利用 LAGEOS 和新发射的大地测量卫星 LARES 2 检验伦斯–蒂林效应的局限性

Lorenzo Iorio[1]教育与功绩部，意大利统一大道 68 号，邮编 I-70125，巴里（BA），意大利

lorenzo.iorio@libero.it

收稿；录用

arXiv:2304.14649v1 [gr-qc] 28 Apr 2023

摘要

地球新近发射的大地测量卫星 LARES 2 是 LAGEOS 的姊妹卫星，除倾角相差 180 度外，其轨道参数几乎相同。该卫星于去年发射。其支持者建议，利用 LAGEOS 与 LARES 2 的升交点之和来测量 Lense-Thirring升交点进动之和，以消除地球重力位偶数带谐项导致的系统偏差，并声称最终总精度可达 $\simeq 0.2\%$。事实上，这两颗卫星当前的轨道构型无法实现所期望的经典升交点进动相互抵消；由地球四极质量矩引起的经典升交点进动之和仍比广义相对论速率之和大 $\simeq 5\,000$ 倍。这会产生重要影响。首先，两颗卫星目前偏心率和倾角的不确定性尚不足以实现所声称的精度目标，相关不确定性还需改善 $3-4$ 个数量级。此外，地球角动量 S 的认知不完善也会影响未能抵消的交点进动之和；视对 S 所取的不确定性而定，其影响相当于相对论信号的 150% 至 4 900%。最后需要指出，要可靠检验地球引力磁场，真正的突破在于对其进行建模，并同时估计一个或多个专用参数以及其他表征地球重力位的参数，这与通常对其他动力学特征所采用的方法相同。

主题词：广义相对论与引力；引力实验研究；引力理论实验检验；卫星轨道；引力势场谐项

1. 引言

在一阶后牛顿（1pN）精度下，质量为 M 的孤立缓慢旋转天体的引力场具有一个非中心的类磁分量，称为“引力磁”分量，其源于该天体的角动量[1] S。

实际上，这种命名与电荷和电流毫无关系；它仅仅源于广义相对论（GTR）在线性化、弱场和慢运动近似下的方程与电磁学中的麦克斯韦方程组在形式上的相似性。在这一广义相对论框架下，“引力电磁学”这一范式应运而生（Cattaneo 1958年；Thorne、MacDonald & Price 1986年；Thorne 1986年、1988年；Harris 1991年；Jantzen、Carini & Bini 1992年；Mashhoon 2001年；Rindler 2001年；Mashhoon 2007年；Costa & Herdeiro 2008年；Costa & Nat´ario 2014年、2021年；Ruggiero 2021年）。它涵盖了一系列完全由引力产生的现象，这些现象会影响绕轨道运动的试验粒子、进动陀螺仪、运动时钟和原子，以及传播中的电磁波（Braginsky、Caves & Thorne 1977年；Dymnikova 1986年；Tartaglia 2002年；Ruggiero & Tartaglia 2002年；Sch¨afer 2004年、2009年）。

广义相对论引力磁效应应在自旋黑洞附近发生的若干复杂过程中发挥重要作用，这些过程涉及吸积盘和相对论喷流（Bardeen & Petterson 1975年；Rees 1978年；MacDonald & Thorne 1982年；Rees 1984年；Thorne 1988年；Armitage & Natarajan 1999年；Ingram、Done & Fragile 2009年；Stella & Possenti 2009年；Veledina、Poutanen & Ingram 2013年；Franchini、Lodato & Facchini 2016年）。此外，彭罗斯过程（Penrose 2002年；Penrose & Floyd 1971年；Stuchl´ık、Kolo˘s & Tursunov 2021年）、Blandford–Znajek效应（Blandford & Znajek 1977年）和超辐射（Zel’Dovich 1971年）等各种假设效应，也都归因于旋转黑洞的引力磁场；参见 Teukolsky（2015年）及其中的参考文献。因此，为了能够可信地将广义相对论的有效性外推到其他更难且更不确定的检验领域，有必要在尽可能多的不同情景中，以可靠的方式对广义相对论的这一结果进行实验检验。

特别是，局域自旋质量产生的引力磁场会使环绕它运动的试验粒子的轨道平面Π 发生长期进动，且这一进动与 Π 相对于该天体赤道的倾角 I 无关，其表达式为

$$\dot{\Omega}_{\rm LT} = \frac{2\,G\,S}{c^2\,a^3\,\left(1-e^2\right)^{3/2}}; \tag{1}$$

这被称为伦斯-蒂林（LT）效应（Lense & Thirring 1918；Mashhoon、Hehl & Theiss 1984年），尽管近期研究（Pfister 2007年、2008年、2014年）表明，更恰当的名称应为爱因斯坦-蒂林-伦斯效应。在方程（1）中，Ω 是卫星的

[1]在下文中，假定其在空间中的取向已得到足够精确的确定，如同地球的情况一样，因此将采用一个坐标系，例如使参考 z 轴与其对齐。

升交点经度，它决定了 Π 与物体赤道面的交点位置；c 是真空光速，G 是牛顿万有引力常数，a、e 分别是卫星的半长轴和偏心率。事实上，试验粒子的近地点幅角 ω 也会发生长期相对论性拖曳进动（Lense & Thirring 1918；Mashhoon、Hehl & Theiss 1984年）

$$\dot{\omega}_{\rm LT} = -\frac{6\,G\,S\,\cos I}{c^2\,a^3\,\left(1-e^2\right)^{3/2}}; \tag{2}$$

此处不讨论该轨道根数，因为事实证明，它受到多种非引力摄动的强烈扰动（Milani, Nobili & Farinella 1987），尤其是对于轨道近乎圆形的大地测量无源航天器而言（Lucchesi 2001, 2002）。相较之下，升交点对非保守加速度不太敏感（Sehnal 1981; Lucchesi 2001; Pardini et al. ˆ 2017）。值得一提的是，当中心天体的自转轴 k 在空间中取任意方向时，倾角会经历 LT 进动 $\dot{\rm I}_{\rm LT}$ (Damour & Sch¨afer 1988)；若坐标系的某一轴与旋转质量体的自转轴对齐，则该进动消失。

一个主要的经典起源竞争效应源于偶带谐系数 $\rm J_\ell$、$\rm l\,=2$、4、……，这些系数属于源天体牛顿引力势的多极展开，用以描述其偏离球对称性的程度（Capderou 2005）

$$U = -\frac{G\,M}{r}\left[1-\sum_{\ell=2}^{\infty} J_\ell\left(\frac{R}{r}\right)^\ell \mathcal{P}_\ell\left(\hat{\boldsymbol{k}}\cdot\hat{\boldsymbol{r}}\right)\right]. \tag{3}$$

在公式（3）中，R 是天体的赤道半径，而 $\mathcal{P}_\ell(\cdots)$ 是次数为 l、变量为 k 与试验粒子位置矢量 r 之间夹角余弦的勒让德多项式 ˆ。事实上，偶数带谐项会引起长期升交点进动 $\dot{\Omega}_{J_\ell}$，其标称值通常比 LT 项大好几个数量级；关于 $\dot{\Omega}_{J_\ell}$ 截至次数 $\rm l\,=20$的计算，参见 Iorio（2003b）。其中最大的一项由第一偶数带谐项 $\rm J_2$引起；其表达式为（Capderou 2005）

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -\frac{3}{2}\,n_{\rm b}\,J_2\left(\frac{R}{a}\right)^2\,\frac{\cos I}{\left(1-e^2\right)^2}, \tag{4}$$

其中 $\rm n_b \doteq p\overline{GM/a^3}$ 是卫星的平均运动。

由方程（4）可知，$\dot{\Omega}_{J_2}$ 对 I 的依赖方式如下：对于两颗轨道根数理想情况下相同的卫星 A 和 B，除轨道平面彼此恰好相差 180 度外，其经典升交点进动之和 $\dot{\Omega}^{\rm A}_{J_2}+\dot{\Omega}^{\rm B}_{J_2}$ 相互抵消，而 LT 进动则相加。更高阶项也同样如此，因为可以证明，$\dot{\Omega}_{J_\ell}$，$\rm l\,=4$，6，8，……仅与 $\dot{\Omega}_{J_2}$ 成正比，其比例关系由 sin I 的偶次幂的线性函数表示（Iorio 2003年（b））；例如，对于 $\rm l\,=4$，有（Iorio 2003年（b））

$$\dot{\Omega}_{J_4} = \dot{\Omega}_{J_2}\,\frac{J_4}{J_2}\left[\frac{5}{8}\left(\frac{R}{a}\right)^2\,\frac{1+\frac{3}{2}\,e^2}{\left(1-e^2\right)^2}\left(7\,\sin^2 I-4\right)\right]. \tag{5}$$

van Patten & Everitt（1976年a,b）首次指出了经典升交点进动和 LT 节点进动这一显著特性。当两颗反向轨道航天器具有相同轨道参数时，这一特性成立；它与前文提到的“蝴蝶”轨道构型，或临界互补轨道构型，本质上相同。在这种构型中，两颗卫星的倾角相差 180 度，而其他轨道根数均相同。van Patten & Everitt（1976年a,b）考虑将两颗反向绕行卫星的升交点之和作为观测量，并为它们配备无阻力装置，以抵消扰动性的非引力加速度。Ciufolini 等人（2023年）援引一项较早的提案（Ciufolini 1986年），该提案与 van Patten & Everitt（1976年a,b）提出的策略相当；他们计划利用前述牛顿和相对论节点速率的特性，精确测量地球大地测量卫星 LAGEOS（L）与 LARES 2（LR 2）的 LT 节点进动之和，两者均采用卫星激光测距（SLR）技术进行跟踪（Coulot 等人 2011年）。值得注意的是，利用人造卫星测量地球引力场中 LT 效应的构想，最早可追溯到 Ginzburg（1957年）、Bogorodskii（1959年）和 Ginzburg（1959年）的开创性研究；而利用 L 及当时已有的其他 SLR 卫星进行测量，则是 Cugusi & Proverbio（1978年）首次提出的。Ciufolini 等人（2023年）声称最终能够达到高达 $\simeq 0.2\%$ 的精度。自 1996 年起，Ciufolini 及其同事开始利用 L（该卫星于 1976 年进入轨道）以及随后数年发射的同类其他激光大地测量卫星（ Pearlman 等人 2019 年）（LAGEOS 2、LARES）测量 LT 效应（Ciufolini 等人 1996年），并一直宣称具有很高的精度；其他作者后续研究经常对这些精度提出质疑（Iorio 等人 2011年；Renzetti 2012年；Iorio, Ruggiero & Corda 2013年；Renzetti 2013年（b）,a, 2014年）。这场争议至今仍未平息；例如参见 Renzetti（2013年（b））及其中的参考文献。值得一提的是，至少从原理上说，考察近地点也可以采用临界互补轨道构型。事实上，在这种情况下，经典拱点偏移相同（Iorio 2003年（b）），而 LT 项大小相等、符号相反，如方程（2）所示。因此，近地点进动之差理论上可以消除地球重力位带来的偏差，同时使 LT 进动率相加（Iorio 2003年（a））。然而，对于大地测量用无源航天器而言，这种方案可能并不奏效，因为非引力摄动会显著影响近地点，而升交点则不会受到这种影响。

迄今为止，对地球引力场中另一种引力磁效应的测量未受到质疑。这项测量由重力探测器 B（GP-B）任务完成，该任务采用了一项成本相当高昂、专门设计的天基实验（ Everitt 1974）。从最初构想到最终结果发布，整个任务历时约 40 年，耗资约 7.5 亿美元（Will 2011）。任务测量了搭载的四个陀螺仪轴的 Pugh-Schiff 进动（Pugh 1959年；Schiff 1960年），精度约为 19%（Everitt 等人 2011），尽管其最初预期精度约为 1%（Everitt 等人 2001）。关于利用太阳系中的天然或人造天体进行的其他拟议 Lense-Thirring（LT）效应检验概述，请参见 Iorio 等人（2011）及其中的参考文献。最近有研究声称，已成功探测到由一颗白矮星和一颗脉冲星组成的双星系统 PSR J1141-6545 的引力磁轨道倾角进动（Antoniadis 等人 2011）；后续分析则对这项检验提出了质疑（Iorio 2020）。测量双星系统引力磁近星点进动的尝试彩票计划

未来将开展对脉冲星 PSR J0737-3039A/B 的研究（Burgay 等，2003；Lyne 等，2004）（Kehl 等，2017；Hu 等，2020）。多年来，人们常声称在强场区域发现了引力磁场的表现。引力磁可能是X射线双星中准周期振荡的成因（Cui、Zhang 和 Chen，1998；Markovi´c 和 Lamb，1998；Stella 和 Vietri，1998）。缓慢旋转的致密天体所引起的 Lense-Thirring进动，或可解释微类星体 LS I $+61^{\circ}303$ 中观测到的喷出物角度每日变化（Massi 和 Zimmermann，2010）。最近有报告指出，微类星体 H1743-322 中观测到的铁线心能量准周期调制（Kaluzienski 和 Holt，1977）可能由 Lense–Thirring效应引起（Ingram 等，2016）。总体而言，由于人们对相关现象发生时所处天体物理环境的了解相对有限，这类测试的可靠性和准确性难以得到可靠评估。

本文表明，Ciufolini 等人（2023）声称 L 和 LR 2 可达到 $\simeq 0.2\%$ 的精度，这种说法显然不切实际。第 2 节证明，鉴于这两颗卫星实际的轨道构型，L 和 LR 2 的牛顿升交点进动之和远未抵消。第 3 节探讨轨道入轨误差对卫星升交点偏移未抵消之和的影响；第 4 节则分析对地球角动量了解不充分会给拟议测量带来的影响。第 5 节指出了 Ciufolini 及其合作者迄今所做所有分析中一个共同的重大缺陷。第 6 节总结本文的研究结果并给出结论。

2. 地球 J_2 对升交点之和的影响抵消得有多准确?

由方程（1）和方程（4）可以推导出 L 和 LR 2 的经典交点进动之和与相对论节点进动之和的比值如下

$$\mathcal{R}^{J_2} \doteq \frac{\dot{\Omega}^{\rm L}_{J_2}+\dot{\Omega}^{\rm LR2}_{J_2}}{\dot{\Omega}^{\rm L}_{\rm LT}+\dot{\Omega}^{\rm LR2}_{\rm LT}} = -\frac{3\,c^2\,J_2\,R^2\,\sqrt{M}}{4\,\sqrt{G}\,S}\left[\frac{\frac{\cos I_{\rm L}}{a_{\rm L}^{7/2}\left(1-e_{\rm L}^2\right)^2}+\frac{\cos I_{\rm LR2}}{a_{\rm LR2}^{7/2}\left(1-e_{\rm LR2}^2\right)^2}}{\frac{1}{a_{\rm L}^{3}\left(1-e_{\rm L}^2\right)^{3/2}}+\frac{1}{a_{\rm LR2}^{3}\left(1-e_{\rm LR2}^2\right)^{3/2}}}\right]. \tag{6}$$

该比值很小，表明通过将两颗航天器的升交点速率相加来进行 LT 检验的精确程度；原则上，该比值应为零，从而能够理想地干净测量合成的引力磁进动。

平均值　L 和 LR 2 在 127 天内的 a、e、I 数值为（Ciufolini 等人，2023，表 1）

$$a_{\rm L} = 12\,270.020705\,\mathrm{km}, \tag{7}$$

$$a_{\rm LR2} = 12\,266.1359395\,\mathrm{km}, \tag{8}$$

$$e_{\rm L} = 0.00403, \tag{9}$$

$$e_{\rm LR2} = 0.00027, \tag{10}$$

$$I_{\rm L} = 109.8469\,{\rm deg}, \tag{11}$$

$$I_{\rm LR2} = 70.1615\,{\rm deg}. \tag{12}$$

关于从 L 和 LR 2 的升交点之和中消除地球 J_2 的竞争效应，Ciufolini 等人（2023，第 4–5 页）明确写道：“两个具有互补倾角且半长轴相同的卫星，其非相对论性长期节点漂移大小相等、方向相反。因此，恰当叠加这两个长期节点位移，便能够消除占主导地位的经典位移，并准确测量广义相对论节点位移。 [。.]因此，恰当叠加两颗卫星的节点位移，我们就能获得纯粹由参考系拖曳产生的测量结果。 [。.] 对于两颗具有互补倾角的卫星，众所周知的描述卫星受偶数带谐项影响而产生的长期节点漂移的方程[2]，清楚地表明了在参考系拖曳检验中消除偶数带谐项造成的偏差。 [。.] 地球卫星的最大节点漂移远远是由二阶偶数带谐项——地球四极矩——造成的。 [。.] LARES 2 与 LAGEOS 的互补倾角构型能够有效消除这类系统偏差。”

事实上，情况似乎并非如此。具体而言，将方程（7）–（12）中的数值代入方程（6）后，可得

$$\left|\mathcal{R}^{J_2}\right| = 4\,918, \tag{13}$$

也就是说，由地球重力位的第一个偶数带谐项 J_2 引起的名义交点进动之和，仍几乎是理论预测的 LT节点进动之和的 5 000 倍。这对评估由方程（6）中某些参数误差导致的其他系统偏差有重大影响，下一章节将对此进行说明。

3. 轨道注入误差的影响

一个潜在的重大问题是 LR 2（以及 L）的轨道注入误差所产生的影响，这些误差会通过牛顿扁率驱动进动对组合 LT 进动率产生偏差。根据 Ciufolini 等人（2023年，表3）的结果，这种影响将低于组合 LT 效应的 0.1%。

[2]这是本文中的方程（4）。

同样，情况似乎并非如此。

由轨道注入误差 $\delta\mathcal{R}_{\rm inj}$ 引起的 J_2 偏差可以（乐观地）计算为

$$\delta\mathcal{R}_{\rm inj} = \sqrt{\sum_{\xi}\left(\frac{\partial\mathcal{R}^{J_2}}{\partial\xi}\delta\xi\right)^2},\ \xi = a_{\rm L},\ a_{\rm LR2},\ I_{\rm L},\ I_{\rm LR2},\ e_{\rm L},\ e_{\rm LR2}, \tag{14}$$

其中，$\delta\xi$ 表示轨道根数 ξ中已知误差的某种度量；应使用 J_2，的标称值，而非其不确定度 δJ_2，来计算方程（14）。根据 Ciufolini 等人（2023年，表1）中给出的有效数字位数以及方程（7）–（12）中报告的数值，可以认为 L 和 LR 2 的轨道根数误差应如下：

$$\delta a_{\rm L} \simeq 10^{-6}\,{\rm km} = 1\,{\rm mm}, \tag{15}$$

$$\delta a_{\rm LR2} \simeq 10^{-7}\,{\rm km} = 0.1\,{\rm mm}, \tag{16}$$

$$\delta e_{\rm L} \simeq 10^{-5}, \tag{17}$$

$$\delta e_{\rm LR2} \simeq 10^{-5}, \tag{18}$$

$$\delta I_{\rm L} \simeq 10^{-4}\,{\rm deg} = 0.36\,{\rm arcsec}, \tag{19}$$

$$\delta I_{\rm LR2} \simeq 10^{-4}\,{\rm deg} = 0.36\,{\rm arcsec}. \tag{20}$$

通过使用公式（17）–（18）计算公式（14），可得

$$\delta\mathcal{R}^{e}_{\rm inj} \simeq 1.2, \tag{21}$$

对应于添加的 LT 进动率中存在 $\simeq 120$ % 的偏差；要达到 Ciufolini 等人（2023年）声称的 0.1% 水平，就需要将卫星偏心率的测定精度提高 3 个数量级。倾角的情况则更糟。事实上，使用公式（19）–（20）计算公式（14），可得

$$\delta\mathcal{R}^{I}_{\rm inj} \simeq 50.2, \tag{22}$$

对应于合并 LT 效应中 $\simeq 5\,000$ % 的误差；卫星轨道平面的倾角必须比现在精确 4 个数量级，即精度达到

$$\delta I \simeq 0.036\,{\rm milliarcseconds\,(mas)} = 36\,{\rm microarcseconds}\,(\mu{\rm as}). \tag{23}$$

为了简单估算在合理的时间跨度 T 内，是否有可能将方程 (17)–(20) 的精度实际提高所需的 3 – 4 个数量级，可以假设任意一个 $\kappa = e_L$、e_{LR2}、I_L、I_{LR2} 的不确定度 $\delta\kappa$ 按 $\simeq 1/\sqrt{N_T}$ 的规律变化，其中 N_T 是在时间跨度 T 内对 κ 进行实验测定的次数。假设每个轨道弧段处理完毕后都计算一次 κ 的值；对于 LAGEOS 型卫星，轨道弧段通常为 7 天。因此，1 年后将得到 $N_{yr} \simeq 52$ 个 κ 值，对应的误差 $\delta\kappa$ 仅 modest 地降低一个 $pN_{yr} \simeq 7$ 倍。30 年后，$\delta\kappa$ 也只会降低 $\simeq p30 \times N_{yr} = 40$ 倍。显然，在任何合理的时间段内将方程 (17)–(20) 的不确定度缩小 1 000 – 10 000 倍都不现实。

4. 地球角动量不确定性的影响

由方程（6）取值过大而引发的另一个主要问题，是地球角动量 $S = \mathcal{I}\omega$ 的不确定性 δS，其中 $\mathcal{I}$ 是我们星球的转动惯量（MoI），ω 是其角速度。实际上，据本文作者所知，文献中并未明确报告过 δS；尽管如此，我们可以根据一些相关量所引用的有效数字，推断其合理估计值。

例如，Ren 等人（Ren 等人，2022年，第 2528 页）给出

$$\mathcal{I} \simeq 8.04 \times 10^{37}\,\mathrm{kg\,m^2}, \tag{24}$$

$$\omega \simeq 7.29 \times 10^{-5}\,\mathrm{s^{-1}}, \tag{25}$$

这意味着转动惯量的不确定性约为

$$\delta\mathcal{I} \simeq 10^{35}\,\mathrm{kg\,m^2}. \tag{26}$$

因此，可以推断

$$S \simeq 5.86 \times 10^{33}\,\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}, \tag{27}$$

$$\delta S \simeq 7.3 \times 10^{30}\,\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}, \tag{28}$$

对应的相对不确定性为

$$\frac{\delta S}{S} \simeq 0.0012. \tag{29}$$

解决这一问题的另一种方法是考察地球单位质量的角动量 J（Petit & Luzum 2010年，第156页）

$$J \simeq 9.8 \times 10^{8}\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}. \tag{30}$$

因此，可以推测

$$\delta J \simeq 10^7\ \mathrm{m}^2\ \mathrm{s}^{-1}, \tag{31}$$

从而得到

$$\frac{\delta J}{J} = \frac{\delta S}{S} \simeq 0.010. \tag{32}$$

由于 $\mathcal{I} = \alpha\, \mathrm{M}\, \mathrm{R}^2,$，其中 α 为归一化转动惯量（nMoI），即转动惯量因子，因此也可以根据 α的不确定度推断 S 的不确定度。根据 NASA 空间科学数据协调档案馆（NSSDC）的数据，它为[3]

$$\alpha = 0.3308. \tag{33}$$

因此，假设

$$\delta\alpha \simeq 0.0001, \tag{34}$$

可得

$$\frac{\delta\alpha}{\alpha} = \frac{\delta S}{S} \simeq 0.0003. \tag{35}$$

根据公式 (6)，由于 S 的不确定度，J_2 在组合 LT 节点进动中的系统偏差为

$$\delta\mathcal{R}_S = -\mathcal{R}^{J_2}\, \frac{\delta S}{S}; \tag{36}$$

如果牛顿扁率驱动进动能够以足够高的精度相互抵消，$\delta\mathcal{R}_S$就可以忽略不计。然而，将此前推断出的 S 相对不确定度估值代入公式 (36)，会得到相当大的数值。事实上，公式 (29) 给出

$$\delta\mathcal{R}_S \simeq 5.9, \tag{37}$$

对应于 LT 合成信号中高达 590% 的系统误差。与方程（32）对应的偏差则更加严重，达到

$$\delta\mathcal{R}_S \simeq 49.2, \tag{38}$$

这意味着 LT 进动之和存在惊人的 4 918% 误差。相比之下，方程（35）得出

$$\delta\mathcal{R}_S \simeq 1.5, \tag{39}$$

这对应于 LT 特征约 150% 的系统不确定性。

[3]请访问 https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html。

5. 为什么既未对地球引力磁场建模，也未对其进行求解?

从实际应用的角度来看，LT效应不过是众多具有不同起源的其他动力学特征之一，它们进入卫星的运动方程，其特征参数需要在数据归算过程中与描述测量设备行为、电磁波传播、航天器状态向量等的参数一并估计。事实上，卫星大地测量、天体动力学和天文学领域的惯常做法是，如果研究人员希望检验自己感兴趣的某一特定动力学特征X，只需将其与其他已知动力学效应及测量过程的其他组成部分一并明确建模，同时估计一个或多个表征该特征的参数，以及考虑其他加速度等因素所需的众多其他参数，并检查由此得到的协方差矩阵，以考察这些参数之间的相互相关性。相反，在针对给定观测数据集进行模型拟合时，若未将X纳入模型，却通过某种方式构造并检查所谓的“伪”残差，则并非正确的处理方法，因为即使出现了与预期信号特征几乎相同的可能信号，也可能仅仅是由于其他与X本身毫无关系的效应之间发生了某种偶然的部分相互抵消。此外，X还可能部分或全部被数据归算过程中求解得到的其他参数的估计值所吸收。换言之，应当利用同一批数据集，同时估计地球引力磁场以及表征地球重力位的所有其他系数；而这些数据集可以根据其覆盖范围、起始日期和观测类型不时进行调整。

相反，出于现作者不得而知的原因，这些事情从未做过：地球的引力磁场从未被建模，也从未估计过任何专门参数，得到的仅仅是卫星升交点的拟合后残差时间序列[4]，据称这些序列完整地反映了未建模的动力学，其中也包括 LT 加速度。另一个令人费解的问题是，全球各地设有多个卫星激光测距站（Pearlman、Degnan 和 Bosworth，2002年），那里经验丰富的空间大地测量学家团队定期使用多种专用软件处理众多大地测量卫星的激光测距数据（Ebauer，2017）；然而，尽管如此，从未有人尝试独立于 Ciufolini（并以正确方式）进行 LT 检验；或者，即使有人做过，也未在同行评审文献中公开其结果。相关内容仅见于一些会议论文集（Ries、Eanes 和 Tapley，2003年；Ries 等，2003年；Ries、Eanes 和 Watkins，2008年；Ries，2009年），这些作者也没有对 LT 加速度进行建模和估计。Ciufolini 的几位前同事最近在同行评审期刊上发表的少数独立研究（Lucchesi 等，2019年、2020年）也同样如此。原则上，对世界各地如此众多有能力、有经验的研究人员来说，在数据归算软件中再加入一个加速度并多估计一个参数，本应是再简单不过的事。

[4]它们甚至都不是可直接测量的量。

6. 总结与结论

新发射的激光测距大地测量卫星 LARES 2 的轨道参数无法抵消其经典扁率驱动的节点进动与其同伴 LAGEOS 的节点进动之和；事实上，该和仍约为 LT 节点速率之和的 5000 倍。

这一事实对地球四极矩所引起的整体系统偏差有重要影响；该偏差源于其他参数的误差，而这些参数会进入由地球四极矩引起的进动之和与 LT 进动之和的比值。

两颗卫星的偏心率和倾角中的入轨误差，会使合成 LT 特征产生 $\simeq 5\,000$ per cent 的系统误差。要将此类轨道根数的测定精度提高 $3-4$ orders of magnitude，这在任何现实可行的时间跨度内都不太可能实现。

此外，对地球角动量的认知不够精确，也会显著影响经典进动之和与相对论进动之和的比值；根据评估其不确定性的方式不同，由此对 LT 信号造成的系统偏差介于 150% 至 5000% 之间。

采用开普勒轨道根数的形式体系，可能有助于开展初步灵敏度分析并合理设计实验。然而，实际检验必须通过对所关注的动力学特征进行建模，并在将动力学模型和测量模型拟合至观测数据时，结合其余动力学因素，估计该特征的特征参数及其他参数。目前，这一标准流程尚未得到实施，尽管它适用于卫星大地测量、地球动力学、天体动力学和天文学领域的所有数据归算。

致谢

我谨向两位审稿人致以诚挚谢意，感谢他们提出的建设性意见。

参考文献

Antoniadis J., Bassa C. G., Wex N., Kramer M., Napiwotzki R., 2011年, 皇家天文学会月刊, 412, 580 Armitage P. J., Natarajan P., 1999年, 《天体物理学杂志》, 525, 909 Bardeen J. M., Petterson J. A., 1975年, 《天体物理学杂志快报》, 195, L65 Blandford R. D., Znajek R. L., 1977年, 《皇家天文学会月刊》, 179, 433 Bogorodskii A. F., 1959年, Sov. Astron., 3, 857 Braginsky V. B., Caves C. M., Thorne K. S., 1977年, Phys. Rev. D, 15, 2047 Burgay M. 等, 2003年, 《自然》, 426, 531 Capderou M., 2005年, 卫星、轨道与任务. 施普林格法国出版社, 巴黎 Cattaneo C., 1958年, 《新物理学杂志》, 10, 318 Ciufolini I., 1986年, Phys. Rev. Lett., 56, 278 Ciufolini I., Lucchesi D. M., Vespe F., Mandiello A., 1996年, Nuovo Cimento A, 109A, 575 Ciufolini I. 等, 2023年, Eur. Phys. J. C, 83, 87 Costa L. F. O., Herdeiro C. A. R., 2008年, Phys. Rev. D, 78, 024021 Costa L. F. O., Nat´ario J., 2014年, 《广义相对论与引力》, 46, 1792 Costa L. F. O., Nat´ario J., 2021年, 《宇宙》, 7, 388 Coulot D., Deleflie F., Bonnefond P., Exertier P., Laurain O., de Saint-Jean B., 2011年, 载于《固体地球地球物理学百科全书》, GuptaH. K. 编, 《地球科学百科全书

es

丛书, 施普林格, 多德雷赫特, 第 1049–1055 页 Cugusi L., Proverbio E., 1978年, 《天文学与天体物理学》, 69, 321 Cui W., Zhang S. N., Chen W., 1998年, 《天体物理学杂志快报》, 492, L53 Damour T., Sch¨afer G., 1988年, 《新物理学杂志 B 辑》, 101, 127 DymnikovaI. G., 1986年, 《苏联物理学进展》, 29, 215 Ebauer K., 2017, 《大地测量与地球动力学》, 8, 213 Everitt C. W. F., 1974, 载于《国际物理学学校“恩里科·费米”会议录》。第 LVI 课程：实验引力学, Bertotti B. 编, 学术出版社, 纽约和伦敦, 第 331–360 页

Everitt C. W. F., Buchman S., Debra D. B., Keiser G. M., Lockhart J. M., MuhlfelderB., Parkinson B. W., Turneaure J. P., 2001年，载于《物理学讲义》，柏林，施普林格出版社，第 562 卷，《陀螺仪、时钟与干涉仪……：太空中的相对论引力检验》，L¨ammerzahl C., Everitt C. W. F., Hehl F. W. 编，第 52 页

Everitt C. W. F. 等，2011年，《物理评论快报》，106，221101。

Franchini A., Lodato G., Facchini S., 2016年，《皇家天文学会月刊》，455，1946

Ginzburg V. L., 1957，《物理科学进展》，63，119

Ginzburg V. L., 1959年，《科学美国人》，200，149

Harris E. G., 1991年，《美国物理学杂志》，59, 421

Hu H., Kramer M., Wex N., Champion D. J., Kehl M. S., 2020年，《皇家天文学会月刊》，497，3118

Ingram A., Done C., Fragile P. C., 2009年，《皇家天文学会月刊》，397，L101

Ingram A., van der Klis M., Middleton M., Done C., Altamirano D., Heil L., Uttley P., Axelsson M., 2016年，《皇家天文学会月刊》，461，1967

Iorio L., 2003a,《广义相对论与引力》，35，1583 Iorio L., 2003b,《天体力学与动力天文学》，86，277 Iorio L., 2020年，《皇家天文学会月刊》，495，2777 Iorio L., Lichtenegger H. I. M., Ruggiero M. L., Corda C., 2011年, Astrophys.Space Sci., 331, 351 Iorio L., Ruggiero M. L., Corda C., 2013年,《航天学报》，91，141

Jantzen R. T., Carini P., Bini D., 1992,《物理年鉴（纽约）》, 215, 1

Kaluzienski L. J., Holt S. S., 1977年,《国际天文学联合会通报》, 3099, 3

Kehl M. S., Wex N., Kramer M., Liu K., 2017, 收录于《第十四届马塞尔·格罗斯曼会议：广义相对论、天体物理学与相对论场论理论和实验研究新进展》，MG14广义相对论会议论文集，罗马第一大学“智慧大学”，意大利罗马，2015年7月12日至18日，Bianchi M., Jantzen R., Ruffini R. 编，世界科学出版社，新加坡，第1860–1865页

Lense J., Thirring H., 1918,《物理学杂志》, 19, 156

Lucchesi D. M., 2001年,《行星与空间科学》, 49, 447

Lucchesi D. M., 2002年,《行星与空间科学》, 50, 1067

Lucchesi D. M., Anselmo L., Bassan M., Magnafico C., Pardini C., Peron R., Pucacco G., Visco M., 2019年, 《宇宙》, 5, 141 Lucchesi D. M., Visco M., Peron R., Bassan M., Pucacco G., Pardini C., Anselmo L., Magnafico C., 2020年, 《宇宙》, 6, 139 Lyne A. G. 等, 2004年, 《Science》, 303, 1153 MacDonald D., Thorne K. S., 1982年, 《皇家天文学会月刊》, 198, 345 Markovi´c D., Lamb F. K., 1998年, Astrophys.J, 507, 316 Mashhoon B., 2001年, 收录于《参考系与引力磁效应》, Pascual-S´anchez J. F., Flor´ıa L., San Miguel A., Vicente F. 编, 世界科学出版社, 新加坡, 第 121–132 页 Mashhoon B., 2007年, 收录于《引力磁效应的测量：一项艰巨的事业》, Iorio L. 编 , Nova Science 出版社 , 纽约 , 第 29–39 页

Mashhoon B., Hehl F. W., Theiss D. S., 1984年, 《广义相对论与引力》, 16, 711

Massi M., Zimmermann L., 2010年, Astron. Astrophys., 515, A82

Milani A.、Nobili A. M.、Farinella P., 1987年, 《非引力摄动与卫星大地测量学》。Adam Hilger出版社, 布里斯托尔

Pardini C., Anselmo L., Lucchesi D. M., Peron R., 2017, 《航天学报》,140, 469 Pearlman M. et al., 2019年, J. Geod., 93, 2181 Pearlman M. R., Degnan J. J., Bosworth J. M., 2002年, Adv. Space Res., 30, 135 Penrose R., 2002年, 《广义相对论与引力》, 7, 1141 Penrose R., Floyd R. M., 1971年, 《自然·物理科学》, 229, 177 Petit G., Luzum B., 编, 2010年, IERS技术说明, 第36卷, IERS惯例（2010）。德国联邦制图与大地测量局出版社, 美因河畔法兰克福 Pfister H., 2007年, 《广义相对论与引力》, 39, 1735 Pfister H., 2008 年 , 收录于《第十一届马塞尔 · 格罗斯曼会议：广义相对论、引力和相对论场论的理论与实验最新进展》, Kleinert H., Jantzen R. T., Ruffini R., 编, 世界科学出版社, 新加坡, 第2456–2458页 Pfister H., 2014年, 收录于《施普林格物理学会议论文集》第157卷《相对论与引力》, Bi˘c´ak J., Ledvinka T., 编, 施普林格出版社, 柏林/海德堡, 第191–197页

Pugh G. E., 1959年,《广义相对论科里奥利效应预测的卫星测试提案》。研究备忘录 11，武器系统评估组，五角大楼，华盛顿哥伦比亚特区。

Rees M. J., 1978年,《自然》, 275, 516

Rees M. J., 1984年,《天文学与天体物理学年度评论》，22，471

Ren D.，LeslieL. M.，Huang Y.，Hu A.，2022年,《气候动力学》， 58，2525 Renzetti G.，2012年,《加拿大物理学杂志》，90，883

Renzetti G., 2013年（a）, New Astron., 23, 63

Renzetti G., 2013年（b）, Centr. Eur. J. Phys., 11, 531 Renzetti G., 2014年, New Astron., 29, 25 Ries J. C., 2009年, 收录于国际天文学联合会第261届专题讨论会，美国天文学会，第41卷，美国天文学会：美国华盛顿特区，第889页 Ries J. C., Eanes R. J., Tapley B. D., 2003年, 收录于《非线性引力动力学：伦斯–蒂林效应》，Ruffini R., Sigismondi C. 编，世界科学出版社，新加坡，第201–211页

Ries J. C., Eanes R. J., Tapley B. D., Peterson G.E., 2003年，载于《第13届国际激光测距研讨会论文集》，华盛顿哥伦比亚特区，2002年10月7日至11日，Noomen R., Klosko S., Noll C., Pearlman M. 编，第 NASA CP 卷（2003-212248），NASA戈达德航天中心，格林贝尔特

Ries J. C., Eanes R. J., Watkins M., 2008年，载于第16届国际激光测距研讨会，波兹南，波兰，2008年10月13日至17日，Schilliak S. 编，第19页 Rindler W., 2001年,《相对论：狭义、广义与宇宙学》。牛津大学出版社，纽约 Ruggiero M. L., 2021年,《宇宙》，7，451 Ruggiero M. L., Tartaglia A., 2002年，Nuovo Cim. B，117，743 Sch¨afer G., 2004年，Gen. Relativ.Gravit.，36，2223 Sch¨afer G., 2009年，Space Sci. Rev.，148，37 Schiff L., 1960年，Phys. Rev. Lett.，4，215 Sehnal L., 1981年,《天体力学与动力天文学》，25，169 Stella L., Possenti A., 2009年，Space Sci. Rev.，148，105

Stella L., Vietri M., 1998年，《天体物理学杂志快报》，492，L59 Stuchlík Z., Kološ M., Tursunov A., 2021年，《宇宙》，7，416 Tartaglia A., 2002年，《欧洲物理学快报》，60，167 Teukolsky S. A., 2015年，《经典与量子引力》，32，124006 Thorne K. S., 1986年，载于《现代天体物理学精选：概念与争议》，Shapiro S. L., Teukolsky S. A., Salpeter E. E. 编，威利出版社，纽约，第103–161页 Thorne K. S., 1988年，载于《近零：物理学的新前沿》，Fairbank J. D., Deaver B. S. J., Everitt C. W. F., Michelson P. F. 编，弗里曼出版社，纽约，第573–586页 Thorne K. S., MacDonald D. A., Price R. H. 编，1986年，《黑洞：膜范式》。耶鲁大学出版社，纽黑文和伦敦 van Patten R. A., Everitt C. W. F., 1976年，《天体力学与动力天文学》，13，429 van Patten R. A., Everitt C. W. F., 1976年，Phys. Rev. Lett.，36，629 Veledina A., Poutanen J., Ingram A., 2013年，《天体物理学杂志》，778，165 Venkatraman Krishnan V. 等，2020年，《Science》，367，577 Will C. M., 2011年，《物理学在线期刊》，4，43 Zel'Dovich Y. B., 1971年，《实验与理论物理学杂志》，14，180

本文使用美国天文学会 LaTeX 宏包 v5.2 编写。