arXiv:2304.14631v1 [econ.TH] 28 Apr 2023

# 非传递偏好与随机理性化：行为等价*

Mogens Fosgerau John Rehbeck 哥本哈根大学经济学系
俄亥俄州立大学经济学系 mogens.fosgerau@econ.ku.dk
rehbeck.7@osu.edu

2023年5月1日

摘要

非传递性选择长期以来一直是经济学中令人好奇的研究领域。然而，由于选择数据本质上具有随机性，要确定非传递性选择是否代表个体偏好，是一项艰巨的任务。本文表明，在单调性假设下，非传递偏好所产生的行为等同于传递随机选择模型。具体而言，非传递偏好通常被解释为偏好强度，因此我们假设备选项被选中的概率与其非传递偏好成正比。这一结果的一个推论是，我们无法区分“注意力互补性”和“需求互补性”。

JEL 分类号：D00、D01、D90
关键词：随机选择、非传递偏好、互补性

*我们感谢 P.J. Healy 提供宝贵的意见和建议。John Rehbeck 部分经费来自美国国家科学基金会（NSF）资助项目 NSF-2049749。本文所表达的观点、研究发现、结论或建议均为作者个人观点，不一定反映美国国家科学基金会的立场。Mogens Fosgerau 获得了欧洲研究委员会（ERC）通过欧盟“地平线 2020”研究与创新计划提供的资助（资助协议编号：740369）。文中如有错误，概由作者负责。

# 1 引言

经济学长期以来一直关注理解决策问题的情境如何影响选择。然而，一旦允许情境影响选择，就很容易发现非传递的显示偏好。[1] 尽管非传递偏好在经济学中引起了一些关注，但对于习惯于效用理论的人来说，这种偏好令人不安，因为在效用理论中，物品的价值是明确定义的。此外，检验非传递偏好模型十分困难，因为这类模型往往是确定性的，而用于检验模型的数据本质上具有随机性。因此，许多沿袭 Tversky（1969年）的论文都在寻找对随机传递性的违背，以此作为支持非传递偏好的证据。[2]

本文指出，在选择具有随机性的情况下，无法区分一大类非传递偏好模型所描述的行为与传递性随机选择模型。我们对非传递偏好所作的唯一限制是：偏好关于备选项的价值连续，并满足单调性假设。单调性假设推广了这样一项要求：尽管偏好具有非传递性，但在其他条件不变时，如果某个备选项变得更好，那么它被选择的频率就应更高。这一结果十分重要，因为如今有许多论文试图仅凭选择数据来区分非传递偏好，例如 Tversky（1969年）、Loomes 等人（1991年）、Humphrey（2001）以及 Birnbaum 和 Schmidt（2010）。非传递偏好与传递性随机选择的等价性表明，要区分非传递偏好，还需要其他数据来源。例如，可以像 Al´os-Ferrer 等人（2022年）那样使用决策时间，或像 Kalenscher 等人（2010）那样使用脑成像数据。

The be 行为等价性还揭示了不同解释之间的一些联系。

[1]非传递性显示偏好的一个例子是孔多塞悖论（孔多塞，1785）：选民在两两候选人之间作出选择时，选择结果会在候选人之间形成循环。May（1954）对这一思想实验进行了实证研究：他为备选项赋予了在不同维度上有所差异的属性，并发现了显示偏好循环。Shafer（1974）刻画了二元选择中确定性非传递偏好的一般理论。Loomes 和 Sugden（1982）提出后悔理论后，人们开始更加关注非传递性选择背后的心理动因。Bordalo 等（2012）的显著性理论则是一种较新的、允许存在非传递偏好的模型。[2]随机传递性的一个例子是弱随机传递性。该性质指出，对于三个备选项 $x$、$y$、$z \in X$，若 $p(x, y)$ 是从二元菜单$\{x, y\}$中选择 $x$ 的概率，且 $p(x, y) \geqslant \frac{1}{2}$以及 $p(y, z) \geqslant \frac{1}{2}$，那么 $p(x, z) \geqslant \frac{1}{2}$。

对随机选择行为的诠释。例如，有多项实验研究表明，提高某一备选项的属性值，可能会导致另一备选项的选择概率上升（Huber 等人，1982；Simonson，1989）。[3] 这是一个经济学难题，因为加性随机效用模型（例如 Logit 模型（McFadden，1973））具有这样一种性质：如果某个备选项变得更好，那么所有其他备选项的选择概率都必须下降。总体而言，实验结果表明，在随机选择中，备选项之间可能存在“互补”关系。这里，我们之所以称其为互补品，是因为提高某一备选项的吸引力，会增加另一备选项被选中的概率。

在随机选择中允许互补性，有两种自然的方式。一种自然的方式是通过“注意力互补性”来允许互补性，即备选项的价值取决于它与可用备选项的比较方式。Bordalo 等（2012）和 Bordalo 等（2013）的显著性函数体现了这种方法。第二种方式是通过“需求互补性”来允许互补性，即引入一个非线性偏好项，使其推广标准的加性误差，正如 Allen and Rehbeck（2019年（b））和 Allen and Rehbeck（2020年）所讨论的那样。这种互补性存在于扰动效用模型中，例如 Fosgerau 等人（2022年）的逆乘积差异化 Logit 模型。我们的结果表明，任何注意力互补性都可以表示为需求互补性，反之亦然。因此，这几类互补性在行为上无法区分。

我们现在讨论如何对非传递偏好进行建模。尽管有许多方法可以对具有相当结构性的非传递偏好进行建模，但我们采用了一种相对简化的约化形式方法。这样做有几个原因。首先，许多非传递偏好的模型仅针对二元选择情境而设计。我们的方法具有足够的灵活性，可以允许存在多个备选项。其次，我们关注的是备选项的价值如何相互作用，而不是直接对属性值进行建模。之所以这样做，是因为事先很难确定哪些属性是相关的。第三，由于我们没有明确地对属性进行建模，因此避免了属性之间相互作用所带来的复杂性。例如，Fishburn（1984）、Bouyssou（1986）和 Vind（1991）假设，在做出决策时，属性之间以加性可分的方式相互作用。相比之下，我们假设存在某个仅由备选项价值决定的函数，该函数支配着……

[3]这方面的例子包括“吸引效应”和“折中效应”。

选择。

现在，我们更正式地讨论在确定性情境中，传递性和非传递性选择模型分别意味着什么。[4] 我们假设每个备选项 $a$都有某个效用相关价值 $v_a \in \mathbb{R}$。[5] 我们允许每个备选项的价值取实数，因为我们假设存在价格或质量等影响该价值、但未纳入模型的属性。对于标准的确定性偏好最大化者，个体会从备选项集合中选择价值最高的备选项 $v_a$。对于非传递性选择模型，我们假设对于每个备选项$a$ ，都存在一个函数 $T_a((v_b)_{b\in A})$ ，该函数以备选项集合 $A$中所有备选项的价值为输入，并为备选项 $a$赋予一个价值。因此，备选项属性值之间的感知相似性或差异、参照依赖以及其他心理效应都没有被明确建模。 $T_a$ 项取值有时会被解释为偏好强度，例如 Bell（1982）以及 Dyer 和 Sarin（1982）中的解释。确定性传递性模型与非传递性模型之间的差异可概括如下：

$$\begin{aligned} &\text{Transitive choice:} && \operatorname{argmax}_{a\in A}\{v_a\} \\ &\text{Nontransitive choice:} && \operatorname{argmax}_{a\in A}\{T_a((v_b)_{b\in A})\}\ . \end{aligned}$$

到目前为止，我们只讨论了如何对偏好建模。不过，在尝试将确定性偏好模型应用于本质上具有随机性的随机数据时，讨论一些问题是有益的。一种处理随机数据的方法是引入随机变量 $\varepsilon = (\varepsilon_a)_{a\in A}$ 和 $\varepsilon' = (\varepsilon'_a)_{a\in A}$ ，并研究按以下方式生成的选择

$$\operatorname*{argmax}_{a\in A}\{v_a + \varepsilon_a\} \quad \text{and} \quad \operatorname*{argmax}_{a\in A}\{T_a((v_b)_{b\in A}) + \varepsilon'_a\}.$$

根据上述最大化过程，会出现若干测量问题。首先，$T_a$ 和 $v_a$ 的单位不同。这意味着，如果对误差项 $\varepsilon'$作出某种假设，那么可能存在另一个误差项 $\varepsilon$ ，也能产生相同的选择概率。其次， $T_a$ 函数可以在不改变确定性排序的情况下进行变换，但这些变换可能改变选择概率。

[4]在这里，我们也用非传递性选择来指可能具有传递性的选择。这类似于非期望效用理论将期望效用作为一种特例。[5]可以把备选项的价值理解为通过多重价格列表或支付意愿来 elicited。

在全文中，为避免引入误差项，我们对 $T_a$如何产生选择概率作出一项较为宽泛的心理学假设。具体而言，由于$T_a$ 通常被解释为备选项 $a$ 的偏好强度，因此我们假设备选项的选择概率与 $T_a$成正比。Thurstone（1927）和Luce（1959）等研究感知误差的心理学研究为这一假设提供了依据。[6]

现在我们已经讨论了如何将非传递偏好映射为选择概率，接下来讨论行为等价的概念。在本文中，我们考察传递扰动效用模型（PUM）（McFadden and Fosgerau，2012年；Allen and Rehbeck，2019年（b））能否对由非传递偏好产生的随机选择进行理性化。具体而言，我们寻找一种传递扰动效用模型，其中个体选择的概率为 $p = (p_a)_{a\in A}$ ，这些概率非负且总和为一，存在成本函数 $C(p)$，并且选择概率通过最大化

$$\sum_{a\in A} v_a p_a - C(p).$$

我们将其称为传递性扰动效用模型，因为备选项的取值以线性形式进入模型，且彼此之间不发生相互作用。扰动效用模型假设个体具有随机化偏好，这一点与Machina（1985年）的观点一致。允许存在随机化偏好非常重要，因为越来越多的描述性证据支持这一观点。[7] 这类模型也推广了加性随机效用模型，因此能够解释由随机化偏好或加性随机冲击引起的随机行为。[8]

本文为经济学领域关于何时能够根据可观察行为区分模型的大量文献作出了贡献。一个经典例子是始于 Samuelson（1938年）的一系列研究，这些研究进一步探讨了能否通过选择行为在经验上区分偏好与效用理论。其他一些

[6]感知误差是指：存在某种客观可测量、可以通过学习获知的信息，但个体回答问题时并不知道该信息。例如，询问一个无法使用秤测量真实重量的个体“这两块石头哪块更重？”，就是发生感知误差的情形。[7]例如，Agranov 和 Ortoleva（2017）连续重复若干选择问题，发现个体会随机化；Feldman 和 Rehbeck（2022）发现，个体选择的彩票混合与重复决策呈正相关；Agranov 等人（2020）发现，个体在参与博弈和进行个体决策时，会以类似的方式随机选择。[8]关于任何加性随机效用模型均可表示为扰动效用模型，参见 Hofbauer 和 Sandholm（2002）、Allen 和 Rehbeck（2019a）或 Sørensen 和 Fosgerau（2022）。

较新的行为等价研究包括 Matejka 和 McKay（2014年）以及 Masatlioglu 和 Raymond（2016年）。Matejka 和 McKay（2014年）指出，Logit 可以被视为有限注意力的决策者进行信息获取的结果。[9] Masatlioglu 和 Raymond（2016年）表明，在某些限制条件下，随机参照依赖、二次偏好和概率加权模型在行为上都等价，并说明了如何在行为上区分这些模型。

本文也对非传递偏好文献作出了贡献。在更详细地讨论相关文献之前，值得一提的是，Peter Fishburn 撰写了许多关于非传递偏好的论文（例如 Fishburn（1982，1984）；Fishburn 和 LaValle（1988）；Fishburn（1989，1990）），其中还包括一篇颇有见地的综述（Fishburn，1991）。在 Fishburn 的多篇论文中，他曾顺带提到，非传递偏好或许可以被视为某个更丰富的彩票偏好类别中的传递偏好。我们在单调性假设下将这一猜想形式化。

若要更全面地回顾非传递偏好，最早研究非传递偏好的部分成果见 Katzner（1971）、Sonnenschein（1971）和 Shafer（1974）。这些研究具有一般性，分别考察了如何评估需求、均衡是否存在，以及非传递偏好的表示定理。[10] 在 Bell（1982）以及 Loomes 和 Sugden（1982）将后悔理论形式化之后，人们对非传递偏好的兴趣进一步增加。此外，多属性决策理论中也可能出现非传递性选择，例如 Bordalo 等（2012）和 Bordalo 等（2013）提出的显著性理论。后悔理论和显著性理论都催生了大量文献，探讨行为的心理动机，以及这些模型能否带来更准确的预测。本文通过展示：当以噪声数据衡量时，非传递偏好模型可以由传递随机选择模型加以理性化，从而对这一文献作出贡献。

本文其余部分安排如下。第 2 节将更详细地介绍娱乐主管

[9]Fosgerau 等（2020）推广了这一结果，并表明任何加性随机效用模型都可以被视为由有限注意力的决策者进行信息获取所产生。[10]读者可能感兴趣的其他论文包括 John（2001）、Quah（2006）以及 Keiding 和 Tvede（2013）对非传递偏好的显示偏好刻画。

数学框架、对非传递偏好所作的假设，以及传递扰动效用模型的定义。第 3 节介绍本文的主要结果。第 4 节给出我们的最后总结。

# 2 设定

我们从非传递偏好的确定性模型入手。假设有 $X$ 个备选项，我们考虑一个非空子集 $A \subseteq X$。由于对每个备选项子集都可以重复同样的分析，因此我们的分析聚焦于其中一个子集。这样也可以避免在论证中进一步为子集添加索引。我们假设存在一个连续函数 $T\colon \mathbb{R}^A \to \mathbb{R}^A_+\backslash\{0\}$，其中函数 $T$ 允许备选项的取值根据备选项集合 $A$而相互影响。[11]这里，取值 $T_a(v)$ 是备选项 $a$ 在向量 $v = (v_a)_{a\in A} \in \mathbb{R}^A$所含取值存在时的非负取值。我们允许 $v_a \in \mathbb{R}$ 的取值，因为我们假设存在一些影响取值但未纳入模型的属性，因此备选项的取值可以任意大或任意小。[12] 一种 eliciting 这些取值的方法是使用多重价格列表，或在不考虑其他备选项的情境下使用支付意愿度量。例如，可参见 Somerville（2022年）和 Im（2023），了解如何 eliciting 带有属性的商品的取值。

现在，我们定义如何从确定性情境过渡到随机环境。我们假设 $p(v) = (p_a(v))_{a\in A}$ 是选择概率。因此，对于每个 $a \in A$，我们有 $p_a(v) \geqslant 0$ 和 $\sum_{a\in A} p_a(v) = 1$。我们还用 $\Delta = \{p \in \mathbb{R}^A_+ \mid \sum_{a\in A} p_a = 1\}$.表示备选项上的概率分布集合。

从确定性的非传递偏好转向随机环境时，我们作出一个直观的假设，该假设与非传递偏好的解释相符。 $T_a(v)$这一术语通常被解释为“偏好强度”，Bell（1982）和 Dyer 和 Sarin（1982）便是如此。因此，我们假设 $T_a(v)$ 这一术语映射到随机环境时，与偏好强度成正比。这与

[11]排除 $T(v) = 0$ 意味着假设总存在某个备选项（不必对所有$v \in \mathbb{R}^A$都相同）被认为是好的。[12] 例如，备选项通常被建模为具有如下价值： $v_a = q_a - c_a$，其中 $q_a$ 是质量的度量，而 $c_a$ 是该备选项的成本。这里， $q_a$ 涵盖所有属性间的相互作用，而备选项的成本 $c_a$ 是线性的。因此， $\mathbb{R}$ 中的价值意味着成本和质量可以任意大。结果并不依赖于这一假设。

韦伯-费希纳定律相一致：该定律认为，物理刺激是按比例被感知的，这一观点启发了 Thurstone（1927）和 Luce（1959）的研究。因此，我们定义了能够生成随机选择的归一化非传递偏好。

定义1。对于非传递偏好 $T : \mathbb{R}^A \to \mathbb{R}^A_+$，我们假设选择概率与偏好强度成正比。因此，我们将归一化非传递偏好定义为 $\tilde{T}$： $\mathbb{R}^A \to \Delta$，其中对于每个 $a \in A$

$$p_a^{\tilde{T}}(v) = \tilde{T}_a(v) = \frac{T_a(v)}{\sum_{b\in A} T_b(v)}.$$

归一化非传递偏好对每个 $v \in \mathbb{R}^A$ 都保留非传递偏好的排序。为说明这一点，注意到

$$T_a(v) \geqslant T_b(v) \;\Leftrightarrow\; \frac{T_a(v)}{\sum_{c\in A} T_c(v)} \geqslant \frac{T_b(v)}{\sum_{c\in A} T_c(v)} \;\Leftrightarrow\; \tilde{T}_a(v) \geqslant \tilde{T}_b(v).$$

因此，从确定性偏好最大化的角度来看，这一假设不失一般性。由于现在我们拥有了偏好强度的无量纲度量，这一变换也很有帮助。归一化非传递偏好还立即给出了到选择概率的映射，其中 $p^{\tilde{T}}(v) = \tilde{T}(v)$。最后，$\tilde{}T$ 是连续的，因为它是确定性非传递偏好的连续变换。

到目前为止，非传递偏好理论不具有任何经验内容。为说明这一点，注意对于任意给定的选择概率函数 $p(v)$，我们都可以构造一个非传递偏好 $T(v) = p(v)$，根据定义1，它会导致 $p$ 作为随机选择。这意味着，除非施加进一步条件，否则任何行为都可以通过非传递偏好来表示。 $p$ 的连续性对于这一论证并非必要。

为了使模型具有可检验性，我们对归一化非传递偏好 $\tilde{}T$施加一项限制，即要求它们满足一般的单调性条件。我们对 $T$ 施加的$\tilde{}$单调性条件，是单调性的多变量推广。该条件类似于显示偏好的强公理（例如见 Richter（1966年）），但由于我们使用的是测量值，它是基数性的，而非序数性的。单调性条件的一个便利之处是

它意味着，在其他因素均保持不变时，对某一备选项的归一化非传递偏好会随着该备选项的价值增加而增强。

定义 2. 当对于任意序列 $\{v^i\}_{i=1}^I$ 满足 $v^i \in \mathbb{R}^A$ ，且

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{a \in A} \tilde{T}_a(v^i)(v_a^i - v_a^{i+1}) \geqslant 0$$

其中 $v^{I+1} = v^1$。

这一性质假设，在其他条件不变时，某个备选项的取值越高，其选择概率就越大。例如，选择一个备选项 $a'$ ，并考虑取值 $v = (v_{a'}、\ v_{-a'})$ 和 $v' = (v'_{a'}、\ v_{-a'})$，其中 $v_{-a'}$ 是除 $a'$ 和 $v_{a'} \neq v'_{a'}$ 以外其他备选项的取值。应用循环单调性，可得

$$(\tilde{T}_{a'}(v) - \tilde{T}_{a'}(v'))(v_{a'} - v'_{a'}) \geqslant 0$$

因此，提高该备选项的取值会使其相对更具吸引力。需要注意的是，应使用归一化后的取值，而非直接使用非传递偏好 $T$ ，因为某个 $T_a$ 水平的提高并不一定意味着相对于其他备选项的偏好强度有所增强。可以通过一个类似于 Allen and Rehbeck（2019年（b））所用的线性规划问题，检验归一化非传递偏好是否满足基于引出取值的这一单调性，从而检验循环单调性。

现在，我们讨论通过传递扰动效用模型（PUM）实现随机理性化的概念（McFadden and Fosgerau，2012年；Allen and Rehbeck，2019年（b））。我们之所以关注传递扰动效用模型，是因为它同时涵盖加性随机效用模型和随机化偏好。我们要求传递扰动效用模型具有唯一的选择概率，使其能够最大化个体偏好。

定义3. 我们称随机选择函数 $p(v)$可由传递扰动效用模型合理化，如果存在一个凸函数 $C:\ \Delta \to \mathbb{R}$ ，使得对于

每个 $v \in \mathbb{R}^A$，选择函数都由下式唯一确定

$$p(v) = \underset{p \in \Delta}{\operatorname{argmax}} \left\{ \sum_{a \in A} v_a p_a - C(p) \right\}.$$

我们简要说明几点关于理性化的内容。我们称之为传递性扰动效用模型，因为该模型中的 $v$ 项之间不存在直接相互作用。这意味着，任何形式的互补性或替代性都源自凸函数 $C$。因此，我们排除了“注意力互补性”，但允许“需求互补性”。我们的主要结果将表明，这两种互补性概念是等价的。因此，“注意力互补性”和“需求互补性”对选择数据所反映的行为具有相同的可观测约束。如果对互补性采取更强的立场，并像 Al´os-Ferrer 等人（2022年）那样纳入决策时间等其他可观测指标，或像 Kalenscher 等人（2010）那样纳入神经元活动，那么就有可能区分这两种互补性。

# 3 主要结果

现在我们陈述主要结果。我们证明，任何循环单调的归一化非传递偏好都等价于一个传递性扰动效用模型。这里的等价是指，任何循环单调的归一化非传递偏好都可以由传递性扰动效用模型表示，反之亦然。我们在下文列出这一结果并给出证明。

命题 1. 归一化非传递偏好满足循环单调性，当且仅当它能够由一个传递的扰动效用模型（PUM）进行理性化。

˜证明。假设归一化非传递偏好 $T(v)$ 是循环单调的。根据 Rockafellar（1970，定理 24.8），存在一个闭真凸函数 $f$，使得 $\tilde{T}(v) \in \partial f(v)$，其中 $\partial f$是 $f$ 的次微分。[13]根据附录中的引理 1，˜ ˜对应 $v \to \{T(v)\}$是极大的，因此 $\partial f(v) = \{T(v)\} \forall v \in \mathbb{R}^A$。

[13] $f$ 在 $v$ 处的次微分是 $f$ 在 $v$处的所有次梯度向量构成的集合。这里，当对于所有 $z$均有 $f(z) \geqslant f(v) + \sum_{a \in A} w_a^*(z_a - v_a)$时，向量 $w^*$ 称为 $f$在 $v$处的次梯度。

由凸函数 $f$，我们定义 $f$的凸共轭，

$$f^*(w^*) = \sup_{w \in \mathbb{R}^A} \left\{ \sum_{a \in A} w_a w_a^* - f(w) \right\}$$

根据构造，这是一个凸函数。我们证明， $f^*$ 定义了一个扰动函数，可据此实现传递性PUM理性化。

考虑以下无约束传递性扰动效用模型

$$\sup_{w^* \in \mathbb{R}^A} \left\{ \sum_{a \in A} v_a w_a^* - f^*(w^*) \right\}. \tag{1}$$

˜根据 Rockafellar（1970年，定理23.5），由于 $f$ 是一个闭真凸函数，因此该式在 $w^* = T(v)$ 处取得最大值。为此，注意到 $w^*$ 取得最大值，当且仅当 $v \in \partial f^*(w^*)$成立；而这当且仅当 $w^* \in \partial f(v)$成立。最后，˜ ˜这意味着 $w^* = T(v)$，因为 $\partial f = \{T(v)\}$。因此，我们可以将（1）式中上确界的定义域限制为 $\Delta$，而不改变所得的最优解。因此，定义3中的传递扰动效用模型（其中 $C = f^*$ ）能够理性化˜归一化非传递偏好 $T$。

反过来，假设选择由传递扰动效用模型生成，因此

$$p^*(v) = \operatorname*{argmax}_{p \in \Delta} \{ \sum_{a \in A} p_a v_a - C(p) \}.$$

根据最大值定理（例如，参见 Sundaram等人（1996年，定理 9.17）），我们知道 $p^*(v)$ 是连续的，因为假设 $p^*(v)$ 是唯一最大化解。

˜由此可知， $T(v) = p^*(v)$ 是循环单调的归一化非传递偏好。该论证基本沿袭 Rockafellar（1970，定理 24.8），但我们在此重述这一论证。对于任意循环 $v^i$, $i = 1, \ldots, I$，其中 $v^I = v^0$，对每个 $i$，我们都有

$$\sum_{a \in A} p_a^*(v^i) v_a^i - C(p^*(v^i)) \geqslant \sum_{a \in A} p_a^*(v^{i+1}) v_a^i - C(p^*(v^{i+1})),$$

因为 $p^*(v^i)$ 在 $v^i$处最大化传递性扰动效用。重新排列可得

$$\sum_{a\in A}(p_a^*(v^i)-p_a^*(v^{i+1}))v_a^i \geqslant C(p^*(v^i))-C(p^*(v^{i+1})).$$

对所有 $i$ 求和，可得

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{a\in A}(p_a^*(v^i)-p_a^*(v^{i+1}))v_a^i \geqslant 0.$$

最后，将这个不等式重新整理可得

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{a\in A}p_a^*(v^i)(v_a^i-v_a^{i-1}) \geqslant 0.$$

由于该循环是任意的，因此这些选择是循环单调的。 □

# 4 结论

本文揭示了归一化非传递性选择模型与满足单调性假设的传递性随机选择之间存在行为等价。因此，我们将 Peter Fishburn 的猜想形式化：非传递性选择在更丰富的偏好类别中可能是传递的。具体而言，我们假设非传递偏好体现为偏好强度，正如 Bell（1982）以及 Dyer 和 Sarin（1982）所提出的那样，因此备选项被选中的可能性与其偏好强度成正比。这一设定源于对物理刺激（例如重量差异）采用比例辨别的假设，这一假设通常被称为韦伯-费希纳定律。值得注意的是，Thurstone（1927）和 Luce（1959）的早期随机选择模型，也同样受到这样一种观察的启发：物理刺激的辨别程度与其强度成正比。因此，本文有助于建立非传递偏好与传递性随机选择这两支文献之间的联系。

归一化的非传递偏好与传递性随机选择在行为上等价，这意味着我们无法区分“注意力互补性”和“需求互补性”。换言之，我们无法区分由情境效应导致的互补性与由随机化偏好导致的互补性（Machina，1985年）。这一结果

源于我们没有对属性之间如何相互作用作出假设，而是直接处理价值。如果对属性如何产生影响作出更强的假设，那么或许就能区分这两种效应。另一种识别非传递偏好的方法，是使用额外的非选择数据，例如决策时间（Al´os-Ferrer 等人，2022年）或脑成像数据（Kalenscher 等人，2010）。不过，在这些情况下，我们还需要对非选择数据如何与注意力或随机化偏好相关联作出额外假设。

# 5 附录

引理 1. 设 $T : \mathbb{R}^A \to \mathbb{R}^A$ 是一个连续函数，使得单值对应 $v \to \{T(v)\}$ 是循环单调的。那么 $v \to \{T(v)\}$ 是极大循环单调的。

证明。我们将应用 Crouzeix 和 Anaya（2010，定理 5.2）。采用他们的记号，$S = D = \mathbb{R}^A$，并且我们可以令 $V = \mathbb{R}^A$。对于任意 $a \in D$，$N_D(a) = 0$。此外，将他们的定义转换到当前语境中，$\Gamma_c(a, S) = \{T(a)\}$，因为 $T$ 连续。由他们的定理 5.2 可知，对应 $v \to \{T(v)\}$ 是极大循环单调的。

□

# 参考文献

Agranov, M., P. J. Healy, and K. Nielsen(2020)：《稳定随机化》，可见于 SSRN 3544929。Agranov, M. and P. Ortoleva (2017)：《随机选择与随机化偏好》，《政治经济学杂志》125，40–68。Allen, R. and J. Rehbeck (2019a)：《加性可分异质性下的识别》，《计量经济学》87，1021–1054。——— (2019 年（ b ）)：《具有属性的揭示性随机选择》，可见于 SSRN 2818041。——— (2020 年 )：《希克斯互补性与扰动效用模型》，《经济理论公报》 8，245–261。

Alós-Ferrer, C., E. Fehr, and M. Garagnani(2022年)：《识别非传递偏好》，技术报告，工作论文。Bell, D. E.(1982)：《不确定性下决策中的后悔》，运筹学30，961–981。Birnbaum, M. H. and U. Schmidt (2010)：《检验风险下选择的传递性》，《理论与决策》69，599–614。Bordalo, P., N. Gennaioli, and A. Shleifer(2012年)：《风险下选择的显著性理论》，《经济学季刊》127，1243–1285。——— (2013年)：《显著性与消费者选择》，《政治经济学杂志》121，803–843。Bouyssou, D. (1986)：《关于多准则决策中补偿概念的几点看法》，《欧洲运筹学杂志》26，150–160。Condorcet, M. d. (1785)：《将分析应用于多数票决策概率的论述》，技术报告，巴黎。Crouzeix, J. P. and E. O. Anaya (2010)：《极大性无非是连续性》，《凸分析杂志》17，521–534。Dyer, J. S. and R. K. Sarin(1982)：《相对风险厌恶》，《管理科学》28，875–886。Feldman, P. and J. Rehbeck(2022年)：《揭示对混合选项的偏好：风险的实验研究》，《数量经济学》13，761–786。Fishburn, P. C. (1982)：《非传递可测效用》，《数学心理学杂志》26，31–67。——— (1984)：《多属性非线性效用理论》，《管理科学》30，1301–1310。——— (1989年)：《不确定性下决策的非传递可测效用》，《数学经济学杂志》18，187–207。

——— (1990)：《有限集上的唯一非传递测量》，《理论与决策》，28，21–46。———（1991年）：《决策理论中的非传递偏好》，《风险与不确定性杂志》，4，113–134。Fishburn, P. C. and I. H. LaValle（1988）：《非线性与非传递偏好下的情境依赖选择》，Econometrica：《计量经济学会会刊》，1221–1239。Fosgerau, M., E. Melo, A. de Palma, and M. Shum（2020年）：《离散选择与理性疏忽：一个一般等价结果》，《国际经济评论》。Fosgerau, M., J. Monardo, and A. De Palma（2022年）：《逆乘积差异化 Logit 模型》，可在 SSRN 3141041 获取。Hofbauer, J. and W. H. Sandholm（2002）：《随机虚拟博弈的全局收敛性》，《计量经济学》，70，2265–2294。Huber, J., J. W. Payne, and C. Puto（1982）：《加入非对称劣势备选项：对正则性与相似性假说的违背》，《消费者研究杂志》，9，90–98。Humphrey, S.（2001）：《非传递选择：事件拆分效应还是框架效应？》，Economica，68，77–96。Im, C.（2023）：《属性模型的多重价格列表引出方法》，技术报告。John, R.（2001）：《凹型非传递消费者》，《全球优化杂志》，20，297–308。Kalenscher, T., P. N. Tobler, W. Huijbers, S. M. Daselaar, and C. M. Pennartz（2010）：《非传递偏好的神经特征》，《人类神经科学前沿》，4，49。Katzner, D. W.（1971年）：《缺乏整合时的需求与交换分析—

能力条件”，《偏好、效用与需求》。Harcourt Brace Jovanovich，纽约。Keiding, H. and M. Tvede（2013年）：“揭示的平滑非传递偏好”，《经济理论》，54，463–484。Loomes, G., C. Starmer, and R. Sugden （1991年）：“通过实验方法观察传递性的违背”，Econometrica：《计量经济学会会刊》，425–439。Loomes, G. and R. Sugden （1982）：“后悔理论：不确定性下理性选择的另一种理论”，《经济学杂志》，92，805–824。Luce, R. D.（1959年）：《个体选择行为》。John Wiley。Machina, M. J.（1985年）：“由彩票上的确定性偏好生成的随机选择函数”，《经济学杂志》，95，575–594。Masatlioglu, Y. and C. Raymond （2016年）：“随机参照依赖的行为分析”，《美国经济评论》，106，2760–2782。Matejka, F. and A. McKay （2014年）：“对离散选择的理性疏忽：多项逻辑模型的新基础”，《美国经济评论》，105，272–298。May, K. O.（1954年）：“非传递性、效用与偏好模式的聚合”，Econometrica：《计量经济学会会刊》，1–13。McFadden, D.（1973年）：“定性选择行为的条件逻辑分析”，载于《计量经济学前沿》，P. Zarembka 编，纽约：Academic Press，105–142。McFadden, D. L. and M. Fosgerau （2012年）：“一般预算下受扰动消费者的理论”，技术报告，美国国家经济研究局。Quah, J. K.（2006年）：“弱公理需求理论”，《经济理论》，29，677–699。Richter, M.（1966年）：“显示偏好理论”，《计量经济学》，34，635–645。

Rockafellar, R. T. (1970年)：《凸分析》，28，普林斯顿大学出版社。Samuelson, P. A. (1938年)：“消费者行为纯理论札记”，Economica，5，61–71。Shafer, W. J. (1974年)：“非传递性消费者”，Econometrica：《计量经济学会会刊》，913–919。Simonson, I. (1989年)：“基于理由的选择：吸引效应与折中效应”，《消费者研究杂志》，16，158–174。Somerville, J.(2022年)：“消费者选择中的范围依赖型属性加权：一项实验检验”，《计量经济学》，90，799–830。Sonnenschein, H. (1971年)：“无传递偏好的需求理论及其在竞争均衡理论中的应用”，《偏好、效用与需求》，215–223。Sørensen, J. R.-V. and M. Fosgerau(2022年)：“McFadden 如何遇见 Rockafellar 并学会以少胜多”，《数学经济学杂志》，100，102629。Sundaram, R. K. et al. (1996年)：《最优化理论入门》，剑桥大学出版社。Thurstone, L. L. (1927年)：“比较判断定律”，《心理学评论》，34，273。Tversky, A. (1969年)：“偏好的非传递性”，《心理学评论》，76，31。Vind, K.(1991年)：“独立偏好”，《数学经济学杂志》，20，119–135。