AAS 22-705

迈向用于研究航天器与碎片碰撞的通用仿真框架

Simone Asci*，**Angadh Nanjangud**†

arXiv:2304.12799v1 [cs.RO] 25 Apr 2023

近年来，刚体系统的计算机仿真器已成功用于推动和拓展新型空间机器人开发领域，成为空间机器人任务初步研究与评估的重要工具。然而，性能方面取得的显著进步尚未伴随建模能力的提升，而建模能力仍局限于对真实系统进行非常基础的表示。我们提出了一种新的包含碰撞的多体动力学建模与仿真方法，借助计算机代数系统（CAS）生成的符号模型实现这一目标。尽管其他领域对接触动力学开展的类似研究利用了常见多体系统的现有模型（例如工业机械臂、人形机器人和轮式机器人），但我们着重于使研究人员能够开发并不常见或尚未制造出来的新型系统设计模型，例如小型航天器操纵器。本文展示了该方法在研究航天器与碎片碰撞动力学方面的实用性。

引言

碰撞/接触动力学的计算机仿真是工程科学中的重要研究课题，尤其受到力学[1]和机器人学领域的关注。[2]在各种空间任务场景中，这也是至关重要的研究方向之一。[3,4]例如，在轨组装和服务任务需要了解在近距离操作期间彼此接触和分离的物体之间的相互作用（例如航天器的交会与对接；由机器人代理[5]执行的在轨组装操作，如操纵和重新定位），而通过计算机辅助工程可以以最经济、快捷的方式实现这一目标。接触仿真还有助于深入了解卫星与空间碎片发生碰撞期间及碰撞后的运动行为，这正是本文的研究重点。上述计算接触动力学研究致力于提高实时仿真的精度和速度，重点在于底层数值优化算法。尽管这方面已取得重大进展，但许多研究都利用了预定义的多体系统模型（例如六自由度机械臂、人形机器人、轮式机器人、四足机器人）。因此，这些研究工具无法推广到其他领域，而这些领域需要针对更特殊的物理系统开展接触研究。例如，人形机器人接触仿真方面的进展无法直接应用于航天器。缺乏可泛化仿真框架是整个机器人学领域关注的一个重要问题。[6]因此，尽管我们的主要研究重点是航天器与碎片碰撞的建模与仿真，我们的工作也着眼于解决

*博士候选人，伦敦玛丽女王大学工程与材料科学学院，英国伦敦 E1 4NS，s.asci@qmul.ac.uk

†航天器工程讲师，伦敦玛丽女王大学工程与材料科学学院，英国伦敦 E1 4NS，a.nanjangud@qmul.ac.uk

多体系统接触跨学科建模这一更广泛的问题。在此，我们利用计算机代数系统（CAS）生成的符号运动方程，开发了一个用于描述系统行为的接触动力学模型。其一项主要优势在于，在进行数值仿真之前，建模人员就可以通过符号形式完整定义并访问两个（或更多）相互作用系统的动力学。这与当前的方法形成对比：在当前方法中，模型被视为黑箱；这或许也进一步解释了为什么近期大多数接触动力学研究都集中于商用机器人系统（例如波士顿动力公司制造的人形机器人[1]和四足机器人[7]）。我们展示了多种实验的结果，涵盖从简单情形（球在表面弹跳）到复杂情形（航天器与碎片碰撞）。通过将底层动力学模型公开为符号函数，我们的方法在接触实现方面具有一定灵活性，从而能够采用多种接触模型。[3,8] 我们的工作采用了先前用于空间机械臂研究的弹塑性接触模型。[9] 此类包含碰撞的动力学模型能够在航天器动力学与控制领域发挥基础性作用。首先，它们提供了一种重现并分析在轨撞击所导致的非受控运动的方法；该运动由接触动力学支配，也是当前的一个活跃研究领域。[3] 其次，航天器对碰撞的响应可为制定适当的控制算法提供依据，从而使其运动重新稳定。[10] 最后但同样重要的是，此类模型也将对自主在轨机器人任务的未来发展产生影响（例如交会与停靠、组装、维修和加注燃料），尤其是在任务与运动规划等领域。[11]

系统描述

本文研究在目标捕获操作过程中某一时刻与碎片发生冲击的基座航天器上安装的双连杆机械臂的动力学建模与仿真。具体而言，本文探讨如何模拟冲击引发的非受控运动，并说明这种运动对航天器控制器生成恢复机动并完成原定任务的能力有何影响。

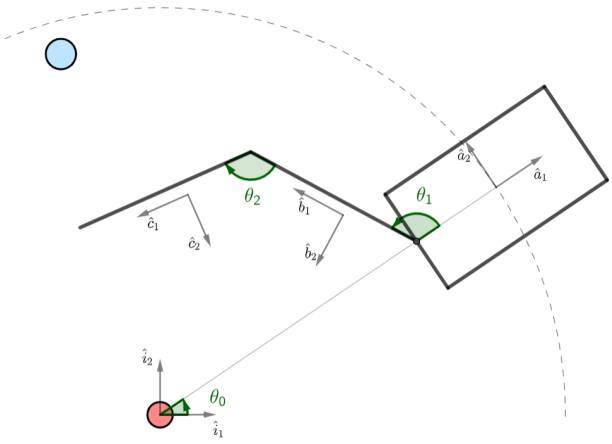

图1：航天器与碎片系统

参见图1，空间目标（以红色突出显示）预期绕地球运行。航天器以恒定角速度沿圆形轨道自由绕目标飞行。连接在基座上的双连杆机械臂经过编程，将从折叠构型开始，沿抛物线轨迹执行目标捕获机动。末端执行器（EE）

应在接触瞬间以零相对速度接近目标，以满足柔性接触的要求。在机动执行过程中，机械臂在某个时刻与碎片（以蓝色显示）发生碰撞，导致给定轨迹跟踪出现偏差，偏差程度取决于碰撞方向和大小。发生冲击后，机载控制器启动补偿机动，旨在将误差稳定至零。评估控制器有效性的主要因素是恢复原始轨迹所需的时间和电机力矩。仿真基于以下假设：基座相对于目标的运动不纳入动力学建模的考虑范围，因为其不受机械臂动力学和碰撞的影响；此外，所考虑的所有物体均作共面运动。基于所提出的仿真框架，采用符号形式建立了航天器的包含碰撞的动力学模型。该框架具有灵活性和可配置性，建模者可自行选择要应用的多体系统和接触模型，同时采用模块化、程序化的实现顺序，便于扩展至不同领域。

仿真框架

所提出的仿真框架基于 SymPy，这是一种以 Python 实现的计算机代数系统（CAS），支持对符号表达式执行代数运算。[13] 完整的符号表达式相较于其数值对应形式具有多项优势，因为它易于构建、复现和操作，从而显著提升了结果检查的便利性和可解释性。此外，SymPy 在符号形式与数值形式之间转换表达式方面具有独特的灵活性，在建模能力与计算速度之间实现了有利的权衡。所提出框架的模块化设计由两部分组成。第一部分是动力系统的符号建模，与接触模型完全解耦；接触模型同样以符号形式实现。第二部分是动力学系统仿真，即通过对符号运动方程进行数值求值来实现仿真。

符号模块

动力系统的符号建模由一系列模块化步骤组成，用于以符号形式获得运动方程（EoMs）。在本研究中，除使用 SymPy 外，还采用了针对具有多个自由度的多体系统建模进行优化的力学工具包。SymPy 可与其他用于数值微积分的 Python 库集成，从而实现从符号世界强大的表达能力到数值世界计算能力的自动转换；此外，它还采用化简程序，通常可以比数值对应形式更快地求解运动方程，并因此为实时仿真带来优势。[13] 该方法带来的最重要优势，是能够以自动化方式推导运动方程。对于复杂的多体系统，手动完成这一任务既困难又耗时；即使借助 CAS，也仍然非常困难且容易出错。

数值模块

框架模块化设计的第二部分是对动力系统进行数值仿真。将符号运动方程转换为数值等价表达式，并与数值求得的接触动力学表达式进行积分；由此可以通过数值积分获得系统随时间的演化。

接触模型

接触是一种非常复杂的现象，由于高度非线性且难以建模，因此一直是动力学领域的一大挑战；[3] 现有方法大多依赖针对特定情形设计的模型，这些模型的适用范围有限，且仅适用于特定条件。针对这一主题仍需开展更多研究，因为公开文献中尚无一种通用、系统的方法，能够在一般化场景中建立冲击动力学模型。[1] 计算相互作用物体之间接触的一般流程包括两个步骤：

1. 碰撞检测，用于确定物体之间的重叠情况 2. 碰撞解析，包括解析相互作用力的方向和大小

碰撞检测是一个计算几何问题，应用于包括计算机图形学和电子游戏在内的各个领域。常见的方法包括基于闵可夫斯基差的方法，例如 GJK算法，[14] 以及基于分离轴定理（SAT）的方法，例如轴对齐包围盒。[15] [16] 除了传统方法之外，人们还提出了用于预测无碰撞构型的先进技术，例如基于启发式搜索的动态碰撞检测。[17] 算法的选择取决于对检测精度与计算开销之间权衡的评估，因为碰撞检测是导致仿真速度下降的主要原因。[6] 碰撞力的计算是一个与物理学和力学相关的问题。它取决于多个因素，主要包括发生碰撞的物体的材料和力学性质；由于这一问题仍未得到充分理解，文献中提出的众多模型通常基于经验观察和实验数据。[10] 这些方法可分为两类：离散模型和连续模型。[18] 离散方法仅针对刚体，基于运动学约束解析接触问题。连续方法根据接触体的局部变形对力进行建模，而局部变形通过相应几何形状之间的交集计算得到；由于适合处理复杂几何形状，该方法已广泛应用于机器人接触问题。它包括基于柔顺性的模型，其中包括刷毛摩擦和弹塑性模型。刷毛摩擦模型基于库仑摩擦模型的线性近似。[19] 弹塑性模型将相互作用力建模为两项贡献之和，这两项分别取决于物体的相对速度和局部变形量。[9]

力的大小计算

在本研究中，每个力分量的大小均基于弹塑性方法计算，该方法将碰撞物体之间的相互作用设计为弹簧阻尼模型。假定已知所涉及两个物体的材料、几何形状和速度的完整信息。根据公式（1），法向力由弹性分量和塑性分量组成：弹性分量与质心之间的距离成正比，而塑性分量取决于沿法向的相对速度。[9] 切向力取决于表面之间的摩擦以及沿切向的相对速度。

$$\begin{cases} F_N = (kc \times p^3) \times (1 - cc \times v_N) \\ F_T = -mu \times F_N \times (\frac{2}{1+e^{\frac{-vT}{vs}}} - 1) \end{cases} \tag{1}$$

其中， p 为相互穿透量，即接触表面的局部压痕， kc、 cc 分别为接触刚度参数和阻尼系数， mu 为摩擦系数，且

vs 为比例因子， v_N 和 v_T 为相对速度的法向值和切向值。[20]

航天器与碎片系统动力学建模与控制研究

所研究的场景包含两个相互作用物体。第一个是装有机械臂的基座航天器；它被建模为一个围绕目标进行恒定轨道运动的多体系统，其中目标由一个简单的标记点表示。第二个是碎片，被建模为单个刚体。所分析的运动被限制在一个平面内，并处于轨道环境的微重力条件下。

前期工作

假设绕地球运行的空间目标固定在惯性参考系中。基座航天器以半径为 R的圆形轨道沿逆时针方向绕目标飞行。参照图1，右手惯性坐标系表示为 $O_I x_I y_I$，原点 O_I与目标的位置重合，轴 x_I 指向任意固定方向，轴 y_I 通过逆时针旋转90°得到。单位向量$\mathbf{I} = (\hat{i}_1, \hat{i}_2)$分别位于 x_I 和 y_I 上，且方向相同。机械臂连杆被描述为刚性的均质物体，其质量和相对于质心的转动惯量分别为 m_i 和 J_i，长度表示为 l_i $(i = 1,2)$，这些参数对于两根连杆均相同。第一个关节标记为I，安装在基座较大的一侧，距基座质心 d，由力矩 M_1驱动；第二个关节及其相对力矩分别标记为II和 M_2。碎片则建模为质点，仅由质量 m_d 和半径 r_d表征。与惯性坐标系所采用的记号一致，为每个物体定义局部坐标系如下：

- 航天器基座局部坐标系 $O_A x_A y_A$，原点 O_A 位于质心处，轴 x_A 位于从 O_I 到 O_A 的直线上，正方向偏离 O_I；轴 y_A 通过将 x_A 逆时针旋转 90°得到。单位向量 $\mathbf{A} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2)$分别位于相应坐标轴上，且方向相同。

- 连杆 I 局部坐标系 $O_B x_B y_B$，原点 O_B 位于质心处，其中 x_B 轴指向关节 II， y_B 轴按照基座局部坐标系的方式获得。单位向量 $\mathbf{B} = (b_1, b_2)$分别位于相应坐标轴上，且方向相同。

- 连杆 II 局部坐标系 $O_C x_C y_C$，原点 O_C 位于质心处，其中 x_C 轴指向末端执行器， y_C 轴按照基座局部坐标系的方式获得。单位向量 $\mathbf{C} = (\hat{c}_1, \hat{c}_2)$分别位于相应坐标轴上，且方向相同。

航天器的姿态由角度 θ_0确定，该角度表示$O_A x_A y_A$相对于 $O_I x_I y_I$的旋转，沿逆时针方向为正。 $O_B x_B y_B$相对于 $O_A x_A y_A$以及 $O_C x_C y_C$相对于 $O_B x_B y_B$的姿态分别用 θ_1和 θ_2表示。单位向量之间的变换定义见式（2）：

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A} &= {}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{I} \\
\mathbf{B} &= {}^{\mathbf{A}}\mathbf{R}^{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{A} = {}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{I} \\
\mathbf{C} &= {}^{\mathbf{B}}\mathbf{R}^{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{B} = {}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{I}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

其中，${}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{A}}$、${}^{\mathbf{A}}\mathbf{R}^{\mathbf{B}}$、${}^{\mathbf{B}}\mathbf{R}^{\mathbf{C}} \in \mathbb{R}^{3\times3}$分别是将世界坐标系 $O_I x_I y_I$与坐标系 $O_A x_A y_A$、坐标系 $O_A x_A y_A$与 $O_B x_B y_B$以及 $O_B x_B y_B$与 $O_C x_C y_C$关联起来的旋转矩阵。它们定义如下：

$$
\begin{aligned}
{}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{A}} &= \begin{pmatrix} \cos\theta_0 & \sin\theta_0 & 0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
{}^{\mathbf{A}}\mathbf{R}^{\mathbf{B}} &= \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1 \\ -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{pmatrix} \\
{}^{\mathbf{B}}\mathbf{R}^{\mathbf{C}} &= \begin{pmatrix} -\cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ -\sin\theta_2 & -\cos\theta_2 \end{pmatrix} \\
{}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{B}} &= {}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{A}} \cdot {}^{\mathbf{A}}\mathbf{R}^{\mathbf{B}} \\
{}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{C}} &= {}^{\mathbf{I}}\mathbf{R}^{\mathbf{A}} \cdot {}^{\mathbf{A}}\mathbf{R}^{\mathbf{B}} \cdot {}^{\mathbf{B}}\mathbf{R}^{\mathbf{C}}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

基座质心相对于惯性坐标系的位置、速度和加速度为：

$$
\vec{r}_a = \mathbf{A}\begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_a = \frac{d\vec{r}_a}{dt}, \quad \vec{a}_a = \frac{d^2\vec{r}_a}{dt^2} \tag{4}
$$

应用正运动学，然后求取一阶和二阶时间导数，可得到相关点的运动学方程。对于第一连杆质心：

$$
\vec{r}_b = \vec{r}_a + \mathbf{B}\begin{pmatrix} -d\cos\theta_1 + \frac{l_1}{2} \\ d\sin\theta_1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_b = \frac{d\vec{r}_b}{dt}, \quad \vec{a}_b = \frac{d^2\vec{r}_b}{dt^2} \tag{5}
$$

对于第二连杆：

$$
\vec{r}_c = \vec{r}_b + \mathbf{C}\begin{pmatrix} \frac{l_1}{2}\cos\theta_2 + \frac{l_2}{2} \\ -\frac{l_1}{2}\sin\theta_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt}, \quad \vec{a}_c = \frac{d^2\vec{r}_c}{dt^2} \tag{6}
$$

最后，对于末端执行器：

$$
\vec{r}_{EE} = \vec{r}_c + \mathbf{C}\begin{pmatrix} \frac{l_2}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_{EE} = \frac{d\vec{r}_{EE}}{dt}, \quad \vec{a}_{EE} = \frac{d^2\vec{r}_{EE}}{dt^2} \tag{7}
$$

根据公式（7）的第一式，在惯性坐标系中表示的末端执行器位置为：

$$
\vec{r}_{EE} = \mathbf{I}\begin{pmatrix} (R-d)\cos\theta_0 + l_1\cos(\theta_0+\theta_1) + l_2\cos(\theta_0+\theta_1+\theta_2) \\ (R-d)\sin\theta_0 + l_1\sin(\theta_0+\theta_1) + l_2\sin(\theta_0+\theta_1+\theta_2) \end{pmatrix} \tag{8}
$$

碎片未配备局部参考坐标系，其位置定义如下：

$$
\vec{r}_d = \mathbf{I}\begin{pmatrix} x_d \\ y_d \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_d = \frac{d\vec{r}_d}{dt}, \quad \vec{a}_d = \frac{d^2\vec{r}_d}{dt^2} \tag{9}
$$

系统动力学模型

基于基座航天器的质量和惯量远大于其他物体这一假设，认为基座航天器的运动不受任何外力影响，包括机械臂耦合动力学以及与碎片可能发生的碰撞。此外，假设在整个仿真过程中，基座始终以相同的姿态朝向空间目标，这一要求可以通过精确的姿态控制系统来满足。相反，我们认为，基座相对运动和可能发生的碰撞都会对二连杆机械臂的动力学建模产生作用。尽管目标绕地球飞行的运动应在非惯性坐标系中定义，但其平动可以不予考虑，因为该平动由重力引起，而重力同样可以忽略。[12] 然而，系统动力学建模应考虑目标绕其自身原点的角旋转。不过，这种旋转与目标绕地球公转的角速度相同，而该角速度非常低。由于本文的分析所涉及的时间间隔相对于目标轨道周期而言很短，因此可以忽略其角旋转，进而可以假设目标固定在惯性参考系中，其平动和转动均为零。此外，目标惯性坐标系中的所有离心力都与重力完全抵消，因此也可以忽略，从而可以不考虑目标轨道动力学造成的任何影响。[12] 因此，系统动力学建模中仅考虑基座航天器的相对轨道动力学；航天器坐标系 $O_A x_A y_A$ 绕目标运动，并以相同的角速度（θ_0）绕自身原点旋转，这样便满足了始终以同一侧朝向目标的假设。机械臂的动力学方程可以用广义坐标表示，如公式（10）所示：

$$B(\theta)\ddot{\theta} + c(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) = \tau + F_c \tag{10}$$

其中，$\theta \in R^n$ 表示航天器的广义坐标，n 等于连杆的数量（本例中为 2），$B(\theta)$ 表示机械臂的惯性矩阵，$c(\theta, \dot{\theta})$ 表示非线性科里奥利项和离心项，$g(\theta)$ 表示势能项，$\tau \in R^n$ 表示关节扭矩，最后，F_c 表示碰撞力向量。碎片受到由碰撞引起的相互作用力，以及将其驱向航天器的恒定吸引力。

轨迹规划

机械臂轨迹和相对控制函数经过编程，使末端执行器以抛物线运动方式接近目标，最终方向垂直于轨道半径，且最终速度为零，以满足软接触要求。在初始时刻，机械臂折叠于 $\theta_1 = \theta_{10}$ 和 $\theta_2 = \theta_{20}$，其中 θ_{10} 和 θ_{20} 为较小值。与轨迹相关的数据如下：

- 初始点 $\vec{p}_i$，对应于末端执行器初始位置
- 终点 $\vec{p}_f$，惯性坐标系中的目标位置，与原点 O_I 重合
- 最终轨迹方向 d_f：垂直于连接 O_I 和 O_A 的直线
- 初始时刻 t_i，等于 0
- 最终时刻 t_f，当末端执行器接触目标时

- 初始末端执行器速度 v_i，等于 0
- 最终末端执行器速度 v_f，等于 0

抛物线运动通过笛卡尔轨迹规划生成，并满足有关初始和最终位置与速度的约束。利用空间和时间上的分离，首先计算参数化笛卡尔路径表达式 $\vec{p}(s)$，然后计算相应的时间规律 $s(t)$。给定路径的一般二次函数 $\vec{p}(s)$ 及其相对于s的一阶和二阶导数：

$$\begin{aligned} &\vec{p}(s) = \vec{a} + \vec{b}s + \vec{c}s^2, \qquad s \in [0,1] \\ &\vec{p'}(s) = \vec{b} + 2\vec{c}s, \\ &\vec{p''}(s) = 2\vec{c} \end{aligned} \tag{11}$$

并施加以下边界条件：

$$\vec{p}(0) = \vec{p}_i, \qquad \vec{p}(1) = \vec{p}_f, \qquad \vec{p'}(1) = \vec{d}_f \tag{12}$$

$\vec{p}(s)$ 的参数可根据公式 (11) 和公式 (12) 得出：

$$\vec{a} = \vec{p}_i, \qquad \vec{b} = 2(\vec{p}_f - \vec{p}_i) - \vec{d}_f, \qquad \vec{c} = \vec{d}_f - (\vec{p}_f - \vec{p}_i) \tag{13}$$

时间规律及其导数由以下多项式函数给出：

$$\begin{aligned} &s(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3, \qquad t \in [0, t_f] \\ &\dot{s}(t) = c_1 + 2c_2 t + 3c_3 t^2, \\ &\ddot{s}(t) = 2c_2 + 6c_3 t \end{aligned} \tag{14}$$

边界条件定义见公式 (15)：

$$s(0) = 0, \qquad s(t_f) = 1, \qquad \dot{s}(0) = 0, \qquad \dot{s}(t_f) = 0 \tag{15}$$

I将式 (15) 代入式 (14) 并求解，可得 $s(t)$ 的参数值 ：

$$c_0 = 0, \qquad c_1 = 0, \qquad c_2 = 3\left(\frac{1}{t_f}\right)^2, \qquad c_3 = 2\left(\frac{1}{t_f}\right)^3 \tag{16}$$

最后，根据式 (11) 和式 (14) 分别定义的空间和时间独立剖面，我们可以重新组合轨迹：

$$\vec{p}(t) = \vec{p}(s(t)), \quad \dot{\vec{p}}(t) = \vec{p'}(s(t))\dot{s}(t), \quad \ddot{\vec{p}}(t) = \vec{p'}(s(t))\ddot{s}(t) + \vec{p''}(s(t))\dot{s}^2(t), \quad t \in [0, t_f] \tag{17}$$

该二阶可微的笛卡尔轨迹通过逆运动学转换为相应的关节轨迹，从而能够检测任何奇异点。

控制力矩的设计

机器人学领域中用于轨迹跟踪的一般控制技术由前馈分量和反馈分量组成：前馈分量用于实现名义所需力矩，反馈分量用于最小化末端执行器的位置和速度跟踪误差。由于在该场景中，机械臂动力学模型和二阶可微的期望轨迹均已知，因此，“计算力矩控制器”是生成轨迹执行所需力矩函数的恰当选择。事实上，它能够利用其前馈分量和反馈分量来补偿非线性，并将轨迹误差稳定至零。公式如公式（18）所示：

$$\tau = B(\theta)[\ddot{\theta}_d + K_p(\theta_d - \theta) + K_d(\dot{\theta}_d - \dot{\theta})] + c(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) \tag{18}$$

其中，期望加速度 $\ddot{\theta}_d$ 由轨迹规划获得， K_p 和 K_d 是正定矩阵，其增益通过试验设定，$B(\theta)$、 $c(\theta,\ \dot{\theta})$和 $g(\theta)$项可通过检查机械臂动力学模型直接获得。然而，应当注意，控制器无法预见碰撞力引入的所有影响，因此在发生冲击后，机械臂将偏离其轨迹。恢复原始运动的能力取决于所施加力的方向和大小，这将作为本文仿真的重点。

数值仿真

首先，在简单的弹跳球场景中对接触模型的可靠性进行初步测试。同时，通过分析所提出符号框架的建模精度和执行时间，并将其与基于传统数值方法的相同仿真进行比较，对该框架进行总体验证。随后，将分析基座航天器与碎片之间的碰撞。

弹跳球

此案例涉及形状简单的刚体之间的碰撞，其运动方程由数量有限的变量描述，力则用非常简单的公式表示。因此，使用符号方法和数值方法都能有效实现，模型复杂度和执行时间也没有明显差异。

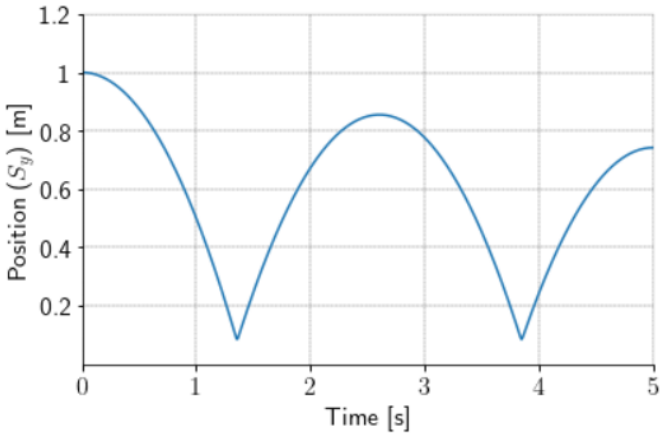

图2：二维弹跳球的碰撞后平面位移

图2展示了一个静止粒子（球）从1米高度释放后，在大小为1 N的向下的力作用下运动，直至撞上被建模为一条简单水平线的地面。粒子在碰撞过程中受到的力会使其运动方向发生变化，与冲击方向相反。随后，粒子还会经历大小逐渐减小的另一次碰撞，并以类似方式作出响应。该解法再现了球在地面上弹跳时可观察到的真实行为，因此证明了该模型对于这一简单案例具有良好的保真度。

航天器与碎片碰撞

该场景重点展示了航天器与碎片发生碰撞后产生的非受控运动的再现，以及所采用控制律的重新稳定能力。该场景演示了该框架在复杂条件下仿真航天器轨迹的能力。所使用的参数如表1所示：

表1：**数值仿真参数**

参数	数值
m_1 (kg)	2
m_2 (千克)	2
l_1 (米)	3
l_2 (米)	3
d (米)	2
J_1 (千克·米²)	6
J_2 (千克·米²)	6
m_d (千克)	1
r_d (米)	0.1
R (米)	4
x_0 (米)	4
y_0 (米)	0
θ_{10} (弧度)	0.79
θ_{20} (弧度)	1.31
ω_0 (弧度/秒)	0.1
x_{d0} (米)	7
y_{d0} (米)	5
t_f (秒)	20

机械臂连杆从静止位置开始，而碎片受到 1N 的吸引力，朝向连杆 II 的质心运动；这导致在仿真区间内发生了一次碰撞。总体而言，数值仿真结果证明了该控制律在轨迹跟踪任务中的有效性；事实上，末端执行器的实际轨迹几乎与给定轨迹完全重合，只有在发生碰撞的瞬间例外。

图 3 展示了基座质心在仿真区间内经过的路径，该路径对应于围绕目标的圆形轨道的一部分（以红色突出显示）；按照设定，该轨迹是规则的，不受外部动力学影响。如图 4 所示，碎片在发生碰撞后方向发生急剧变化，在连杆表面反弹后沿圆形轨道重新接近。其符合物理规律的碰撞后行为有助于验证该复杂场景下的模型可靠性，因为该场景要求同时处理多对物体之间的碰撞处理。

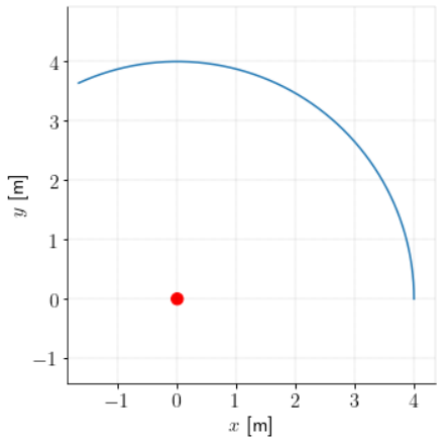

图 3：基准航天器轨迹

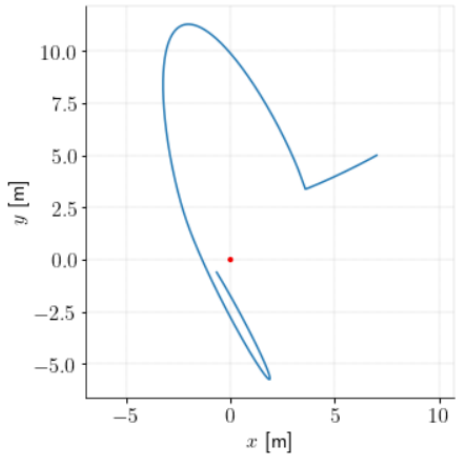

图 4：碎片轨迹

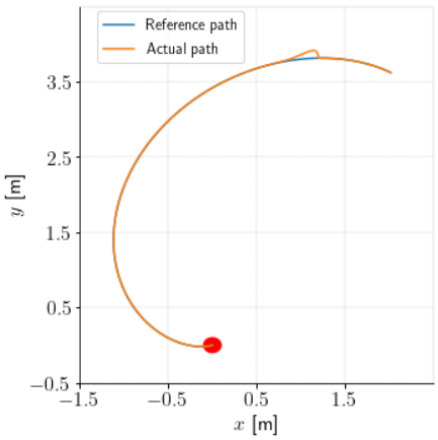

图 5：末端执行器轨迹

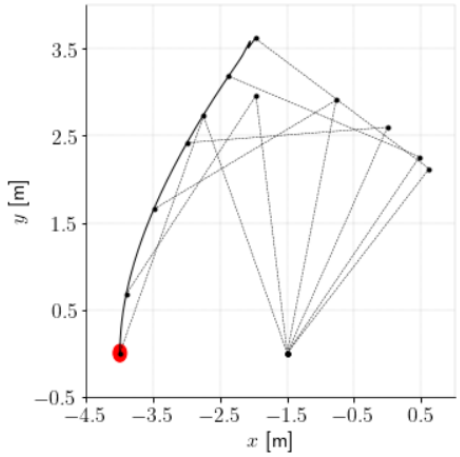

图 6：机械臂配置

图 5 将末端执行器相对于目标的实际抛物线轨迹与参考轨迹进行了比较；尽管冲击造成了轻微偏差，但随后两条曲线完全重合。图 6 展示了末端执行器在基准航天器参考系中的轨迹，以及机械臂相应的中间构型。

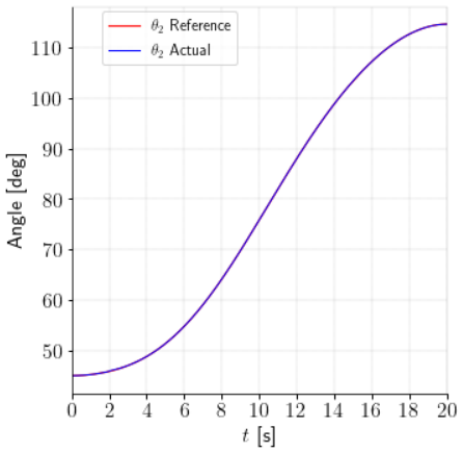

图7：　θ_2 轨迹

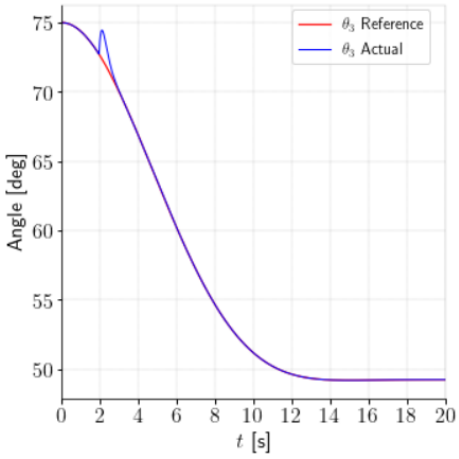

图8：　θ_3 轨迹

机械臂关节角度的所得轨迹如图7和图8所示。在碰撞瞬间，机械臂经历了远超驱动力矩的力和动量的突然交换，从而导致关节突然偏离规划路径。每个连杆都受到系统耦合惯量的影响并作出相应反应；尽管基座不受碰撞影响，但它阻止了机械臂发生失控漂移。碰撞效应在连杆 II 的关节处尤为明显，该关节直接受到碎片撞击。

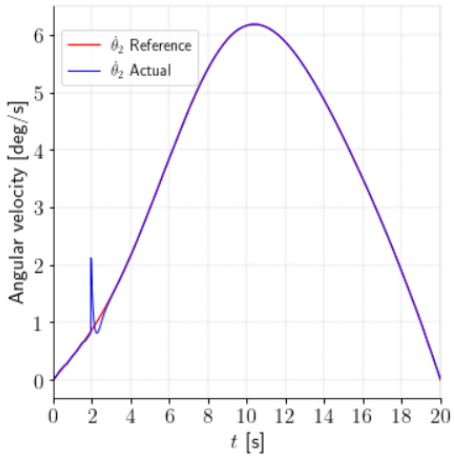

图9：　θ_2 角速度

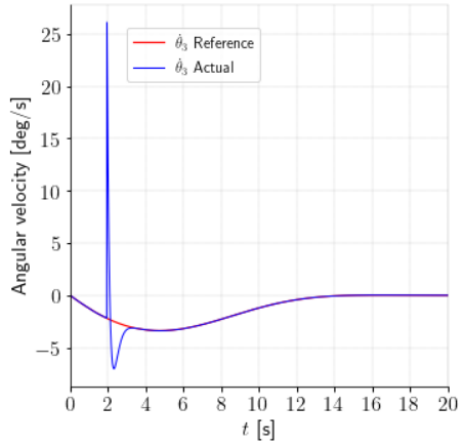

图10：　θ_3 角速度

图9和图10显示，在碰撞瞬间，实际角速度与参考轨迹存在显著偏差。尽管如此，原始运动得以恢复，且在 t=20 秒时，两个连杆的角速度均降至 0，这意味着在最终时刻，末端执行器相对于目标的速度为 0，符合柔性接触的要求。计算力矩控制的反馈部分检测到随后轨迹误差的增大，并在碰撞后立即制定恢复动作，以重新稳定原始轨迹。除碰撞造成的突变外，施加于电机的驱动转矩函数变化平滑（图11），可在实践中复现，且不会超过饱和限制

即使在碰撞后恢复动作期间，也不会超出限制。

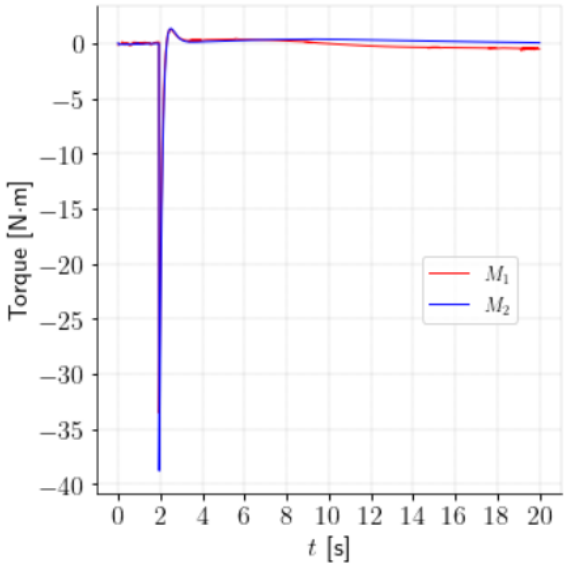

图1：**关节扭矩**

结论

本文提出了一种模拟动力系统中碰撞的新方法。该方法依托符号形式的接触动力学建模，可将其直接、系统地整合到系统的运动方程中。我们通过与标准数值方法进行大量比较验证了该方法，证明其能够获得一致的结果，并展现了其在多体系统建模与分析能力方面的优势。我们还展示了，妥善处理符号表达式与数值对应形式之间的转换，能够降低计算复杂度并最大限度地提升评估速度。有效结合符号方法与数值方法，进而显著改善了系统建模效果和计算性能。

参考文献

[1] T. A. Howell、S. L. Cleac'h、J. Z. Kolter、M. Schwager 和 Z. Manchester，《Dojo：机器人可微分仿真器》，*arXiv*预印本 *arXiv:2203.00806*，2022年。[2] H. Mylapilli 和 A. Jain，《最小坐标接触动力学的互补技术》，《计算与非线性动力学杂志》，第12卷第2期，2017年。[3] E. Papadopoulos、F. Aghili、O. Ma 和 R. Lampariello，《空间机器人操作与捕获：综述》，《机器人与人工智能前沿》，2021年，第228页。[4] A. Nanjangud、P. C. Blacker、S. Bandyopadhyay 和 Y. Gao，《利用机器人与人工智能实现下一代小型卫星在轨操作》，《*IEEE*会刊》，第106卷第3期，2018年，第429–439页。[5] A. Nanjangud、C. I. Underwood、C. P. Bridges、C. M. Saaj、S. Eckersley、M. Sweeting 和 P. Biancod，《迈向大型空间望远镜的机器人在轨组装：任务架构、概念与分析》，《国际宇航大会论文集，*IAC*》，国际宇航联合会，2019年，第1–25页。[6] H. Choi、C. Crump、C. Duriez、A. Elmquist、G. Hager、D. Han、F. Hearl、J. Hodgins、A. Jain、F. Leve、等，《关于在机器人学中使用仿真的机遇、挑战及推进建议》，《美国国家科学院院刊》，第118卷第1期，2021年。

[7] Z. Manchester 和 S. Kuindersma，《变分接触隐式轨迹优化》，《机器人学研究》，第985–1000页，施普普林格，2020年。[8] H. Ghaednia、X. Wang、S. Saha、Y. Xu、A. Sharma 和 R. L. Jackson，《弹塑性接触力学综述》，*Applied Mechanics Reviews*，第69卷第6期，2017年。[9] J. Ole´ś、T. Rybus、K. Seweryn、M. Surowiec、M. Wojtyra、M. Pietras 和 M. Scheper，《在轨操作期间接触的测试与仿真》，《第*14*届机器人与自动化先进空间技术研讨会论文集（*ASTRA'2017*）》，欧洲航天局，2017年。[10] M. Mote、M. Egerstedt、E. Feron、A. Bylard 和 M. Pavone，《面向自由飞行航天器的包含碰撞的轨迹优化》，《制导、控制与动力学杂志》，第43卷第7期，2020年，第1247–1258页。[11] J. Moser、J. Hoffman、R. Hildebrand 和 E. Komendera，《自主在轨机器人组装的自主任务分配范式》，《机器人与人工智能前沿》，第9卷，2022年。[12] Y. Han，《基于Kane方法的空间机械臂捕获空间目标的动力学建模与控制研究》，《国际航空航天工程杂志》，第2016卷，2016年。[13] G. Gede、D. L. Peterson、A. S. Nanjangud、J. K. Moore 和 M. Hubbard，《使用Python的受约束多体动力学：从符号方程生成到发表》，《国际设计工程技术会议与计算机及工程信息会议》，第55973卷，美国机械工程师学会，2013年，第V07BT10A051页。[14] C. J. Ong 和 E. G. Gilbert，《Gilbert-Johnson-Keerthi距离算法：一种用于增量运动的快速版本》，《国际机器人与自动化会议论文集》，第2卷，IEEE，1997年，第1183–1189页。[15] S. Gottschalk，《分离轴定理。技术报告TR96-024》，北卡罗来纳大学教堂山分校计算机科学系，1996年，第20–46页。[16] G. v. d. Bergen，《使用AABB树对复杂可变形模型进行高效碰撞检测》，《图形工具杂志》，第2卷第4期，1997年，第1–13页。[17] F. Schwarzer、M. Saha 和J.-C. Latombe，《复杂环境中单个及多个关节机器人的自适应动态碰撞检查》，《*IEEE*机器人学汇刊》，第21卷第3期，2005年，第338–353页。[18] S. Wu、F. Mou 和 O. Ma，《捕获旋转物体的空间机械臂接触动力学与控制》，*AIAA*制导、导航与控制会议，2017年，第1048页。[19] A. Peiret Gim´enez、J. K¨ovecses 和 J. M. Font Llagunes，《多体系统接触的刷毛摩擦模型在线性互补公式中的应用》，《第*4*届多体系统动力学联合国际会议论文集》，2016年，第1–2页。[20] M. Ackermann 和 A. J. V. d. Bogert，《基于模型预测人体步态的最优性原理》，《生物力学杂志》，第43卷第6期，2010年，第1055–1060页。