无折叠零噪声外推：一种用于缓解退极化噪声和退相干噪声的综合量子零噪声外推方法

Hrushikesh Pramod Patil北卡罗来纳州立大学罗利，NC，美国
hpatil2@ncsu.edu

Peiyi Li北卡罗来纳州立大学罗利，NC，美国
pli11@ncsu.edu

Ji Liu阿贡国家实验室莱蒙特，IL，美国
ji.liu@anl.gov

Huiyang Zhou
北卡罗来纳州立大学罗利，NC，美国
hzhou@ncsu.edu

arXiv:2305.00622v1 [quant-ph] 1 May 2023

摘要——**NISQ 时代的量子计算机容易受到噪声影响。为解决这一问题，人们提出了多种量子误差缓解技术。其中，零噪声外推（ZNE）是一种很有前景的方法。ZNE 通过提高量子电路中的噪声水平，再利用外推根据获得的含噪结果推断零噪声情况下的结果。本文提出了一种新颖的零噪声外推方法，无需电路折叠或噪声缩放，即可缓解退极化噪声和/或退相干噪声。**

为缓解退极化噪声，我们提出利用极端/无限噪声情形，从而避免电路折叠。具体而言，电路处于极端噪声下的输出会变为最大混合态。我们表明，借助电路可靠性指标，简单的线性外推即可有效缓解退极化噪声。对于退相干噪声，不同量子态会以取决于激发态数量和时间的速率衰减至全零态。因此，我们提出一种状态与延迟感知指数外推方法，无需折叠或缩放。对于同时受到退相干噪声和退极化噪声影响的量子系统，我们建议依次使用这两种缓解技术：先进行退相干误差缓解，再进行退极化误差缓解。

零噪声外推方案的一个常见局限是，如果目标量子电路受到的噪声很强，提高噪声水平也无法为外推提供有用的数据。我们提出使用电路切割技术，将大型量子电路拆分为较小的子电路，以克服这一局限。这样，子电路的噪声水平低于原始电路，零噪声外推便能更有效地缓解其中的噪声。

I. 引言

近年来，量子计算机的发展取得了令人振奋的进展。然而，当前的 NISQ（含噪中等规模量子）设备极易受到噪声影响，并且量子比特数量有限、连接性受限。硬件缺陷以及与环境的相互作用不可避免地导致计算过程充满错误和噪声。量子计算机中的噪声是可靠执行量子算法所面临的根本挑战。为解决这一问题，人们提出了量子纠错（QEC）方法以及容错量子计算。尽管量子设备的物理错误率正逐渐接近临界阈值，在该阈值处，量子纠错能够实现低于物理错误率的逻辑错误率，但所需的量子比特数量十分庞大，超出了当前设备的承载能力。

量子误差缓解（QEM）可视为量子纠错（QEC）的替代方案或补充方案。一般而言，量子误差缓解方法会对量子电路进行多次运行，并改变少数几个参数，例如电路深度、脉冲长度等。随后对这些运行结果进行后处理，以获得噪声缓解后的结果。常见的误差缓解方法包括零噪声外推（ZNE）[10]，[12]，[22],概率误差抵消（PEC） [22],Clifford 数据回归（CDR） [7], 等。近期也有人提出基于机器学习的量子误差缓解方法，例如 QRAFT（Quantum circuit Reversal for Attaining Full Truth，旨在实现完全真实性的量子电路反转） [19] 。

零噪声外推（ZNE）最早由文献 [12] 和 [22] 提出。其基本思想是有意在不同噪声水平下运行量子电路，并利用测量结果外推无噪声结果。

本文通过以下新颖设计提升零噪声外推（ZNE）的效果。首先，我们提出改变外推方式，从而利用极端噪声情形。极端噪声下的量子态与量子电路结构无关，而取决于噪声源。在退极化噪声下，极端噪声时的量子态会变为最大混合态。在现有的零噪声外推方案中，外推依据的是噪声水平或电路折叠因子。因此，纳入极端噪声情形并不切实际，因为其噪声水平或电路折叠因子均为无穷大。

其次，我们选择使用不同的外推算法来缓解不同的噪声。我们表明，利用量子电路可靠性指标，简单的线性外推足以缓解退极化噪声，而缓解退相干噪声则需要指数外推。对于同时受到退极化噪声和退相干噪声影响的系统，我们提出一种串行方法：先缓解退相干噪声，再进行退极化误差缓解。在所有这些情况下，外推都不需要电路折叠。

第三，我们不通过提高噪声水平进行外推，而是提出利用电路切割技术降低噪声水平，将大型量子电路拆分为更小的

子电路，并依靠经典处理来合并各子电路的执行结果。这样，我们的方案便能解决所有现有零噪声外推方案长期面临的问题：对于噪声水平较高的量子电路，进一步提高噪声水平无法产生有意义的外推数据，因而这些方案会失效。

本文其余部分安排如下：第二节介绍量子噪声的背景并讨论相关工作。第三节阐述我们的方法动机。第四节详细介绍我们提出的方案。第五节和第六节分别讨论实验方法和实验结果。第七节总结全文。

II. 背景

A. 量子计算机中的噪声

量子计算机中的噪声会导致计算过程中出现错误。量子计算机中最常见的错误包括退极化误差、退相干或热弛豫、态制备误差、测量误差和串扰误差。其中，态制备与测量（SPAM）误差可通过仔细校准以及基于校准数据的后处理（例如，使用测量误差矩阵的逆矩阵）加以抑制。串扰误差取决于设备拓扑，可通过在量子电路中合理安排双量子比特门来缓解 [15]。本文聚焦于退极化噪声和退相干噪声。

退极化误差可由以下误差信道建模：

$$E(\rho) = (1-p)\rho + p\frac{I}{2^n} \tag{1}$$

其中，ρ 是量子态的密度矩阵，p 是退极化概率，$E(\rho)$ 是经过该信道后的含噪态，I 是单位矩阵，n 是量子比特的数量 [17]。从概念上讲，退极化误差信道会使无噪量子态与最大混合态按一定权重混合。噪声无限大时，$p = 1$ 和$E(\rho) = \frac{I}{2^n}$，即最大混合态。

—

向基态的热弛豫由T_1 和 T_2 退相干时间 [27]参数化。弛豫时间 T_1决定了处于 $|1\rangle$ 态的量子比特衰减至 $|0\rangle$的衰减率。其表达式为：

$$P_{|1\rangle}(t) = P_{|1\rangle}(0)e^{\frac{-t}{T_1}} \tag{2}$$

其中，$P_{|1\rangle}(t)$ 是在时间 t处于状态 $|1\rangle$ 的概率。可以看出，在 $t = \infty$时，激发态的概率趋近于零。同样，T_2 弛豫时间决定了量子态相位信息的衰减率，其关系也呈类似的指数形式。

根据公式 2，我们可以进一步推导退相干对多量子比特态 $|q_1 q_2 ... q_n\rangle$ 的影响。假设每个量子比特独立衰减 [6], ，衰减率与态中 1 的个数（即激发态量子比特的个数）呈指数关系。例如，对于一个 2 量子比特态 $|11\rangle$，它在时间 t 仍处于 $|11\rangle$ 的概率可按如下方式计算。

$$P_{|11\rangle}(t) = Prob_{(q_1=|1\rangle)}(t) * Prob_{(q_2=|1\rangle)}(t)$$
$$= (P_{|1\rangle}(0)e^{\frac{-t}{T_1}})(P_{|1\rangle}(0)e^{\frac{-t}{T_1}}) = P_{|11\rangle}(0)e^{\frac{-2t}{T_1}}$$

为说明噪声影响，我们使用量子电路制备一个三量子比特态 $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|000\rangle + \frac{1}{2}|001\rangle + \frac{1}{2}|110\rangle + \frac{1}{2}|111\rangle$，然后通过在量子电路末尾追加不同数量的 CNOT 门对来改变噪声水平。使用量子噪声模拟器时，我们首先仅启用退极化噪声，测量后的最终态的概率如图 1a 所示。图中，x 轴表示噪声水平，以 $1 - reliability$ 量化，其中可靠性按估计成功概率（ESP）（公式 3）计算。图中显示，随着退极化噪声不断增加，三量子比特态 $|\psi\rangle$ 会衰减至最大混合态，此时$|000\rangle$、$|001\rangle$、$|010\rangle$，.....，$|111\rangle$ 中的每种三量子比特态出现的概率均为 1/8。

我们还使用退相干噪声重复了实验，结果如图 1b 所示。 x轴表示时间。可以看到，随着电路深度增加，延迟越来越高，退相干噪声也会更强，三量子比特态 $|\psi\rangle$ 会逐渐衰减为 $|000\rangle$态，即只有 $|000\rangle$ 的概率较高，而其他态的概率较低。从图 1 可以看出，指数衰减率取决于一个量子态中 1 的数量。

同时启用退极化噪声和退相干噪声时，如图 1c 所示，量子态随噪声水平或延迟变化的模式都不太明显。尽管 $|000\rangle$ 由于退相干噪声而具有较高的概率，但由于退极化噪声，其他量子态也具有不可忽略的概率。

B. 量子误差缓解

量子误差缓解方案种类繁多。零噪声外推是最受欢迎的量子误差缓解方案之一。它通过缩放量子电路的噪声，并在不同噪声尺度下执行量子电路来实现。随后，它根据测量结果推断/外推零噪声情形下的结果。

Czarnik 等人提出的 Clifford 数据回归（CDR） [7] 是一种基于学习的量子误差缓解方法。CDR 使用一个训练集，其中包含完全由 Clifford 门构成的量子电路的含噪结果和理想结果。在经典计算机上模拟这类量子电路的效率很高，因此我们可以高效地获得这类量子电路的理想无噪声结果。随后，在量子设备上运行这组 Clifford 量子电路，以获得含噪结果。理想结果和含噪结果共同构成训练集。通过机器学习方法根据训练集训练参数 a_1 和 a_2，进而推导出线性试探形式 $a_1 X^{noisy}_{|\psi\rangle} + a_2$，用于校正含噪量子电路。Lowe 等人近期提出的 [14], 可变噪声 Clifford 数据回归（vnCDR）结合了零噪声外推和 CDR 的思想，取得了更好的缓解效果。

Temme 等人提出的 [22],概率误差消除方法使用噪声量子门的线性组合来表示量子电路中的理想量子门。准概率表示用于表示线性组合。这些表示通过蒙特卡罗估计进行采样确定。

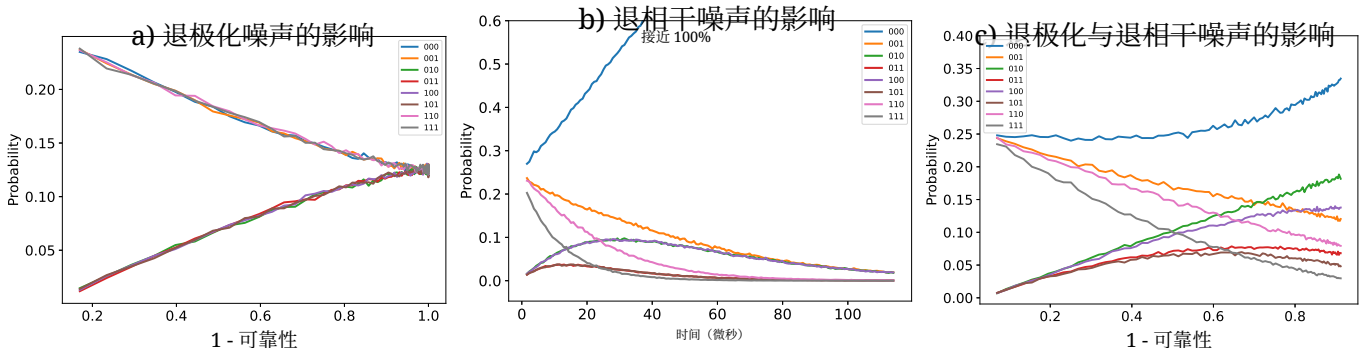


图 1：退极化（a）、热弛豫（退相干）（b）以及退极化与热弛豫误差的组合（c）对三量子比特电路的影响。无噪声状态为 $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|000\rangle + \frac{1}{2}|001\rangle + \frac{1}{2}|110\rangle + \frac{1}{2}|111\rangle$。通过追加成对的受控非门来增大量子电路中的噪声。

近期的一项工作 QRAFT [19], 利用机器学习模型进行量子误差缓解。使用 QRAFT 时，首先执行待缓解的量子电路，然后准备一个追加其逆电路的量子电路。在理想的无噪声情形下，量子电路及其逆电路的结果应为初始状态。然而，在含噪情形下并非如此。许多此类量子电路（即量子电路及其 + 逆电路的运行）的结果，以及量子电路的特征，共同构成训练集，用于训练基于机器学习的预测模型。随后，预测模型根据新量子电路的含噪输出，预测经过误差缓解的输出。

尽管前文提到的量子误差缓解方法并不受其试图缓解的误差类型限制，但也有一些量子误差缓解方法旨在缓解特定类型的误差。态制备与测量（SPAM）误差缓解方法 [16] 就是一例。此外，动态去耦（DD） [25] [28]被提出作为一种量子误差缓解方法，用于缓解空闲误差 [8] 以及串扰误差 [24]。与前文提到的量子误差缓解方法不同，DD 不涉及运行一组量子电路或执行任何后处理步骤。

III. 研究动机

零噪声外推的核心思路是提高量子电路的噪声水平，再根据不同噪声水平下的测量结果外推至零噪声情形。提高噪声的一种方法是通过控制每个门的脉冲，对相同的幺正演化进行时间缩放 [22]。另一种方法是将幺正门、子电路或完整量子电路 U替换为 $U(U^\dagger U)^n$ [10]，其中 n是量子电路缩放/折叠因子。其基本假设是噪声水平与量子电路缩放/折叠因子成正比；当量子电路噪声主要由退极化噪声引起时，这一假设是准确的 [10]。在假设操作中的误差具有随机性的基础上 [12] [9]，Li 和 Benjamin [12]提出了理查森外推，而 Endo 等人 [9]提出了指数外推。Giurgica-Tiron 等人 [10]研究了多种外推模型，例如多项式模型和多项式指数模型，并提出了自适应外推模型。

上述零噪声外推方法存在以下局限。首先，期望值与量子电路缩放/折叠因子之间呈非线性关系 [10]。因此，人们采用了不同的曲线拟合方法来外推零噪声情形，而在实际应用中很难判断应选用哪一种。其次，基于量子电路缩放因子的外推忽略了电路复杂度。对于复杂度不同的两个量子电路，例如深度有限的单量子比特电路与深度较大的多量子比特电路，相同的缩放因子可能造成截然不同的噪声影响。第三，在噪声较强时，缩放/折叠量子电路并不会使输出发生有意义的变化，因此外推也就失去了作用。例如，当退极化噪声水平非常高时，输出接近最大混合态。此时即使进一步提高噪声水平，对输出态也不会产生太大影响。

接下来，我们将介绍所提出的改进方案，以克服这些局限。

IV. 零噪声外推的综合方法

A. 概述

我们提出的零噪声外推集成了不同的外推模型，以缓解不同类型的噪声，并在量子电路遭受高噪声时，使用量子电路切割技术 [20], [21] 来降低噪声水平。我们方法的整体流程如图 2 所示。首先检查电路噪声水平或可靠性。如果噪声水平高于阈值 θ，或可靠性低于该阈值，这意味着进一步提高噪声水平不会带来有意义的结果，此时我们会采用量子电路切割技术，将原始电路拆分为多个子电路。接着，对于每个子电路，我们检查退极化噪声是否占主导地位。如果是，则可以跳过退相干噪声缓解过程；否则，我们先进行退相干噪声缓解，再进行退极化噪声缓解。最后，如果此前对电路进行了切割，我们会合并各子电路经缓解的量子态结果，得到原始电路的结果。

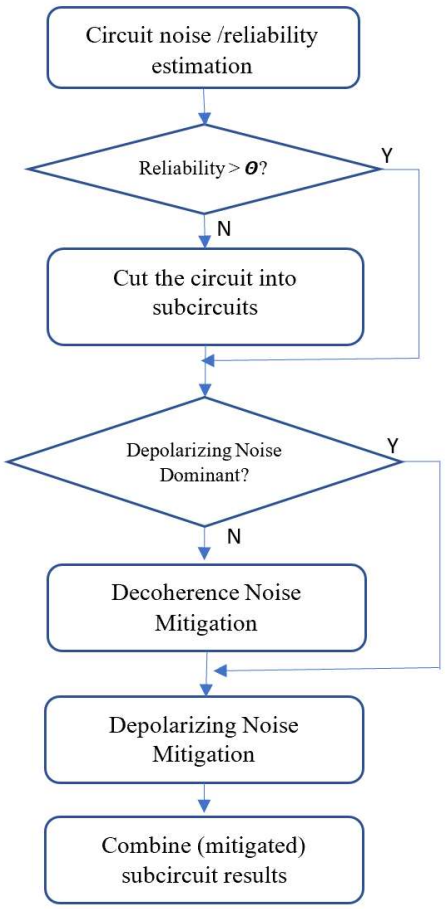
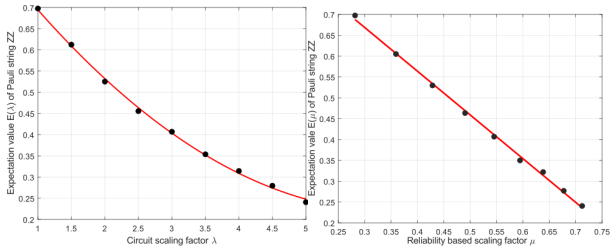


图 2：我们提出的零噪声外推方案流程图。

鉴于退极化噪声和退相干噪声的性质不同，我们提出了不同的外推方案：针对退极化噪声缓解采用线性外推，针对退相干噪声缓解采用指数外推。这两种缓解方案分别在第 IV.B 节和第 IV.C 节中讨论。第 IV.D 节讨论如何使用量子电路切割技术降低噪声水平。

B. 用于退极化噪声缓解的基于可靠性的零噪声外推

我们提出一种新颖的基于可靠性的零噪声外推（RZNE），用于缓解退极化噪声。现有的零噪声外推方案，例如数字 ZNE [10]，基于量子电路缩放因子进行外推。相比之下，我们提出基于缩放后量子电路的可靠性 r进行外推。这样做的动机是将电路复杂度纳入考量。由于我们希望外推至零噪声，因此选择使用 $\mu = 1 - r$ 而不是 r进行外推。零噪声意味着 μ 为 0，或 r 为 100%，即达到完美可靠性。图 3a 展示了一个示例。y 轴表示一个 2 量子比特量子电路在不同电路折叠因子 λ下的 ZZ 期望值 $E(\lambda)$。这些量子电路，包括原始 U和折叠后的量子电路 $U(U^{\dagger}U)^{(\lambda-1)}$，在噪声模拟器上运行，使用的是一台 5 量子比特设备的含噪模型



(a) $E(\lambda)$，采用不同的量子电路折叠因子 λ

(b) $E(\mu)$，采用不同的基于可靠性的缩放因子 $\mu = 1 - r$

图 3：不同缩放因子下的双量子比特量子电路期望值及零噪声外推结果

ibmq quito_ [3]。电路缩放通过 Mitiq 框架 [11]实现。该电路无噪声执行时的期望值为 1。 $E(1)$ 是基于原始电路测量结果得到的期望值，而$E(0)$ 是对应于零噪声情形的外推期望值。相比之下，RZNE 将 X轴从电路折叠因子 λ 改为 $\mu = 1 - r$，其中$\mu = 1 - r$ 可视为噪声缩放因子的一种（基于可靠性的）度量，如图 3b 所示。这里，我们使用简单的估计成功概率（ESP） [18]作为量子电路及其噪声缩放变体可靠性的度量。其定义如下。

$$ESP = \prod_{i=1}^{N_{gates}} (1 - g_i^e) * \prod_{j=0}^{N_{meas}} (1 - m_j^e) \tag{3}$$

在该方程中， g_i^e 是门错误率， m_i^e 是通过设备校准获得的测量错误率。其他指标，例如使用机器学习模型进行可靠性估计 [13], [26]，或考虑更全面噪声效应的指标 [5]，，也可用于更准确的估计。

采用基于可靠性的外推有一个独特优势：它可以轻松地从极高噪声的情况进行外推，也就是将量子电路按无限倍数放大，即 $\lambda = \infty$。当缩放因子或噪声为无限大时，可靠性变为 0，噪声缩放因子 $\mu = 1 - r = 1$。相比之下，在基于 λ（尤其是线性曲线）的曲线拟合中，这种无限大或极大的缩放因子难以处理。此外，期望值 E（$\lambda = \infty$）或 E（$\mu = 1$）无需执行量子电路即可获得。原因在于，在无限噪声情况下，当退极化噪声占主导时，输出态为最大混合态，测得的态矢量则服从均匀分布。在我们的示例中，基于最大混合态或均匀分布态的 ZZ 期望值为 $\langle\varphi| Z \otimes Z |\varphi\rangle = 0$，前提是 φ 为最大混合态。

RZNE 的另一个重要优势是，只需进行简单的线性外推即可，下一步我们将对此进行证明。

如公式1所示，退极化误差会导致状态本身与最大混合

态的线性组合。因子 p 是退极化概率。当退极化噪声占主导时，我们可以用电路可靠性 r 替换项 $1-p$，而 p 则变为 $1-r$。

因此，我们有：

$$E(\rho) = r\rho + (1-r)\frac{I}{2^n} = r\rho + \mu\frac{I}{2^n} \tag{4}$$

因此，退极化噪声相对于 r呈线性。在无限噪声下，$r_{\infty noise} = ESP_{\infty noise} = 0$，状态为最大混合态 $\rho_{\infty noise} = \frac{I}{2^n}$。对于无噪声情形，$r_{zeronoise} = ESP_{zeronoise} = 1$，状态为 $\rho_{zeronoise} = \rho$，可推导如下。

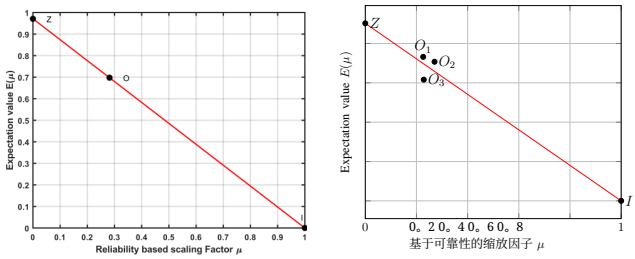
$$\rho = \frac{E(\rho)}{r} - \frac{\mu}{r}\frac{I}{2^n} = \frac{E(\rho)}{r} - \frac{1-r}{r}\rho_{\infty} \tag{5}$$

其中，r 是原始电路的可靠性，而 E（ρ）是原始电路的含噪结果/状态。

公式 5 表明，只需连接无限噪声状态与原始电路产生的含噪状态，即可外推零噪声状态，如图 4a 所示。其中，无限噪声情况记为 I，其中 $I_x = 1$（即 $r = 0$ 或 $\mu = 1 - r = 1$）和 $I_y = E_{inf}$（即基于最大混合态的期望值）。类似地，原始电路情况记为 O，其中 $O_x = r_{orig}$（即原始电路的可靠性）和 $O_y = E_{orig}$（即基于对原始电路进行测量所得的期望值）。外推得到的零噪声情况记为 Z，其中 $Z_x = 0$（即 $r = 1$ 或 $\mu = 1 - r = 0$）和 $Z_y = E_{extrap}$（即外推值）。RZNE 既可以针对输出态进行，也可以针对期望值进行。若对整个输出态进行外推，成本为 2^N 次外推，其中 N 是量子比特数。然而，大多数量子应用只有少数主导量子态。因此，我们提出只校正量子系统中概率最高的 K 个量子态。换言之，只对概率最高的 K 个量子态/系数进行外推。

值得注意的是，无限噪声情况，即最大混合态，与量子设备或设备上的不同映射无关。因此，我们可以扩展 RZNE 方法，通过线性曲线拟合来结合来自不同设备/映射的测量结果，前提是线性曲线必须经过对应无限噪声情况的点，如图4b所示，其中多个 O 点表示在不同设备上或采用不同映射执行量子电路的结果。

总之，我们在算法1中列出了 RZNE 算法。在该算法中，集合 C 是原始电路，以及在采用不同量子比特映射或不同设备时所对应的相同电路。由于 ESP 简单易用，因此使用 ESP 计算它们的可靠性。集合 Y 是量子电路的执行结果，即含噪态或期望值。在曲线拟合过程中，要求拟合得到的线性曲线经过与无限噪声情况对应的点（μ_{m+1}, y_{m+1}）。如果 m =1，则曲线拟合结果就是连接无限噪声情况与原始电路含噪结果的直线。该算法的输出是对应于零噪声或可靠性为 1 的外推结果（即 $\mu = 0$）。



(a) 基于 I 和 O 的线性外推　　(b) 基于 I 和多个 O_j点的线性外推

图4：线性外推

算法1： 基于可靠性的零噪声外推（RZNE）

输入： 量子电路 C； Y_C 包含该量子电路对应的执行与量子电路相对应的结果

结果： 噪声缓解后的期望值

开始

$r \leftarrow ComputeReliability(C)$;
$\mu \leftarrow 1 - r$;
$Y_C \leftarrow RunCircuit(C)$;
/* μ_{m+1} 是.....的因子。无限噪声情况下，其具有可靠性 of 0 */
$\mu_{m+1} \leftarrow 1 - 0$;
/* 根据期望值计算最大混合态 */
$y_{m+1} \leftarrow ComputeExpectationValue(\mu_{m+1})$;
/* $E(\mu; a, b) = a + b\mu$ 是一个线性模型其不动点为(μ_{m+1}, y_{m+1}) */
$a, b \leftarrow BestFit(E(\mu; a, b), (\mu, \mathbf{Y}))$;
返回 $E(0; a, b)$;

end

C. 面向退相干噪声缓解的状态与延迟感知 *ZNE*

根据式 2，在 $t = 0$ 时，项 e^{-t/T_1} 趋近于 1，因此 $P_{|1\rangle}(t) = P_{|1\rangle}(0)$，这表明退相干噪声没有影响。换言之，将时间外推至 $t = 0$，即可获得无误差值。由于衰减率取决于时间以及多量子比特态中激发态 1 的数量，我们提出以下状态与延迟感知零噪声外推（SLZNE），以缓解退相干噪声。

$$P_s(0) = P_s(t)/e^{\frac{-t}{T_1}} \tag{6}$$

在该方程中，t 表示量子电路延迟，c 表示量子态 s 中“1”的数量，而 $P_s(t)$ 表示状态 s 的概率，即状态 s 的测量概率。然而，全零状态的概率会随时间增长，达到 $P_s(0) \leftarrow \frac{1-P_s(t)}{e^{-t/T_1}}$。

SLZNE 会对每个输出态重复进行外推，这需要进行 2^n 次计算。为降低这种复杂度，我们采用第

IV.B. 用于缓解退相干噪声的 SLZNE 算法如算法 2 所示。

算法 2: 状态感知与延迟感知 ZNE（SLZNE）

数据: 量子电路 C; T_1 是该设备
结果: 噪声缓解后的期望值
开始
  $t = ComputeLatency(C)$;
  $Y_C \leftarrow RunCircuit(C)$;
  /* 对每个状态进行外推，使用 $P_s(0) = P_s(t)/e^{-ct/T_1}$ */
  针对 $s \in Y_C$ **执行的操作**
    /* 获取激发态数量。状态 s 下的量子比特。 */
    $c \leftarrow CalculateNumberOfOnes(s)$;
    如果 $c == 0$ **那么**
      $P_s(0) \leftarrow \frac{1-P_s(t)}{e^{-t/T_1}}$;
    end
    else
      $P_s(0) \leftarrow \frac{P_s(t)}{e^{-ct/T_1}}$;
    end
    $Append(Y_{corrected}, P_s)$
  end
  $E \leftarrow CalculateExpectationValue(Y_{corrected})$;
  返回 E;
end

D. 基于电路切割的零噪声外推

可靠性很低的量子电路，其输出态接近无限噪声情况。对这类量子电路执行噪声增强步骤，只会使电路输出发生细微变化，因此零噪声外推的效果有限。为处理这类情况，我们提出利用电路切割技术，将量子电路划分为含噪较少的子电路。由于每个子电路中的量子门和/或量子比特数量减少，其可靠性高于原始电路。我们可以分别对每个子电路应用零噪声外推，再合并结果以获得原始电路的输出，即"先缓解、后合并"（mitgate- then-combine）或 CutQC-MC。

在我们的方法中，我们采用 Tang 等人提出的 CutQC 方案 [21] 将量子电路切割为多个子电路，然后重新组合子电路的结果。CutQC 的后处理开销会随着切割数量呈指数级增长。我们采用了 [21], 中的设计，旨在找到能够最大限度降低后处理开销的切割位置。

我们的 Cut-ZNE 算法如算法 3 所示。输入为量子电路 C。集合 S 包含量子电路切割的结果，即一组子电路。如果切割数量低于阈值 $max\ num\ cuts$，我们就对每个子电路进行零噪声外推：若退相干噪声显著，则先进行 SLZNE，再通过 RZNE 缓解退极化噪声。每个子电路经缓解后的结果通过 $CombineResult$函数进行组合。

算法 3: 基于 Cut-QC 的 RZNE（CutQC-MC）

数据: 量子电路 C
结果: 经误差缓解的结果
开始
  /* $\{S\}$ 是由以下内容组成的一组子电路：原始电路，而切割数是将量子电路分离所需的切割次数为多个子电路。 */
  $\{S\}, cuts \leftarrow CutCircuit(C)$;
  如果 $cuts < max\ num\ cuts$ **则**
    $Y \leftarrow \emptyset$;
    对于 $s_j \in S$ **执行**
      $Y_j \leftarrow \emptyset$;
      $Y_j \leftarrow RunCircuits(s_j)$;
      $y_j \leftarrow RZNE(\{s_j\}, \{y_j\})$;
      追加(Y, y_j);
    end
    返回 $CombineResults(S, Y)$;
  end
end

由于缓解每个子电路的噪声可能代价高昂，我们还提出了先合并后缓解（CutQC-CM）方法，即先合并含噪子电路的结果，再缓解最终状态/期望值。由于 RZNE 需要电路可靠性进行外推，我们使用所有子电路可靠性的几何平均作为合并后电路的可靠性。该方法的算法见算法 4。

V. 实验方法

A. 基准测试

为评估我们提出的无折叠 ZNE 方案，我们在表 I 所示的基准测试上进行了实验。SupermarQ [23]用于生成我们的基准测试。

在我们的实验中，对于 RZNE 和 SLZNE 的 Top K 版本，K 被设为常数 10。应用 RZNE 的阈值设为 $ESP > 0.10$ （图 2 中的 $\theta = 0.10$ ），而选择性应用 SLZNE 的启发式阈值设为 $0.7 \times T_1$。

B. 实验设置

我们的实验在 IBM Qiskit QASM 模拟器和真实量子设备 ibm_cairo 上进行。该模拟器使用了来自 IBM 的 16 量子比特量子设备 ibmq_guadalupe 的噪声模型。测量次数设为 32768。

当所需输出为期望值时，可以通过以下两种方式应用零噪声外推。第一种方式是对输出态的每个系数分别应用零噪声外推，归一化这些系数，然后基于噪声缓解态计算期望值。第二种方式是直接对期望值应用零噪声外推，也就是说，

算法 4： 基于 Cut-QC 的 RZNE（CutQC-CM）

输入： 量子电路 C

结果： 经误差缓解的结果

开始

/* $\{S\}$ 是由以下内容构成的子电路集合：原始量子电路，$\{R\}$ 是它们的 ESP 和切割是所需的切割数量，以便将量子电路拆分为子量子电路量子电路。 */

$\{S\}$, $cuts \leftarrow CutCircuit(C)$;

$\{R\} \leftarrow ComputeReliability\ (\{S\})$;

如果 $cuts < max\ num\ cuts$ **则**

$Y \leftarrow \emptyset$;

对于 $s_j \in S$ **执行**

$Y_j \leftarrow \emptyset$;

$Y_j \leftarrow RunCircuits(s_j)$;

追加(Y, y_j);

end

$y \leftarrow CombineResults(S,\ Y)$;

$r \leftarrow GeometricMean(\{R\})$;

return $RZNE(y, r)$;

end

end

基准测试	参数
哈密顿量模拟（HS）	量子比特数、时间步数
原始 QAOA（QA）	量子比特数
费米子交换 QAOA（QS）	量子比特数
变分量子本征求解器（VQE）	量子比特数、层数
GHZ 态制备（GHZ）	量子比特数

表 I：应用基准测试。

根据经缩放量子电路的期望值进行外推。在我们的实验中，我们报告采用第一种方式得到的结果。

我们仅在哈密顿量模拟、变分量子本征求解器和 GHZ 基准测试中演示 Cut-ZNE。CutQC 为分割 QAOA 量子电路所需的切割数超过了我们预先设定的阈值 2。我们限制切割数的原因在于经典后处理的开销会随 4^K 扩展，其中 K 为切割数。鉴于其呈指数级增长，我们将 2 设为允许的最大切割数，以展示 Cut-ZNE 的有效性。我们采用 CutQC 作者提供的方法 [21] 进行量子电路切割和子电路结果重组。我们展示了算法 3 和算法 4 中提出的方法在上述基准测试中的有效性。

我们还将我们的方法与表 II 中展示的最先进噪声缓解方案进行了比较。对于 DZNE、CDR 和 vnCDR，我们使用软件包 Mitiq [11]。对于 QRAFT，我们使用作者提供的代码 [2]。对于 DZNE，我们还探索了完整量子态外推；在这种情况下，参数与 II 中相同，但 DZNE 会应用于量子态中的每个元素。

方法	参数
数字 ZNE（DZNE）	缩放因子 = {1, 2, 3, 4, 5}、外推方法 = 线性
Clifford 数据再-回归（CDR）	训练集 = 64 量子电路，拟合方法 = 线性
可变噪声CDR (vnCDR)	训练集 = 64 量子电路，拟合方法 = 线性，缩放因子 = 1、2、3、4
QRAFT	训练集 = 1000 随机量子电路

表 II：用于比较的误差缓解方法。

C. 评估标准

为了评估不同量子误差缓解方案的有效性，我们使用绝对可观测量误差（ABE）[14],，其定义如下，用于量化误差对可观测量的影响。

$$ABE(\langle O \rangle) = |\langle O \rangle_{ideal} - \langle O \rangle_{observed}| \tag{7}$$

为了计算误差缓解方法相对于现有误差的改进程度，我们提出了以下指标，称为绝对误差比（ABR）：

$$ABR = \left| \frac{\langle O \rangle_{ideal} - \langle O \rangle_{mitigated}}{\langle O \rangle_{ideal} - \langle O \rangle_{noisy}} \right| \tag{8}$$

ABR 的值越低，误差缓解方法的性能越好。对于某种缓解方案，如果其 ABR 大于或等于“1”，则表示与未缓解情况相比，该误差缓解方法未能成功缓解误差。原因在于，未缓解量子电路的绝对误差比始终为 1。

对于 GHZ 基准测试，我们报告海灵格保真度[1] ，而不是 ABE 或 ABR，因为 GHZ 没有可观测量。

VI. 实验结果

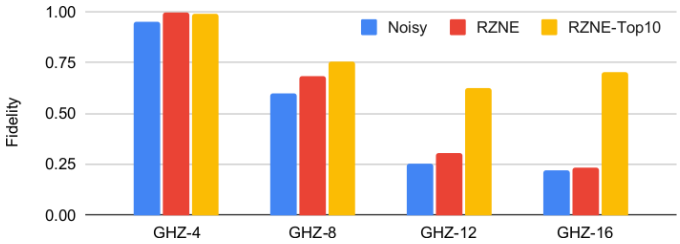


图 5：采用 RZNE 和 RZNE 前10项缓解退极化噪声后 GHZ 态的保真度（越高越好）。

A. 缓解退极化噪声

我们首先考察 RZNE 缓解退极化噪声所致误差的效果。我们使用 Qiskit [4] 噪声模型模拟退极化噪声。该噪声模型根据 ibmq_guadalupe 设备的后端信息构建。在噪声模型中，我们禁用热弛豫误差和读出误差，仅保留退极化误差。我们在哈密顿量模拟（HS）、变分量子本征求解器（VQE）、QAOA（QA）和交换 QAOA（QS）基准测试上评估所提方法。每项基准测试包含 4 个具有不同 ESP 值的量子电路

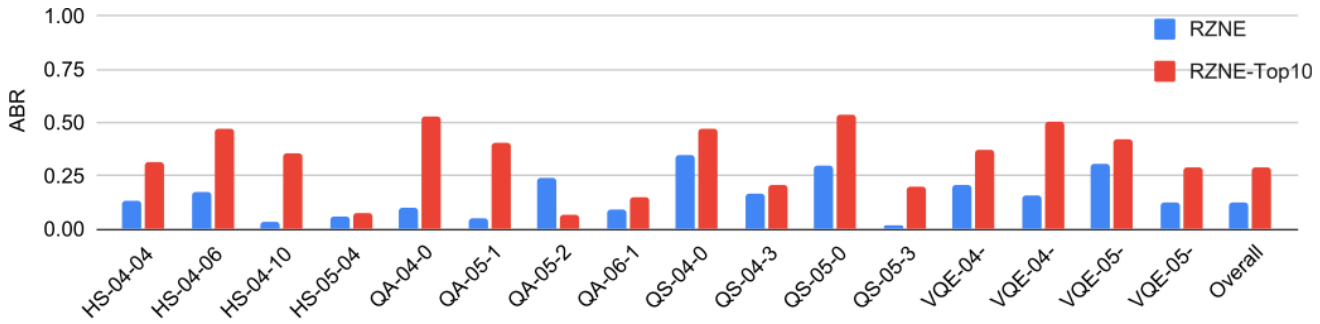


图 6：以下基准测试的绝对误差比 在退极化噪声下，RZNE 和 RZNE 前10项在各种基准测试上的表现。（越低越好） .

。对于每次运行，我们分别计算理想无噪声模拟、含噪模拟、经 RZNE 缓解的含噪模拟以及前10项 RZNE 缓解模拟的期望值。如第 V.C 节所述，我们使用绝对误差比（ABR）量化误差影响。实验结果如图 6 和图 5 所示。结果显然表明，对于所有基准测试，RZNE 的两个变体都能有效降低噪声造成的误差。平均而言，与未经缓解的结果相比，RZNE 可将误差降低 88%，而 RZNE Top 10 可降低 72%。如图 6 所示，RZNE 的表现优于 RZNE Top 10，但需要更多后处理。RZNE 的优势在于它会校正所有量子态，从而降低噪声导致的高概率量子态所带来的影响。另一方面，RZNE Top K 仅处理部分量子态，未校正其余量子态，因此表现不如 RZNE。在图 5 中可以看到，对于量子比特数较多的 GHZ 基准测试，随着量子比特数增加，RZNE Top K 的表现开始显著优于 RZNE。这是因为 GHZ 基准测试有两个主导量子态，只对少数几个量子态进行外推可以避免无意中提高错误量子态的权重。因此可以得出结论：如果事先知道主导量子态的数量，优先采用 RZNE Top K 方法。

B. 缓解退相干噪声

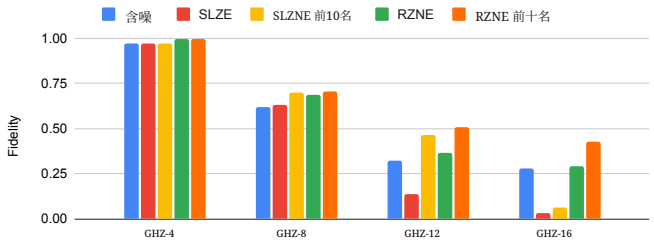


图 7：通过 SLZNE 和 RZNE 缓解退相干噪声后 GHZ 态的保真度。

在本实验中，我们考察 SLZNE 在缓解退相干误差方面的效果。我们使用 Qiskit [4] 噪声模型，仅启用热弛豫噪声。中位数 T_1 为 $91.99\mu s$。图 8 和图 7 展示了 SLZNE 及其变体 SLZNE Top-10 的结果。我们还纳入了 RZNE 的结果作为参照，以比较 SLZNE 的效果。

图 8 的结果表明，虽然所有方法都成功缓解了退相干噪声，但平均而言，SLZNE 前10名的效果最好。SLZNE 的效果稍逊，因为它会对所有量子态进行外推，导致某些非主导量子态被错误外推。当含有大量“1”的量子态（激发态）因退相干而衰变为“中间态”时，这些中间态通常在汉明距离上较为接近。其中一些“中间态”可能不会出现在理想无噪声输出中。然而，SLZNE 在校正所有量子态时，会错误地提高这些中间态的概率。只校正概率最高的少数几个量子态，可以避免这一问题。随后，重新归一化系数时，中间态的概率便会降低。另一个重要发现是，延迟较高的 VQE 使用 SLZNE 时性能最佳，而采用低延迟电路的 QAOA 和 GHZ 基准测试使用 SLZNE 时表现不佳。这可能是因为延迟较高时，“中间态”更有可能衰变为全零态，从而降低错误缓解中间态的可能性。

C. 同时缓解退极化噪声和退相干噪声

在本实验中，噪声模型同时启用了退极化误差和热弛豫误差。结果如图 10 和图 9 所示，其中包含 RZNE 和 SLZNE+RZNE 及其各自 Top K 版本的结果。我们得到的结果与先前关于缓解退极化噪声和退相干噪声的实验一致。具体而言，我们观察到，基于 SLZNE 的方法最适用于延迟较高的量子电路，例如变分量子本征求解器基准测试量子电路；而 RZNE 则适用于 QAOA 等短深度电路。基于这些观察，在其余实验中，我们仅在电路延迟超过 $0.7 \times T_1$ 时应用 SLZNE。

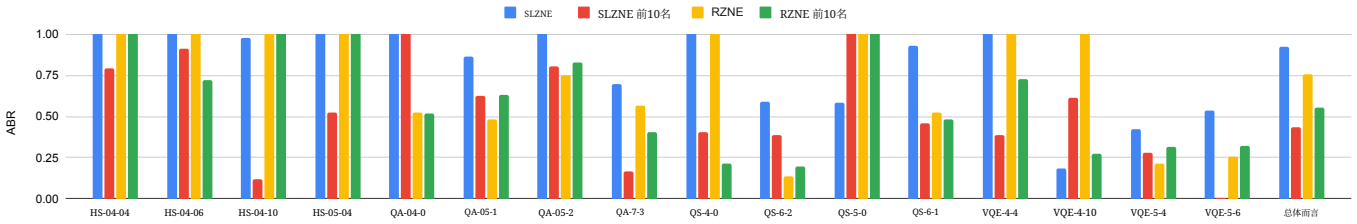


图 8：A 退相干噪声下各种基准测试中 SLZNE 和 RZNE 的绝对误差比率 .

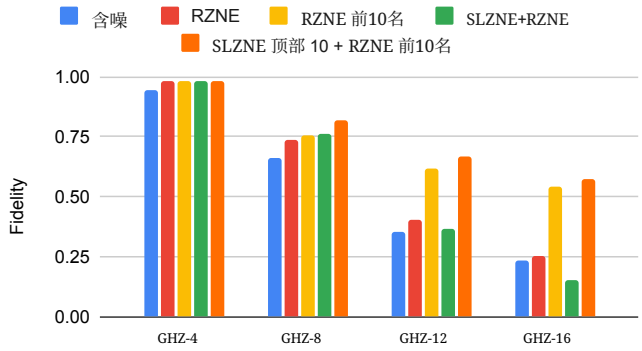


图 9：经 SLZNE 和 RZNE 缓解退极化噪声和退相干噪声后的 GHZ 态保真度。

D. 缓解真实超导量子设备上的噪声

在本实验中，我们在 IBM 量子计算机 ibm_cairo 上进行了测试。在真实设备上，我们将测量次数减少到 8192。我们在表 III 中报告了观测到的绝对误差比。由于其他缓解方案需要多次运行折叠电路，导致作业队列中的等待时间过长，因此我们未能获得这些方案的结果。最后，准确估计门误差对 RZNE 至关重要。有时，IBM 后端的 CNOT 误差可能等于 1，从而使 ESP 为 0，导致 RZNE 无法进行外推。

基准测试	量子比特	可靠性	绝对误差比	
		ESP	RZNE	RZNE 前10名
哈密顿量模拟	4	0.654	0.577	0.027
	4	0.445	0.857	0.928
	7	0.321	0.566	0.422
VQE	4	0.789	0.819	0.910
	4	0.648	0.292	0.563
	7	0.511	0.663	0.648
QAOA	4	0.747	0.788	0.272

表 III：我们在真实量子设备上采用的量子误差缓解方案的绝对误差比。（越低越好）

基准测试	量子比特	可靠性	保真度		
		ESP	含噪	RZNE	RZNE 顶部 10
GHZ	4	0.805	0.583	0.648	0.635
	16	0.683	0.457	0.458	0.585

表 IV：我们在真实量子设备上采用的量子误差缓解方案的保真度。（越高越好）

从表 III 中可以看出，我们的方法能够持续缓解真实设备上的噪声。由于 ibm_cairo 的 T_1 时间相对较长，因此我们无需应用 SLZNE。

E. 在噪声模拟器上与最先进的量子错误缓解方法进行比较

在本实验中，我们将我们的方法与当前最先进的量子误差缓解方法进行比较，包括数字零噪声外推（DZNE）、Clifford 数据回归（CDR）、可变噪声 Clifford 数据回归（vnCDR）和 QRAFT。除读出误差噪声源外，我们启用了 Qiskit 噪声模拟器中的所有噪声源，并根据 ibmq_guadalupe 机器的后端信息构建噪声模型。哈密顿量模拟、变分量子本征求解器、QAOA 和费米子交换 QAOA 的实验结果如图 11 所示，GHZ 基准测试的实验结果如图 12 所示。每个基准测试包含 16 个量子电路，而 GHZ 包含 4 个量子电路。

我们观察到，与所有其他最先进（SOA）方法相比，RZNE 始终能得到更低的中位误差。我们采用的启发式方法是，在选择性 SLZNE 中使用 $0.7\times T_1$，而在 RZNE 中使用 +；该方法仅适用于哈密顿量模拟和变分量子本征求解器（VQE）基准测试，因为只有这些基准测试的量子电路延迟高于启发式阈值。具体而言，与其他误差缓解方法相比，RZNE 在哈密顿量模拟基准测试中表现尤为出色。RZNE 相较于数字 ZNE（DZNE）的性能提升有两个原因：1）DZNE 对可观测量的期望值进行外推，而 RZNE 对量子态进行外推；2）RZNE 以可靠性作为指标，确定应当多大程度地应用校正。噪声对可观测量期望值的影响难以预测，这正是我们需要折叠的主要原因。我们还需要选择或找到最适合数据的外推模型。然而，最适合数据的模型可能会过拟合，从而导致错误的校正。由于我们无法始终预先确定正确的可观测量，所选外推方法的效果也就无法得到保证。RZNE 通过校正量子态避免了所有这些问题，因为对于特定噪声因子下量子态的演化，我们可以进行合理判断。因此，我们可以固定 RZNE 所用外推方法的选择。采用 DZNE 的另一个缺点是，对已受到显著噪声影响的量子电路进行折叠，不会使可观测量的值产生任何有意义的变化，导致外推曲线近乎平坦，无法实现显著的误差缓解。RZNE 则通过不

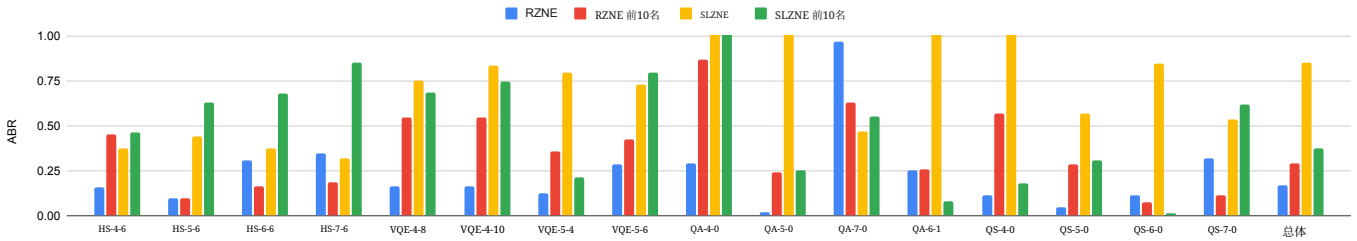


图 10：在退相干噪声和退极化噪声下，RZNE 和 SLZNE 在各种基准测试中的绝对误差比。

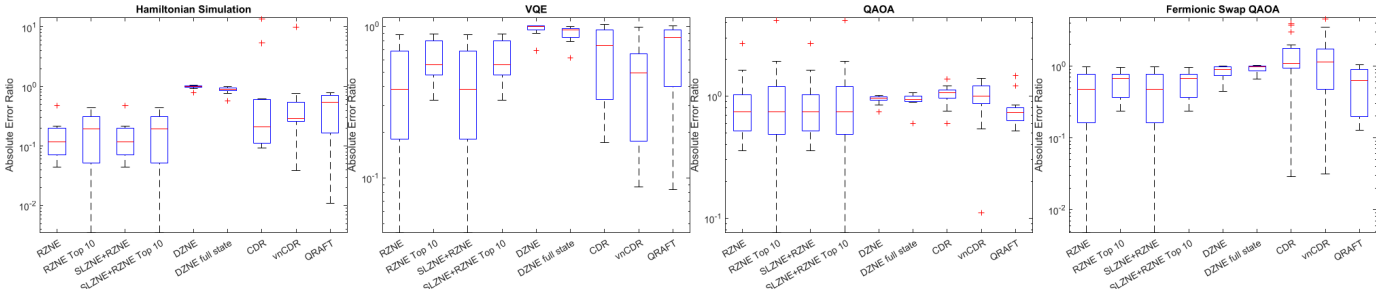


图 11：RZNE 与 各种最先进的误差缓解方法的比较。（越低越好 ）

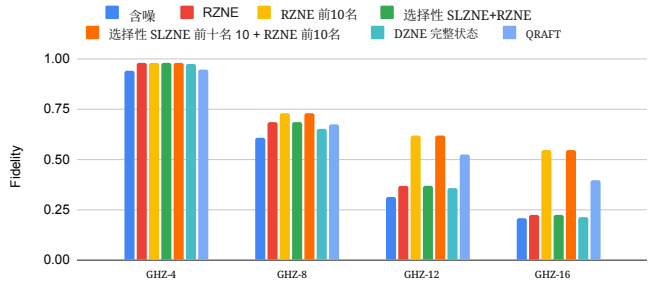


图 12：GHZ 基准测试中误差缓解方法的比较。（越高越好）。

使用固定缩放因子来解决这一问题；当可靠性较低时，RZNE 会进行激进的外推，从而实现更好的误差缓解。

F. Cut-ZNE 的结果

ESP 较低的量子电路可以切割成更小的子电路。子电路可以分别执行，然后使用经典处理重新组合结果，以形成原始电路的输出态。这样，它们的噪声水平/ESP 就可以降低/提高，如表 V 和表 VI 所示。在这些实验中，量子电路被切割成 2 个子电路，最多使用 2 次切割。我们在启用所有噪声源（读取错误除外）的 Qiskit 噪声模拟器上运行哈密顿量模拟、变分量子本征求解器和 GHZ 基准测试，并对其应用 Cut-ZNE，结果如表 V 和表 VI 所示。我们还将 RZNE 作为 Cut-ZNE 方法性能的参考点。此外，我们还展示了仅通过切割量子电路并重新组合子电路的执行结果（标记为“未缓解的 CutQC” ）如何自行实现误差缓解。

随后以两种方式之一应用 RZNE，可以进一步降低误差。

在表格中，CutQC-CM（先合并后缓解）指算法 4 中的方法，而 CutQC-MC（先缓解后合并）则见算法 3。如表中所示，所有方法都成功缓解了误差，因为它们的绝对误差比均小于 1。对于变分量子本征求解器和 GHZ，效果最佳的方法是 CutQC-MC；对于哈密顿量模拟，效果最佳的方法则是 CutQC-CM。至少在哈密顿量模拟中，RZNE 的效果优于应用 CutQC。最重要的是，从两张表中可以看出，误差缓解并非仅仅得益于 CutQC；采用我们的零噪声外推方法后，误差还能进一步缓解，即 CutQC-CM 或 CutQC-MC 优于未缓解的 CutQC。

VII. 结论

本文提出了一种综合方案，用于缓解退相干噪声和退极化噪声。其主要创新包括：(a) 提出基于可靠性的零噪声外推（RZNE），通过对量子电路可靠性进行外推，使我们能够轻松利用极端噪声情形，并避免折叠量子电路；(b) 还表明，对量子电路可靠性进行外推时，简单的线性外推就足以缓解退极化噪声；(c) 提出 SLZNE，这是一种基于电路延迟和状态中 1 的数量的指数外推模型，用于缓解退相干噪声；(d) 提出一种启发式方法来整合 RZNE 和 SLZNE：如果电路延迟低于 $0.7 \times T_1$，则使用 RZNE；否则，先应用 SLZNE，再应用 RZNE；(e) 提出利用量子电路切割技术降低噪声水平，从而提升零噪声外推方法在噪声极高的量子电路上的效果。我们在噪声模拟器和真实量子设备上进行的实验

基准测试	量子比特	可靠性			绝对误差比			
		ESP	$ESP_{subcircuit1}$	$ESP_{subcircuit2}$	RZNE	未缓解的 CutQC	CutQC-CM	CutQC-MC
哈密顿量模拟	5	0.376	0.632	0.579	0.371	0.886	0.029	0.971
	6	0.287	0.632	0.359	0.086	0.806	0.136	0.592
	7	0.212	0.585	0.359	0.100	0.926	0.250	0.535
VQE	8	0.117	0.796	0.344	0.666	0.956	0.831	0.342
	9	0.087	0.494	0.344	0.589	0.663	0.596	0.399
	10	0.070	0.136	0.477	0.559	0.983	0.763	0.569

表 V：Cut-ZNE 误差缓解方案的绝对误差比。（越低越好）。

基准测试	量子比特	可靠性			保真度				
		ESP	$ESP_{subcircuit1}$	$ESP_{subcircuit2}$	含噪	RZNE	未缓解的 CutQC	CutQC-CM	CutQC-MC
GHZ	4	0.929	0.958	0.944	0.936	0.980	0.918	0.943	0.996
	8	0.604	0.815	0.930	0.580	0.662	0.732	0.764	0.931
	12	0.380	0.604	0.815	0.270	0.321	0.521	0.544	0.676
	16	0.286	0.737	0.420	0.213	0.227	0.363	0.377	0.432

T表 VI：使用 Cut-ZNE 误差缓解方案得到的 GHZ 态保真度。（越高越好）

表明，与当前最先进的量子误差缓解方案相比，我们的方法在常用基准测试上效果显著。

VIII. 致谢

本研究部分由美国国家科学基金会资助，资助编号为 1818914（由杜克大学向北卡罗来纳州立大学提供分包合同）和 2120757（由马里兰大学向北卡罗来纳州立大学提供分包合同）。本研究还得到美国能源部科学办公室国家量子信息科学研究中心的支持。

参考文献

[1] “海灵格保真度。”[在线]。可访问：https://qiskit.org/documentation/stubs/qiskit.quantum info.hellinger fidelity.html [2] *QRAFT ASPLOS 21* 代码和数据集。Zenodo，2021 年 2 月。[在线]。可访问：https://doi.org/ 10 5281 4657000 。/zenodo。“IBM Quantum”，[3] https://quantum-computing.ibm.com/，2021 年。[4] M. S. ANIS、Abby-Mitchell、H. Abraham、AduOffei、R. Agarwal、G. Agliardi、M. Aharoni、I. Y. Akhalwaya、G. Aleksandrowicz、T. Alexander、M. Amy、S. Anagolum、Anthony-Gandon、E. Arbel、A. As-faw、A. Athalye、A. Avkhadiev、C. Azaustre、P. BHOLE、A. Banerjee、S. Banerjee、W. Bang、A. Bansal、P. Barkoutsos、A. Barnawal、G. Barron、G. S. Barron、L. Bello、Y. Ben-Haim、M. C. Bennett、D. Bevenius、D. Bhatnagar、A. Bhobe、P. Bianchini、L. S. Bishop、C. Blank、S. Bolos、S. Bopardikar、S. Bosch、S. Brandhofer、Brandon、S. Bravyi、N. Bronn、Bryce-Fuller、D. Bucher、A. Burov、F. Cabrera、P. Calpin、L. Capelluto、J. Carballo、G. Carrascal、A. Carriker、I. Carvalho、A. Chen、C.-F. Chen、E. Chen、J. C. Chen、R. Chen、F. Chevallier、K. Chinda、R. Cholarajan、J. M. Chow、S. Churchill、CisterMoke、C. Claus、C. Clauss、C. Clothier、R. Cocking、R. Cocuzzo、J. Connor、F. Correa、Z. Crockett、A. J. Cross、A. W. Cross、S. Cross、J. Cruz-Benito、C. Culver、A. D. C´orcoles-Gonzales、N. D、S. Dague、T. E. Dandachi、A. N. Dangwal、J. Daniel、M. Daniels、M. Dartiailh、A. R. Davila、F. Debouni、A. Dekusar、A. Deshmukh、M. Deshpande、D. Ding、J. Doi、E. M. Dow、P. Down-ing、E. Drechsler、E. Dumitrescu、K. Dumon、I. Duran、K. EL-Safty、E. Eastman、G. Eberle、A. Ebrahimi、P. Eendebak、D. Egger、ElePT、Emilio、A. Espiricueta、M. Everitt、D. Facoetti、Farida、P. M. Fern´andez、S. Ferracin、D. Ferrari、A. H. Ferrera、R. Fouilland、A. Frisch、A. Fuhrer、B. Fuller、M. GEORGE、J. Gacon、B. G. Gago、C. Gambella、J. M. Gambetta、A. Gammanpila、L. Garcia、T. Garg、S. Garion、J. R. Garrison、J. Garrison、T. Gates、H. Georgiev、L. Gil、A. Gilliam、A. Giridharan、J. Gomez-Mosquera、Gonzalo、S. de la Puente Gonz´alez、J. Gorzinski、I. Gould、D. Greenberg、D. Grinko、W. Guan、D. Guijo、J. A. Gunnels、H. Gupta、N. Gupta、J. M. G¨unther、M. Haglund、I. Haide、I. Hama-mura、O. C. Hamido、F. Harkins、K. Hartman、A. Hasan、V. Havlicek、J. Hellmers、Ł. Herok、S. Hillmich、H. Horii、C. Howington、S. Hu、W. Hu、J. Huang、R. Huisman、H. Imai、T. Imamichi、K. Ishizaki、Ishwor、R. Iten、T. Itoko、A. Ivrii、A. Javadi、A. Javadi-Abhari、W. Javed、Q. Jianhua、M. Jivrajani、K. Johns、S. Johnstun、Jonathan-Shoemaker、JosDenmark、JoshDumo、J. Judge、T. Kachmann、A. Kale、N. Kanazawa、J. Kane、Kang-Bae、A. Kapila、A. Karazeev、P. Kassebaum、T. Kehrer、J. Kelso、S. Kelso、V. Khanderao、S. King、Y. Kobayashi、Kovi11Day、A. Kovyrshin、R. Krishnakumar、V. Krishnan、K. Krsulich、P. Kumkar、G. Kus、R. LaRose、E. Lacal、R. Lambert、H. Landa、J. Lapeyre、J. Latone、S. Lawrence、C. Lee、G. Li、J. Lishman、D. Liu、P. Liu、Lolcroc、A. K. M、L. Madden、Y. Maeng、S. Maheshkar、K. Majmudar、A. Malyshev、M. E. Mandouh、J. Manela、Manjula、J. Marecek、M. Mar- ques、K. Marwaha、D. Maslov、P. Maszota、D. Mathews、A. Matsuo、F. Mazhandu、D. McClure、M. McElaney、C. McGarry、D. McKay、D. McPherson、S. Meesala、D. Meirom、C. Mendell、T. Metcalfe、M. Mevissen、A. Meyer、A. Mezzacapo、R. Midha、D. Miller、Z. Minev、A. Mitchell、N. Moll、A. Montanez、G. Monteiro、M. D. Mooring、R. Morales、N. Moran、D. Morcuende、S. Mostafa、M. Motta、R. Moyard、P. Murali、D. Murata、J. M¨uggenburg、T. NEMOZ、D. Nadlinger、K. Nakanishi、G. Nannicini、P. Nation、E. Navarro、Y. Naveh、S. W. Nea- gle、P. Neuweiler、A. Ngoueya、T. Nguyen、J. Nicander、Nick-Singstock、P. Niroula、H. Norlen、NuoWenLei、L. J. O’Riordan、O. Ogunbayo、P. Ollitrault、T. Onodera、R. Otaolea、S. Oud、D. Padilha、H. Paik、S. Pal、Y. Pang、A. Panigrahi、V. R. Pascuzzi、S. Perriello、E. Peter- son、A. P han、K. Pilch、F. Piro、M. Pistoia、C. Piveteau、J. Plewa、P. Pocreau、A. Pozas-Kerstjens、R. Pracht、M. Prokop、V. Prutyanov、S. Puri、D. Puzzuoli、J. P´erez、Quant02、Quintiii、R. I. Rahman、A. Raja、R. Rajeev、I. Rajput、N. Ramagiri、A. Rao、R. Raymond、O. Reardon- Smith、R. M.-C. Redondo、M. Reuter、J. Rice、M. Riedemann、Rietesh、D. Risinger、M. L. Rocca、D. M. Rodr´ıguez、RohithKarur、B. Rosand、M. Rossmannek、M. Ryu、T. SAPV、N. R. C. Sa、A. Saha、A. Ash- Saki、S. Sanand、M. Sandberg、H. Sandesara、R. Sapra、H. Sargsyan、A. Sarkar、N. Sathaye、B. Schmitt、C. Schnabel、Z. Schoenfeld、T. L. Scholten、E. Schoute、M. Schulterbrandt、J. Schwarm、J. Seaward、Sergi、I. F. Sertage、K. Setia、F. Shah、N. Shammah、R. Sharma、Y. Shi、J. Shoe- maker、A. Silva、A. Simonetto、D. Singh、D. Singh、P. Singh、P. Singka- nipa、Y. Siraichi、Siri、J. Sistos、I. Sitdikov、S. Sivarajah、Slavikmew、M. B. Sletfjerding、J. A. Smolin、M. Soeken、I. O. Sokolov、I. Sokolov、V. P. Soloviev、SooluThomas、Starfish、D. Steenken、M. Stypulkoski、A. Suau、S. Sun、K. J. Sung、M. Suwama、O. Słowik、H. Takahashi、T. Takawale、I. Tavernelli、C. Taylor、P. Taylour、S. Thomas、K. Tian、M. Tillet、M. Tod、M. Tomasik、C. Tornow、E. de la Torre、J. L. S. Toural、K. Trabing、M. Treinish、D. Trenev、TrishaPe、F. Truger、G. Tsilimigk- ounakis、D. Tulsi、W. Turner、Y. Vaknin、C. R. Valcarce、F. Varchon、A. Vartak、A. C. Vazquez、P. Vijaywargiya、V. Villar、B. Vishnu、D. Vogt- Lee、C. Vuillot、J. Weaver、J. Weidenfeller、R. Wieczorek、J. A. Wild- strom、J. Wilson、E. Winston、WinterSoldier、J. J. Woehr、S. Woerner、R. Woo、C. J. Wood、R. Wood、S. Wood、J. Wootton、M. Wright、L. Xing、J. YU、B. Yang、U. Yang、J. Yao、D. Yeralin、R. Yonekura、D. Yonge-Mallo、R. Yoshida、R. Young、J. Yu、L. Yu、C. Zachow、L. Zdanski、H. Zhang、I. Zidaru、B. Zimmermann、C. Zoufal、aed- dins ibm、alexzhang13、b63、bartek bartlomiej、bcamorrison、brandhsn、charmerDark、deeplokhande、dekel.meirom、dime10、dlasecki、ehchen、fanizzamarco、fs1132429、gadial、galeinston、georgezhou20、georgios ts、

gruu, hhorii, hykavitha, itoko, jeppevinkel, jessica angel7, j ezerjojo14, jliu45, jscott2, klinvill, krutik2966, ma5x, michelle4654, msuwama, nico lgrs, nrhawkins, ntgiwsvp, ordmoj, sagar pahwa, pritamsinha2304, ryancocuzzo, saktar unr, saswati qiskit, septembrr, sethmerkel, sg495, shaashwat, smturro2, sternparky, strickroman, tigerjack, tsura crisaldo, upsideon, vadebayo49, welien, willhbang, wmurphy collabstar, yang.luh，以及 M. ˇCepulkovskis，“Qiskit：用于量子计算的开源框架”，2021年。[5] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, D. Bacon, J. C. Bardin, R. Barends, R. Biswas, S. Boixo, F. G. Brandao, D. A. Buell 等，“使用可编程超导处理器实现量子霸权”，《Nature》，第574卷，第7779期，第505–510页，2019年。[6] A. Borras, A. P. Majtey, A. R. Plastino, M. Casas, and A. Plastino，“高度纠缠的多量子比特态在退相干下的鲁棒性”，《Phys. Rev. A》，第79卷，页码022108，2009年2月。 [在线]。可访问：https://link.aps.org/doi/ 10 1103 79 022108 。/ [7] PhysRevA. 。P. Czarnik, A. Arrasmith, P. J. Coles, and L. Cincio，“利用克利福德量子电路数据进行误差缓解”，《Quantum》，第5卷，页码592，2021年11月。 2021 [ ] 10 22331 2021 11 26 592 在线。可访问：https://doi.org/。/q- - - - P. Das, S. Tannu, S. Dangwal, and M. Qureshi，“Adapt：通过自适应动态解耦缓解量子比特的空闲误差”，载于MICRO-54：第54届IEEE/ACM微体系结构年度国际研讨会论文集，丛书MICRO ’21。美国纽约州纽约市：计算机协会，2021年，第950–962页。 [在线]。可访问：https://doi.org/ 10 1145 3466752 3480059 。/。S. [8] Endo, S. C. Benjamin, and Y. Li，“面向近期应用的实用量子误差缓解”，《Physical Review X》，第8卷，031027，2018年第3期。[10] T. [9] Giurgica-Tiron, Y. Hindy, R. LaRose, A. Mari, and W. J. Zeng，“用于量子误差缓解的数字零噪声外推”，载于QCE，2020年。[11] R. LaRose, A. Mari, S. Kaiser, P. J. Karalekas, A. A. Alves, P. Czarnik, M. E. Mandouh, M. H. Gordon, Y. Hindy, A. Robertson, P. Thakre, N. Shammah, and W. J. Zeng, “Mitiq：用于含噪量子计算机误差缓解的软件包”，2020年。[12] Y. Li and S. C. Benjamin，“融合主动误差最小化的高效变分量子模拟器”，《Physical Review X》，第7卷，第2期，2017年。[13] J. Liu and H. Zhou，“NISQ时代量子计算机的可靠性建模”，载于IISWC，2020年。[14] A. Lowe, M. H. Gordon, P. Czarnik, A. Arrasmith, P. J. Coles, and L. Cincio，“数据驱动量子误差缓解的统一方法”，《Phys. Rev. Research》，第3卷，页码033098，2021年7月。 [在线]。可访问：https://link.aps.org/doi/ 10 1103 3 033098 。/ [15] PhysRevResearch. 。P. Murali, D. C. Mckay, M. Martonosi, and A. Javadi-Abhari，“含噪中等规模量子计算机上的串扰软件缓解”，丛书ASPLOS ’20。美国纽约州纽约市：计算机协会，2020年，第1001–1016页。 [在线]。可访问：https://doi.org/ 10 1145 3373376 3378477 。/。P. D. [16] Nation, H. Kang, N. Sundaresan, and J. M. Gambetta，“量子计算机测量误差的可扩展缓解”，《PRX Quantum》，第2卷，页码040326，2021年11月。 [在线]。可访问：https://link.aps.org/doi/ 10 1103 2 040326 。/PRXQuantum. 。 [17] M. A. Nielsen and I. L. Chuang，《量子计算与量子信息》。剑桥大学出版社，2000年。[18] S. Nishio, Y. Pan, T. Satoh, H. Amano, and R. V. Meter，“通过误差感知编译从IBM的20量子比特机器中提取成功”，《ACM新兴计算技术期刊（JETC）》，第16卷，第3期，第1–25页，2020年。[19] T. Patel and D. Tiwari，“QRAFT：反转量子电路并获知正确的程序输出”，载于第26届ACM编程语言与操作系统架构支持国际会议论文集，丛书ASPLOS ’21。美国纽约州纽约市：计算机协会，2021年，第443–455页。 [ ] 10 1145 3445814 3446743 在线。可访问：https://doi.org/。/。T. Peng, A. W. Harrow, M. Ozols, and X. Wu，“在小型量子计算机上模拟大型量子电路”，《Phys. Rev. Lett.》，第125卷，页码150504，2020年10月。 [在线]。可访问：https://link.aps.org/doi/ 10 1103 125 150504 。/PhysRevLett. 。 [20] [21] W. Tang, T. Tomesh, M. Suchara, J. Larson, and M. Martonosi，“CutQC：使用小型量子计算机评估大型量子电路”，载于第26届ACM编程语言与操作系统架构支持国际会议论文集，丛书ASPLOS ’21。美国纽约州纽约市：计算机协会，2021年，第473–486页。 [在线]。获取地址：https://doi.org/ 10 1145 3445814 3446758 。/。K. Temme、S. Bravyi 和 J. M. [22] Gambetta，“短深度量子电路的误差缓解”，《物理评论快报》，第119卷，2017年11月。 [在线]。获取地址：https://link.aps.org/doi/ 10 1103 119 180509 。/ [23] PhysRevLett.。T. Tomesh、P. Gokhale、V. Omole、G. Ravi、K. N. Smith、J. Viszlai、X. Wu、N. Hardavellas、M. R. Martonosi 和 F. T. Chong，“Supermarq：一种可扩展的量子基准测试套件”，载于*2022*年 *IEEE*高性能计算机体系结构国际研讨会（*HPCA*）。美国加利福尼亚州洛斯阿拉米托斯：IEEE计算机学会，2022年4月，第587–603页。 [在线]。获取地址：https://doi.ieeecomputersociety.org/10. 1109/HPCA53966.2022.00050[24] V. Tripathi、H. Chen、M. Khezri、K.-W. Yip、E. Levenson-Falk 和 D. A. Lidar，“利用动态解耦抑制超导量子比特中的串扰”，《物理评论应用》，第18卷，第024068页，2022年8月。 [在线]。获取地址：https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied. 18 024068 。L. Viola、E. Knill 和 S. Lloyd，“开放量子系统的动态解耦”，《物理评论快报》，第82卷，第2417–2421页，1999年3月。 [在线]。获取地址：https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett. 82.2417 [25] [26] H. Wang、Z. Liang、J. Gu、Z. Li、Y. Ding、W. Jiang、Y. Shi、D. Z. Pan、F. T. Chong 和 S. Han，“鲁棒量子电路的 TorchQuantum 案例研究”，载于第*41*届 *IEEE/ACM*计算机辅助设计国际会议论文集（*ICCAD 2022*），美国加利福尼亚州圣迭戈，*2022*年*10*月*30*日至*11*月*3*日，T. Mitra、E. F. Y. Young 和 J. Xiong 编。ACM，2022年，第136页。 [在线]。获取地址：https://doi.org/ 10 1145 3508352 3561118 。/。C. J. Wood，“专题会议：近期量子计算机中的噪声表征与误差缓解”，载于*2020*年 *IEEE*第*38*届计算机设计国际会议（*ICCD*），2020年，第13–16页。[28] J. Zhang、A. M. Souza、F. D. Brandao 和 D. Suter，“受保护的量子计算：将量子门操作与动态解耦序列交错执行”，《物理评论快报》，第112卷，第050502页，2014年2月。 [在线]。获取地址：https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.050502 [27]