囚禁离子的二维谐振子中纠缠相干态的实验实现

Honggi Jeon, [1,2] Jiyong Kang, [2,3] Jaeun Kim, [2,3] Wonhyeong Choi, [2,3,4] Kyunghye Kim, [2,3] 以及 Taehyun Kim[2,3,4,5,6,*]

[1] *Department of Physics and Astronomy, Seoul National University, Seoul 08826, Republic of Korea*

[2] *Automation and System Research Institute, Seoul National University, Seoul 08826, Republic of Korea*

[3] *Department of Computer Science and Engineering, Seoul National University, Seoul 08826, Republic of Korea*

[4] *Inter-university Semiconductor Research Center, Seoul National University, Seoul 08826, Republic of Korea*

[5] *Institute of Computer Technology, Seoul National University, Seoul 08826, Republic of Korea*[6] *Institute of Applied Physics, Seoul National University, Seoul 08826, Republic of Korea*

arXiv:2305.00820v1 [quant-ph] 1 May 2023

纠缠相干态在量子计算、量子通信和量子传感等多个领域发挥着关键作用。我们通过囚禁离子系统的二维运动，实验演示了纠缠相干态的制备。利用适当的失谐量，我们同时驱动单个囚禁离子两个横向轴上的红边带和蓝边带，并观察到其自旋与二维运动之间多周期的纠缠和解纠缠。随后，通过测量自旋态，我们预告了囚禁离子横向运动的纠缠相干态，并观察到其中一个谐振子声子分布宇称的相应调制。最后，我们在线性离子链中囚禁两个离子，并利用二维运动实现了 Mølmer–Sørensen 门。

引言

过去几十年来，相干态一直是理论和实验研究的热门课题 [1]。它被认为是具有最经典性质的量子态，因为其涨落达到不确定性原理所允许的最小值，而且其时间演化轨迹与经典谐振子的轨迹完全相同 [2]。相干态的多体推广——纠缠相干态，作为最“经典”的量子态的纠缠叠加态，已成为量子光学多个领域中有用的理论工具。它被用于量子信息处理 [3–9], 、量子计量学 [10], 以及贝尔不等式和莱格特不等式 [11, 12]等物理学基础检验的理论研究中。尽管纠缠相干态对退相干十分敏感，但已有少数涉及光子 [13] 和超导电路 [14, 15]的实验成功实现了这种状态。囚禁离子是研究量子世界的极为重要的工具，因为它与环境高度隔离，同时又能得到精确控制。在囚禁离子系统中，研究人员已在多项实验中利用囚禁离子的运动态实现了相干态或猫态的单模叠加态 [16–20]。关于在囚禁离子系统中实现纠缠相干态，已有多项理论研究 [21–24], ，但迄今尚无实验实现。

本文报告了利用囚禁离子的二维运动实现纠缠相干态。通过使横向囚禁势近乎各向同性，我们在离子的两个主轴（X 和 Y）上同时施加自旋依赖力（SDF），使得 X 和 Y 模态的久期频率非常接近。通过将激光失谐设定在 X 和 Y 模的频率之间，并驱动蓝边带和红边带上的双频跃迁，我们同时激发两个径向方向的运动模，并改变作用于各个振动模的耦合强度之比。

对于单离子，我们在二维空间中产生类似李萨如曲线的运动，使两个方向上的振荡周期呈现各种通约关系，并观察到自旋态相应的周期性变化 [25]。通过电路中途测量，我们将自旋与运动解耦，并 herald 出两个横向轴上运动的纠缠相干态。我们通过观察声子数宇称的调制验证了这一结果；这种调制源于两个运动模周期性的纠缠与解纠缠。此外，我们还在由两个离子组成的离子链中，利用 Mølmer–Sørensen 相互作用成功制备了贝尔态，其中几何相位通过二维空间中的运动累积。与一维情形相比，这降低了所需的拉比频率。

结果

我们将 $^{171}Yb^{+}$ 离子囚禁在刀片型离子阱中心，其尺寸如 1(a) [26, 27]所示。对射频刀片施加一个以 15.3 MHz 振荡的射频电压，以实现径向囚禁；另外两片刀片接地。可对射频刀片施加直流偏置电压，以旋转径向主轴并改变 X 模与 Y 模久期频率之间的间隔。射频场的振幅由 PID 控制器主动稳定，

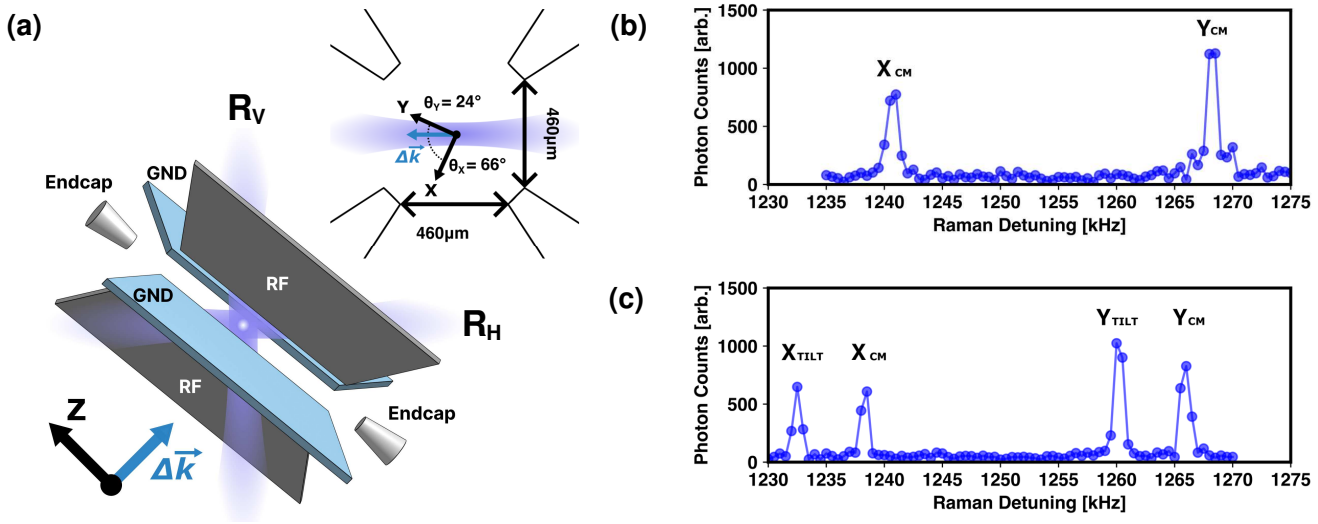


图1. **实验装置。** (a) 拉曼跃迁所用离子阱电极、离子和脉冲激光束的示意图。$\Delta\vec{k}$ 表示动量转移方向，即两束脉冲激光束 R_V 和 R_H 之差。右上方为离子阱在横向平面上的横截面。 $\Delta\vec{k}$ 与Y轴和X轴主轴之间的夹角分别为 24° 和 66°。离子链沿Z轴排列。(b) 单离子的横向振动模以及(c) 两个离子组成的线性离子链的蓝边带代表性光谱，其中 X_{cm} 和 Y_{cm} 为同相模， X_{tilt} 和Y_{tilt} 为反相模。

如 1(b) 和 (c) 所示，径向模的平均久期频率通常设定在 $\omega_{X,\ Y} \simeq 2\pi \times 1250$ kHz 左右。由于射频电压采样的热漂移 [29]，该数值每天会变化几 kHz。横向轴的简并被 $2\pi \times 27.8$ kHz 的频差解除，其中 Y 轴频率较高。对端盖电极施加 1300 V 的直流电压，由此产生的轴向久期频率为 $\omega_Z = 2\pi \times 120 \pm 0.12$ kHz。量子比特态定义为 $|\downarrow\rangle = \left|S_{1/2}, F = 0, m_F = 0\right\rangle$和 $|\uparrow\rangle = \left|S_{1/2}, F = 1, m_F = 0\right\rangle$。对于单离子实验，使用标准荧光探测法 [30]测量量子比特态。对于双离子链，我们使用直方图拟合来推断量子比特态的三种可能类别的布居数， $\{|\downarrow\downarrow\rangle\}$, $\{|\downarrow\uparrow\rangle\rangle$,$|\uparrow\downarrow\rangle\}$ 和 $\{|\uparrow\uparrow\rangle\}$ [31]。

红边带、蓝边带和载波跃迁通过对受激拉曼跃迁施加适当的失谐量来实现 [32]。该过程由两束相互垂直的355纳米脉冲激光束实现，它们分别从离子阱的底部 (R_V) 和侧面 (R_H)进入。两束光的相对频率和相位由声光调制器（AOM）控制。拉曼跃-迁的动量矢量 Δk 垂直于Z轴，并在两个径向轴上均有分量，其夹角分别为 $\theta_Y = 24^\circ$ 和 $\theta_X = 66^\circ$ ，如图1(a)所示。这导致各振动模具有不对称的兰姆-迪克因子，分别为 $\eta_X = 0.05$ 和$\eta_Y = 0.11$。脉冲激光的拍频由前馈系统稳定，该系统会移动

控制该(R_V) 光束 [33]的声光调制器的驱动射频。

自旋与多个运动模的纠缠

我们使用记号 $|s\rangle|a\rangle|b\rangle$ 表示系统的量子态，其中 s 表示离子链的量子比特态；对于单个离子，其可能取值为 $\uparrow$ 和 $\downarrow$ ，对于两个离子组成的链，则为二者的张量积。 a 和 b 表示X和Y模态的量子态，可采用福克态或相干态基底。通过以相同强度同时驱动运动模的红边带和蓝边带，我们实现了自旋依赖力哈密顿量。当相对于边带的失谐对称时，波包在相空间中的位置会以与失谐 [17], 成正比的频率调制，从而形成如图2(e)所示的圆形轨迹。

对于处于二维谐势中、受非对称失谐双频光束作用的单个囚禁离子，其相互作用哈密顿量如下

$$\hat{H} = \frac{\hbar\Omega\eta_X}{2}\left(\hat{a}_X e^{-i(\delta_X t+\phi_M)} + \hat{a}_X^\dagger e^{i(\delta_X t+\phi_M)}\right)\hat{\sigma}_{\phi_S} + \frac{\hbar\Omega\eta_Y}{2}\left(\hat{a}_Y e^{-i(\delta_Y t+\phi_M)} + \hat{a}_Y^\dagger e^{i(\delta_Y t+\phi_M)}\right)\hat{\sigma}_{\phi_S} \tag{1}$$

其中， η_j 和 δ_j 分别是第 j个轴的兰姆-迪克因子

轴上的失谐以及相对于第 j个轴质心振动模的失谐。$\hat{a}_j$($\hat{a}_j{}^\dagger$) 是第 j个轴的声子湮灭（产生）算符，Ω是拉曼跃迁的拉比频率。自旋相关相互作用的运动相位和自旋相位分别正比于蓝边带和红边带激光相位 ϕ_b 和 ϕ_r的差 $\phi_M = (\phi_b - \phi_r)/2,$ 与和$\phi_S = (\phi_b + \phi_r)/2,$。

我们用$|+\rangle = 1/\sqrt{2}(|\downarrow\rangle + e^{i\phi_S}|\uparrow\rangle)$ 和 $|-\rangle = 1/\sqrt{2}(|\downarrow\rangle - e^{-i\phi_S}|\uparrow\rangle)$ 表示 $\hat{\sigma}_{\phi_S}$ 算符的本征态。为简便起见，我们假设 $\phi_S = 0$ 。X 轴项和 Y 轴项分别作用于各自的希尔伯特空间，得到如下时间演化算符，其中 X 和 Y 相空间中的位移分别定义为 $\alpha(t) = \eta_X\Omega/2\delta_X\left(1 - e^{-i\delta_X t}\right)e^{-i\phi_M}$和$\beta(t) = \eta_Y\Omega/2\delta_Y\left(1 - e^{-i\delta_Y t}\right)e^{-i\phi_M}$。时间演化算符为

$$\hat{U}(t) = |+\rangle\langle+|\hat{D}_X(\alpha(t))\hat{D}_Y(\beta(t)) + |-\rangle\langle-|\hat{D}_X(-\alpha(t))\hat{D}_Y(-\beta(t))$$

其中 $\hat{D}_X(\alpha(t))$ 和 $\hat{D}_Y(\beta(t))$是位移算符，定义为$e^{\alpha(t)\hat{a}_X^\dagger - \alpha(t)^* a_X}$ 和 $e^{\beta(t)\hat{a}_Y^\dagger - \beta(t)^* a_Y}$。将其作用于离子经过边带冷却和量子比特初始化后的初态 $|\psi(t=0)\rangle = |\downarrow\rangle|0\rangle|0\rangle$，得到如下波函数，该波函数展现了自旋与两个运动模之间的纠缠：

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle|\alpha(t)\rangle|\beta(t)\rangle + |-\rangle|-\alpha(t)\rangle|-\beta(t)\rangle) \quad (2)$$

图 2(a)–(d) 展示了不同失谐量与 X 和 Y 模态之比下自旋态的时间演化， $R = \delta_X/\delta_Y,$。虚线为下列方程的拟合曲线： [17]

$$P_\uparrow(t) = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-\left(\bar{n}_X + \frac{1}{2}\right)|2\alpha(t)|^2 - \left(\bar{n}_Y + \frac{1}{2}\right)|2\beta(t)|^2} e^{-t/\tau}\right) \quad (3)$$

其中， τ 为经验退相干速率， $\bar{n}_X$ 和$\bar{n}_Y$ 分别为 X 和 Y 模态的平均声子数，在我们的系统中分别为 $\simeq 0.2$ 和 $\simeq 0.1$。在每个相空间中，波包会沿圆形轨迹周期性运动，其周期定义为双频光束失谐量的倒数。当其中一个运动模在相空间中返回原点时，自旋态仅发生部分干涉，测得的自旋态会偏离其初始状态 $|\downarrow\rangle$。当两个相空间中的波包同时返回原点时，自旋态会完全恢复到初始状态 [17]。

纠缠相干态的制备及声子数宇称调制的观测

通过电路中途测量对自旋态进行投影，可以将自旋与两个运动模式构成的三体纠缠态转化为两个运动自由度的纠缠相干态（ECS）。通过修改这一序列，使其仅对单个运动模式施加位移。

该振动模会产生运动的单模猫态，Kienzler等人已通过实验展示了这一点（见补充材料） [20]。我们首先通过边带冷却脉冲将离子冷却至基态，以此开始实验序列。随后，我们施加双模自旋依赖力，使其同时作用于 X 和 Y 运动，持续时间为 t_{SDF}。接下来，用近共振的 369.5 纳米激光束照射离子，作为探测光束。该光束开启500 μ秒，并由光电倍增管收集散射光子。随后，我们在 Y 模上驱动蓝边带拉比振荡，持续时间各不相同，并测量离子的自旋态。该序列如图 3(a) 所示。我们对具有 $|\downarrow\rangle$ 自旋态的波函数进行后选择；在电路中探测阶段检测到少于两个光子，即可确认该自旋态。

这得到以下波函数：

$$|\psi_{ECS}(t)\rangle = |\downarrow\rangle\frac{|\alpha(t)\rangle|\beta(t)\rangle + |-\alpha(t)\rangle|-\beta(t)\rangle}{\sqrt{2 + 2e^{-2(|\alpha(t)|^2 + |\beta(t)|^2)}}} \quad (4)$$

检测到两个或更多光子的互补数据集对应于相位相反的纠缠相干态 $|\alpha(t)\rangle|\beta(t)\rangle\dashv|-\alpha(t)\rangle|-\beta(t)\rangle$，但我们选择不使用这些数据集，因为光子散射会通过反冲影响运动态的相干性 [20]。随后将蓝边带拉比振荡拟合到以下模型，以获取 Y 模的声子数分布 [20, 34, 35]

$$P_\uparrow(t_{BSB}) = \sum_{n=0}^{N}\frac{p_{Y,n}(t)}{2}\left(1 - \cos\left(\Omega_{n+1,n}t_{BSB}\right)e^{-t_{BSB}/\tau}\right) \quad (5)$$

其中， $p_{Y,\ n}(t)$ 是施加自旋依赖力 t 后，Y 运动中 n 声子态的布居数； N 是我们考虑的最大声子数； $\Omega_{n+1,\ n}$ 是 n 声子态的一阶蓝边带拉比频率； τ 是相干时间。当 $\alpha = 0$ 时，式 4 中的波函数化简为 Y 模的单模猫态 $(|\psi_Y(t)\rangle = |\downarrow\rangle(|\beta(t)\rangle + |-\beta(t)\rangle)/\sqrt{2 + 2e^{-2|\beta(t)|^2}})$，且声子占据数预期仅分布在偶数数态中。然而，当 α 非零时，Y 相空间中相位相反的两个相干态 $|\beta\rangle_Y$ 和 $|-\beta\rangle_Y$ 之间的干涉，会受到 X 轴运动 $|\alpha\rangle_X$ 和 $|-\alpha\rangle_X$ 的抑制。因此，随着 X 模中位移大小的变化，Y 模布居数的宇称会受到调制。由此得到的声子占据数分布的时间演化如下。

$$\begin{aligned} p_{Y,n}(t) &= Tr(\{|\downarrow\rangle\langle\downarrow| \otimes \hat{I}_X \otimes |n\rangle\langle n|\}|\psi_{ECS}\rangle\langle\psi_{ECS}|) \\ &= \frac{e^{-|\beta(t)|^2}(|\beta(t)|^{2n}/n!)}{1 + e^{-2\left(|\alpha(t)|^2 + |\beta(t)|^2\right)}}(1 + (-1)^n e^{-2|\alpha(t)|^2}) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\langle n|$ 是 Y 模的第 n 个数态。6 导致声子数宇称的调制，定义为

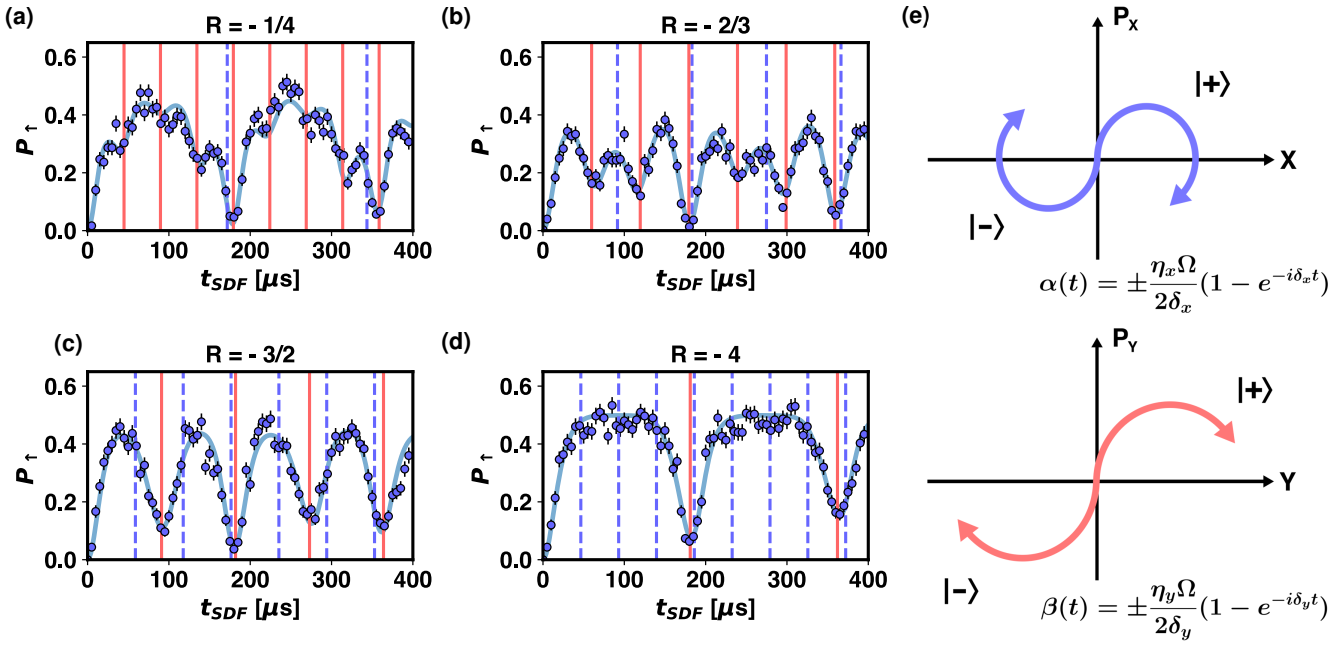


图 2. **自旋与两个运动模的纠缠**。在 (a-d) 中，观测了不同失谐比下自旋态的时间演化。当波包仅在一个维度上返回原点时，自旋与运动发生部分解纠缠。当波包在两个维度上均返回原点时，则观测到完全解纠缠。误差棒表示量子投影噪声。实线为对 3 的拟合曲线。 R是相对于径向模的失谐量之比，定义为 $R = \delta_X/\delta_Y$。通过拟合估计得到的 R值为：(a) -0.261 ± 0.001、(b) -0.653 ± 0.003、(c) -1.547 ± 0.016 和 (d) -3.892 ± 0.071。每个运动模与自旋解纠缠的时刻以竖线标出。红色实线对应 Y 模，蓝色虚线对应 X模。(e) 运动模的一个代表性相空间图。在每个相空间中，波函数演化为两个波包的相干叠加，分别对应于 ϕ_S基自旋本征态。轨迹由拉比频率以及相对于各运动模的失谐量决定。

作为 $\Pi(t) = \sum_n (-1)^n p_{Y,\ n}(t)$，这是因为与 X模纠缠后，奇数数态之间的干涉受到抑制。我们在模型中纳入了边带冷却不完善的影响，因此仍有一部分布居留在单声子态中（见方法）。我们展示了在 $R = \delta_X/\delta_Y$ 的不同取值下生成纠缠相干态的结果。3(d) 对应于 $R = -2$，此时离子沿 X 轴以某一频率作周期性位移，该频率是沿 Y 轴周期性位移频率的两倍。因此，根据 6，Y 方向运动的声子分布的宇称预计会以其周期性位移周期的一半为周期进行调制。

我们使用 $R = -2/3$ 重复了相同的实验。在这种情况下，宇称调制模式预计将覆盖 Y 向位移的三个周期，如图 3(e) 所示。观测到的声子数宇称变化与理论模型吻合良好，是两个运动模发生纠缠的直接结果。图 3(b) 和 (c) 展示了两个具有代表性的声子分布。对于两者，Y 模的位移均达到最大值，但声子数宇称在 3(b) 中为 0.89 ± 0.09，在 3(c) 中为 0.22 ± 0.06。此外，3(c) 明显偏离单模猫态的声子分布，在 $R = -2/3$ 和 0.89 ± 0.09 态中具有显著布居数，

在 3(d) 和 (e) 中，我们还绘制了 Y 模平均声子数随时间的演化，这近似对应于 Y 模相空间中位移绝对值的平方。X 和 Y 模平均声子数的理论曲线，是利用通过拟合声子数宇称数据推断出的各模拉比频率和单声子态布居数计算得到的。

具有二维运动的 Mølmer–Sørensen 门

接下来，我们将两个离子囚禁在线性离子链中，并通过实现涉及多个主轴振动模的 Mølmer–Sørensen 相互作用 [36–38]，研究如何在离子链中利用二维相干运动。我们首先观察二维 Mølmer–Sørensen 相互作用下两个量子比特态的时间演化，并将拉比频率和失谐量校准至能够产生贝尔态（$1/\sqrt{2}(|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle)$）。随后，我们通过观察量子比特态宇称振荡来测量所得态的保真度；具体做法是对两个量子比特施加一个 $\pi/2$脉冲并扫描其相位，[36。

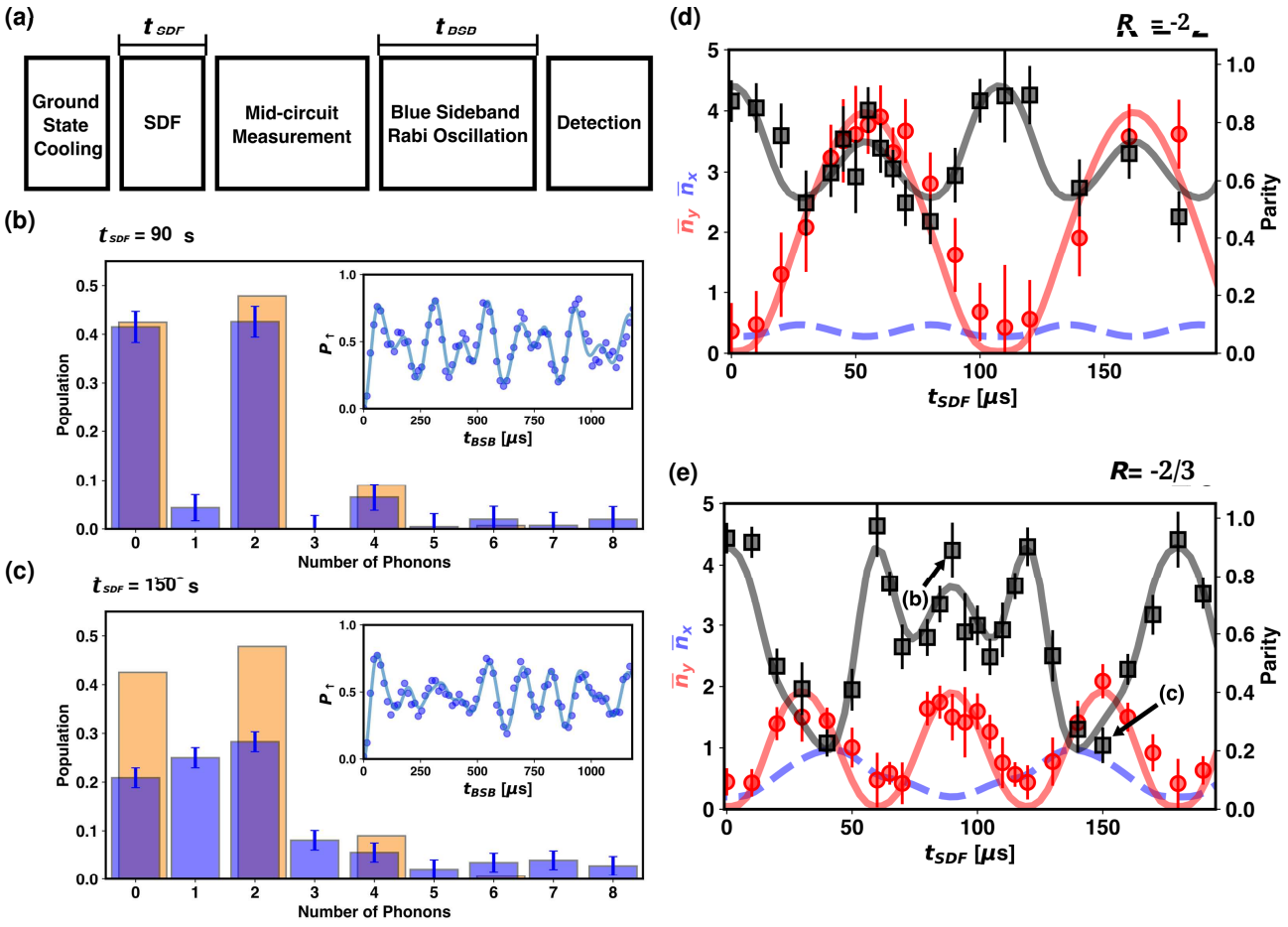


图3. **纠缠猫态的制备与声子态分布的测量**。(a) 用于制备纠缠相干态并观测其宇称调制的实验序列。(b) X模解纠缠时，Y模声子分布的代表性图，$R = -2/3$；(c) X模纠缠时的声子分布。橙色柱表示猫态理论预期的声子占据数，蓝色柱表示通过拟合蓝边带拉比振荡提取的布居数，拟合曲线显示在插图中。插图中的实线为蓝边带拉比振荡模型的拟合曲线。(d)、(e) 宇称和平均声子数随 t_{SDF} 的演化，分别对应 $R = -2$ 和 $R = -2/3$,。在(d)中，Y 相空间中的最大位移幅度为 $|\beta| = \sqrt{n_Y} \simeq 2$，X 相空间中的最大位移幅度为 $|\alpha| = \sqrt{n_X} \simeq 0.7$。在(e)中，$|\beta| \simeq 1.5$ 和 $|\alpha| \simeq 1.0$ 达到最大值。黑线为纠缠相干态声子数宇称的拟合曲线。红色实线表示根据宇称拟合得到的各振动模拉比频率和温度推导出的Y模平均声子数。蓝色虚线表示用同样方法计算的X模平均声子数。图中所有误差棒均表示拟合参数的标准误差。

其门保真度估计为$R = -1/3,$，在此语境下定义为相对于 X-cm 模和 Y-tilt 模的失谐量之比，$\delta_{X_{cm}}/\delta_{Y\,tilt}$。测得的门保真度为 89.7 ± 0.6 %，与单轴 Mølmer–Sørensen 门的保真度 93.2 ± 0.6 % 相当。这表明，Mølmer–Sørensen 相互作用可以自然地扩展到多个维度。此外，与单轴情形相比，门的拉比频率有所降低，这是因为更多相空间对几何相位有所贡献（$\Phi_n(t) = \eta_{n1}\eta_{n2}/(2d_n)^2\,(d_n t - \sin(d_n t))\,\Omega_0^2$，其中$\eta_{n1}$ 和 η_{n2} 分别是每个离子对于第 n 个模，d_n 是相对于第 n 个模的失谐，Ω_0 是拉比频率），如图 4(a) 所示。在 $R = -1/3$ 处，这一效应最为显著，此时两个轴的几何相位贡献相近，因此所需的拉比频率降低了 $\simeq 1/\sqrt{2}$ 倍。在这里，使用两个轴生成 $|\downarrow\downarrow\rangle$ 和 $|\uparrow\uparrow\rangle$ 的等权叠加所需的拉比频率为 $2\pi \times 86.1$ kHz，这与实验标定值 $2\pi \times 81.3 \pm 0.6$ kHz 一致。在相同门时间和门失谐的条件下，该数值比仅使用 X 轴时所需的拉比频率低 28.3%，比仅使用 Y 轴时低 30.1%。

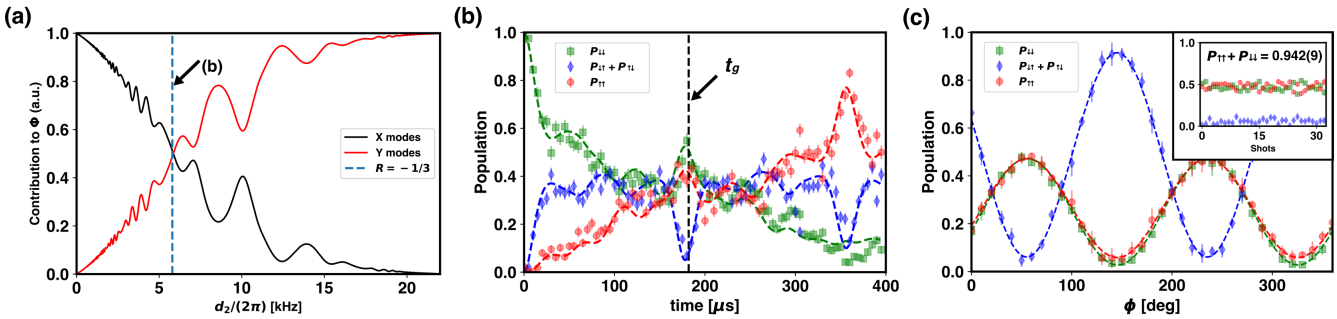


图 4. **二维运动下 Mølmer–Sørensen 门的表征**。(a) 生成贝尔态所需几何相位中各振动模的归一化贡献， $1/\sqrt{2}(|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$。 d_2 是相对于 X_{cm} 振动模的失谐。在竖直虚线所示的失谐处，失谐比为 $R = -1/3$，X 模和 Y 模的贡献几乎相等。(b) 当 $R = -1/3$ 时，双量子比特系统在二维 Mølmer–Sørensen 相互作用下自旋态的时间演化。最优门时间为 $t_g = 182\ \mu s$。误差棒表示量子投影噪声。(c) 量子比特态布居随 $\pi/2$脉冲相位的振荡。量子比特态宇称（图中未显示）$\Pi(\phi) = P_{\uparrow\uparrow}(\phi) + P_{\downarrow\downarrow}(\phi) - (P_{\downarrow\uparrow}(\phi) + P_{\uparrow\downarrow}(\phi))$以 $\Pi_a = 0.852 \pm 0.007$的振幅振荡。误差棒表示根据同一实验的五次重复计算得到的标准差。如插图所示，在 t_g、 $P_{\uparrow\uparrow} + P_{\downarrow\downarrow}$处，偶宇称态的平均布居数为$0.942 \pm 0.009$ 。宇称振荡和偶宇称态布居数得到的门保真度为 0.897 ± 0.006。

讨论

在本研究中，我们展示了利用囚禁离子的二维运动生成纠缠相干态。我们的方法利用线性保罗阱横向振动模之间的近简并性，通过失谐的自旋依赖力同时激发单离子的两个运动模，并且不需要[21, 22], 中所提出的二阶相互作用或双声子相互作用；就相互作用强度而言，这一方法具有优势。我们观察到单模声子数宇称的周期性调制，这是两个声子模态之间纠缠的直接结果。当仅直接测量自旋态时，宇称信息的丢失类似于自旋-运动纠缠系统中自旋态的退相干 [17]。我们还展示了利用二维自旋依赖力，可以在更低的激光功率下轻松实现多离子之间的 Mølmer–Sørensen 相互作用。

我们实验中产生的相空间位移大小，主要受限于生成强自旋依赖力所需的较大拉比频率，该力作用于 X 和 Y 模态。对于具有非零失谐的自旋依赖力，最大位移受到限制，因为相空间轨迹会形成一个圆，其半径与失谐的倒数成正比。因此，可以通过使离子阱在横向方向上更加各向同性来增大最大位移。另一种方法是施加同时与 X 和 Y 模态共振的自旋依赖力，这可以通过四频激光束实现 [23]。此时，位移大小将随 t_{SDF} 以及激光与各模态的耦合强度线性增加。另一个限制因素是难以通过蓝边带拉比振荡表征具有大位移的运动态。位移幅度较大的运动态更难探测，因为猫态的相干时间与位移幅度的平方成反比 [35]。

通过一个与自旋依赖力同步锁相、先于中途测量 [20] 施加的 π脉冲，可以制备相反相位的纠缠相干态 $|\downarrow\rangle(|\alpha\rangle|\beta\rangle - |-\alpha\rangle|-\beta\rangle)$。

利用我们的方案，在使用囚禁势的所有主轴时，N 离子链最多可以纠缠 $3N$ 个振动模。特别是，制备X、Y和Z模态的三体纠缠相干态，再结合声子模态 [39–41], 之间的分束器相互作用，将能够利用单个囚禁离子实现文献 [9]中的量子隐形传态协议。

已有关于拉姆齐型物质波旋转传感器 [42, 43], 、拉比型传感器 [44] 以及用于拓扑绝缘体和马约拉纳费米子量子模拟的 Rashba 型和 Dresselhaus 型自旋轨道耦合的方案和实验，其中单个离子在两个或更多相互正交的空间振动模中受到相干操控 [25]。本研究所展示的囚禁离子二维运动相干控制，可用于实现此类实验。最后，利用多个轴向的量子运动实现纠缠门，可减少抑制多个方向相互作用所需的实验开销；在囚禁离子量子计算装置中，常通过非对称陷阱几何结构 [45] 和陷阱射频电压偏置 [46]等方式抑制这些相互作用。

方法

仪器

脉冲激光束由一台 355纳米锁模激光器（Coherent，Paladin Compact 355-4000）提供。由于激光腔受到热扰动和声学扰动，其重复频率在 120.1 MHz 附近波动。超快光电探测器（Alphalas，UPD-30-VSG-P）用于监测重复频率。通过光束路径中的声光调制器补偿频率漂移；该调制器的射频频率由运行自定义 PID程序 [33]的现场可编程门阵列（Digilent，Arty-S7）以 50 kHz 的速率更新 R_V。陷阱射频电压由电容分压器采样，并通过二极管电路整流 [29]。整流后的电压输入高速PID控制器（New Focus，LB1005-S），该控制器调节射频源的输出功率，以稳定陷阱射频电压 [28]。

实验流程

为了驱动单个囚禁离子的二维运动沿闭合轨迹演化，我们首先将拉曼失谐优化至某一频率，使 X 和 Y 轴的相空间轨迹能够同时闭合。实验流程如下：(1) 依次对 X 和 Y 模态施加边带冷却脉冲，将离子冷却至基态。(2) 通过光学抽运将离子的自旋态初始化为 $|\downarrow\rangle$。(3) 将探测时间设为 $T = 2\pi \times N/(\omega_Y - \omega_X)$，其中 N 为整数；我们在 ω_Y和 ω_X 之间扫描拉曼失谐，并寻找测得的自旋态接近 $|\downarrow\rangle$的频率，这表明自旋与 X、Y 轴上的运动态同时解纠缠。(4) 为平衡红、蓝边带跃迁并校准差分斯塔克位移，分别精细调节跃迁的射频功率和频率，以尽量降低 $|\uparrow\rangle$ 态的布居数。

在纠缠相干态实验中，为了避免激发 X 模的蓝边带跃迁，我们将用于探测 Y 模声子分布的蓝边带跃迁拉比频率限制在约 5 kHz。在该值下，X 模蓝边带拉比振荡的预期最大振幅为 0。7%，因此在声子分布分析中未计入 X 模的激发。

蓝边带拉比振荡的频率相对较低，这意味着即使离子阱久期频率发生微小漂移，也会影响声子态估计结果。离子阱射频功率由PID环路稳定控制，但由于PID电路元件的温度变化，在最坏情况下仍会以2 kHz/hr的速率缓慢漂移。因此，我们将蓝边带拉姆齐光谱学实验与主要实验交替进行。

在图 3(d) 和 (e) 中，我们对每个数据点都进行了测量，并在整个数据采集过程中监测久期频率的变化。图中每个数据点的数据采集约需 5 分钟，每张图中所有数据点的数据采集约需 2 小时。如果 Y 模的久期频率相对于校准值的变化超过 300 Hz，我们就会停止实验。随后，我们重新校准蓝边带跃迁和自旋依赖力的频率，然后继续实验。在拉比频率为 5 kHz、失谐为 300 Hz 的条件下，蓝边带拉比振荡的振幅降低 0.4%，拉比频率增加 0.9%，对于本实验而言，这些变化可以忽略不计。此外，我们注意到，在蓝边带拉比振荡的分析中，我们使用 $\Omega_{n+1,n} = \Omega_{0,0} \langle n+1| e^{i\eta_Y(\hat{a}_Y^\dagger + \hat{a}_Y)} |n\rangle = \Omega_{0,0} exp\left(-\eta_Y^2/2\right)\eta_Y/\sqrt{n+1}\ L_n^1(\eta_Y^2)$ 的精确表达式，其中 $\Omega_{0,0}$ 表示零声子时的载波跃迁拉比频率，η表示兰姆-迪克因子，L_n^1 表示 [47]，阶广义拉盖尔多项式。之所以采用精确表达式，是因为在我们的数据中，$\eta_Y\sqrt{2\bar{n}_Y + 1}$ 的最大值约为 0.33，此时兰姆-迪克近似已不再准确。

此外，为了排除实验期间的缓慢漂移影响所观测到的宇称调制图样的可能性，我们以随机顺序进行实验，t_{SDF}。用于图 3(d) 和 (e) 中数据集的完整随机序列见补充材料。

有限温度对声子数宇称的影响

图 3 所示的宇称测量最大值未达到 1，这是由于边带冷却不完全；在我们的装置中，这通常会导致 $\bar{n}_X \simeq 0.2$ 和 $n_Y \simeq 0.05$。我们通过考虑一种混合运动态来模拟这种有限温度效应：每个振动模中，第一激发态的布居数分别为 $p_{X,1}$ 和 $p_{Y,1}$，其余布居均处于运动基态。模型中纳入了以下三种初态：(i) $|1\rangle_X |0\rangle_Y$，概率为 $p_{X,1}(1-p_{Y,1})$；(ii) $|0\rangle_X |1\rangle_Y$，概率为 $(1-p_{X,1})p_{Y,1}$；(iii) $|0\rangle_X |0\rangle_Y$，概率为 $(1-p_{X,1})(1-p_{Y,1})$。由于 $|1\rangle_X |1\rangle_Y$ 态的概率可以忽略，因此未予考虑。当运动态处于第n激发态时，位移算符的作用及由此得到的声子分布可利用位移算符的数态表示 $d_{mn}^{\alpha} = \langle m| \hat{D}(\alpha) |n\rangle$ 计算。我们采用 [48] 的结果来计算 d_{mn}^{α}。

对于 (i)，Y 的修正声子分布

振动模如下

$$p_{Y,n}\left(t\right)=\frac{1}{\left(1+e^{-2\left(|\alpha(t)|^{2}+|\beta(t)|^{2}\right)}\right)}e^{-|\beta(t)|^{2}}\frac{\left|\beta\left(t\right)\right|^{2n}}{n!}\times\left(1+\left(-1\right)^{n}\frac{\left(d_{11}^{-2\alpha}+d_{11}^{2\alpha}\right)}{2}\right)$$

对于 (ii),

$$p_{Y,n}\left(t\right)=\frac{1}{2\left(1+e^{-2\left(|\alpha(t)|^{2}+|\beta(t)|^{2}\right)}\right)}\times(\left|d_{n1}^{\beta}\right|^{2}+\left|d_{n1}^{-\beta}\right|^{2}+\left(\left(d_{n1}^{\beta}\right)^{*}d_{n1}^{-\beta}+d_{n1}^{\beta}(d_{n1}^{-\beta})^{*}\right)e^{-2|\alpha|^{2}})$$

.

通过上述三种情况对应的声子分布加权和拟合宇称调制数据，并提取拉比频率$p_{X,1}$ 和$p_{Y,1}$。

数据可用性

本研究结果所依据的数据可在合理请求下向通讯作者获取。

致谢

本研究获得信息与通信技术规划评估院（IITP）资助项目（编号：2022-0-01040）、韩国国家研究基金会（NRF）资助项目（编号：2020R1A2C3005689、2022M3E4A1083521）以及三星电子三星研究资助与孵化中心（编号：SRFC-IT1901-09）的支持。

作者贡献

H.J. 设计、实施并分析了实验。J.Y.K. 实施了实验，并实现了实验控制系统和前馈系统。H.J.、J.Y.K.、J.E.K.、W.H.C. 和 K.K. 参与了实验装置的搭建。H.J. 撰写并编辑了手稿。T.K. 负责监督实验。所有作者均参与了实验结果的讨论。

* taehyun@snu.ac.kr

[1] R. J. Glauber, 《物理评论》**131**，2766（1963）。

[2] B. C. Sanders, 《物理学杂志A：数学与理论》45，244002（2012）。[3] H. Jeong、M. S. Kim 和 J. Lee，Physical Review A 64，052308（2001）。[4] H. Jeong 和 M. S. Kim，Physical Review A 65，042305（2002）。[5] X. Wang，Physical Review A 64，022302（2001）。[6] H. Jeong 和 N. B. An，Physical Review A 74，022104（2006）。[7] K. Park 和 H. Jeong，Physical Review A 82，062325（2010）。[8] S.-W. Lee 和 H. Jeong，Physical Review A 87，022326（2013）。[9] S. J. van Enk 和 O. Hirota，Physical Review A 64，022313（2001）。[10] J. Joo、K. Park、H. Jeong、W. J. Munro、K. Nemoto 和 T. P. Spiller，Physical Review A 86，043828（2012）。[11] M. Stobi´nska、H. Jeong 和 T. C. Ralph，Physical Review A 75，052105（2007）。[12] C.-W. Lee、M. Paternostro 和 H. Jeong，Physical Review A 83，022102（2011）。[13] A. Ourjoumtsev、F. Ferreyrol、R. Tualle-Brouri 和 P. Grangier，《自然·物理》5，189（2009）。[14] Z. Wang、Z. Bao、Y. Wu、Y. Li、W. Cai、W. Wang、Y. Ma、T. Cai、X. Han、J. Wang、Y. Song、L. Sun、H. Zhang 和 L. Duan，《科学进展》8，eabn1778（2022）。[15] C. Wang、Y. Y. Gao、P. Reinhold、R. W. Heeres、N. Ofek、K. Chou、C. Axline、M. Reagor、J. Blumoff、K. M. Sliwa、L. Frunzio、S. M. Girvin、L. Jiang、M. Mirrahimi、M. H. Devoret 和 R. J. Schoelkopf，《科学》352，1087（2016）。[16] C. Monroe、D. M. Meekhof、B. E. King 和 D. J. Wineland，《科学》272，1131（1996）。[17] P. C. Haljan、K.-A. Brickman、L. Deslauriers、P. J. Lee 和 C. Monroe，《Physical Review Letters》94，153602（2005）。[18] M. J. McDonnell、J. P. Home、D. M. Lucas、G. Imreh、B. C. Keitch、D. J. Szwer、N. R. Thomas、S. C. Webster、D. N. Stacey 和 A. M. Steane，《Physical Review Letters》98，063603 2007（）。[19] U. Poschinger、A. Walther、K. Singer 和 F. Schmidt- Kaler，《Physical Review Letters》105，263602（2010）。[20] D. Kienzler、C. Fl¨uhmann、V. Negnevitsky、H.-Y. Lo、M. Marinelli、D. Nadlinger 和 J. Home，《Physical Review Letters》116，140402（2016）。[21] C. C. Gerry，Physical Review A 55，2478（1997）。[22] X.-B. Zou、J. Kim 和 H.-W. Lee，Physical Review A 63，065801 2001（）。[23] E. Solano、R. L. d. M. Filho 和 N. Zagury，《光学杂志B：量子、半经典与光学》4，S324（2002）。[24] Z.-R. Zhong、X.-J. Huang、Z.-B. Yang、L.-T. Shen 和 S.-B. Zheng，Physical Review A 98，032311（2018）。[25] R. F. Rossetti、G. D. d. M. Neto、J. C. Egues 和 M. H. Y. Moussa，EPL 115，53001（2016）。[26] H. Jeon、N. Park、J. Yu、Y.-D. Kwon、D. Yum 和 W. Jhe，《韩国物理学会志》78，251（2021）。[27] F. Schmidt-Kaler、H. H¨affner、S. Gulde、M. Riebe、G. Lancaster、T. Deuschle、C. Becher、W. H¨ansel、J. Es- chner、C. Roos 和 R. Blatt，《应用物理B》77，789（2003）。[28] K. G. Johnson、J. D. Wong-Campos、A. Restelli、K. A. Landsman、B. Neyenhuis、J. Mizrahi 和 C. Monroe，《科学仪器评论》87，053110（2016）。[29] Y. Park、C. Jung、M. Seong、M. Lee、D. D. Cho 和 T. Kim，《传感器》21，1143（2021）。[30] S. Olmschenk、K. C. Younge、D. L. Moehring、D. N. Matsukevich、P. Maunz 和 C. Monroe，Physical Review A 76，052314 2007（）。[31] Q. A. Turchette、C. S. Wood、B. E. King、C. J. My- att、D. Leibfried、W. M. Itano、C. Monroe 和 D. J.

Wineland，Physical Review Letters **81**，3631（1998）。[32] D. Hayes、D. N. Matsukevich、P. Maunz、D. Hucul、Q. Quraishi、S. Olmschenk、W. Campbell、J. Mizrahi、C. Senko 和 C. Monroe，Physical Review Letters **104**，140501 （ 2010 ）。[33] E. Mount、D. Gaultney、G. Vrijsen、M. Adams、S.-Y. Baek、K. Hudek、L. Isabella、S. Crain、A. van Rynbach、P. Maunz 和 J. Kim，《量子信息处理》**15**，5281（2016）。[34] D. M. Meekhof、C. Monroe、B. E. King、W. M. Itano 和 D. J. Wineland，Physical Review Letters **76**，1796（1996）。[35] Q. A. Turchette、C. J. Myatt、B. E. King、C. A. Sack- ett、D. Kielpinski、W. M. Itano、C. Monroe 和 D. J. Wineland，Physical Review A **62**，053807（2000）。[36] A. Sørensen 和 K. Mølmer，Physical Review A **62**，022311（2000）。[37] J. Benhelm、G. Kirchmair、C. F. Roos 和 R. Blatt，《自然·物理》**4**，463（2008）。[38] P. J. Lee、K.-A. Brickman、L. Deslauriers、P. C. Haljan、L.-M. Duan 和 C. Monroe，《光学杂志B：量子、半经典与光学》**7**，S371（2005）。

[39] J. Zhang、M. Um、D. Lv、J.-N. Zhang、L.-M. Duan 和 K. Kim，《物理评论快报》**121**, 160502 (2018). [40] H. Gan、G. Maslennikov、K.-W. Tseng、C. Nguyen 和 D. Matsukevich，《物理评论快报》**124**, 170502 (2020). [41] K. Toyoda、R. Hiji、A. Noguchi 和 S. Urabe，《自然》**527**, 74 (2015). [42] W. C. Campbell 和 P. Hamilton，《物理学杂志B：原子、分子与光物理》**50**, 064002 (2017). [43] A. Shinjo、M. Baba、K. Higashiyama、R. Saito 和 T. Mukaiyama，《物理评论快报》**126**, 153604 (2021). [44] S. Mart´ınez-Garaot、A. Rodriguez-Prieto 和 J. G. Muga, Physical Review A **98**, 043622 (2018). [45] M. Madsen、W. Hensinger、D. Stick、J. Rabchuk 和 C. Monroe，《应用物理B》**78**, 639 (2004). [46] D. Yum、T. Dutta、J. P. S. Cheng 和 M. Mukherjee，《韩国物理学会志》**77**, 1143 (2020). [47] D. Leibfried、R. Blatt、C. Monroe 和 D. Wineland，《现代物理评论》**75**, 281 (2003). [48] K. E. Cahill 和 R. J. Glauber，《物理评论》**177**, 1857 (1969).

arXiv:2305.00820v1 [quant-ph] 1 May 2023

补充材料

囚禁离子二维谐振子中纠缠 Coherent 态的实验实现

Honggi Jeon, [1,2] Jiyong Kang, [2,3] Jaeun Kim, [2,3] Wonhyeong Choi, [2,3,4] Kyunghye Kim, [2,3] 和 Taehyun Kim[2, 3,4, 5, 6, *]

[1]首尔国立大学物理与天文学系，大韩民国首尔 *08826*

[2]首尔国立大学自动化与系统研究所，大韩民国首尔 *08826*

[3]首尔国立大学计算机科学与工程系，大韩民国首尔 *08826*

[4]首尔国立大学校际半导体研究中心，大韩民国首尔 *08826*

[5]首尔国立大学计算机技术研究所，大韩民国首尔 *08826*

[6]首尔国立大学应用物理研究所，大韩民国首尔 *08826*

I. 声子布居分布提取程序

我们使用以下形式的简单指数衰减模型，分析正文图3中所示的蓝边带拉比振荡结果[1–3]。

$$P_{\uparrow}\left(t_{BSB}\right)=\sum_{n=0}^{N}\frac{p_{Y,n}}{2}\left(1-cos\left(\Omega_{n+1,n}t_{BSB}\right)e^{-t_{BSB}/\tau}\right) \tag{S1}$$

其中，$P_{\uparrow}\left(t_{BSB}\right)$ 是量子比特态在 t_{BSB}时处于 $|\uparrow\rangle$ 的概率，$p_{Y,\,n}$ 是 Y 模的声子数态布居，$\Omega_{n+1,\,n}$ 是蓝边带拉比频率，τ 是相干时间。通过将蓝边带拉比振荡数据拟合到 S1，可推断声子布居分布。拟合数据时，我们将模型中的最大声子数 N设为：$R=-2/3$ 时为 8，$R=-2$ 时为 12，以避免过拟合。对于所有数据点，声子布居分布的初始猜测均设为偶猫态的分布。此外，我们将拉比振荡的最大振幅设为 0。97，因为在我们的系统中，使用阈值法探测 $|\uparrow\rangle$ 态时的探测误差为 3%；不过，将其改为 1.0 对正文图3中的结果影响可以忽略不计。

最后，对于从蓝边带拉比振荡中提取声子数分布的最小二乘算法，载波拉比频率 $\Omega_{0,}$ 的初始猜测值必须谨慎选择，因为假设的拉比频率不正确会导致分布不准确。我们考虑载波拉比频率，是因为拟合函数会将其乘以相关因子（包括 Y 轴兰姆-迪克因子 η_Y），从而将其转换为蓝边带拉比频率。对于 $t_{SDF}=0$ μs 数据，我们选择了能使 $|0\rangle_Y$ 态的声子占据数最高的初始拉比频率。在单组数据中，拟合得到的拉比频率变化小于 5%，如 S1 所示。

* taehyun@snu.ac.kr

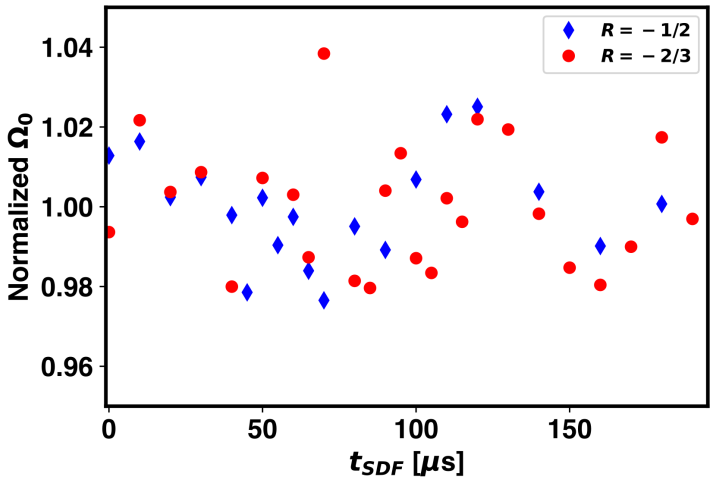


图 S1. 正文图3中两个数据集拟合得到的 Ω_0 值。拟合的拉比频率变化幅度小于 5 %，符合预期。

正文图3中宇称调制的拟合值和标准误差如下：

	$R=-1/2$	$R=-2/3$
$\Omega_{SDF}/(2\pi)$ [千赫兹]	167.683 ± 17.157	212.600 ± 6.389
$p_{X,1}$	0.287 ± 0.073	0.213 ± 0.074
$p_{Y,1}$	0.043 ± 0.024	0.056 ± 0.015

表 S1. 根据正文图 3(d) 和 (e) 得到的宇称拟合结果

II. 用于纠缠相干态实验的 t_{SDF} 序列

图3(d)和(e)中每个数据点的数据采集过程约需五分钟，因此，两个数据集的采集时间各约为两小时。为避免陷阱频率的缓慢漂移影响观测到的声子数宇称变化，我们按以下方式随机化了数据采集顺序:

序列	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$R=-2/3$																							
$t_{SDF}[\mu s]$	110	0	120	190	20	65	60	115	10	80	140	100	50	160	70	150	130	105	90	40	30	170	180
$R=-2$																							
$t_{SDF}[\mu s]$	65	110	90	70	100	55	60	40	30	80	0	120	10	50	45	20	160	180	140				

表S2. 用于获取正文图3(d)和(e)实验数据的 t_{SDF} 的数值及随机序列

III. 单模猫态

为确保我们的系统和分析方案能够准确地产生并正确表征非经典态，我们首先通过利用 Y 模 [3]驱动一维自旋依赖力，制备了一个单模猫态 $(|\psi_Y(t)\rangle = |\downarrow\rangle(|\beta(t)\rangle + |-\beta(t)\rangle)/\sqrt{2+2e^{-2|\beta(t)|^2}})$。结果见 S2。

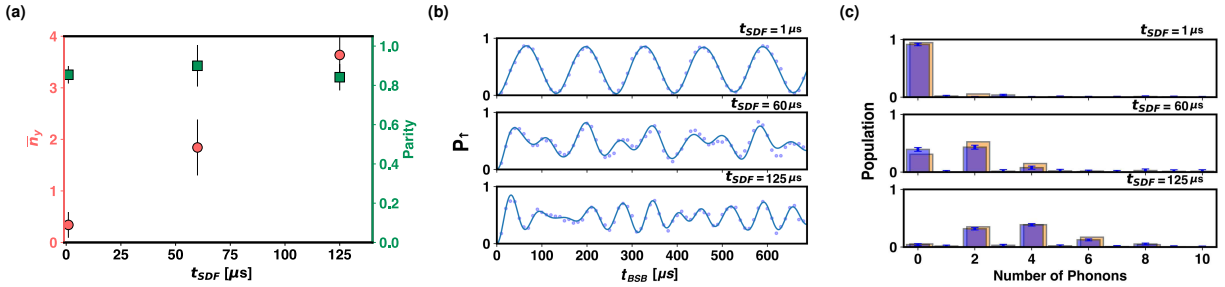


图 S2. **单模猫态分析**。（a）单模猫态的声子数拟合结果，其中仅激发 Y运动。随着平均声子数增加，声子数态的宇称仍保持较高水平。（b）不同 t_{SDF} 下 Y 模的蓝边带拉比振荡。实线为采用最大声子数为 10 的声子分布模型得到的拟合曲线。（c）通过将（b）拟合到 S1 所提取的各 t_{SDF} 的声子数分布。蓝色柱表示实验测得的声子占据数，橙色柱表示在测得的平均声子数下单模猫态理论预期的声子占据数。提取出的布居数与单模偶猫态的布居数相符，其中奇数态布居数受到抑制。本图中的所有误差棒均表示拟合参数的标准误差。

IV. MØLMER–SØRENSEN 相互作用下的布居数

双离子链中量子比特态的布居数在与四种运动态发生 Mølmer–Sørensen 相互作用时按如下方式演化：

$$P_{\downarrow\uparrow}(t) = P_{\uparrow\downarrow}(t) = \frac{1}{8}(2 - e^{-8\left((\overline{n}_1+\frac{1}{2})|\alpha_1(t)|^2+(\overline{n}_3+\frac{1}{2})|\alpha_3(t)|^2\right)} - e^{-8\left((\overline{n}_2+\frac{1}{2})|\alpha_2(t)|^2+(\overline{n}_4+\frac{1}{2})|\alpha_4(t)|^2\right)})$$

$$P_{\downarrow\downarrow}(t) = \frac{1}{8}(2 + e^{-8\left((\overline{n}_1+\frac{1}{2})|\alpha_1(t)|^2+(\overline{n}_3+\frac{1}{2})|\alpha_3(t)|^2\right)} + e^{-8\left((\overline{n}_2+\frac{1}{2})|\alpha_2(t)|^2+(\overline{n}_4+\frac{1}{2})|\alpha_4(t)|^2\right)}$$
$$+4\cos\left(4\Phi(t)\right) e^{-2((\overline{n}_1+\frac{1}{2})|\alpha_1(t)|^2+(\overline{n}_2+\frac{1}{2})|\alpha_2(t)|^2+(\overline{n}_3+\frac{1}{2})|\alpha_3(t)|^2+(\overline{n}_4+\frac{1}{2})|\alpha_4(t)|^2)})$$

$$P_{\uparrow\uparrow}(t) = \frac{1}{8}(2 + e^{-8\left((\overline{n}_1+\frac{1}{2})|\alpha_1(t)|^2+(\overline{n}_3+\frac{1}{2})|\alpha_3(t)|^2\right)} + e^{-8\left((\overline{n}_2+\frac{1}{2})|\alpha_2(t)|^2+(\overline{n}_4+\frac{1}{2})|\alpha_4(t)|^2\right)}$$
$$-4\cos\left(4\Phi(t)\right)e^{-2((\overline{n}_1+\frac{1}{2})|\alpha_1(t)|^2+(\overline{n}_2+\frac{1}{2})|\alpha_2(t)|^2+(\overline{n}_3+\frac{1}{2})|\alpha_3(t)|^2+(\overline{n}_4+\frac{1}{2})|\alpha_4(t)|^2)})$$

$$\Phi\left(t\right) = \sum_{n=1}^{4} \frac{\eta_{n1}\eta_{n2}}{(2d_n)^2}\left(d_n t - \sin\left(d_n t\right)\right)\Omega_0^2$$

其中， $n = 1$，2，3 和 4 分别是参与相互作用的运动模的索引，对应于 X_{tilt}， X_{cm}， Y_{tilt} 和 Y_{cm} 模。 $\alpha_n(t)$ 是时间 t时第 n 个运动模在相空间中的位移， η_{nk} 是第 k 个离子的第 n 个运动模的兰姆-迪克因子， d_n 是激光失谐， n_n 是平均声子数，Ω_0 是拉比频率。上述公式是按照 [4] 中给出的计算推导得出的。这些方程用于分析并推导正文中关于 Mølmer–Sørensen 相互作用的结果。

---

[1] D. M. Meekhof, C. Monroe, B. E. King, W. M. Itano 和 D. J. Wineland，《物理评论快报》**76**，1796（1996）。[2] Q. A. Turchette, C.J. Myatt, B. E. King, C. A. Sackett, D. Kielpinski, W. M. Itano, C. Monroe 和 D. J. Wineland，Physical Review A **62**，053807（2000）。[3] D. Kienzler, C. Fl¨uhmann, V. Negnevitsky, H.-Y. Lo, M. Marinelli, D. Nadlinger 和 J. Home，《物理评论快报》**116**，140402（2016）。[4] T. A. Manning，囚禁离子链的量子信息处理，博士论文，马里兰大学（2014）。