arXiv:2304.11856v1 [q-fin.PM] 24 Apr 2023

使用预测辅助分类器生成对抗网络并衡量不确定性的投资组合优化

Jiwook Kim
中央大学电气与电子工程学院 韩国首尔
tom919@cau.ac.kr

Minhyeok Lee
中央大学电气与电子工程学院 韩国首尔
mlee@cau.ac.kr

摘要

在金融工程领域，投资组合优化一直备受关注。投资组合优化是通过调节资产分布，以最大化预期收益并最小化风险的过程。近年来，为获得预期收益，人们开始探索深度学习模型。然而，由于模型具有确定性本质，难以考虑投资组合的风险，因为传统深度学习模型无法判断其预测结果的可靠程度。为解决这一局限性，本文提出了一种概率模型，即预测辅助分类器生成对抗网络（PredACGAN）。所提出的 PredACGAN 利用了 ACGAN框架的特性，即生成器的输出构成一个分布。尽管 ACGAN 尚未被用于预测模型，通常仅用于图像样本生成，但本文提出了一种将 ACGAN 结构用于概率预测模型的方法。此外，本文还提出了一种利用 PredACGAN 获得的风险度量的算法。在该算法中，在再平衡时点，将预测为高风险的资产从投资范围中剔除。因此，PredACGAN 同时考虑收益和风险，以优化投资组合。本文使用1990年至2020年标普500指数的日收盘价数据，对所提出的算法和 PredACGAN 进行了评估。实验场景设定为根据 PredACGAN 的预测结果和风险度量，对投资组合进行月度再平衡。结果表明，在相同场景下，使用 PredACGAN 的投资组合年度收益率为9.123%，夏普比率为1.054；而未考虑风险度量的投资组合年度收益率为1.024%，夏普比率为0.236。此外，所提出投资组合的最大回撤低于不使用 PredACGAN 的投资组合，证明了所提出方法的有效性。包含 PredACGAN 和所提出算法的框架有望推动有关基于深度学习的投资组合优化的讨论不断拓展。

关键词 投资组合优化 · 不确定性 · 生成对抗网络 · 深度学习 · 风险估计

1 引言

投资组合优化是一种寻找适当资产分布的方法，旨在最大化投资组合收益并最小化投资风险 [1]。由于构建稳健的投资组合一直是金融工程领域广受关注的课题，近几十年来，投资组合优化得到了广泛研究 [2, 3]。在投资组合优化研究中，许多研究采用资产的历史收益率和波动率，并假设资产预期的未来收益率和波动率将与历史数据相似 [4]。然而，这一假设值得质疑，且并不总是符合现实世界数据。

因此，作为获取资产预期收益率的另一种方式，未来收益的预测方法已得到广泛研究 [5]。这些研究的基本思路是，与历史收益相比，预测的未来收益能够更准确地估计预期收益。近年来，深度学习模型主要被广泛

用于预测未来资产收益，因为这些模型在众多问题和应用中展现出卓越的性能 [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]。因此，基于深度学习预测的投资组合优化受到了广泛关注。

然而，这类方法存在一个明显的局限：模型没有考虑投资组合的风险。深度学习模型通常只预测预期收益，却忽略了预测的不确定性。由于最大化收益和最小化风险是投资组合优化的两个关键因素，因此可以认为，这些方法只处理了问题的一半 [13]。基于深度学习预测的投资组合优化存在这一局限，主要是由深度学习模型的确定性本质造成的 [14]。深度学习模型由矩阵乘法和非线性函数构成，因此会针对给定输入进行点估计。由于点估计无法说明估计结果的可靠程度，因此几乎无法衡量基于该估计构建的投资组合所面临的风险。

相反，概率模型以分布的形式给出预测。因此，预测分布的方差可以表明预测的不确定性，而均值或中位数仍可作为点估计 [15]。因此，概率模型可以将估计方差视为风险，同时实现投资组合优化的两个目标，即最大化收益和最小化风险。例如，如果可以通过模型衡量预测的方差，就可以采用一种简单的策略：忽略方差较高的预测，并将其视为无效；随后，仅根据方差较低的有效预测构建投资组合。

为解决这一问题，人们对生成式深度学习模型进行了研究。普通深度学习模型属于确定性模型，而生成式深度学习模型旨在将概率分布作为输出，从而实现概率预测。在生成式深度学习模型中，生成对抗网络（GANs）[16] 已得到广泛研究 [17]。最初的生成对抗网络是为样本生成而提出的，而非用于概率预测；Lee and Seok（2021） [18] 提出了一种利用生成对抗网络进行概率预测的方法。他们采用了条件生成对抗网络 [19, 20] ，其中样本被用作条件，并生成预测分布。与原始辅助分类器生成对抗网络（ACGAN）相比，这可以解释为输入和输出的反转 [21]。随后，可以分别将预测分布的中位数和方差作为预测值和风险。

然而，随着近年来生成对抗网络的发展，研究发现，Lee and Seok（2021）所采用的条件生成对抗网络 [5] 与近年来的生成对抗网络相比并未表现出具有竞争力的性能 [21, 22, 23, 24]。相反，ACGAN 的结构已被应用于许多近期研究中。在 ACGAN 中，原始生成对抗网络额外采用了一个分类层，随后条件输入变量从分类层中学习。尽管如此，ACGAN 主要被用于样本生成；截至目前，使用 ACGAN 的预测模型尚未得到充分研究。

本研究提出一种用于投资组合优化的预测型 ACGAN（PredACGAN）。在所提出的 PredACGAN 中，样本被用作条件输入，以生成预测分布；因此，预测分布即为相应样本的预测结果。其训练过程与原始 ACGAN 类似：带有分类层的判别器旨在学习生成分布与真实分布之间的差异，而条件生成器则生成分布来欺骗判别器。然而，在 PredACGAN 中，生成器会预测未来收益，并考虑估计风险；而原始 ACGAN 生成的是模仿真实样本的合成样本。

为评估 PredACGAN，本研究使用了标普500指数成分股30年的每日市场价格数据。研究假设通过从投资范围中选取一定比例的股票来构建投资组合。为使用 PredACGAN 构建投资组合，研究提出一种直接算法，根据估计风险选择股票；在该算法中，会忽略风险较高的预测，投资组合仅由风险较低的预测构成。

2 相关工作

2.1 问题描述

投资组合优化是从资产分布的各种可能组合中选择最佳投资组合的过程 [1]。因此，投资组合优化的目标是在考虑最小化风险的同时，使投资收益最大化。传统的投资组合优化方法通常通过调整投资范围内的资产分布来实现这一目标 [2]。该过程可简化如下：

$$W = \underset{W=\{w_1,\ldots,w_N\}}{\arg\max} \sum_k w_k E(r_k) - \lambda_r R(W), \tag{1}$$

约束条件为

$$\sum_k w_k = 1 \quad \text{and} \quad 0 \le w_k \le 1, \tag{2}$$

其中， w_k 表示 k^{th} 资产的分布权重； N 表示投资范围内的资产数量； $E(r_k)$是 k^{th} 资产的预期收益率； λ_r 是投资组合风险的权重参数； $R(W)$是投资组合在 W下的风险度量。因此，恰当地估计 $E(r_k)$和 $R(W)$是投资组合优化的重要环节之一。传统上，历史平均收益率和历史波动率一直用于 $E(r_k)$和 $R(W)$。例如， $E(r_k)$: $= \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{k,t}$， 以及 $R(W)$: $= \sum_k \sigma_T(w_k r_{k,t})$，其中 T是历史数据的数量； $r_{k,t}$ 是 k^{th} 资产在时间 t的历史收益率； $\sigma_T(\cdot)$是标准差。

然而，研究者也探索了采用预测方法来计算 $E(r_k)$的替代方案。这类方法的基本思路是使用统计模型和机器学习模型的预测值取代历史数据 [25, 26, 27]。在这些方法中，深度学习模型因在许多其他领域表现出色而得到广泛研究。在深度学习模型中， $E(r_k)$根据多种被认为与未来收益相关的数据类型进行预测，这些数据类型作为模型的输入，例如资产价格的技术指标和新闻文章。这一概念可表示如下:

$$\hat{E}(r_{k,t}) := f_{\hat{\theta}}(X_{k,t-m}), \tag{3}$$

其中， $f_{\hat{\theta}}$ 表示一个训练好的深度学习模型； $X_{k,\ t-m}$ 表示模型在时间 t 可用的输入数据，该时间通常为当前时间。

尽管深度学习模型已展现出令人鼓舞的成果，但大多数研究通常都聚焦于未来收益率的预测，很少考虑 $R(W)$, 而这也是投资组合优化[7, 9]的另一项关键目标。在投资组合优化和实际投资中，风险管理被认为至关重要。因此，传统的基于预测的方法存在局限性，即很难考虑投资组合的风险。这一局限源于传统深度学习模型的确定性本质，其中 $f_{\hat{\theta}}$ 可以简单地
视为与非线性函数结合的矩阵乘法。因此，对于给定的$X_{k,\ t-m}$，预测值$\hat{}E(r_{k,\ t})$是一个标量，对应于点估计。

本研究旨在提出一种概率深度学习模型，同时预测公式1中的 $E(r_k)$和 $R(W)$，以解决传统深度学习模型的局限性。在所提出的模型中，针对给定的$X_{k,\ t-1}$，预测多个$E(r_k)$，从而形成一个分布。随后，通过预测分布的熵来衡量预测的风险。所提出模型的框架如下所示:

$$\mathcal{D}_{k,t} = \{\hat{E}(r_{k,t,1}), ..., \hat{E}(r_{k,t,i}), ..., \hat{E}(r_{k,t,I})\} := f_{\hat{\theta}}(X_{k,t-m}), \tag{4}$$

$$\hat{E}(r_{k,t}) := Med(\mathcal{D}_{k,t}), \tag{5}$$

$$\mathcal{R}_{k,t} := Entropy(\mathcal{D}_{k,t}), \quad R(W) := \{\mathcal{R}_{1,t}, ..., \mathcal{R}_{N,t}\}, \tag{6}$$

其中， $\mathcal{D}_{k,t}$ 是对时间 t 时 k^{th} 项资产预期收益率的预测集合； I 是模型在相同输入 $X_{k,t-m}$ 下进行的预测次数； $\mathcal{R}_{k,t}$ 表示测得的风险； $Med(\cdot)$ 表示一个集合的中位数。

2.2 辅助分类器生成对抗网络

生成对抗网络（GAN）是一种采用神经网络（NN）架构的框架，最初作为生成式深度学习模型提出。传统的生成对抗网络由两个神经网络架构组成：生成器和判别器。两个神经网络进行双人极小极大博弈，判别器旨在识别生成器的输出与真实样本之间的差异，而生成器则试图欺骗判别器。因此，生成器和判别器之间会进行竞争学习。通过学习，生成器能够将特征分布映射到自身输入上，生成模仿真实样本特征的合成样本。由于该模型能够生成逼真样本，生成对抗网络通常用于合成样本生成 [16, 28, 29]。这一训练过程可解释为具有如下目标函数的极小极大博弈:

$$\min_D \max_G O(D,G) := \mathbb{E}_x\Big[L_r(D(x))\Big] + \mathbb{E}_z\Big[L_f(D(G(z)))\Big], \tag{7}$$

其中， $O(D,\ G)$ 是极小极大博弈的目标函数； D 和 G 分别表示判别器和生成器； x 和 z 分别表示从数据集和分布中抽取的样本和随机向量； L_r 和L_f 分别表示真实样本和生成样本对应的损失函数。

尽管普通生成对抗网络生成的合成样本与真实样本在特征级相似度上很高，但也存在局限：合成样本的特征无法控制。例如，使用生成对抗网络训练手写数字图像数据集时，模型可能会生成逼真的手写数字图像；然而，生成的数字是从零到九中随机选取的，无法指定要生成某个特定数字。因此，在普通生成对抗网络中，无法控制生成样本的特征。

为了解决这一局限，研究人员提出了辅助分类器生成对抗网络（ACGAN）模型。在 ACGAN 中，判别器包含一个辅助分类层，用于判别样本的类别（例如数字）。生成器使用编码输入（例如包含十个元素的独热编码向量）表示样本类别，然后根据判别器中的分类层进行学习。训练完成后，由于类别中的特征信息已映射到编码输入上，因此可以通过修改编码输入来控制生成的样本。ACGAN 模型的结构及其训练过程将式（7）中的目标函数改写如下:

$$\min_D O(D,\hat{G}) := \mathbb{E}_{x|c}\Big[L_r(D(x|c)) + \lambda_{cD}L_c(D_c(x|c),c)\Big] + \mathbb{E}_{z,c}\Big[L_f(D(\hat{G}(z,c)))\Big], \tag{8}$$

$$\max_G O(\hat{D},G) := \mathbb{E}_{z,c}\Big[L_f(\hat{D}(G(z,c))) - \lambda_{cG}L_c(\hat{D}_c(G(z,c)),c)\Big], \tag{9}$$

其中， c 是类别信息； λ_{cD} 和 λ_{cG} 分别是用于调节判别器和生成器类别倾向的超参数； L_c（$\cdot$，$\cdot$）是分类损失函数； D_c 是判别器的分类层输出。

3 方法

本研究提出 PredACGAN，这是一种将 ACGAN 用作预测模型的框架，而原始 AC-GAN 并不用作预测模型。所提出模型的基本思想是反转原始 ACGAN 的输入和输出。在原始 ACGAN 中，样本数据通常用作判别器的输入；然而，在 PredACGAN 中，样本被用作条件输入。设 $X_{k,t-m}$ 为时间 t 可用的输入数据，用于预测 k^{th} 资产的未来收益。又由于未来收益已包含在历史市场价格数据集中，因此可以构成由有序对组成的训练数据集 ($X_{k,t-m}$,$r_{k,t}$)，其中 $X_{k,t-m} := [(P_{k,t-m-1} - P_{k,t-m})/P_{k,t-m}, \cdots, (P_{k,t-m-T_i} - P_{k,t-m})/P_{k,t-m}]$ 且 $r_{k,t} := (P_{k,t+T_o} - P_{k,t})/P_{k,t}$，其中 P 表示资产的价格， T_i 是 $X_{k,t-m}$ 中元素的数量，而 T_o 是模型旨在预测的关注时间间隔。随后，使用以下目标函数训练 PredACGAN，这些目标函数是对公式 8 和 9 的修改:

$$\begin{aligned}\min_D O(D,\hat{G}) :=& \mathbb{E}_{r_{k,t}}\Big[L_r(D(r_{k,t})) + \lambda_{cD}L_c(D_c(r_{k,t}),X_{k,t-m})\Big] \\ &+ \mathbb{E}_{z,X_{k,t-m}}\Big[L_f(D(\hat{G}(z,X_{k,t-m})))\Big],\end{aligned} \tag{10}$$

$$\max_G O(\hat{D},G) := \mathbb{E}_{z,X_{k,t-m}}\Big[L_f(\hat{D}(G(z,X_{k,t-m}))) - \lambda_{cG}L_c(\hat{D}_c(G(z,X_{k,t-m})),X_{k,t-m})\Big]. \tag{11}$$

PredACGAN 的这一概念可以理解为：$X_{k,\ t-m}$ 和 $r_{k,\ t}$ 分别被用作条件和生成样本。因此，也可以说，该模型能够生成 $r_{k,\ t}$ 的“预测样本”，并以 $X_{k,\ t-m}$作为“类别条件”，最终对应于对 $r_{k,\ t}$的预测。PredACGAN 中的这种方法不同于原始 ACGAN：在给定 ($X_{k,\ t-m}$，$r_{k,\ t}$) 的有序对时，ACGAN 可能旨在生成 $X_{k,\ t-m}$。

使用公式 10 和 11 训练 G 和 D 后，生成器可以针对相同的输入 $X_{k,\ t-m}$生成多个预测。设 $z_i \sim \mathbb{P}_z$ 为噪声向量，它是生成器的输入之一。然后，可以按照公式 4，利用具有不同噪声向量的预测构成一个分布。具体而言，生成器接收 I 个不同的z_i，并针对$X_{k,\ t-m}$生成预测 I 次:

$$\mathcal{D}_{k,t} = \{\hat{G}(z_1, X_{k,t-m}), \hat{G}(z_2, X_{k,t-m}), \cdots, \hat{G}(z_I, X_{k,t-m})\} \tag{12}$$
$$= \{\hat{r}_{k,t,1}, \hat{r}_{k,t,2}, \cdots, \hat{r}_{k,t,I}\}. \tag{13}$$

然后，利用 $\mathcal{D}_{k,\ t}$的中位数预测 $X_{k,\ t-m}$ 的预期收益率，如公式 5 所示。最后，预期ˆ收益率 $E(r_{k,\ t})$ 可用于投资组合优化过程，如公式 1 所示。

虽然训练集中的目标数据，即 $r_{k,\ t}$ 在 $(X_{k,\ t-m},\ r_{k,\ t})$ 中可以是带有$r_{k,\ t} := (P_{k,\ t+T_o} - P_{k,\ t})/P_{k,\ t}$的连续变量，但 ACGAN 结构中的分类层无法处理此类数据类型。因此，$r_{k,\ t}$ 被离散化为一个包含三个可能类别的分类变量$C_{k,\ t}$，如下所示：

$$C_{k,t} := \begin{cases} c_- & \text{if} \quad r_{k,t} < Th_l \\ c_0 & \text{if} \quad Th_l \le r_{k,t} < Th_u \\ c_+ & \text{if} \quad Th_u \le r_{k,t} \end{cases}, \tag{14}$$

其中，Th_l和 Th_u是用于离散化目标数据的阈值。因此，ACGAN 的训练集由 $(X_{k,\ t-m},\ C_{k,\ t})$ 的有序对组成。随后，在训练过程中，分类目标数据被转换为独热向量，并用于获得判别器分类层中的分类损失。

3.1 PredACGAN 的多重预测风险度量

在投资组合优化中，风险可以用多种方式表示。例如，传统的投资组合优化方法将资产的历史波动率视为该资产的风险。因此，在给定资产的历史波动率后，传统的投资组合优化方法通过降低具有较高历史波动率的资产的投资组合权重来降低投资组合的风险。然而，资产的未来波动率是否与其历史波动率一致，以及历史波动率能否适当地表示投资组合的风险，仍存在争议。

本研究提出了一种基于预测不确定性的风险度量。在该度量中，使用 PredACGAN 预测的$\mathcal{D}_{k,\ t}$的熵来计算风险：

$$\begin{aligned} U_{k,t} := & - D_{KL}(\mathbb{P}(C_{k,t} = c_m) \parallel 1 - \mathbb{P}(C_{k,t} = c_m)) \\ & - D_{KL}(1 - \mathbb{P}(C_{k,t} = c_m) \parallel \mathbb{P}(C_{k,t} = c_m)) \end{aligned} \tag{15}$$

$$= -\sum_i \mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_m) \cdot \log\Big(\frac{\mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_m)}{1 - \mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_m)}\Big) - \sum_i (1 - \mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_m)) \cdot \log\Big(\frac{1 - \mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_m)}{\mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_m)}\Big) \tag{16}$$

其中，D_{KL} 表示 KL散度；$C_{k,\ t,\ i}$ 是生成器在（Z_i，$X_{k,\ t-m}$）条件下的估计值；$U_{k,\ t}$ 是针对$X_{k,\ t-m}$预测的风险度量；$c_m \in \{c_-, c_0, c_+\}$ 表示在所有可能类别中概率最大的类别，其计算方法如下：

$$c_m := \arg\max_{C_{k,t}} \Big\{ \mathbb{1}_{\{c_-\}}(C_{k,t}) \cdot \sum_i \mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_-) + \mathbb{1}_{\{c_0\}}(C_{k,t}) \cdot \sum_i \mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_0) + \mathbb{1}_{\{c_+\}}(C_{k,t}) \cdot \sum_i \mathbb{P}(C_{k,t,i} = c_+) \Big\}, \tag{17}$$

其中，$\mathbb{1}$是指示函数。

该风险度量基于以下假设：高频特征易于通过 PredACGAN 生成器的条件输入学习，而低频特征则由生成器的噪声输入训练。具体而言，可解释为 G：$(\mathbb{P}_z,\ \mathbb{R}^{T_i}) \to \mathbb{R}^3$；因此，基于反向传播的 PredACGAN 训练过程仅在$X_{k,\ t-m}$ 与$C_{k,\ t,\ i}$之间存在强关联时，才会强化与$X_{k,\ t-m} \in \mathbb{R}^{T_i}$ 相连的权重参数值；否则，$C_{k,\ t,\ i}$ 可能会映射到 $z_i \in \mathbb{P}_z$。

由于神经网络的这些特性，即使$X_{k,\ t-m}$ 的概率很高，不同的 z_i取值也不会导致 $\mathbb{P}(C_{k,\ t,\ i})$出现显著差异，从而使预测保持稳定。这意味着，式16中的 $\mathbb{P}(C_{k,\ t,\ i} = c_m)$相对于 z_i保持稳定，因此$U_{k,\ t}$ 的值较低，这表示预测不确定性和风险较低。同理，对于难以预测的$X_{k,\ t-m}$，$U_{k,\ t}$ 的值较高。

3.2 风险度量下的投资组合加权算法

本节提出一种直接算法，利用PredACGAN的预测和风险度量来选择投资组合。使用风险度量的一种直接方法是：如果$U_{k,\ t}$较高，则将 k^{th} 资产从投资范围中剔除。根据这一思路，该算法首先利用$\hat{C}_{k,\ t} = \mathbb{E}\left[\hat{G}(\{z_i\}_1^I,\ X_{k,\ t-m})\right]$，从投资范围中选出一定比例的资产。然后，如果所选 k^{th} 资产的$U_{k,\ t}$超过某个阈值，就将该资产从选择范围中剔除。对于选出的资产，投资组合权重平均分配。详细流程见算法1。

算法1基于 PredACGAN 的投资组合加权算法（市场中性头寸）

要求：(1) $C = \{\hat{C}_{1,t}, \cdots, \hat{C}_{N,t}\}$：PredACGAN 在时间 t 对 N 个资产的预测集合；(2) $R = \{U_{1,t}, \cdots, U_{N,t}\}$：时间 t 对 N 个资产的风险度量集合；(3) Th_p：资产选择数量的百分比阈值（$0 < Th_p \leq 0.5$）；(4) Th_r：从选择中剔除资产的风险阈值。1：目标：为 $W = \{w_{1,t}, \cdots, w_{N,t}\}$ 分配投资组合权重。2：初始化 $w_{k,t} \leftarrow 0$, $\forall k \in \{1, \cdots, N\}$ 和 $n_1, n_2 \leftarrow 0$ ^ ^ 3：计算得分 $s_{k,t} \leftarrow \mathbb{P}(C_{k,t} = c_+) - \mathbb{P}(C_{k,t} = c_-)$, $\forall k$ 4 $I_w = \{i_1, \cdots, i_N\}$ $|I_w| = N$ $s_{i_k\ t} \leq s_{i_{k+1}\ t}$ $\forall i_k\ i_{k+1} \in I_w$：计算索引集，使得 5 $k \leftarrow 1$ and , , , , : for 到 $\lfloor N \times Th_p \rfloor$ do 6：if $U_{i_k,t} < Th_r$ then 7：$n_1 \leftarrow n_1 + 1$ 8：end if 9：end for 10：for $k \leftarrow \lfloor N \times (1 - Th_p) \rfloor$ 到 N do 11：if $U_{i_k,t} < Th_r$ then 12：$n_2 \leftarrow n_2 + 1$ 13：end if 14：end for 15：for $k \leftarrow 1$ 到 N do 16：if $k \leq \lfloor N \times Th_p \rfloor$ 且 $U_{i_k,t} < Th_r$ then 17：$w_{i_k,t} \leftarrow \frac{-1}{n_1}$ 18：end if 19：if $k \geq \lfloor N \times (1 - Th_p) \rfloor$ 且 $U_{i_k,t} < Th_r$ then 20：$w_{i_k,t} \leftarrow \frac{1}{n_2}$ 21：end if 22：end for 23： $W \leftarrow \{w_{i_1,t}, \cdots, w_{i_N,t}\}$

—

—

具体而言，首先计算资产的得分，其中得到 c_+ 与 c_- 的概率之差。因此，该得分表示资产价格可能上涨的程度。随后，将该得分用作投资组合构建的基本价值；例如，可以投资于得分较高的资产。然而，高得分并不能保证预测是可靠的。因此，利用 k^{th} 资产的估计风险度量，即$U_{k,\ t}$，来抑制预测。借助估计风险度量，可以仅在风险较低的条件下投资于得分较高的资产。

算法1是一种利用这一概念构建具有市场中性头寸的投资组合的直接方法；因此，$\sum_k w_{k,\ t} = 0$。由于假设采用市场中性头寸，无论市场条件如何，包括训练数据来源、投资期间以及待测试的具体市场，随机投资组合或等权投资组合都很可能获得零收益，这使我们能够恰当地评估所提出的PredACGAN。具体而言，只有当预测有效时，才有望获得较高收益；此外，如果算法1中利用估计风险度量进行的这种筛选过程有效，则预期能够获得更加优异的表现。因此，为了评估PredACGAN框架，可以考虑比较零投资组合收益（等权投资组合权重）、仅依据预测得到的收益，以及同时依据预测和风险得到的收益。

3.3 PredACGAN 的训练细节与实验场景

由于众所周知生成对抗网络在训练过程中容易发散，因此采用了几种近期提出的稳定训练技术。首先，将双时间尺度更新规则（TTUR） [30]方法应用于PredACGAN。在TTUR中，Adam

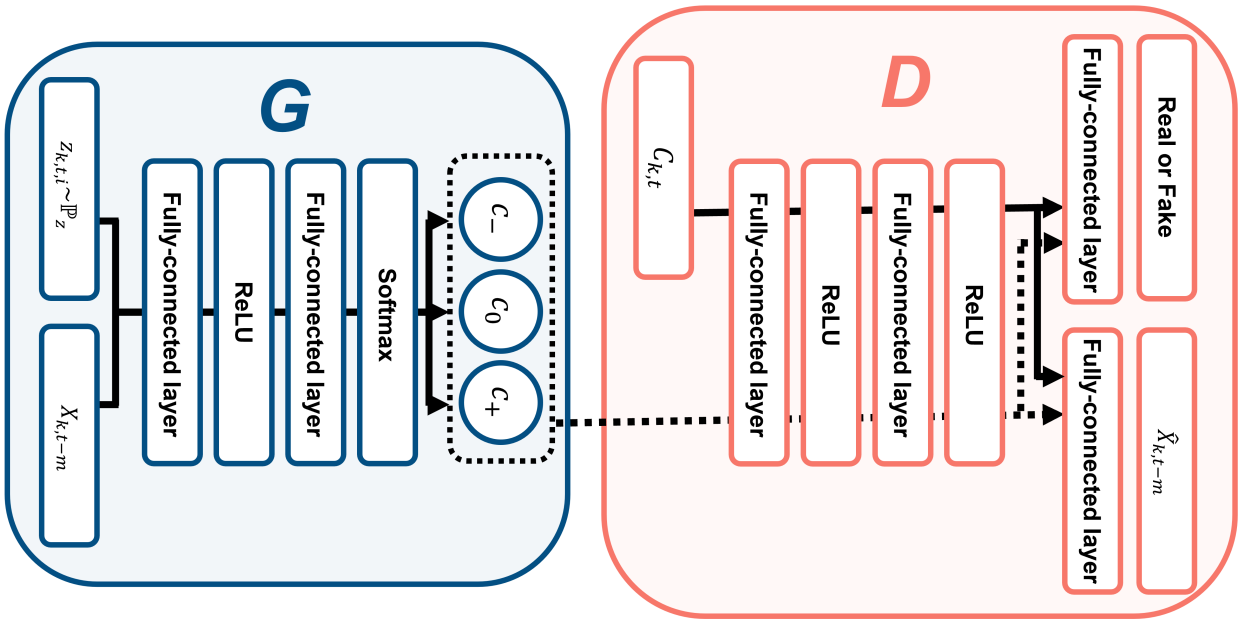

图1：**PredACGAN的结构**。该图中的所有符号均遵循论文中的定义。

优化器 [31]采用超参数 $\beta_1 = 0.0$ 和 $\beta_2 = 0.9$， D 和 G 的学习率分别设为2×10^{-5} 和 1×10^{-5}。公式11中的 λ_{cG} 设为32。 D使用合页损失 [24]， G使用Wasserstein距离 [23]，它们分别对应公式10和11中的 L_r 和 L_f。模型在配备RTX 3090 GPU的计算机系统上进行训练。小批量算法的批量大小设为16。模型训练了128个训练轮次。

对于神经网络（NN）结构，PredACGAN中的所有层均为全连接层。 D 由两个隐藏层组成，每个隐藏层包含2,048个节点； G由一个包含1,024个节点的隐藏层组成。参数权重矩阵采用Xavier均匀初始化方法进行初始化。所有隐藏层均采用修正线性单元（ReLU） [32] 作为激活函数。由于需要估计每个类别的概率，且真实样本为独热向量，因此 G 输出层的激活函数为Softmax函数。由于 G 预测包含三个类别的类别分布（如公式14所述）， G 输出层的节点数设置为3，每个节点分别表示$C_{k,\ t}$的类别。此外，由于PredACGAN中的分类（即公式10和11中的 D_c ）旨在估计$X_{k,\ t-m}$，输出层的节点数为 T_i，即$X_{k,\ t-m}$的元素数量；出于同样的原因，公式10和11中的 L_c使用 L_2 损失。由于 D采用合页损失， D 的节点数变为1。对于$\mathbb{P}_z$，使用 $\prod_{128} N$（0、1）。采样次数（即公式12中的 I）设置为101，这被认为足以估计预测分布并计算该分布的中位数。PredACGAN的结构如图1所示。

在本研究评估 PredACGAN 的实验中，实验场景设定为投资于标普500指数成分股；因此，投资范围为该指数中的500只股票，相应地， $N = 500$。实验使用1990年至2020年股票的每日收盘价；将1990年至2010年的数据设为训练数据，将2011年至2020年的数据设为评估数据。再平衡周期设为一个月，因此 $T_o \simeq 21$。在该场景中，使用 k^{th} 资产从 $t-1$ 至 $t-200$ 的收益率进行$X_{k,\ t-m}$，其中 t 为再平衡时点；因此$T_i = 200$。训练集中的目标数据（即$r_{k,\ t}$）为 k^{th} 资产从 t 至 $t+T_o$的收益。然后，如公式14所述，使用阈值参数 $Th_l = -0.03$ 和 $Th_u = 0.03$对目标数据进行离散化。训练集$X_{k,\ t-m}$ 和$r_{k,\ t}$的计算可表示如下：

$$X_{k,t-m} := \left[\frac{P_{k,t-1} - P_{k,t}}{P_{k,t}}, \cdots, \frac{P_{k,t-1-T_i} - P_{k,t}}{P_{k,t}} \right], \tag{18}$$

$$r_{k,t} := \frac{P_{k,t+T_o} - P_{k,t}}{P_{k,t}}, \tag{19}$$

表 1：**PredACGAN 的性能**。$Th_r < 0$ 表示未考虑风险度量的投资组合。Th_p 是资产选择的阈值。Th_r 是估计风险度量的阈值。MMD：最大回撤；IR：信息比率；SR：夏普比率。粗体表示最佳性能；下划线表示次优性能。

Th_p	评估指标	$Th_r < 0$（仅预测）	$Th_r < -10$	$Th_r < -20$	$Th_r < -30$	$Th_r < -40$
5%	MMD	-0.122	-0.125	-0.281	-0.121	**-0.120**
	IR	-0.274	-0.066	-0.008	**0.319**	0.285
	月度夏普比率	0.057	0.059	0.034	**0.331**	0.296
	年度夏普比率	0.236	0.207	0.327	1.054	**1.131**
	月度收益率（%）	0.081	0.082	0.113	**0.867**	0.745
	年度收益率（%）	1.024	0.094	3.217	**9.123**	7.595
10%	MMD	**-0.085**	-0.105	-0.282	-0.121	-0.120
	IR	-0.281	-0.096	0.015	**0.315**	0.285
	月度夏普比率	0.067	0.053	0.054	**0.328**	0.296
	年度夏普比率	0.304	0.192	0.428	1.058	**1.131**
	月度收益率（%）	0.089	0.069	0.183	**0.858**	0.745
	年度收益率（%）	0.952	0.666	4.063	**9.036**	7.595
20%	MMD	**-0.073**	-0.106	-0.251	-0.197	-0.341
	IR	-0.275	-0.066	-0.028	**0.175**	0.102
	月度夏普比率	0.097	0.062	0.017	**0.195**	0.129
	年度夏普比率	0.340	0.221	0.227	**0.646**	0.495
	月度收益率（%）	0.129	0.087	0.058	**0.606**	0.524
	年度收益率（%）	1.185	0.825	2.177	**5.540**	4.736

其中，$P_{k,\ t}$ 是 k^{th} 资产在时间 t的每日市场收盘价。

4 结果与讨论

4.1 标普500指数股票市场收盘价实验

本节使用标普500指数的股票市场收盘价评估所提出的 PredACGAN [33]。假设投资组合优化场景的再平衡周期为一个月。详细实验场景见第3.3节。此外，如第3.2节所述，我们对以下投资组合进行性能比较：资产均匀分布的投资组合、仅使用预测的投资组合，以及采用 PredACGAN框架并通过算法1同时使用预测和风险度量的投资组合。由于实验采用$\sum_k w_{k,\ t} = 0$的市场中性头寸，因此预期资产均匀分布的投资组合收益为零。

无论实验时期以及实验所选的具体市场如何，这种评估都能够恰当地评估PredACGAN框架，因为在没有市场中性头寸的情况下，投资组合表现高度依赖于此类市场条件。为了评估投资组合，采用年度收益率和月度收益率、夏普比率 [34], 信息比率 [35], 以及最大回撤。在投资组合构建中，Th_p 是一个待选择的超参数，它决定了投资的资产数量。例如，如果 $Th_p = 10\%$且 $N = 500$，算法会选择$500 \times 10\%$得分较高的 $= 50$ 资产建立多头头寸，并选择其他50个得分较低的资产建立空头头寸。在实验中，对 $Th_p = 5\%$、10%和20%进行了测试。

表1展示了使用算法1时PredACGAN的投资组合表现。对于收益率指标，需要注意的是，由于本实验假设采用市场中性头寸，0%可以作为资产均匀分布的基准线投资组合。此外，$Th_r < 0$ 是仅使用预测的投资组合，可作为评估风险度量有效性的另一条基准线。如结果所示，$Th_r < -30$ 投资组合总体上表现最佳，在18项测量中的13项取得了最佳结果。$Th_r < -40$ 投资组合充分考虑了风险，总体上表现第二好，在三项测量中取得最佳结果，并在14项测量中取得第二好结果。这些结果表明，在PredACGAN中使用估计风险度量的所提出框架是有效的，因为考虑风险的表现优于资产均匀分布以及不包含估计风险的投资组合。

与所有条件下仅基于预测的投资组合相比，所提出的投资组合在夏普比率方面表现更优；该指标能够综合考虑波动率来衡量收益率。例如，在该情景下

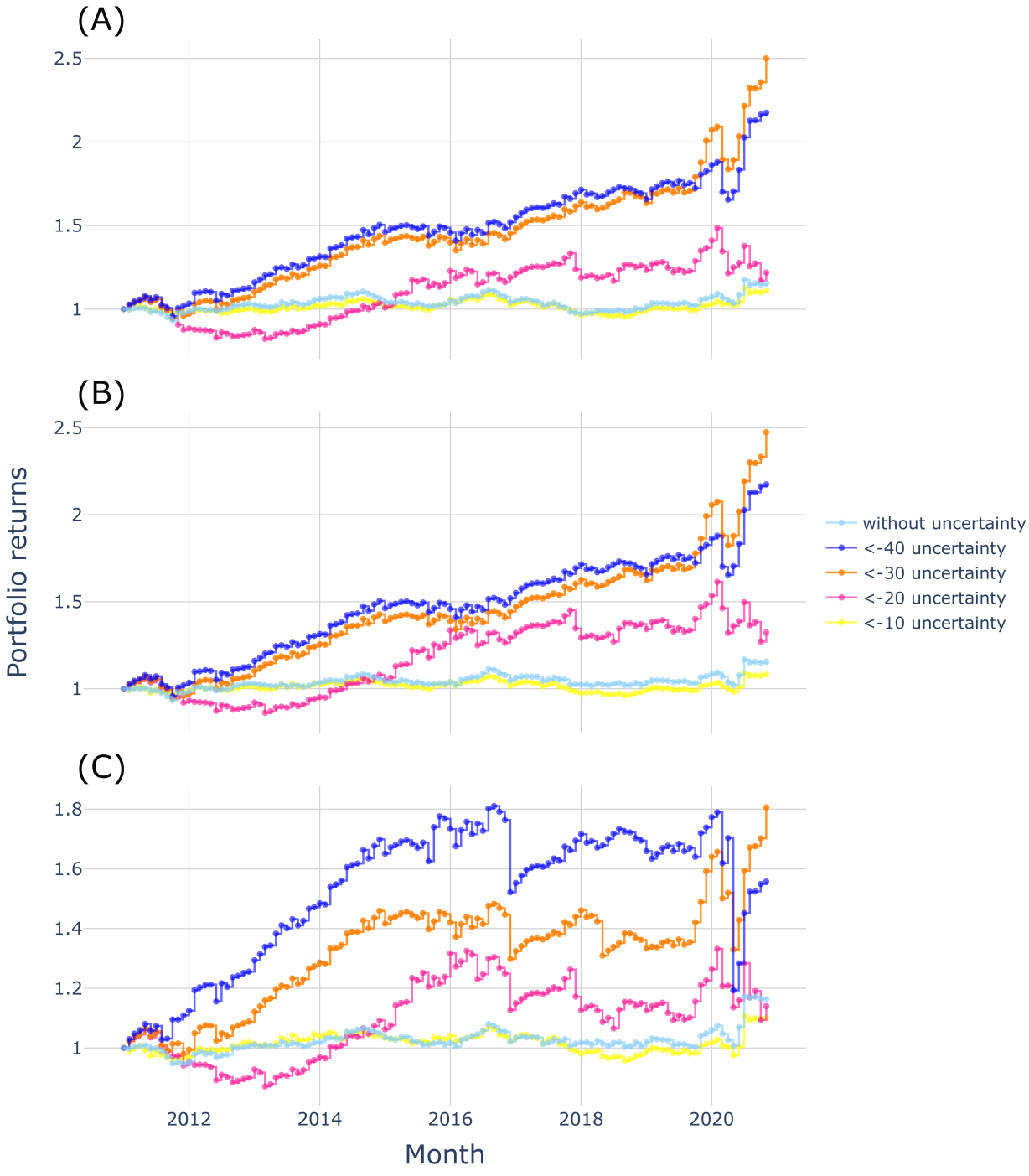

图2：**评估期内投资组合的收益表现。**（**A**）持有 Th_p =5%的投资组合。（**B**）持有 Th_p = 10%的投资组合。（**C**）持有 Th_p = 20%的投资组合。标普500指数中的500只股票构成投资范围。2011年至2020年为评估期。投资组合采用市场中性头寸构建，随机投资组合的预期收益为零。

在 $Th_p = 5\%$的情况下， $Th_r < -30$ 和 $Th_r < -40$ 投资组合的年度夏普比率分别提升了347%和379%。这一结果表明了所提出方法的关键优势，因为夏普比率能够同时衡量收益和风险。此外，在所有情景下，$Th_r < -30$ 投资组合在月度和年度收益率方面均表现最佳。例如，在 $Th_p = 5\%$的情景下，使用所提出的方法后，年度收益率相比基准线提高了791%。

图2展示了评估期内收益方面的表现。需要注意的是，由于假设持有市场中性头寸，1.0（100%）的收益作为基准线。如结果所示，采用 $Th_r < -30$和 $Th_r < -40$ 的投资组合在 $Th_p = 5\%$和 $Th_p = 10\%$的情景下表现最佳且稳定，这表明考虑风险度量并使用算法1剔除高风险资产是有效的。然而，在 $Th_p = 20\%$的情景下，$Th_r < -30$ 和 $Th_r < -40$ 投资组合的表现劣于 $Th_p = 5\%$和 $Th_p = 10\%$情景下的投资组合。如图2所示，这一结果是由2020年初的一个特殊情况造成的，该情况对应于明显的离群值；尽管如此，这些投资组合的表现仍优于未使用风险度量的 $Th_r < 0$。

4.2 PredACGAN训练的稳定性

本节讨论PredACGAN训练的稳定性。由于没有明确的方法对其进行验证，因此通常很难确认生成对抗网络是否经过了正确训练 [36]。在传统神经网络结构中，损失会逐渐降低，这种收敛意味着训练效果良好；然而，在生成对抗网络中，由于其训练过程中会进行竞争学习，损失不会收敛；如果一个模块获得了较低的损失值，另一个模块显然会获得较高的损失值。通常，在用于图像生成的生成对抗网络中，可以通过多种方法验证生成对抗网络是否训练良好，例如Inception分数 [37] 和Frechet Inception距离（FID） [30]。由于这些方法只能用于图像数据，因此无法使用这些传统方法评估PredACGAN。

然而，本研究实验中展现出的优异性能合理地说明了PredACGAN得到了良好的训练。此外，损失值随训练轮次的变化表明训练并未发散。尽管没有精确的方法可以仅根据损失值评估训练是否有效，但这些数值至少能够说明训练是否发生了发散。如图3所示， D 和 G 的损失在约1.0处振荡；因此，可以确认训练过程中没有发生发散。

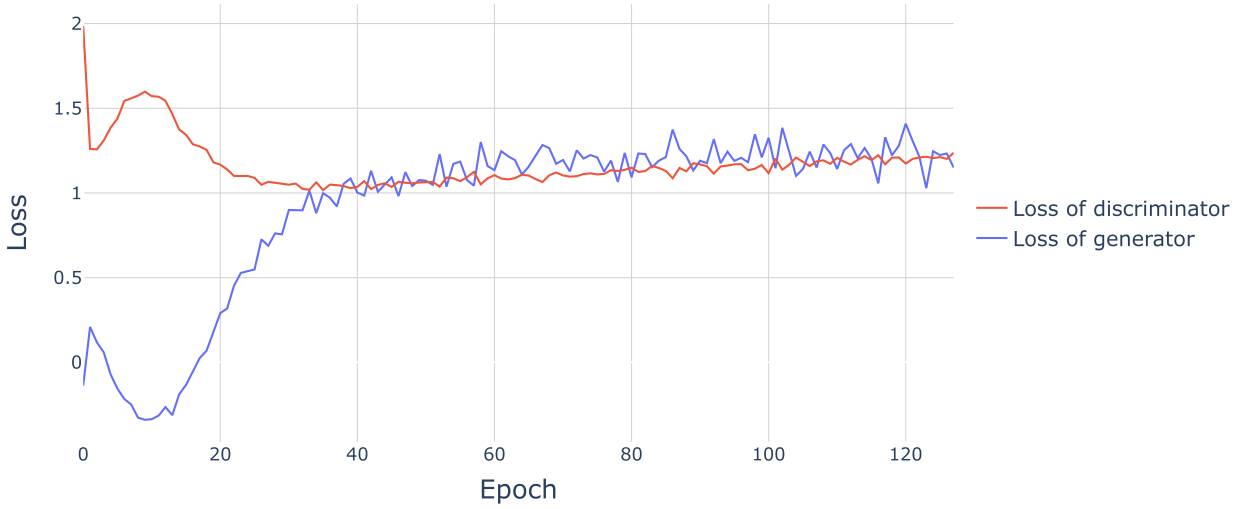

图 3: **判别器和生成器相对于训练轮次的 PredACGAN训练损失。**

5 结论

针对投资组合优化，本文提出了一种新颖的预测概率深度学习模型，可表示预测的概率分布。研究表明，所提出的ACGAN 改进方法可以

用作预测模型，而现有的 ACGAN 则一直用作生成模型。此外，PredACGAN 利用预测分布的熵进行风险度量，因此在表示预测不确定性方面具有优势。这一优势使 PredACGAN 有别于传统的预测神经网络，后者无法显示预测的不确定性。此外，本文还提出了一种直接算法，将风险度量用于投资组合优化。测得的预测不确定性被用作筛选投资组合算法中不可靠预测的阈值。因此，构建的投资组合仅包含预期盈利能力高且可靠的股票。

在使用1990年至2010年的日收益率数据进行训练后，本文通过一项实验情景对所提出的算法和PredACGAN进行了评估：投资于2011年至2020年这十年间的标普500指数成分股。结果表明，与未考虑风险度量的投资组合相比，PredACGAN表现更优。通过最大回撤和夏普比率进行评估后，所提出的算法和PredACGAN也展现出稳定的表现。我们预计，结合PredACGAN与所提出算法的框架将进一步拓展基于深度学习的投资组合优化研究。

参考文献

[1] Marc C Steinbach。重访 Markowitz：金融投资组合分析中的均值-方差模型。工业与应用数学学会评论，43(1):31–85，2001年。[2] Can B Kalayci、Okkes Ertenlice 和 Mehmet Anil Akbay。均值-方差投资组合优化的确定性模型及应用综述。*Expert Systems with Applications*，125:345–368，2019年。[3] Konstantinos P Anagnostopoulos 和 Georgios Mamanis。一个包含三个目标和离散变量的投资组合优化模型。*Computers & Operations Research*，37(7):1285–1297，2010年。[4] Liusha Yang、Romain Couillet 和 Matthew R McKay。最小方差投资组合优化的稳健统计方法。*IEEE Transactions on Signal Processing*，63(24):6684–6697，2015年。[5] Dev Shah、Haruna Isah 和 Farhana Zulkernine。股票市场分析：预测技术综述与分类。*International Journal of Financial Studies*，7(2):26，2019年。[6] Yilin Ma、Ruizhu Han 和 Weizhong Wang。运用深度学习和机器学习进行收益率预测的投资组合优化。*Expert Systems with Applications*，165:113973，2021年。[7] James B Heaton、Nick G Polson 和 Jan Hendrik Witte。金融领域的深度学习：深度投资组合。*AppliedStochastic Models in Business and Industry*，33(1):3–12，2017年。[8] Kai Chen、Yi Zhou 和 Fangyan Dai。基于长短期记忆网络的股票收益率预测方法：中国股票市场案例研究。载于*IEEE International Conference on Big Data*，第2823–2824页。IEEE，2015年。[9] Hyungbin Yun、Minhyeok Lee、Yeong Seon Kang 和 Junhee Seok。通过具有联合成本的两阶段深度学习进行投资组合管理。*Expert Systems with Applications*，143:113041，2020年。[10] Eunsuk Chong、Chulwoo Han 和 Frank C Park。用于股票市场分析与预测的深度学习网络：方法论、数据表示及案例研究。*Expert Systems with Applications*，83:187–205，2017年。[11] Thomas Fischer 和 Christopher Krauss。利用长短期记忆网络进行深度学习，以预测金融市场。*European Journal of Operational Research*，270(2):654–669，2018年。[12] Ehsan Hoseinzade 和 Saman Haratizadeh。CNNPred：利用多种变量进行基于卷积神经网络的股票市场预测。*Expert Systems with Applications*，129:273–285，2019年。[13] Juliane Teller。投资组合风险管理及其对项目组合成功的贡献：对组织、流程和文化的调查。*Project Management Journal*，44(2):36–51，2013年。[14] Fabio D Freitas、Alberto F De Souza 和 Ailson R De Almeida。基于预测的神经网络投资组合优化模型。*Neurocomputing*，72(10-12):2155–2170，2009年。[15] Moloud Abdar、Farhad Pourpanah、Sadiq Hussain、Dana Rezazadegan、Li Liu、Mohammad Ghavamzadeh、Paul Fieguth、Xiaochun Cao、Abbas Khosravi、U Rajendra Acharya 等。深度学习中的不确定性量化综述：技术、应用与挑战。*Information Fusion*，76:243–297，2021年。[16] Ian Goodfellow、Jean Pouget-Abadie、Mehdi Mirza、Bing Xu、David Warde-Farley、Sherjil Ozair、Aaron Courville 和 Yoshua Bengio。生成对抗网络。神经信息处理系统进展，27，2014年。[17] Antonia Creswell、Tom White、Vincent Dumoulin、Kai Arulkumaran、Biswa Sengupta 和 Anil A Bharath。生成对抗网络：概述。*IEEE Signal Processing Magazine*，35(1):53–65，2018年。

[18] Minhyeok Lee 和 Junhee Seok。通过条件生成对抗网络进行不确定性估计。*Sensors*，21(18):6194，2021年。[19] Mehdi Mirza 和 Simon Osindero。条件生成对抗网络。*arXiv* 预印本 *arXiv:1411.1784*，2014年。[20] Takeru Miyato 和 Masanori Koyama。采用投影判别器的条件生成对抗网络。*arXiv* 预印本 *arXiv:1802.05637*，2018年。[21] Augustus Odena、Christopher Olah 和 Jonathon Shlens。利用辅助分类器生成对抗网络进行条件图像合成。载于国际机器学习会议，第2642–2651页。PMLR，2017年。[22] Takeru Miyato、Toshiki Kataoka、Masanori Koyama 和 Yuichi Yoshida。生成对抗网络的谱归一化。*arXiv* 预印本 *arXiv:1802.05957*，2018年。[23] Martin Arjovsky、Soumith Chintala 和 Léon Bottou。Wasserstein生成对抗网络。载于 国际机器学习会议，第214–223页。PMLR，2017年。[24] Jae Hyun Lim 和 Jong Chul Ye。几何生成对抗网络。*arXiv* 预印本 *arXiv:1705.02894*，2017年。[25] Wei Chen、Haoyu Zhang、Mukesh Kumar Mehlawat 和 Lifen Jia。运用基于机器学习的股票价格预测进行均值—方差投资组合优化。*Applied Soft Computing*，100:106943，2021年。[26] Jigar Patel、Sahil Shah、Priyank Thakkar 和 Ketan Kotecha。利用趋势确定性数据准备和机器学习技术预测股票及股票价格指数变动。*Expert Systems with Applications*，42(1):259–268，2015年。[27] Bruno Miranda Henrique、Vinicius Amorim Sobreiro 和 Herbert Kimura。文献综述：应用于金融市场预测的机器学习技术。*Expert Systems with Applications*，124:226–251，2019年。[28] Alec Radford、Luke Metz 和 Soumith Chintala。利用深度卷积生成对抗网络进行无监督表示学习。*arXiv* 预印本 *arXiv:1511.06434*，2015年。[29] Xi Chen、Yan Duan、Rein Houthooft、John Schulman、Ilya Sutskever 和 Pieter Abbeel。InfoGAN：通过信息最大化生成对抗网络实现可解释表示学习。神经信息处理系统进展，29，2016年。[30] Martin Heusel、Hubert Ramsauer、Thomas Unterthiner、Bernhard Nessler 和 Sepp Hochreiter。采用双时间尺度更新规则训练的生成对抗网络收敛至局部纳什均衡。神经信息处理系统进展，30，2017年。[31] Diederik P Kingma 和 Jimmy Ba。Adam：一种随机优化方法。*arXiv* 预印本 *arXiv:1412.6980*，2014年。[32] Vinod Nair 和 Geoffrey E Hinton。修正线性单元改进受限玻尔兹曼机。载于 国际机器学习会议，2010年。[33] Peter Christoffersen、Kris Jacobs 和 Karim Mimouni。S&P 500 的波动率动态：来自已实现波动率、日收益率和期权价格的证据。*The Reviewof Financial Studies*，23(8):3141–3189，2010年。[34] William F Sharpe。夏普比率。*Streetwise–the Best of the Journalof Portfolio Management*，第169–185页，1998年。[35] Thomas H Goodwin。信息比率。*Financial Analysts Journal*，54(4):34–43，1998年。[36] Lars Mescheder、Andreas Geiger 和 Sebastian Nowozin。哪些生成对抗网络训练方法确实能够收敛？载于国际机器学习会议，第3481–3490页。PMLR，2018年。[37] Tim Salimans、Ian Goodfellow、Wojciech Zaremba、Vicki Cheung、Alec Radford 和 Xi Chen。改进的生成对抗网络训练技术。神经信息处理系统进展，29，2016年。