涉的影响。为了量化这种干涉效应，我们引入了由两者共同作用导致的电离概率与

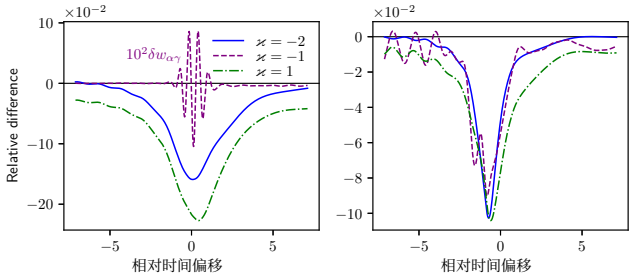

图9：电离进入特定连续态 $\varkappa_f$ 时的相对差异 $\delta w_{\alpha\gamma}(\tau,\ \varkappa_f)$，其随原子核最近接近时刻与激光脉冲峰值时刻之间的时间偏移 τ 而变化。时间偏移以光学周期为单位表示。计算采用碰撞质心能量 $\mathcal{E} = 10$ MeV，以及强度为 $E = 0.001E'$（左图）和 $E = 1.0E'$（右图）、频率为 $\omega = 0.5\omega'$的激光脉冲。左图中，$\varkappa_f = -1$ 对应的曲线按因子 10^2缩放。

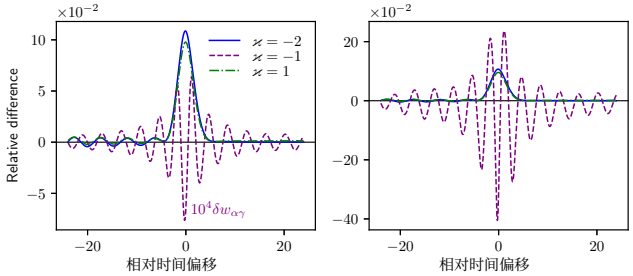

图10：与图9相同，但激光频率为 $\omega = 2.0\omega'$。左图中，$\varkappa_f = -1$ 对应的曲线按因子 10^4缩放。

VI. 结论

总之，我们对激光辅助离子-离子碰撞中的电子电离进行了理论研究。为计算电离概率，我们开发了一种用于求解含时狄拉克方程的数值非微扰方法，该方法考虑了靶电子与激光脉冲以及射弹离子的库仑场之间的相互作用。然而，我们

非微扰方法可应用于多种碰撞系统。本文考察了一个特定情形：α 粒子与最初处于电子基态的类氢铅发生激光辅助散射。我们特别关注电离（激光 + 库仑）势，以及“仅激光”和“仅碰撞”过程的概率之和。

针对一组与当前实验相关的碰撞参数和激光参数，计算了相对差异。根据这些计算，我们发现，“激光 + 库仑”干涉可能使电离概率改变最高达 10 %，且在低碰撞能量下这一效应更为显著 $\mathcal{E}_{CM}$。此外，干涉取决于激光频率 ω，既可能是相长干涉（高 ω 值），也可能是相消干涉（低 ω 值）。例如，这些效应可在达姆施塔特的 GSI 和 FAIR 设施中观测到，并有助于进一步深入了解激光诱导离子碰撞。

[1]O. Tesileanu、D. Ursescu、R. Dabu、N.V. Zamfir。“极端光基础设施”。《物理学杂志：会议系列》第420卷，012157（2013年）。

[2] W. Greiner、B. Müller 和 J. Rafelski，《强场量子电动力学》。Springer-Verlag，柏林—海德堡，1985。[3] T. Brabec 和 F. Krausz，Rev. Mod. Phys.，第 72 卷，545 页，2000 年。[4] A. Baltuska 等，Nature，第 421 卷，611 页，2003 年。[5] R. Lopez-Martenz 等，Phys. Rev. Lett.，第 94 卷，033001，2005 年。[6] 《概念设计报告：国际离子与反质子束加速器设施》，W. Henning 编，GSI，德国达姆施塔特，2001 年。[7] A. Gumberidze 、 F. Bosch 、 A. Bräuning-Demian 等，Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. B，第 233 卷，28 页，2005 年。[8] Th. Stöhlker、T. Beier、H. F. Beyer 等，Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. B，第 235 卷，494 页，2005 年。[9] A. Gumberidze、Th. Stöhlker、H. F. Beyer 等，Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. B，第 267 卷，248 页，2009 年。[10] T. Kuehl、V. Bagnoud、T. Stoehlker 等，J. Phys.: Conf. Ser. 488，142003（2014）。[11] D. Budker 等，Ann. Phys.，第 532 卷，2000204（2020）。[12] L.B. Madsen、J.P. Hansen 和 L. Kocbach，Phys. Rev. Lett.，第 89 卷（9），093202（2002）。[13] J.P. Hansen、T. Sørevik 和 L.B. Madsen，Phys. Rev. A，第 68 卷，031401(R)，2003 年。[14] A.B. Voitkiv、N. Toshima 和 J. Ullrich，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 39，3791–3803（2006）。[15] M. F. Ciappina 和 L. B. Madsen，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 39，5037–5050（2006）。[16] M. F. Ciappina 和 L. B. Madsen，Phys. Rev. A 77，023412，2008 年。[17] T. Kirchner，Phys. Rev. A 75，025401（2007）。[18] F.J. Domínguez-Gutiérrez 和 R. Cabrera-Trujillo，Eur. Phys. J. D 68，226（2014）。[19] F.J. Domínguez-Gutiérrez 和 R. Cabrera-Trujillo，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 48，135202（2015）。[20] U. Wille 和 R. Hippler，Phys. Rep. 132（3–4），129–260（1986）。[21] U. Müller-Nehler 、 G. Soff，Phys. Rep. 246，101 （1994）。[22] B. Müller、G. Soft、W. Greiner 和 V. Ceausescu，Z. Phys. A，第 285 卷，27 页，1978 年。[23] A. Graue、J. Hansteen、R. Gundersen 和 L. Kocbach，J. Phys. B: At. Mol. Phys. 15，L445 页，1982 年。[24] K. Rumrich、W. Greiner、G. Soff、K. Wietschorke 和 P. Schlüter，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 22，165 页（1989）。

[25] R. Vader、A. van der Woude 和 R. Meijer。《物理评论 A》，第14卷，第1期，第62页，1976年。[26] J. Hansteen。《原子与分子物理学进展》，第11卷，第299页，1976年。[27] J. Hansteen。《物理学评论》，第31卷，第63页，1985年。[28] J. Hansteen。《物理学评论》，第42卷，第299页，1990年。[29] W. E. Meyerhof、K. Taulbjerg。《核科学年评》第27卷，第279–332页，1977年。[30] G. Soff、W. Greiner、W. Betz 和 B. Müller。《物理评论 A》，第20卷，第1期，第169页，1979年。[31] S. R. McConnell、A. N. Artemyev、M. Mai、A. Surzhykov，《物理评论 A》，第86卷，052705，2012年。[32] O. Novak、R. Kholodov、A. Surzhykov、A. N. Artemyev、Th. Stöhlker。《物理评论 A》97，032518，2018年。

[33] 1992, 16, 1 71 H. R.

[34] Reiss。《量子电子学进展》，第卷，第页。A. Di Piazza、C. Müller、K. Z. Hatsagortsyan 和 C. H. Keitel。《现代物理评论》，第84卷，2012年。[35] L.V. Keldysh，《苏联物理学 JETP》，第20卷，第1307页，1965年。[36] F.H.M. Faisal，《物理学杂志 B》，第6卷，L89页，1973年。[37] P.B. Corkum。《物理评论快报》71(13)，1994–1997（1993年）。[38] L. Gaier 和 C. Keitel。《物理评论 A》，第65卷，023406，2002年。[39] Y. I. Salamin、S. X. Hu、K. Z. Hatsagortsyan、C. H. Kei- tel。《物理学报告》427（2006年）41–155。[40] D. B. Milošević、G. G. Paulus、D. Bauer 和 W. Becker。《物理学杂志 B：原子、分子与光学物理》 39 （2006年）R203–R262。[41] S. Selstø、Eva Lindroth 和 Jakob Bengtsson，《物理评论 A》，第79卷，043418，2009年。[42] M. S. Pindzola、Sh. A. Abdel-Naby、F. Robicheaux 和 J. Colgan。《物理评论 A》85，032701（2012年）。[43] M. Førre 和 A. Simonsen。《物理评论 A》90，053411（2014年）。[44] T. Kjellsson、S. Selstø 和 E. Lindroth。《物理评论 A》95，043403，2017年。[45] W.R. Johnson、S.A. Blundell、J. Sapirstein，《物理评论 A》，第37卷，第2期，第307页，1988年。[46] V. M. Shabaev、I. I. Tupitsyn、V. A. Yerokhin、G. Plu- nien 和 G. Soff。《物理评论快报》，第93卷，第13期，130405，2004年。[47] T.J. Park 和 J.C. Light，《化学物理学杂志》，第85卷，第5870页，1986年。[48] Drescher、M.、Hentschel、M.、Kienberger、R. 等。《自然》419，803–807（2002年）。[49] F. Krausz、M. Ivanov。《现代物理评论》81，163，2009年。