arXiv:2304.09732v1 [math.HO] 19 Apr 2023

维特根斯坦论决定与数学实践*

M. Muñoz Pérez

mmunozpe159@alumnes.ub.edu

摘要

普特南和 Finkelstein 可以被理解为通过诉诸数学通常开展的方式，对克里普克的怀疑论论证作出了回答。如今，围绕多元主义的争论对存在一种独特的数学活动发展方式这一假设提出了质疑。在本文中，我们希望将克里普克论证重新表述为对条件主义与一种合理形式的多元主义（我们称之为 V-多元主义）之结合的挑战；与此同时，我们还提出对《哲学研究》中某些段落的一种解读，将其视为解决方案。我们的结论是，为了维护多元主义，我们需要阐明这样一个事实：我们会作出明确的决定；同时也需要阐明这些决定所具有的哲学价值，正如我们所论证的那样。探究这种价值的本质，是我们希望在本文中进一步处理的任务之一。

1. 条件主义与数学家的其他倾向。众所周知，维特根斯坦如何看待他那个时代一些数学家的哲学工作：这些工作试图为他们的数学成就或信念提供哲学解释。简言之，这类解释过去（也可以说现在）之所以危险，是因为借助它们，“真正的科学工作伪装成了形而上学，而不是反过来”[1]。这一点在《哲学研究》[2], 中可以清楚地看到：数学家的倾向并未被视为某种哲学性的东西，而是被视为哲学需要澄清和处理[3]的东西。确实，有时数学家意图描述某种他们认为深刻或重要的东西，而哲学图景便会为他们提供帮助；但这些图景可能携带一些误导性的性质，涉及他们自身的工作以及这项工作与知识其他分支之间的关系。请注意，这种用法（提出哲学图景）与早期维特根斯坦将哲学刻画为一种活动而不是一组“哲学命题”或一种“理论”[4]的观点相冲突。我们将在接下来的章节中重新探讨这种态度，因为我们的主要目标之一，是澄清这里所说的危险究竟以何种意义存在。

人们可能会认为，只有当柏拉图主义或集合论观点受到更多关注时，这类问题才会出现；也就是说，当数学共同体不像今天这样多元，也没有像今天这样意识到关键的元数学结果时[5]。但这一主张忽视了如今职业数学家所持某些实际观点的复杂性。诚然，在某些领域，成为“对基础无偏向者”似乎完全没有问题，但在范畴论和集合论等主题中，情况远非如此清楚（即便是这些例子，也不足以忠实描绘某些最新的革命性数学框架）。我们无意在此讨论这些学科在奠定数学知识基础方面所扮演的角色（如果确实存在这种基础的话）。我们唯一关心的或许是，某些对哲学的态度——将其视为无关紧要的，

*本文初稿于2022年12月5日完成。本版本日期为2023年2月6日。[1]Floyd, J.（2000）维特根斯坦、数学与哲学，第235页，载于《新维特根斯坦》，Crary, A. 与 Read, R. 编。[2]下文中，PI 指《哲学研究》。我们也采用维特根斯坦著作标题的通行缩写，例如以 TLP 指《逻辑哲学论》。此外，我们会用罗马数字加段落编号，标明所指的《哲学研究》部分。[3]《哲学研究》第一部第254节和第255节。[4]《逻辑哲学论》4.112。[5]有些人（如普特南）认为，自哥德尔定理发表以来，数学哲学变得比以往更难。

冗余或多余的——实际上掩饰了（带有哲学色彩的）图景，而这会产生与我们上文所述相同类型的问题：把数学结果视为涉及具有“至高”性质的项目[6]。

例如，教师必须能够将集合论呈现为对有关无穷的某些问题的回答，同时又将这些问题对于该理论的内在发展所具有的重要性置于一旁。一个学过足够多范畴论的人可能会倾向于假设，某些抽象结构比集合更能为数学基础提供“更好的”基础。这两种情况的共同之处在于：它们都将某些数学结果呈现为具有特殊重要性的结果，作为接受某些引人注目的哲学思想[7] 的依据；但与此同时，它们也面临着陷入形而上学胡言的潜在危险。

当今数学的另一个现象，就是我们将称之为条件主义[8]的现象。条件主义的核心思想是：一个熟悉不同形式演算的数学家，并不会因其工作而被要求持有关于偏好或偏好的根据的私人信念，也就是说，他只是在作假设性的工作：例如，他并不相信 ZFC 的公理，但确信任何相信这些公理的人都会同意该理论的定理。换言之，数学家不应关注如何设计一种演算系统以捕捉某种洞见，而应致力于从其公理[9]中推导出（可以说是盲目地推导出）各种结果。因此，条件主义可以被认为自然地伴随着某种形式的多元主义；至少，当我们所讨论的数学家懂得如何在不同框架中工作时，今天通常就是如此[10]：这还意味着，实际上，我们可以为同一种非形式内容提供不同的演算系统，而且从某种意义上说，所有这些演算系统都是同样有效的。我们可以看到，多元主义完成了条件主义从一开始就忽略的哲学任务；二者所寻求的，都是为数学家的通常实践提供一个有说服力的论证。这种实践并不受限于某一种固定的演算系统（或演算系统的集合），因而完全独立于任何相应的一元论[11]。在本文中，我们希望探讨：数学家的工作在多大程度上独立于其所使用的形式演算的动机？维特根斯坦又能告诉我们什么？

从我们已经看到的内容来看，维特根斯坦似乎显然会赞同“任何数学发现都不能对数学哲学产生任何影响”[12]。从《哲学研究》第一部§124可以推断，维特根斯坦也会至少在原则上捍卫数学独立于哲学这一立场。这足以说明，任何认为《哲学研究》捍卫某种形式的构造主义或有限主义的解读都是错误的。至少在《哲学研究》中，似乎没有明显迹象表明维特根斯坦公开且积极地支持数学修正主义[13]。尽管如此，从我们的角度来看，前述段落与《哲学研究》第三部§271之间仍存在某种张力：在后者中，心理学被等同于集合论，

[6]《哲学研究》第一部§192。[7]《哲学研究》第一部§219。我们知道，维特根斯坦反对数学中存在惊奇这一观念，或者更准确地说，反对对既定事实作神话式解释：参见《哲学研究》第一部§221。[8]虽然我们知道这一术语也用于其他论争（例如围绕模态结构主义的论争），但由于它与推理主义相似，我们将用它来指称文本中提出的观点。事实上，如果将范围限定在不同的（形式的、逻辑数学的）语境中，条件主义可以被视为推理主义的一种推论。[9]请注意，当职业数学家在其研究领域遇到某些哲学问题时，自称不可知论者，这一立场可能正合其意。我们所主张的是，职业数学家接受某些哲学图景，却不接受另一些；被排斥的那些被视为与数学实践本身格格不入。通常，这种态度会伪装成一句简单的话：数学问题应留给数学家处理，不给无用且多余的哲学评论留下余地。[10]这两种观点之间的联系并非显而易见。乍看之下，可以说，如果条件主义被视为数学实践中的普遍事实，那么它便会（在哲学上）使多元主义成为可能：也就是说，数学家正确理解逻辑后承等概念的不同含义，同时以不同方式运用这些概念，这两者之间便毫无矛盾。我们将在下文更深入地探讨这种联系。[11]我们还可以看到，有些哲学家既希望对数学进行严肃的哲学分析，同时又主张应将数学实践径直看待。如果数学与哲学应当以某种方式分开，那么我们就应赋予这些分析某种地位：将它们称为“非哲学的”究竟能否有所助益？当然，先前那些关于“哲学不可知论”的口号究竟具有何种地位，远不明朗。[12]Dummett, M.维特根斯坦的数学哲学 （1959），《哲学评论》，第68卷，第3期（1959年7月），第324–348页。[13]读者或许能想到的最贴切例子，可能出现在《哲学研究》第一部关于否定的讨论中。请注意，我们暂且不谈《数学基础研究》和《数学基础讲演》中所含的评论。

就其“[概念上的] 混乱与贫乏”而言，二者被等同起来[14]。很难看出，一个相信数学与哲学彻底分离的人，会赞同这种围绕集合论的说法[15]。

2. “克里普克斯坦”与鸿沟。 克里普克提出的著名“怀疑论悖论”[16] 对心灵哲学和数学都构成了挑战，正如作者本人在书中多次强调的那样。更具体地说，Wright[17] 认为，克里普克提出的问题是在攻击规则必须满足的一项条件；只有满足这一条件，规则才能恰当地引导我们：“当迄今为止我们所说过、明确想过或做过的一切，都与无限多条可能在外延上彼此不同的规则中的任何一条相容时，我们究竟如何、又在何时才能确定，我们遵循的恰恰是某一条特定规则？”[18] 克里普克用加法符号和预期运算“quus”来说明这一点。他提出的一个怀疑论论证如下：

> 有人或许会主张，quus函数不能被视为“+”的一种解释，因为它不满足我所接受的关于“+”的某些定律（例如，它不具结合性；我们甚至可以把它定义成不具交换性）。甚至有人可能会指出，在自然数上，加法是唯一满足我所接受的某些定律的函数——即关于 +的“递归方程”：(x)(x + 0 = x)和(x)(y)(x + y′ = (x + y)′)，其中横线或短划表示后继；这些方程有时被称为加法的“定义”。问题在于，这些定律中使用的其他符号（全称量词、等号）都只在有限多个实例中得到应用，而它们可以被赋予非标准解释，以适配“+”的非标准解释。例如，“(x)”可能意为对每个 $x < h$都成立，其中 h 是迄今为止应用全称实例化时所涉及实例的某个上界；等号也可以作类似处理[19]。

在反驳 Wright 对克里普克的回应时，Finkelstein[20] 认为，怀疑论和柏拉图主义（以及 Wright 的观点）都误入歧途，与维特根斯坦哲学格格不入。怀疑论悖论所提出的问题显而易见：它之所以会出现，只是因为我们假定，规则与为了遵循规则而应当做什么之间，确实存在某种“鸿沟”[21] 。一旦我们开始把规则视为嵌入生活之中，便会发现根本不存在任何鸿沟[22]。正如 Finkelstein 所说，我们借助“生命之网”[23], 克服这一表面上的问题，并不是因为它在构建规则与行动之间的桥梁时取代了解释或制度，而是因为它承认（通常而言）根本不需要这样的桥梁。因此，Finkelstein 最终得出的结论是，只要牢记规则在通常且熟悉的情境中如何运作，我们就可以重新谈论柏拉图主义者所主张的规则的自主性，而无需为此增添任何神秘意味。

Finkelstein 留下未解决的主要问题在于，“生命之网”意图涵盖的范围。我们是否应当同意，我们能够想到的每一种语境都以同样的方式归入我们生命的织锦？是否

[14]参见《逻辑哲学论》6.031，其中指出，对于数学而言，这一点是多余的。[15]不过请注意，维特根斯坦只会以某种主动的方式谈论这种联系。哲学必须分析集合论中语言的使用，至少在数学家就某个论证的一般观念作出例如某些晦涩的观察时是如此。（达米特可以在此处举对角线论证以及维特根斯坦对它的态度为例。）没有时间进行无用争论的职业数学家无疑误解了他看待哲学的方式：他把问题与解决方案混为一谈。正如我们将看到的，对“哲学”的怀疑通常与对哲学立场的怀疑相伴随，即使哲学不能被等同于其中任何一种（立场）的采纳。[16]克里普克，S. A.（1982）《维特根斯坦论规则与私人语言》，剑桥，哈佛大学出版社。[17]Wright，C.（2007）无理由地遵循规则，载于《维特根斯坦与理性》，约翰·普雷斯顿编；RATIO，第XX卷，第4期。[18]第482页。[19]这出现在脚注12，第16—17页。[20]D. H. Finkelstein（2000）《维特根斯坦论规则与柏拉图主义》，载于《新维特根斯坦》，克雷里、里德编。[21]正如《哲学研究》第一部§431中的对话者所说。[22]至少，在所有正常情况下确实如此。Finkelstein指的是《哲学研究》第一部§85。[23]他援引《哲学研究》第三部§2。

这是否包括科学论述？在 Finkelstein 的论文中，几乎找不到说明他的观点应如何延伸到数学的评论。他不愿将维特根斯坦据称持有的观点界定为“纯粹的柏拉图主义”（即不诉诸任何“神话性”解释的柏拉图主义）[24]。然而，可以说他的观点与普特南对维特根斯坦的数学哲学的解读密切相关[25]。

3. 普特南与常识实在论。在仔细分析了克里普克的论证之后，普特南与芬克尔斯坦一样得出结论：怀疑论悖论对维特根斯坦而言根本不是什么大问题，克里普克最终将维特根斯坦的观点与《哲学研究》中对话者的观点混为一谈[26]。普特南当然希望将一种关于遵循规则的“常识实在论”归于维特根斯坦，也就是说，这“不是 [.....] 对任何形式的怀疑主义的表达，恰恰是对关于遵循规则的哲学讨论的一种‘怀疑主义’表达”[27]。很容易将这一断言与芬克尔斯坦的“无鸿沟”口号相比较。但现在，普特南准备就数学话语作出如下重新表述：

> 简言之，正如人们完全可以以一种普通的方式习得“无限地做某某事”“不断做同一件事”“以一致的方式做这件事”等概念一样，人们也可以以一种普通的方式习得在数学中使用诸如“ S 为真或 S 为假”这类表达式；而且正如我认为，关于遵循规则的讨论，其要点并不是表达对遵循规则的任何形式的怀疑主义，而是表达对关于遵循规则的哲学讨论的一种“怀疑主义”，因此我主张，维特根斯坦式地看待数学中排中律的使用，不应当涉及对该定律在数学内部应用的怀疑，而应当是对数学哲学中这些“立场”的“意义”本身的“怀疑”[28]。

这里我们应当区分以下论题：

(RL) 学习遵循规则相关表达的用法，有一种常规途径。

(ML) 学习 排中律及数学中其他常见表达的用法，有一种常规途径[29].

(RS) 关于遵循规则的哲学解释毫无意义。

(MS) 谈论数学哲学中的哲学立场毫无意义。

于是，论证采取以下形式：我们假定 (RL) 蕴含 (RS)，并且由于 (ML) 与 (RL) 有（某种）关联，便推断（或者至少看来很自然地说）(ML) 蕴含 (MS)[30]。在文本前段，普特南承认，维特根斯坦只有通过对可证性的常识实在论（即 (RL) 的一个实例），才可能坚持关于真理的常识实在论；但鉴于维特根斯坦对数学中不可判定命题这一现象的态度，这是不可能的[31]。尽管如此，普特南还是引用《哲学研究》第一部§516，为主张维特根斯坦主义者应当接受他对这一问题的解读提供依据[32,33]。

[24]请查阅他论文的脚注 37。[25]普特南，H.（1997）论维特根斯坦的数学哲学，《亚里士多德学会会刊》，新系列，第 97 卷，第 195–222 页。[26]第 259 页。[27]第 261 页。[28]第 261 页。[29]请注意，普特南谈到排中律（即“或者 S 为真，或者 S 为假”）时，并未对“真”和“假”的解释持开放态度：他是在指通常意义上的真理，而不是例如直觉主义者所说的可推导性。[30]普特南似乎认为，没有理由反对这样一种看法：如果第一个蕴涵成立，同样的论证也可以用于第二种情形。[31]第 249–250 页。[32]他还基于物理科学的运作方式，以及任何关于数学陈述（在他的论文中被视为“混合的”）的说明都应包含某种令人满意的方式来处理物理问题，提出了一些论证。他声称，仅凭可证性与证实主义不足以提供这样的说明。[33]有趣的是，普特南为支持其观点而引用的同一段文字，也被达米特在其论文中引用；达米特还提到维特根斯坦针对集合论提出的一些（修正主义的）看法。达米特由此得出结论：

不过，让我们考察一下普特南如何处理日常一词。他认同这样一种观点：在维特根斯坦那里，日常与哲学应当区分开来；日常语境涵盖所有科学论述，同时，就数学而言，它并非仅仅由证明构成，也承认其他常见活动，例如提出猜想或应用定理[34]。由此，普特南很容易指出这两种语境之间的一些明显差异：只有从哲学角度看，不可判定命题这一现象才成问题；在日常语境中，它完全无关紧要[35]。因此，至少从其表述来看，普特南倾向于在哲学与数学之间作某种划分。我们可以试着追问：如果数学要与哲学区分开来，那么“日常”应如何修订？也就是说，我们怎样才能（或多或少）精确地界定这些日常语境的内容？当然，普特南会把这个问题视为他打算“耐心拆解”的那类问题[36]；或者，他也可能会将其限制在日常本身的范围之内，在那里，科学独立地发展。

普特南认为，维特根斯坦——在他的解读中——处理数学哲学问题的方式，实际上是摒弃了将真理模式强加于问题之上的做法，这类似于在物理科学语境中的工作方式；相反，我们应该“理解我们借助概念所过的生活”[37]。诚然，这种观点与维特根斯坦晚期著作中反系统化的精神颇为契合，例如，它与“生活形式”[38], 之间的类比就相当明显。但值得注意的是，普特南声称物理科学对我们处理某些数学哲学问题的方式产生了这种有害影响，而同样的论证也可能适用于他用来捍卫自己结论的论证[39]。

4. 日常语言与多元主义。 让我们回顾一下克里普克的挑战是如何得到回应的。普特南告诉我们，从根本上说，我们可以将维特根斯坦解读为捍卫（RL），因而也捍卫其蕴涵（RS）。这种解读在很大程度上与《哲学研究》一致，因此我们愿意接受它。然而，另一方面，我们已经看到，《哲学研究》中几乎没有多少部分（即使不考虑与维特根斯坦其他著作中的观点所产生的矛盾），其中普特南为规则所辩护的常识实在论适用于数学。即使置于关于维特根斯坦（或一位维特根斯坦主义者）应当承诺什么的诠释争论之外，普特南想要从一种情形过渡到另一种情形的做法也相当微妙。虽然我们认为普特南-芬克尔斯坦的回答是合理的，也就是说，它是一个重要观察：克里普克的问题无法在众所周知的情形下攻击我们遵循规则的能力，或者等价地说，它表明

关于不干涉数学的“维特根斯坦主义者”主张，应被视为自相矛盾，因此根本算不上一个表述良好的主张。但这里的问题在于，如何解释这种联系：正如我们先前强调的，维特根斯坦似乎远非数学领域的激进修正主义者（当然，达米特认为他持有数学有限主义哲学）。[34]第260页。[35]不过，普特南提到“哲学语境”时究竟想说明什么，并不十分清楚。他在第260页说：如果某个问题出现在一场哲学讨论中，而讨论的是未判定命题是否“确实”为真或假，那么维特根斯坦主义者完全可以怀疑这个问题是否有意义，因为“确实”为真或假的概念带有一种特殊的形而上学强调。现在，很明显，维特根斯坦本人会反对这类哲学表达。但普特南的观点归根结底立足于这样一个假设：哲学就是如此。维特根斯坦会主张，事实上，哲学也应当在日常语境之内发挥作用，至少在有必要时如此。可以将这一点与我们先前引用的《哲学研究》中有关集合论的评论相比较。[36]正如他在第262页谈到一些可能的反对意见时所说。[37]第263页。[38]《哲学研究》第三部§345。此外，还可以将普特南的维特根斯坦主义立场所秉持的这一总体态度，与《逻辑哲学论》中有关显示的相应段落相比较。[39]请将这一点与我们上文所说的内容相比较。诚然，任何恰当的数学哲学都应承认应用与可应用性对于科学的重要性（即使这仅仅意味着指出，这种重要性只是表面上的）。但普特南的论证建立在这样一个观点之上：我们应该“认真对待我们的物理学”；这似乎意味着物理学应当在数学哲学中发挥重要作用。也就是说，普特南似乎通过指出某些数学哲学立场（构造主义或基于可证明性的解释）的不足，并结合对证实主义的拒斥，来评估它们能否解释数学的可应用性。因此显然，他需要一些额外的假设，才能推翻自己最初希望攻击的哲学立场（构造主义）；而这些假设来自对物理学的某些考量。

在日常语境中，规则与行动之间不存在鸿沟，但我们主张，经过恰当安排后，克里普克论证的相关性不应被忽视。毕竟，与上述回答产生分歧的主要来源，在于语言使用的专业 与日常 语境之间的划分，而这再次归结为数学与哲学之间的分离问题。

现在，我们认为，先前对普特南的考察已经表明，他从自己关于维特根斯坦观点的评论中，勾勒出了一幅关于数学及数学实践的非常具体的图景。以下文字刻画了实际进行的数学：

> 当然，就能够译成日常语言而言，数学有一种语义——如果你愿意，也可以称之为一种“实在论语义”。或者更确切地说，实际进行的数学，即“未经规整”的数学，本来就存在于日常语言之中[40]。

当然，形容词“未经规整”可以被理解为是在反对一种建构主义的数学论述[41]。这一观点显然颇具争议[42]。所有数学家都以一种界定明确、确定且绝对的方式工作吗？这种图景站得住脚吗？普特南所说的内容很容易与数学多元主义试图捍卫的主要观点相对照。若遵循Zalta[43], 的看法，那么认为多元主义已挑战实在论——作为职业数学家的自然哲学——似乎是合理的。简言之：职业数学家开展活动的方式有多种（至少包括普特南所说的那些属于数学日常语言的方式），而且没有必要为了运用某种不可或缺性论证，就将一种理论“化约”为另一种。因此，围绕普特南常识实在论的争论促使我们更仔细地考察多元主义者的思维方式。

5. 逻辑多元主义与 V-多元主义。Beall 和 Restall[44] 将接受以下断言视为<接纳逻辑多元主义的表现：

(L1)（逻辑）后承的直觉概念由以下原则给出

> (V) φ 由 Σ 推出，当且仅当在任何情形下，若 Σ 中的每个前提都为真，则 φ 也为真。

(L2) 一种逻辑由出现在(V)[45]中的某种「情形说明」给出。

(L3) 对于出现在(V)中的情形，至少存在两种不同的说明。

现在，一旦人们将这种图景视为理所当然，那么把数学框架定义为：按照（L2）[46]的定义，在某种逻辑的“背景下进行”时，数学所包含的内容，似乎就显得顺理成章。这里，人们会说，

[40]第262页。[41]例如，第249至250页对这一观点有一些直接提及。这当然不足为奇，因为普特南的论文基于这样一种看法：阅读维特根斯坦时，不必然要认同整套「反实在论叙事」。[42]我们还可以进一步探讨普特南的「实在论语义学」所涉及的问题。例如，可以主张维特根斯坦在某种程度上倾向于接受语境原则（当然，前提是该原则与实在论语义学存在张力）：例如参见《哲学研究》第一部§49，尤其是《哲学研究》第一部§544：「当渴望使我惊呼‘啊，要是他来了就好了！’时，这种感受赋予这些话以‘意义’。但它赋予每个单独的词以意义了吗？不过在这里，人们也可以说，这种感受赋予这些话以真理。现在你们看到了，这些概念如何彼此交融。（这让人想起一个问题：数学命题的意义是什么？）」当然，暂且不论《逻辑哲学论》3.3、3.314中的著名论述。[43]Zalta, E. N.《style id='9'>数学多元主义》，形而上学研究实验室。[44]Beall, J.C. & Restall, G. (2000)《 style id='12'> 逻辑多元主义》，《澳大拉西亚哲学杂志》 78 (4)，第 475–493 页。[45] 第 2 页写道：「这种情形说明可以被视为一种阐明相关语言中可表达主张的真值条件的方式。」也就是说，它们会包括关于逻辑原始符号的通常约定。[46]第11–12页。我们还可以读到：「构造性数学的定理，只不过是以构造性方式证明的数学定理。[.....] 构造性数学的定理也是经典数学的定理。构造性数学与经典数学的区别不在研究对象，而在所要求的证明标准。」

非形式化数学与构造性数学之间的对比，是基于两者各自遵循不同逻辑、采用不同推进方式这一差异而作出的。因此，原则上，我们可以考虑单纯的数学陈述，而证明方法则会被限定于（V）的某个实例。

不过，逻辑多元主义的例子让我们得以看到一种在数学多元主义（更广义的立场）中普遍存在的图景。我们认为，没有理由不去考察其他允许有多种形式规定的直觉概念。具体而言，可以将以下方案视为对上文所给方案的扩展：

(V1)（数学）概念的直觉概念 χ 由某种原则（V_χ）给出，其中会出现一些情形[47]。

(V2) 形式系统由对（V_χ中出现的情形所作的某种规定给出 ）.

(V3) 对（V_χ）中出现的情形，至少存在两种不同的规定[48]。

我们将采纳（V1）—（V3）（或者更准确地说，采纳它们的具体实例）称为 V多元主义。正如我们预见的， V多元主义所基于的图景，与普特南的维特根斯坦主义立场所捍卫的图景相去甚远：人们可以把数学的日常语言所涵盖的内容纳入考量，同时仍认为这些内容有待进一步规定（如上文所述），并对其是否具有唯一性毫无把握；或者，人们也可以直接主张，日常语言所声称形式化的内容存在多种可能的规定。请注意，V多元主义或许会主张，实际提供这些规定是数学家工作的一部分，因此普特南将不得不承认，这种通常的活动并不属于日常数学实践。简言之， V多元主义会承认，普特南的维特根斯坦主义立场认为，人们有一种共同的方式来谈论诸如数学猜想之类的事物；但这种关于真理的谈论，实际上被包含在一个更狭义的概念之中，而这个概念取决于人们所使用的形式系统（当然，并非仅由那个“未加规整”的情形构成）。

值得注意的是， V-多元主义为我们提供了一种立场，使两种不同类型的内容——“直觉的”和“形式的”——彼此关联。也就是说，在（V1）所描述的情境中，我们会隐含地面对一场哲学讨论中的所有问题：例如，原则 V 是如何被确定为最初洞见的表达的？同样，在情境（V2）中，我们会有一个过程，即形式化过程：它始于对 V 的某种解读，终于形式演算（的基本规范）。条件主义的一种形式，就是简单地认为，数学家只需研究由（V2）产生的形式系统的性质。另一种观点则可能认为，数学家也应同样关注（V1）中的基本洞见。显然， V-多元主义隐含地包含以下主张：

（1）数学家依据某种最初的直觉或洞见开展工作，并借助某种微积分将其形式化。

现在，逻辑多元主义与 V 多元主义之间的确切关系，本质上取决于我们赋予逻辑在数学陈述方面的作用。有人可能会说（正如我们上文指出的），数学陈述可以被视为单纯地成立，但真正重要的是，我们能够在某种逻辑中证明这些陈述；也有人可能会认为，数学内容会随着相应形式系统所采用的逻辑一并改变[49]。来看下面这个例子。问题在于：“$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 是连续的，或者不是连续的”这一陈述的性质是什么？多元主义者可以给出几种回答：

[47]逻辑后承的概念是数学概念吗？那么，如果我们将数学定义为对形式系统的研究，显然，按照定义，这一概念 χ 就属于数学概念，因为它是通过某个系统的形式属性来研究的，而该系统则由 V_χ中对某个案例的规定所生成。[48]从这一论题来看，自然语言实际上在 χ的形式化过程中发挥了明确的作用。人们或许会想在此读出一些《逻辑哲学论》6.233中的洞见。[49]将此与我们上文所说的进行比较。请注意，人们可以将普特南（反对我们先前所说的）理解为并非完全反对构造主义，而只是在陈述：我们通常有一种方式来理解诸如

(a) 我们总能理解陈述“$f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 连续或不连续”，但我们可以用许多方式将“S 或不 S”形式化。(b) 我们总能理解陈述“$f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 连续或不连续”，但我们可以用许多方式将“$f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 连续”[50]形式化。(c) 我们总能理解陈述“$f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 连续或不连续”，但我们可以用许多方式将整个陈述形式化[51]。(d) 只有当我们在一个具体语境中讨论时，才会理解“$f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 连续或不连续”；这个语境由关于“f 连续”或“S 或不 S”的某种规定给出。

我们可以分别将（a）和（b）背后的立场称为纯逻辑多元主义和纯数学多元主义。现在看来，自然的论证是，V-多元主义确实会给出类似于（c）的回答。当然，V-多元主义者不可能持有（d），因为论点（V1）要求先有一种非形式化的表述，随后才导向某种具体说明，而不是反过来[52]。因此，V-多元主义可以主张，在一个固定的微积分中形式化了不同类型的数学概念，每种概念都适合一种精确的角色[53]。

现在，让我们将 V-多元主义与数学多元主义的两种常见表述联系起来。根据 Zalta[54], ，数学多元主义主要有三种呈现形式：

(A) 每个相容的数学理论都由关于与之相关的对象域的真理构成[55]。(B) 每个数学理论，无论相容与否，都由关于与之相关的对象域的真理构成。(C) 数学哲学中的每一种立场都基于一种在某种意义上有效的、关于数学的本质的洞见[56]。

似乎很自然地可以主张，(C) 中出现的“洞见”可能与 (V1) 中出现的洞见有关（即便二者并非相同）。例如，某种关于数学本质的修正主义观点很可能会导致这样的结论：

定义或猜想。在这种情况下，V-多元主义者可能会认为，普特南只是接受陈述 V_χ 的存在；但请注意，-从他的观点来看-，还需要借助对这类 V_χ 的某些情形作出具体说明，进一步加以区分。此外，尚不清楚 V-多元主义者会如何看待普特南所提出的这种构想：将哲学争论与数学论述相对立，例如，[50]至少可以合理地说，普特南的维特根斯坦主义立场或许会为类似的主张辩护：请记住，他尤其怀疑以不同于标准方式来理解“S 或非 S”。对此，请注意，普特南似乎认为，既然我们能够理解该陈述，就必定有一种具体的说明将它形式化。然而，一般而言，也可以将普特南解读为主张：经典数学已经包含在日常语言之中。因此，他似乎也会反对为“$f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 连续”提供不同形式化方案的想法（他没有给出具体例子，但他引用的《哲学研究》中的段落可以解读为暗示了这一点）。因此，在这种情况下，我们只能将这样的观点归于他：我们通常能够理解这类陈述；这样一来，对于 V-多元主义者而言，这种立场便是不完整的（见上文）。[51]那么，职业数学家在试图于日常语境中交谈时，难道不会陷入哲学困境吗？完全不会，因为他在任何时候所思考的是哪个形式系统，都显而易见。至少，自元数学取得进展以来，我们更自然地会认为，一个形式系统与另一个形式系统不同，正如我们会说一个给定函数与另一个函数不同。[52]也就是说，只有将 (d) 所表达的观点理解为“我们只能从某个给定形式演算的角度来形式上理解该陈述”，它才有意义。在我们当前讨论的语境中，这显然是空洞地成立的。[53]或者，更准确地说，可以认为，形式演算旨在研究一组概念。假设 ZFC 采用（经典）一阶逻辑框架，就是这种情况的一个例子。在此，V-多元主义者只会将一阶逻辑的假设与 ZFC 的假设一并明确列出。[54]参见上文 Zalta 的论文。[55]虽然我们不会讨论本体论问题，但与某个理论相关联的对象域这一概念，可以与蒯因的本体论承诺联系起来。不过请注意，正如 Zalta 所说，“[a] 多元主义者将什么是有趣的这一判断留给数学实践。”此外，数学多元主义认为，质疑将一种理论还原为另一种理论的想法是很自然的；仿佛在这种情况下，两者的对象域就必须相同。[56]请注意，由于这一论点，与普特南（或其维特根斯坦主义者）的对比变得更加明显。

对某些（经典）数学理论可能已经形式化的基本直觉进行修正[57]。因此，作为这一观点的推论，V-多元主义可被视为属于数学多元主义的（C）类。由此，我们可以将（1）重新表述如下：

（1’）数学家遵循关于数学本质的某种初步（哲学）洞见开展工作，并借助某种微积分将其形式化。

此外，假如我们能够借助原则 V 中出现的不同情形，概括地涵盖一个确定的对象域，那么这就意味着，对其中一种情形加以专门化，会导向以该对象域为相关对象域的理论。也就是说，我们也可以将 V-多元主义理解为表达了与（A）相似的主张。现在，有人可能会认为，真正的数学多元主义应当主张，任何给定的形式系统[58] 都同样有效，无论其公理有多么任意，因为这一点只有通过后来的数学实践[59]才会显现出来。原则上，这意味着 V-多元主义应当认同这一观点：某种形式系统或许会在未来具有某种应用；届时，该系统的直觉便会源自这一应用，因此，这一形式系统将满足（V1）—（V3）所提出的要求[60]。因此，一位 V-多元主义者会为下述某种形式的主张辩护：

(2) 对微积分进行的每一种形式修改，都会产生一个同样有效或可接受的微积分。

关于我们在开头所说的内容，可能会产生一个自然的问题： V-多元主义与条件主义之间是什么关系?

6. 克里普克的怀疑论悖论再探。请看上文引用的克里普克文本。请记住，Wright 对怀疑论悖论的表述是：在某个时点之前，我们应用某条给定规则的实例还只有有限集，因此，除了我们假装遵循的那条规则之外，没有理由相信我们实际上遵循的是另一条规则（它与前一条规则有很大差异，第一次偏离发生在一个我们尚未遇到的情形中）。普特南-芬克尔斯坦的回答表明，这一挑战根本算不上挑战。正如我们所说，当怀疑论者质疑我们遵循规则的既有能力时，我们认为这一解答是合理的。问题可能出现在我们当时所说的专门语境中[61]。我们的主张是，可以重新提出一个类似的悖论-

[57]诚然，在这里我们同样可以主张，(V1) 的直觉对每个人来说都相同，只是可以赋予它不同的专门解释；或者反过来说，这些不同的专门解释各自建立在不同的直觉之上。也就是说，按照目前的表述，逻辑多元主义和 V-多元主义必须面对这样一个事实：我们应当能够从同一个陈述 V 中把握不同的东西。如果我们想限制自己识别不同“情形”的能力，多元主义的大部分吸引力就会消失。尽管如此，普特南始终可以辩称，为了表述多元主义本身，我们必须做到“无歧义”，因此我们假定存在某种确定的逻辑，并希望他人遵循它（换言之，既然我们处于元话语层面，就应当就某种元逻辑达成一致，将其作为理解的背景）。这实际上对应于 Beall, J. C. 与 Restall, G. 的《捍卫逻辑多元主义》第 17 页中所述、可在《逻辑后承：相互竞争的路径》（Brown B. 与 Woods, J. 编，第 1–22 页）中读到的“一与多”回答：“Graham Priest 提出了这个问题：‘逻辑：一还是多？’我们的回答是‘两者皆是’。一：逻辑后承的核心概念恰好只有一个，而该概念由模式 (V) 所刻画。多：模式 (V) 有许多真实实例，每个实例都规定了一种不同的后承关系，用以支配我们的语言。这种‘一与多’的回答就是我们所说的‘多元主义’。”我们暂且可以不谈这种反驳所带来的困难，但要注意，我们可以直接让 V-多元主义者对这种作为基础的逻辑持某种怀疑态度。[58]这就是 Zalta 对 (A) 类多元主义的说法。请注意，我们讨论的是一致的 形式系统，因此将讨论范围限定于这种情形。[59]在 Zalta 论文第 2 页中可以读到：“多元主义者将何者有趣的判定留给数学实践”，尽管“并非每种理论都同样富有成果”。[60]这是关于数学可应用性的一种多元主义说明：如果某个形式系统有一项有用的应用，那么将这一事实本身视为某种“非形式的”东西似乎很自然；这里的“非形式”是指“能够在自然语言中用某个陈述 V 表述”。在这种情况下，模式 (V1)–(V3) 可以再次重复。[61]我们简要说明这一点。Finkelstein 与 Wright 相反，试图表明，即使是遵循某个配方，也不会发生什么特别的事情；因此，无须按照 Wright 所说，事先作出某种“决定”。现在，我们可以认为，遵循配方与其最终目的之间的关系，不同于作为数学实践的数学活动与其最终目的之间的关系。这正是我们试图通过使用“专门”和“日常”语境这两个说法来指出的。有人可以继续论证：偏离配方或许会影响预期结果，但例如修改某种游戏的规则集，会产生一种新游戏（可将此与 (2) 中同样有效的形式系统作比较）。这一观点可见于 Valdés 为西班牙语版维特根斯坦《现象学》所写的导言。现在，我们应当明确，多元主义者是否会承诺接受这种观点；但至少，这表明 Finkelstein 的观点不能（直接）推广到所有一般语境。

旨在攻击一种特定形式的多元主义，即 V-多元主义与条件主义的结合。

如上所述， V多元主义承认，将某种非形式概念形式化的过程是数学实践中的一个重要现象。人们可能会倾向于认为，一旦所有形式化工作（即确定相关规范）都已完成，数学家就应当搁置其他一切考量，而其工作应当仅限于研究由此得到的形式演算中可能进行的形式推导。条件主义正是希望捍卫这种分离，至少这是我们在此对条件主义的理解。我们要问的是：另一种选择会是什么样子？

另一方面，显然，数学家在形式系统中工作时，可以提出一些猜想并给出定义。这些要素无疑会改变形式演算，或改变它与由命题 V 所表达的原初洞见之间的联系。现在，假设一位数学家通过指定 V_χ 的一个实例，对概念 χ 作出某种形式化。显然，到此为止，她只是在定义以及系统的一般宗旨和目标上作出了有限的决定。那么问题是：她如何确定自己正在使用的形式演算，确实是她意图形式化并在此后加以研究的那个概念的具体化？她在研究上述概念时所作的所有决定，背后是否有某种引导直觉？借用克里普克在所引段落中使用的话来说：她怎么知道自己没有在发展一种“非标准”的微积分？[62] 如果我们承认，形式系统的构建过程中也会作出某些规范，这一点就更加明晰了：例如，可以想想如何根据某个不可判定性结果增添公理。

不过，让我们仔细看看。我们已经看到， V多元主义意味着上述（1）和（2）。请注意，条件主义将捍卫以下论点：

（3）数学家在开展工作时不需要直觉或洞见。

这显然与（1）所表达的粗糙形式的 V多元主义相悖。因此，将这两个论点结合起来，实际上会得出：

（4）数学实践所需的唯一直觉，就是由形式系统所依据的初始规定形式化的那种直觉。

我们认为，这种肯定描绘了数学实践的错误图景。试想这样一种情况：数学家自然而然地接受某条公理（我们假设，单凭原有系统无法判定这条公理及其否定）。根据（2），两种理论在某种意义上同样可以接受。数学家能提出什么理由，来支持接受这条公理或其否定中的一方？按照（4），我们可以说，是原初直觉使他接受其中一方，因为这种直觉会强加于任何正确理解形式系统的人。然而，他怎么知道，在——再说一次——两种同样有效的形式化方案中，哪一种对应于最初的直觉（或者说，他打算赋予的直觉）？我们或许可以这样论证：原初直觉引导我们得出这样那样的情形，并且我们作出了正确的选择；这实际上正是（2）试图留待商榷之处，因为某种理论的价值可以由未来应用来确立。那么，最终我们所到达的阶段是：条件主义（如观点（4）所表达的）与（1）存在张力。

请注意以下微妙之处：我们并未质疑数学家是否真的知道自己所指为何

[62]一个直接的回应可能是：你怎么能谈论“直觉”或“洞见”？这些难道不是应该被削弱、而非加以利用的心理主义概念吗？好吧，如果我们看看（P1）—（P3），就会发现，这种回应显然也应当针对逻辑多元主义本身；但这属于另一个争论，不在我们讨论范围之内。

凭借一个非形式化猜想[63]，但条件主义所假定的事实是，她不会对形式系统作出任何相关决策，除了证明定理，或盲目地从既定公理和规则推导出结论之外[64]。我们试图引入数学实践的，是我们在运用给定微积分时所作的决策；这再次关系到普通与专门语境之间，或者说数学与哲学之间那种据称自然的区分。再问一次：条件主义如何解释对系统的任意扩展？嗯，V-多元主义可以通过承认这些连续扩展在某种意义上有效来尝试提供帮助。问题再次出现：直觉在这里据称扮演着被动角色；确实，由此得到的系统是有效的，但你怎么知道自己忠实地遵循了最初的意图?

但在这一受限语境中，怀疑论悖论所呈现的，只是另一种图景：V-多元主义在连接非形式与形式内容时可能需要如何应对。所谓悖论消失的关键就在于：我们实际上会作出明确的决定。因此，剩下要做的，就是改变我们对如何作出这些选择及其与通常数学实践之间关系的态度[65]。条件主义所维护的图景是：数学家不必主动关注其工作所形式化的原始概念；在这种图景中，直觉是一种自主的自然力量，迫使我们接受 某些决定，不作讨论，并且在理论的发展过程中始终保持其完整性。克里普克对这一案例提出的挑战表明，我们需要作出额外的决定，也可以说，是在立场的意义上作出决定[66]。无论我们称这些问题为数学问题还是哲学问题，这都是另一个有待讨论的问题[67]；明确的是，条件主义为了坚持将数学与哲学彻底分离，强化了一种会引发严重哲学问题的图景。换言之：Finkelstein 和普特南得出了与我们相同的结论，即没有理由相信我们在运用形式演算时不知道如何作出决定。但是，与普特南相反，我们实际上主张，哲学问题与数学实践存在某种联系（如果有必要，我们也愿意用别的方式称呼它们）。相信哲学应当与数学实践彻底分离，实际上就是把哲学看作一种本质上会提出干扰数学的论题的活动（这与将哲学视为活动背道而驰）；与此同时，这也强化了数学家的信念：哲学是多余的，哲学问题可以被搁置一旁，而不会造成任何（可能有害的）后果。

7. 维特根斯坦论决策。 在最后这一部分，我们将论证，可以对《哲学研究》中的维特根斯坦的数学哲学作出一种解读，并将其视为对上述怀疑论悖论形式的一种回应。更明确地说，我们将论证，维特根斯坦可以被解读为主张，在数学实践中有必要作出决策，因为仅凭直觉不足以指导形式系统的发展，使其实现预期目的。不过，首先我们需要仔细考察其他讲座内容以及可能对此提出的反驳。

然而，维特根斯坦的数学哲学的标准阐释有时会与他的哲学相联系。

[63]例如，参见回答（c）：正如我们所论证的，V多元主义者应当对逻辑多元主义与 V多元主义之间关系这一问题作出这样的回答。[64]换言之，如果将普特南-芬克尔斯坦的回答理解为支持某种规则自主性，那么我们试图反驳的，就是把直觉的自主性 视为数学实践中的指导依据，或者反驳那种通常的态度：一方面将数学与哲学区分开来，另一方面又允许作出带有哲学意味的明确选择。[65]换句话说，我们必须让哲学活动把这些决策视为数学倾向。[66]普特南指出，他所设想的维特根斯坦主义者应当对数学哲学中的各种立场持怀疑态度，这一点确有道理。如果我们把“立场”理解为一套基于晦涩推理的信念，那么显然维特根斯坦会禁止采用这种立场（参见《哲学研究》第一部第401节）。我们要捍卫的是：数学与哲学之间存在某种联系，体现在我们如何作出决策（并为之辩护）上。在此，立场或许只是一种阐明某个数学观念的方式。当然，对于某个观念是否有问题这一争论，多元主义者会将其归结为：人们能够从一个（相同的？）观念中具体规定出不同的演算系统；而且，这一观念对应着不同的洞见。因此，正如我们先前所说，我们应当把哲学理解为一种发生在数学实践内部的活动：它不预设任何东西，只试图阐明我们（自然地）如何行动。[67]请注意，我们可以把这种决策行为视为某种隐含的数学活动，视为一种行为，但只有从哲学角度才能揭示 这一点。我们稍后还会谈到这一点。

言哲学，因此被归类为某种形式的推理主义[68]：如果我们接受意义即使用[69] 这一口号，并且只把意义看作某个元素在语言游戏[70]，中依据某些规则所发挥的作用，那么似乎可以合理地认为，同样地，我们在形式系统中唯一应当感兴趣的，正是我们所使用的公理和规则集合；也就是说，我们可以顺理成章地采纳条件主义。这一推论忽略的关键在于，关注表达式的使用这一事实，并不意味着我们只应关心系统内部进行的句法操作；正如我们先前所说，我们还应当承认其他活动（提出猜想、添加公理等）也是数学实践[71]的基本要素。

维特根斯坦在《哲学研究》中对数学作出的最初论述，可以在《哲学研究》第一部§124-129中找到。让我们简要讨论这一组段落。此前，我们提到过《哲学研究》第一部§124，以及它如何以某种方式与《哲学研究》第三部§271中的论述相矛盾。《哲学研究》第一部§125颇具启发性。在那里可以读到，哲学相对于数学所承担的唯一任务，不是“通过数学或逻辑—数学发现来解决矛盾，而是使困扰我们的数学状态变得一目了然，即使我们能够看清矛盾得到解决<样式 id='1'>之前</样式>的事态”。因此，情况是这样的：我们在一个形式系统中发现了矛盾；我们将某种直觉形式化，而现在其中出现了困难；在进一步采取解决措施之前，哲学应当帮助我们更好地理解这一现象。更准确地说：

> 这里的基本事实是：我们为玩一场游戏制定规则和一种技巧，然而当我们遵循这些规则时，事情却并不像我们原先设想的那样发展。因此，我们可以说是陷入了自己制定的规则之中。
>
> 我们规则中的这种纠缠正是我们想要理解的：也就是说，想要对其进行考察。
>
> [……]
>
> 矛盾的公民地位，或其在公民生活中的地位——这就是哲学问题[72]。

换言之，我们遭遇了偏离原初意图的意外偏差，现在我们看到，一直以来所依据的规范中存在某种困难。正如维特根斯坦所说，哲学应帮助我们更深入研究的是：我们的非正式洞见与那些我们盲目遵循、并导致其与前者陷入某种不可逆转的紧张状态的形式项目之间的联系[73]。这种“规则中的纠缠”使我们想起此前关于从 V-多元主义与条件主义的共同前提出发所作决策之任意性的论述。维特根斯坦进一步将这一问题与遵循规则和意向性的问题联系起来。请注意，根据我们的论述，这里对规则的理解方式不同于日常语境；或者至少，维特根斯坦以基本算术为例所提出的情形，可以扩展到更加专业化的领域，在那里，“共同使用”并不那么明确[74]。

[68]例如，参见上文 Zalta 的论文。[69]例如，参见《哲学研究》第一部的开头，即 PIi§43。[70]同样，这一思想在《哲学研究》中被广泛重复：例如，考虑 PIi§182。[71]请注意，普特南所引用的段落（PIi§516）可以被理解为恰恰是在说这一点：“我们似乎清楚地理解问题‘序列 7777 是否出现在 π 的展开中？’的含义。这是一个英语句子；我们可以说明 415 出现在 π 的展开中意味着什么；诸如此类。好吧，可以说，我们对这个问题的理解，只达到这些说明所达到的程度。”我们的意思是，的确，我们在进行猜想、解释某些概念等活动时，会对自然语言作出明确的使用。多元主义者希望在使这些概念更加清晰的基础上再前进一步，并研究它们在某个形式系统中应当具有的联系。[72]尽管这不属于本文的研究范围，但研究这种对矛盾的强调与《数学基础研究》和《数学基础讲演》中的相关段落之间的联系，将会很有意思；后者通常被认为接近某种形式的次协调逻辑。[73]在 PIii§127-128 中，我们可以看到维特根斯坦主义者对哲学的态度（这一态度在《逻辑哲学论》中已很清楚）及其主动性，这与“提出论题”相对。[74]甚至可以说，我们以“通常数学”这一标签学到的东西，涉及一些由于其简单性而不适合讨论的知识项目。显然，正如我们此前所指出的，多元主义是一种面向职业数学家的哲学，而不是面向外行的哲学。这里的主要区别在于，数学家应当准备好得出在各个方面都违背任何类型的朴素假设的结果。维特根斯坦在谈到……的作用时，似乎承认了这一点

有几处内容读起来仿佛维特根斯坦正在努力处理形式系统的“引导直觉”这一观念。例如，请看 PIi§213：

> “但显然，这个级数的初始片段可以有多种解释（例如通过代数表达式来解释），所以你必须先选择其中一种解释。”——完全不是这样！在某些情况下，怀疑是可能的。但这并不意味着我确实怀疑过，甚至并不意味着我能够怀疑。（关于一个过程的心理‘氛围’应当如何描述，就与此有关。）只有直觉才能消除这种怀疑吗？——如果直觉是一种内在声音，我怎么知道自己应当如何遵循它？又怎么知道它不会误导我？因为如果它能正确地引导我，也同样能错误地引导我。
>
> （（直觉是一种不必要的回避。））[75]

这可以理解为：把一个直觉概念应用于不同情形是不充分的，也就是说，在这种情况下，我们必须作出一个新的决定。参见PIi§214：

> 如果继续级数 1 2 3 4 . . . 需要直觉，那么继续级数 2 2 2 2 . . . 也同样需要直觉。

依我们看来，这相当于承认其他系统同样有效，正如 V-多元主义所做的那样[76]。同样，我们可以将这段话与 PIi§214 联系起来：

> “所有步骤其实早已完成”意味着：我不再有任何选择。规则一旦被赋予某种特定含义，便会勾勒出贯穿整个空间、供人遵循的路径。——但如果事情真的如此，那对我又有什么帮助呢？不；只有把我的描述理解为象征性的，它才说得通。我应该说：事情在我看来就是这样。
>
> 遵循规则时，我并不作选择。
>
> 我盲目地遵循规则。

在这里，最后一句中的斜体可以看作是对开篇几行的呼应：说我盲目地遵循规则，无非是对某一事实的符号表征。因此，条件主义实际上诉诸的不过是某种符号意象；它并未处理与某些形式的多元主义结合起来时所产生的问题，也没有解释或帮助分析任何事情。普特南将这一段读作一场可能误导人的、围绕遵循规则展开的哲学争论的开端：至少按照我们的表述，他会据此否定条件主义，因为它强化了这样一种观点：我们遵循某种直觉，而这正是维特根斯坦在本段中所呈现的含义。但也正是在这里，普特南终止了任何哲学争论，并将遵循规则视为一种我们熟悉的事情。正如我们所说，这种进路的问题在于，若不加以细致处理，就将它延伸到数学语境中。

我们所能想象的数学（PIi§334、516、517）。当然，实在论者可能会说：“但这难道不能证明，毕竟确实有某种真的东西吗？”也未尝不可，但这根本不是我们的问题；在这里，我们甚至可以说，实在论试图迫使我们接受某种超出我们结论的哲学立场：我们主要感兴趣的是，当我们开始接触数学推理时，能否认为（1’）中所构想的数学活动图景是合理的。[75]克里普克会把这段话解读为一种迹象，表明直觉不足以解决怀疑论悖论。Finkelstein 和普特南则会认为，这里体现了对该悖论所提出要求的某种怀疑态度，即要求对遵循规则作出哲学说明（“[但]这并不是说我曾经怀疑过，或者甚至能够怀疑”）。[76]我们不会提出维特根斯坦内心深处是多元主义者这类论点。值得进一步研究的是，语言游戏作为整体，在描绘语言使用的多元主义图景时所发挥的作用。由此便可推出关于形式系统——作为语言游戏——的多元主义。此外，结合我们上文所述，我们可以将维特根斯坦解读为设想了这样一些情境：在其中，根本无法归属规则。因此，游戏（按照某一规则集进行）与我们借以得出一套规则的过程可以区分开来（注意，这一图景与多元主义者所描绘的图景颇为相似）。而且，这也呼应了《哲学研究》中反复出现的一个观点：有时，我们先行动，然后再试图解释。事实是，正如普特南所说，我们会行动；但我们也需要对可能的决定（即立场）作出解释、展开辩论或进行比较：我们必须明确表达自己的决定。

现在，《哲学研究》第一部§186对于奠定我们对《哲学研究》的解读至关重要。我们先前对“决定”一词的使用（及讨论）正是受它在此处出现的启发[77]：

> “那么，你所说的归结起来就是：每一步都需要一种新的洞见——直觉——才能正确执行‘$+n$’这一指令。”——正确地执行！在任何特定时刻，究竟如何决定应该采取哪一步？——“正确的一步，就是符合该指令的一步——正如它被意指的那样。”——所以，当你下达“$+\ 2$”这一指令时，你的意思是让他在1000之后写1002——那么，你当时是否也意味着他应该在1866之后写1868，在100034之后写100036，诸如此类，写出无穷多个这样的句子？——“不；我的意思是，他应该在自己写出的每一个数之后写出下下一个数；而从这一点出发，所有这些句子便逐阶段推导出来。”——但这恰恰就是问题所在：在任何阶段，究竟有什么是从那个句子中推出的。或者说，在任何阶段，我们究竟要把什么称为“与它相符合”（以及与你当时所意指的相符合——不管你的意指究竟由什么构成）。说“每一点都需要一种直觉”几乎还不如说“每一点都需要一个新的决定”来得准确。

也就是说，我们可以将维特根斯坦理解为以某种方式反对引导直觉这一图景，并将这种描述扩展到无法成立的地步：事实上，他似乎认为那种涉及“在每一点上”都具有洞见的回答是误入歧途的。上面的克里普克论证表明，从条件主义的角度看，我们不得不任意扩展原初的直觉，为它在许多不同的可能情境中的使用提供正当性。维特根斯坦在这里对“直觉”一词的使用，让我们想起某种已经由外部强加的东西（即使它是一种“内在声音”），反之，“决定”一词的选择似乎诉诸数学实践的某种主动特征，正如我们上文所说。事实上，我们可以在《哲学研究》第三部第349节中看到如下表述：“当然，在某种意义上，数学是一套知识，但它同时也是一种活动”[78]。

在这里，我们可以清楚地看到，与（1’）中所说的内容相关的 V-多元主义的核心思想将如何成立：数学活动在某种意义上会与哲学活动相关联；既然我们可以基于对某些非形式内容的数学本质的不同阐释，建立不同的数学理论，那么自然可以认为这两种活动之间存在密切联系[79]。此外，这也阐明了哲学与数学之间富有成效的联系应当是什么样的，这与将两者分隔开来、从而消除某些手段以避免哲学意象（比如“哲学论题”）对数学实践产生有害影响的想法相对立[80]。将此与我们关于如何处理决策以及强调

[77]可以说，我们对“决定”一词的使用与 Wright 所作的用法相近，而 Finkelstein 正是对此提出论证的。但让我们记住，正如 Finkelstein 所说，Wright 关注的是这样一个论题：我们在解释一条规则时会作出一个明确的决定，而这一决定实际上使遵循规则（正如克里普克论证所质疑的那样）成为可能。让我们记住，我们并没有就遵循规则的理论应当如何这一问题提出这样的主张。我们试图使之具有吸引力的，是某种针对数学与哲学之间僵硬区分的怀疑主义。另一方面，Floyd（见上文）对该词的使用，正是我们认为自己在这里所捍卫的那种用法。在第247页可以读到：“[.....] 无论是数学上的还是其他方面的，都没有绝对要求我们必须以我们所采用的方式限制问题的条件。在三等分问题中，要求解答必须在特定框架内给出、必须采取特定形式并且具有普遍适用性，这一决定产生了这个不可解——因而也是可证明可解的——问题。”在我们看来，这里对该词的使用并不只是语法上的巧合。[78]应当如何理解维特根斯坦对活动一词的使用？在《哲学研究》第一部第23节中，它似乎等同于一种生活形式（“这里使用‘语言游戏’一词，是为了强调：语言的说话活动是某种活动的一部分，或是一种生活形式的一部分”）；而在《逻辑哲学论》4.112中，我们可以发现它（活动）本质上不同于“理论”或“ [.....] 命题集合”。请将其与我们上文所说的内容比较。[79]也就是说，正是我们之前指出的那一点：某个立场对某种数学概念所作的说明，会导致对某个形式系统的研究。[80]这并不是说数学对哲学具有有害的影响。在从事哲学时，数学家在试图澄清数学实践方面，可能和哲学家一样优秀，也可能同样糟糕。哲学家的错误，可能在于基于某种或多或少精致的信念体系，反对通常的数学实践，因为他假定数学由断言构成，即由论题意义上的断言构成（有人可能会在这里争辩说，数学陈述并不带有本体论负荷；但正如我们所说，我们已经没有篇幅讨论这一点）。另一方面，当一位数学家感到需要某种哲学解释时，她会提出某种她确实愿意将其作为哲学而不加质疑地接受的东西。认为可以将某个定理解释为确立了某种深刻而富有启发性的东西，这一想法违背了维特根斯坦所持的数学观（比较上文关于神话意象或某些图景的冲击性内容）。

清楚说明这些决策在数学中意味着什么。两者之间并非依赖关系，而是相互助益的关系；围绕决策展开的讨论并不会以任何方式否定形式系统本身，它们只是反对这样一种观点：形式系统将某种真理强加给我们。

8. 结语。 请记住，普特南所采纳的一条维特根斯坦主义洞见是：以评估物理学进展的同一方式来评估哲学思想（关于数学的），隐含着一种危险。普特南提出的替代方案，是“试图理解我们在所考察的每个领域中，如何凭借概念生活”[81]：我们之所以容易陷入哲学问题，是因为某些关于真理和客观性的先入之见误导了我们。当然，这可以与普特南的口号联系起来：数学需要的不是论证，而是定理[82]。这句话可以有多种理解方式，但显然，它反对试图为数学提供一种哲学的 论证。数学不应依赖于某种信念体系中的神奇推导。从这个意义上说，数学活动本身很简单。但我们已经论证，尽管不能仅仅因为缺乏进一步的、姑且称之为形而上学的解释，就怀疑数学及其结果或应用；同样出于某种理由，我们也应避免不加思索地运用哲学图景。我们试图提出的替代方案，同样能够让人联想到多种情形。

Finkelstein 和普特南的论点，归根结底是在说，我们都知道在数学中该如何行动，这其中并无谜团。因此，我们将克里普克悖论视为一种宣泄手段，用来应对这种“没有谜团”观点的某种极端版本[83]。我们常常受到引导，相信某种形式系统所蕴含的是一种不可触及、充满神秘色彩的原初直觉；我们学习微积分的发展历程时，也把它看作本不可能有其他发展方式。我们将微积分中形式规则的必然性与微积分本身的必然性等同起来，这种做法称为条件主义[84]。多元主义所捍卫的，是一种理解实际数学实践的方式：每一种微积分体系都有效。这自然会引发一些张力；由于存在多种可能的发展路径，人们可能会倾向于反复诉诸原初直觉教条。而这表明，这种哲学图景站不住脚：它是我们应该修正的诸多图景之一。我们提出的主张，在某种意义上，是要阐明：在每一个节点上，我们都在选择一条确定的路径，也就是在作出某种决定。所以归根结底，有人或许会说，我们不过是用一种图景替换了另一种图景。嗯，从某种意义上说，这确实如此，但我们对数学与哲学相遇之方式的态度也发生了变化。我们已经看到，没有理由认为这两种活动必须彼此分离：事实上，可以说，哲学应当始终贯穿于数学之中；哲学让数学实践中的某些部分显明出来，而数学家并未对此加以阐明。

换言之，哲学并不会改变数学；它只会改变我们处理数学活动中所涉及的（哲学）特征时所采取的方式。以模态逻辑没有直接联系现实作为论据，反对模态逻辑，实在荒谬。同样，因为某个定理可能被读作是在陈述某种与之相悖的内容，就把某种哲学态度视为假也同样荒谬（不妨想想维特根斯坦常常提到的某种道德律）。通过这篇文章，我们希望至少让

[81]第263页。[82]普特南，H.（2000）《重新思考数学必然性》，第229页，载于《新维特根斯坦》，克雷里，A. 与里德，R. 编。普特南这篇论文的核心思想，是沿袭康德、弗雷格和维特根斯坦关于逻辑真理的地位 的传统，反驳蒯因提出的“没有什么能免于修正”这一原则。[83]我们试图论证，克里普克的挑战在条件主义的语境中具有一定相关性；我们对怀疑论悖论的运用，可以被视为促成某种归谬法。[84]请注意，普特南-芬克尔斯坦的回答旨在挑战我们遵循形式规则的方式（也就是说，针对克里普克对一般意义上的遵循规则——即我们遵循规则的能力——所提出的挑战）。本文旨在探讨问题的另一面，即维特根斯坦所说的系统规则中的“纠缠”。请注意，要使这一观点成立，必须能够将《哲学研究》中引述的段落解读为表达了不同于克里普克所作的那种有力且颇具吸引力的解读的意思。

读者对文献中数学与哲学通常的关联方式产生疑问：我们的行动方式并没有什么隐藏的谜团，但这并不意味着我们不会以一种可以明确指出的特定方式行动。