arXiv:2305.00899v1 [cond-mat.soft] 1 May 2023

沉积与　　纤维悬浮液的浸涂取向

Deok-Hoon Jeong,[a] Langqi Xing,[a] Michael Ka Ho Lee,[a] Nathan Vani,[a,b] Alban Sauret [a*]

2023年5月2日

摘要

由分散于牛顿流体中的单分散非布朗球形颗粒构成的悬浮液进行浸涂时，会根据颗粒直径与基底上夹带薄膜厚度之比形成不同的涂覆状态。具体而言，分散在液体中的稀颗粒只有在薄膜厚度超过某一阈值时才会被夹带。对于各向异性颗粒，尤其是纤维，颗粒的最小特征尺寸将控制其夹带过程。此外，还可以根据基底几何形状控制各向异性颗粒的取向。在厚膜区间内，只要考虑黏度的变化，兰道-列维奇-德让关系仍然成立。为检验这些假设，我们采用具有不同长度与直径长径比的稀非布朗纤维悬浮液进行了浸涂实验。我们表征了基底表面夹带的纤维数量随提拉速度的变化，据此估算出阈值毛细管数；低于该值时，所有颗粒均留在液槽中。此外，我们测量了两种不同基底几何形状下夹带纤维的角分布：平板和圆柱杆。随后，我们测量了浓纤维悬浮液的薄膜厚度。在平板和圆柱杆上，纤维的夹带主要由纤维较小的特征长度——直径——所控制。就一阶近似而言，夹带阈值与球形颗粒的夹带阈值具有相似的标度关系。纤维长度对夹带阈值的影响似乎很小。在平板上，非布朗纤维未观察到优先取向，极薄薄膜除外；而当纤维长度与圆柱杆半径之比足够大时，纤维倾向于沿圆柱杆的轴取向。对于浓度更高的悬浮液，通过引入考虑黏度变化的有效毛细数，可以恢复兰道-列维奇-德让关系。

1 引言

浸涂是一种广泛应用的制造工艺，包括将基底浸入液槽中，再以规定的速度将其提拉出来，从而使一层薄液体夹带在其表面。[1,2] Landau 和 Levich[3] 以及 Derjaguin[4] 的开创性研究表明，对于不发生蒸发的均匀牛顿液体，平面基底上的涂覆液膜厚度取决于液体的物理性质（密度 ρ、动力黏度η、气液表面张力 γ）以及提拉速度U。液膜厚度 h 由毛细长度 $\ell_c = \sqrt{\gamma/(\rho g)}$ 和毛细数 $\mathrm{Ca} = \eta U/\gamma$表征；其中， g 为重力加速度。毛细数描述黏性力与毛细效应之比：

$$h = 0.944\,\ell_c\,\mathrm{Ca}^{2/3}. \tag{1}$$

这一理论定律称为 Landau-Levich-Dejarguin（LLD）定律，已通过实验和数值方法得到验证。[5–8]此外，研究还考察了影响浸涂工艺的不同参数：基底几何形状的影响，例如圆杆和金属丝，[9–12] 表面粗糙度的作用，[13,14] 软基底，[15] 表面活性剂，[16,17] 以及所用流体更复杂的流变特性。[18–20]

这些实验主要研究纯均相流体。然而，一些研究也探讨了利用颗粒悬浮液进行浸涂，以赋予基底特定功能，例如使其在特定波长下具有透明等光学性质，[21] 或疏水性。[22] 对于胶体悬浮液的浸涂，做法是将待沉积的颗粒分散在液体中，然后通过浸涂使溶剂蒸发，从而在表面形成涂层。该过程较为复杂，涉及三种相互竞争的机制：液体与固体之间通过动态接触线产生的相互作用、溶剂的蒸发，以及颗粒在表面的沉积。[23] 其中一个关键参数是基底的提拉速度与液体蒸发速率之间的关系。

近年来，不同研究考察了颗粒与毛细流动之间的相互作用——

[a] 加利福尼亚大学圣巴巴拉分校机械工程系，美国加利福尼亚州圣巴巴拉，邮编 *93106*[b] *PMMH*，*CNRS UMR-7636*，*ESPCI*，*PSL* 大学，法国巴黎 *75005*

* *asauret@ucsb.edu*

在非挥发性溶剂中，例如在液滴形成、[24–28] 射流形成[29,30] 或悬浮液雾化过程中。[31] 当毛细管物体的长度尺度与颗粒的长度尺度相当时，例如对于球形颗粒，其直径，这些系统便会变得复杂。制造工艺尤其关注颗粒悬浮液的浸涂及由此形成的涂层薄膜。[32–36] 这些研究表明，薄膜厚度 h 与颗粒直径 d 之比决定了不同涂覆模式之间的转变：颗粒会被夹带到基底上，或留在液槽中。具体而言，当薄膜厚度较小时，颗粒会被弯月面困住，基底上因而不会留有颗粒。对于非布朗球形颗粒的稀悬浮液，研究表明，直径为 d 的颗粒被夹带进涂层液膜的阈值为 $h \gtrsim d/6$ ，这一结论对平面[34] 和圆柱形基底[37] 均适用。对于非稀悬浮液，在厚膜（$h \gtrsim d$）情况下，可利用颗粒悬浮液的体相黏度 $\eta(\phi)$ 预测涂层厚度，其中 ϕ 为颗粒的体积分数。[33,35] 颗粒尺寸与薄膜厚度对夹带模式的共同影响，推动了多分散悬浮液毛细分选方法的发展。[36,38]

对于各向异性颗粒（例如纤维悬浮液），界面动力学与颗粒之间的相互作用会变得更难描述。[39,40] 纤维悬浮液还具有一项额外的复杂性：其特征由两个维度决定，即直径 d 和长度 L，由此定义长径比 $a = L/d$。对于浸涂，目前尚不清楚，针对球形颗粒悬浮液所报道的夹带阈值和不同涂覆状态，如何适用于待沉积颗粒形状更复杂的情况。事实上，纤维的各向异性可能会影响其夹带过程，也可能影响其在涂覆基底上的取向；在某些制造工艺中，这仍是一项重大挑战，例如纳米线[41,42] 或碳纳米管（CNT）的制造。[43,44] Sponitz 等人[45] 定性观察到，碳纳米管浸涂线材时，纤维取向会因提拉方向不同而发生变化。然而，纤维的夹带阈值及其取向，以及基底几何形状所起的作用，仍未明了。

纤维悬浮液的流变学比球形颗粒悬浮液的流变学更难描述。[46,47]事实上，除了体积分数 ϕ 之外，纤维悬浮液的黏度还取决于长径比 a。根据 $a = L/d$ 和 ϕ，可识别出不同的状态区间。不同状态区间（稀相、半稀相和浓相）之间的划分由数密度 n 决定，其定义为单位体积内颗粒的数量，即 $n = N/V = \phi/V_\mathrm{p}$，其中 $V_\mathrm{p} = \pi d^2 L/4$ 是纤维的体积。将数密度乘以颗粒的尺寸（例如 L^3），即可使其无量纲化。对于纤维间相互作用可以忽略的稀悬浮液，其条件为 $n L^3 \ll 1$。[48] 随着纤维体积分数增加，颗粒间相互作用变得更加频繁，因而其行为也更难描述。当纤维体积分数较高且满足 $1 \leq n L^3 \ll L/d$ 时，悬浮液处于半稀相，此时纤维间相互作用开始影响流变学。随着纤维体积分数进一步增加，当数密度大于 $1/L^2 d$ 时，悬浮纤维的转动将受到极大限制。[47]

对于更浓的纤维悬浮液，已有多种经验流变模型被提出；黏度似乎取决于其与堵塞点的距离，在堵塞点处，黏度会在最大堆积分数 ϕ_c 下发散，而该最大堆积分数取决于长径比 a。[49,50] 除了体积分数 ϕ 之外，纤维取向也会影响纤维悬浮液的流变学。在剪切流中，悬浮的纤维可能发生转动。由于流动的应变率决定悬浮纤维的取向，因此纤维悬浮液的流变学取决于流动特性。[51,52]

如上所述，描述纤维悬浮液的复杂性可能会在浸涂过程中引入额外效应。图 1 展示了一个例子：将玻璃板从非布朗纤维悬浮液中提拉出来后观察到的涂层薄膜。与球形颗粒的情况类似，可以看到不同的状态。在提拉速度较低时，纤维不会被夹带进涂层液膜。随着提拉速度增加，纤维开始被夹带进涂层液膜，其数密度也随提拉速度增加，进而随薄膜厚度增加。我们还观察到，纤维在平面基底上没有表现出优先取向。

本研究旨在表征非布朗纤维悬浮液在不同基底（平板和圆柱杆）上的浸涂过程。我们首先在第 3 节介绍实验装置、本研究所用纤维悬浮液的性质，以及涂覆基底的表征方法。随后，我们研究稀纤维悬浮液；在一阶近似下，每根接近弯月面的纤维都可视为孤立纤维。第 4 节中，我们表征平面基底和圆柱杆上的夹带阈值，并将结果与针对球形颗粒建立的模型进行比较。[34,37] 第 5 节致力于表征不同条件下被夹带纤维的取向。最后，我们在第 6 节研究浓纤维悬浮液的情况。本文所呈现的结果进一步拓展了我们对非布朗纤维悬浮液浸涂过程的理解，并为制造工艺提供了通用指导。

2 实验方法

3 实验方法

实验包括两种操作：将玻璃板（宽 $W = 51$ mm、厚 $e = 3.2$ mm，购自 McMaster-Carr）从装有非布朗纤维悬浮液的矩形容器（宽 78 mm、厚 36 mm、高 75 mm）中提起；或将玻璃毛细管杆（半径 $R = 275$，长度 $600\,\mu$m，购自 Vitrocom）从圆柱形容器（直径 45 mm、高 70 mm）中提起。图 2(a) 展示了平板实验装置的示意图。

通过将尼龙纤维分散在硅油中制备悬浮液，其体积分数为 $\phi = V_\mathrm{p}/(V_\mathrm{p} + V_\mathrm{l})$，其中 V_p 和 V_l 分别为纤维和间隙液体的体积。使用密度为 $\rho \simeq 1130\mathrm{kg.m}^{-3}$、具有不同直径和长度的尼龙纤维（见表 1 和图 2(b) 中的示例）。直径最小的纤维（$d = 50\,\mu$m，购自 Cellusuede Products Inc.）以所需长度切割好的形式交付，而直径较大的纤维（$d = 130, 200, 280\,\mu$m）则从尼龙线（Berkley Trilene）上手工切割至所需长度。将纤维分散在剪切黏度为 $\eta_0 = 109$mPa.s、密度为 $\rho = 1160\mathrm{kg.m}^{-3}$ 、表面张力为 $\gamma = 21\mathrm{mN.m}^{-1}$ 的硅油（Gelest 生产的 Fluorosilicone FMS-221）中。

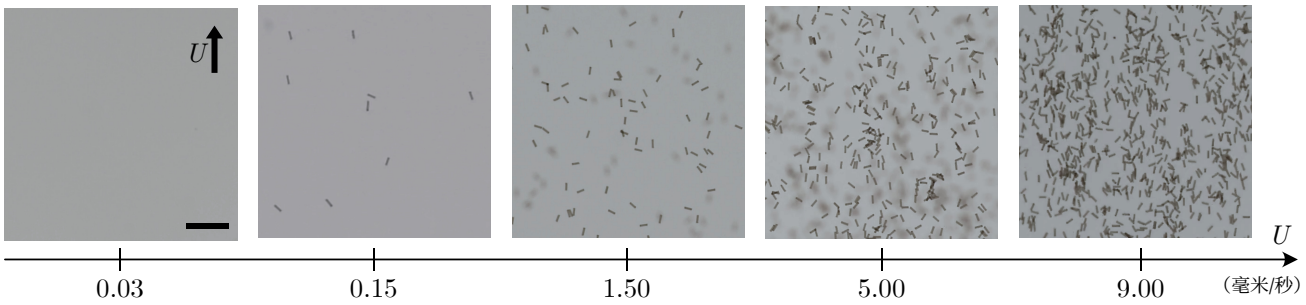

图 1：平板从非布朗纤维悬浮液中提拉时形成的涂层薄膜示例。随着提拉速度 U 增大，纤维直径为 $d = 50\,\mu$ 米、长度为 $L = 200\,\mu$ 米。比例尺为 1 毫米。提拉速度 U 增大，因此涂层液膜的厚度 h 也从左向右增加。图中第一张图片里的箭头表示基底提拉的方向。

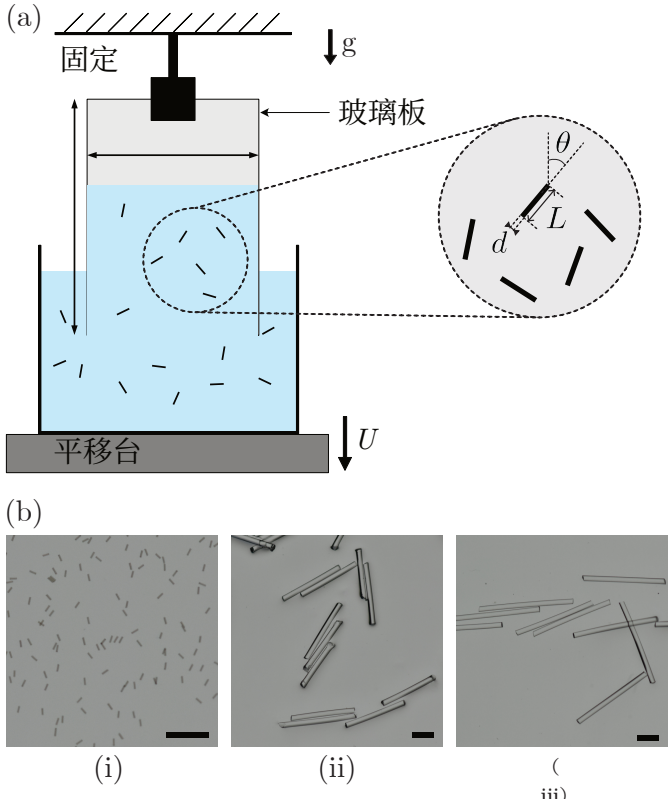

图 2：（a）实验装置示意图。放大图展示了用于表征纤维取向的符号：θ 为纤维长轴与提拉方向之间夹角的绝对值。（b）实验中使用的部分纤维照片：（i）$d = 50\,\mu$m 和 $L =$ 0.2 mm，（ii）$d = 280\,\mu$m 和 $L = 3$ mm，（iii）$d = 280\,\mu$m 和 $L = 5$ mm。比例尺为 1 mm。

d（μm）	L（mm）	$a = L/d$
50	$0.1, 0.2, 0.4$	$2, 4, 8$
130	3	23
200	3	25
280	$3, 5, 10$	$11, 18, 36$

表 1：本研究所用纤维的性质：直径 d、长度 L 和长径比 $a = L/d$。

温度为 20°C。硅油的密度选择为接近纤维的密度，以尽量减小浮力效应；在实验持续时间内（通常为数十秒），浮力效应可以忽略不计。此外，硅油是浸涂实验中常用的流体，因为它能充分润湿玻璃基底和颗粒，并避免任何可能导致低浓度下也形成较厚涂层液膜的表面活性剂效应。[17,53,54] 每次实验之间，均使用异丙醇（Sigma-Aldrich）清洁玻璃基底，用去离子水冲洗，并用压缩空气吹干。

装有纤维悬浮液的浴液置于电动平台上，由步进电机（Thorlabs NRT150）驱动，沿垂直方向以速度 0。1 mm。s $^{-1} < U < 10$ mm。s^{-1}移动，而基底在实验室参考系中保持固定。采用重量法测量涂层厚度。[17,33] 使用配备微距镜头（Nikkor 200 mm）的数码单反相机（Nikon D5600），记录涂层液膜在涂覆过程中及结束时的状态。图 1 展示了提拉结束时拍摄的示例照片。通过自定义的 ImageJ 程序，[55] 我们从这些照片中提取沉积纤维的数量，以及它们的位置和取向 θ。

4 纤维的夹带阈值

从悬浮液槽中提拉基底时，颗粒夹带进入液膜，是弯月面处作用于颗粒的毛细力、黏性力和摩擦力相互作用的结果。黏性力和摩擦力将颗粒拖入涂层液膜，而毛细力则将其推回液体主体。[56] 随着提拉速度 U增加，薄膜厚度 h 和停滞点处的厚度 $h^* = 3\,h$ 都会增加。当薄膜厚度大于球形颗粒直径的一定比例时，孤立颗粒便开始被夹带进入涂层液膜。[34]

本节将表征纤维的沉积阈值。我们首先研究平面上的情况，然后研究圆柱形基底上的情况，考察纤维直径 d 和长度 L对夹带阈值的影响。此处进行的所有实验均在极低的体积分数 ($\phi < 0.5\%$) 下进行，且悬浮液处于稀相 ($nL^3 \ll 1$.)。

4.1 现象学

图 3(a)–(c) 展示了随着提拉速度 U 增大、因而涂层膜厚度 h 增加时，涂层液膜的演变示例。对于给定尺寸的纤维，在提拉速度较低时，涂层液膜中没有颗粒 [图 3(a)]。随后，当提拉速度增大到某一数值时，纤维团簇开始被夹带到涂层液膜中，但观察不到孤立纤维 [图 3(b)]。最后，当提拉速度超过阈值 U^* 时，单根纤维会被夹带进入液膜 [图 3(c)]。继续提高提拉速度，会增加沉积在平板上的纤维数密度。对于纤维稀悬浮液，即体积分数 ϕ 非常小的情况，孤立纤维夹带的阈值不依赖于 ϕ。此处观察到的不同状态与平面基底上球形颗粒的相关报道在定性上相似。[34]

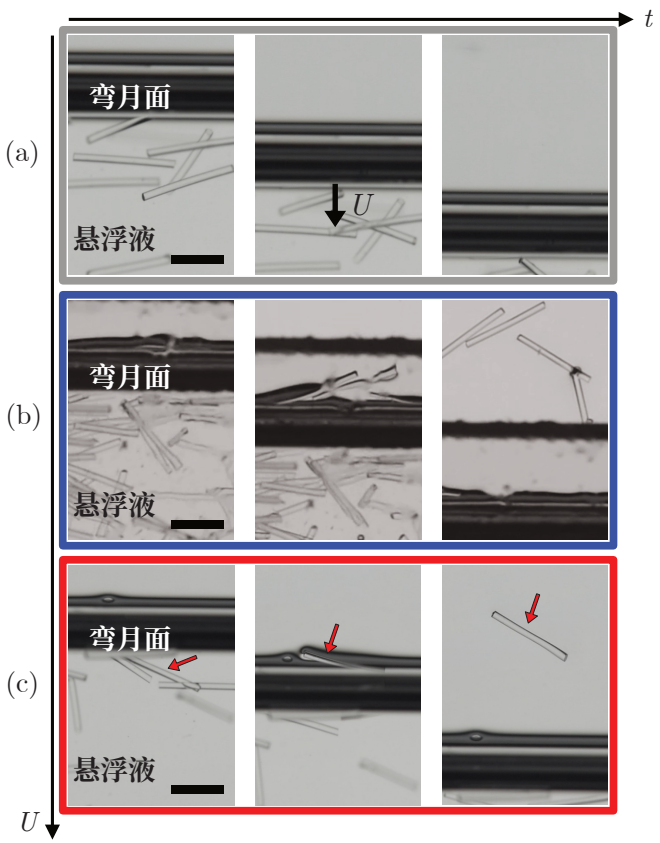

图 3：在不同提拉速度 U下，直径为 $d = 280\,\mu$m、长度为 $L = 3$ mm的纤维在三种涂覆状态下的沉积过程图像。(a) 在极低速度下，此处为 $U = 0.1$mm/s，只有液体被夹带到基底上，纤维仍被困在悬浮液槽中。(b) 在中等速度下，此处为 $U = 1$mm/s，纤维团簇开始被夹带到基底上。(c) 在较高提拉速度下，此处为 $U = 9$mm/s，单根纤维能够被夹带到涂层液膜中。比例尺为 2 mm。

我们首先考虑单根纤维如何被夹带进入涂层液膜，如图 3(c) 所示。当涂层膜厚度小于纤维直径的一部分时，我们观察到，孤立纤维到达气液弯月面时会发生旋转，其主轴在毛细力作用下与弯月面对齐。[57,58] 随后，纤维进入涂层液膜时开始旋转，其中一端仍固定在弯月面上 [图 3(c)，右图]。这一现象是由纤维的形状以及制造过程中纤维边缘可能产生的细小缺陷导致的。实际上，纤维两端边缘处的局部直径可能略有差异，导致较粗的一端仍固定在弯月面上，纤维则持续旋转，直至阻力和摩擦力足以将其夹带。

下面我们首先考察纤维直径和长度对夹带阈值的影响，研究对象先是平面基底，随后是圆柱形基底。

4.2 平面基底

我们首先考虑从悬浮液槽中抽出的平面基底（玻璃板）的情况。图4中的插图显示了
当玻璃板从悬浮液中提拉出来时，单根纤维开始被夹带到涂层液膜中的临界提拉速度 U^* 。我们观察到，纤维直径 d 对夹带阈值有很大影响。直径越大，临界提拉速度越高。另一方面，对于给定的直径$d = 280\,\mu$m，将纤维长度从 $L = 3$ mm变为 $L = 10$mm，表明夹带临界速度U^* 会随纤维长度略微增加。尽管如此，与直径相比，纤维长度对临界速度的影响较弱。

以往研究表明，如果非布朗球形颗粒的直径d 是停滞点处液膜厚度的一部分 h^*:[34, 37] $h^* \leq \alpha\, d/2$，那么这些颗粒可以单独夹带进入涂层液膜，其中 α 接近 1,[56]，且实验表明其值为 $\alpha = 1.15 \pm 0.1$。

借鉴针对球形颗粒所开发的方法，并考虑到纤维直径是表征夹带阈值的相关长度尺度，我们引入邦德数 Bo $= [d/(2\,\ell_c)]^2$, , 其中 d 为纤维直径， ℓ_c 为毛细长度。孤立纤维开始夹带进入液膜时的阈值毛细数为 Ca$^* = \eta_0\, U^*/\gamma$。图 4 主图展示了不同纤维直径和纤维长度下的实验结果。我们发现，实验结果很好地收敛于一条对应于标度定律 Ca$^* \propto$Bo$^{3/4}$ 的直线。

更具体地说，当 Ca >Ca* 时，直径为 d 的球形颗粒会被卷入涂层液膜中，其中：[34]

$$\mathrm{Ca}^* = \beta \left(\frac{d}{2\,\ell_c}\right)^{3/2} = \beta\,\mathrm{Bo}^{3/4} \quad \text{with} \quad \beta = 0.24. \qquad (2)$$

我们在图 4 中报告了关于纤维夹带的这一预测，采用纤维的直径 d 作为相关长度尺度。实验数据很好地符合这一预测，其前因子为 $\beta = 0.30 \pm 0.07$，与针对球形颗粒所报告的前因子 $\beta = 0.24$ 相符。

此外，对于给定的直径 $d = 280\,\mu$m，不同长度的纤维也会导致

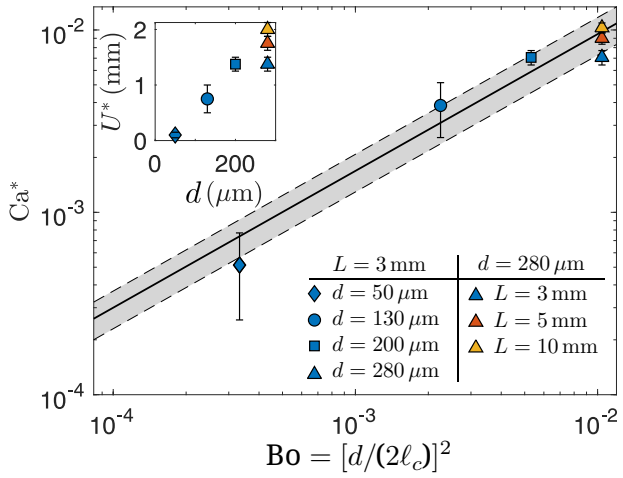

图 4：平面基底上纤维夹带的阈值毛细管数 Ca* 随邦德数 Bo $= [d/(2\,\ell_c)]^2$的变化。实线对应公式 (2)，其中 $\beta = 0.30 \pm 0.07$；灰色阴影区域表示不确定性。插图：平面基底上的阈值提拉速度 U^* 随纤维直径 d的变化。

数量级相同的夹带阈值。观察到的变化表明，纤维越长，夹带的阈值毛细管数越大。然而，与纤维直径的作用相比，长度的影响较弱，且处于次要地位。

总之，利用纤维直径可以对平面基底上单根纤维的夹带阈值进行一阶预测，而阈值毛细管数 Ca* 主要由邦德数 Bo $= [d/(2\,\ell_c)]^2$ 控制。纤维长度 L 起到二阶作用，因为要使较长纤维夹带到平面基底上，需要稍大的提拉速度。

4.3 圆柱形基底

对圆柱形基底（即圆杆）进行浸涂时，圆杆的半径 R 会带来额外的曲率。[10] 涂层液膜的厚度取决于基底半径 R 与毛细长度 ℓ_c之比，这一关系可通过古彻数 Go $= R/\ell_c$来表征。[54] 通过使流动液膜的曲率与静态曲率相匹配，人们提出了若干表达式，用于描述非零古彻数下圆柱杆上沉积液膜的厚度 h 。[9,10] 在薄膜极限下，Dincau 等人[37] 简化了 White 和 Tallmadge[9] 的方法，并给出了薄膜厚度h 关于毛细数 Ca 和古彻数 Go 的显式表达式：

$$\frac{h}{R} = \frac{1.34\mathrm{Ca}^{2/3}}{1 + 2.53\mathrm{Go}^{1.85}/\left[1 + 1.79\mathrm{Go}^{0.85}\right]}, \tag{3}$$

该关系定量描述了有限半径圆柱杆的 h 随 Ca 的变化。对于球形颗粒的稀悬浮液，与平面基底的情况类似，停滞点处的厚度 h^* 必须大于颗粒直径 d 的某一比例，才能将颗粒带入涂层液膜中：$h^* \geq \alpha d/2$，其中 $1 \leq \alpha \leq 2$。对于球形颗粒，Dincau 等[37] 已证明，条件 $h^* \geq \alpha d/2$ 与 $h^* = 3\,h$ 得出一个关于 Ca* 的方程：

$$\frac{\alpha d}{6R} = \frac{1.34\mathrm{Ca}^{*2/3}}{1 + 2.53\mathrm{Go}^{1.85}/\left[1 + 1.79\mathrm{Go}^{0.85}\right]}, \tag{4}$$

进一步整理可得阈值毛细管数：

$$\mathrm{Ca}^* \simeq 0.645\left[\frac{\alpha d}{6R}\left(1 + \frac{2.53\mathrm{Go}^{1.85}}{1 + 1.79\mathrm{Go}^{0.85}}\right)\right]^{3/2}, \tag{5}$$

与球形颗粒实验获得的 $\alpha \simeq 1.1 \pm 0.1$ 相一致。

这里，我们考虑半径分别为 $R = 275\,\mu$m 和$R = 600\,\mu$m 的圆柱杆，它们处于由直径为 $d = 50\,\mu$m、长度分别为 $L = 400\,\mu$m 和 $L = 1000\,\mu$m 的纤维组成的稀悬浮液中。纤维发生夹带时的实验临界速度 U^* 报告于图5的插图中。与球形颗粒的情况类似，[37] 我们观察到，对于给定的纤维半径和长度，圆柱杆的半径越小，临界提拉速度 U^* 越大。同样，实验结果表明，在一阶近似下，描述孤立纤维夹带现象的相关长度尺度是其直径。然而，对于半径最小的圆杆，纤维长度的影响似乎比我们在平板实验中观察到的更为显著。

我们在图5主图中报告了使用式（5）重新缩放后的实验结果。纤维夹带阈值定量符合式（5）给出的理论预测，尤其是在纤维长度 L 与基底曲率半径 R 之比（长径比）较小时。当长径比 L/R 较大时，即纤维长度为圆杆曲率半径的数倍时，我们的结果表明，夹带纤维所需的毛细数更大，因此薄膜厚度也更大；图5中 $R = 275\,\mu$m 时 $L = 400\,\mu$m 与 $L = 1000\,\mu$m 之间的差异说明了这一点。

总之，最初针对球形颗粒建立的式（5）[37] 可用于估算长度相对于基底直径足够短的纤维的夹带阈值，$L/R \lesssim 2$ 在此情况下也是如此。与平面基底类似，应考虑的长度尺度是纤维直径 d。然而，当纤维长度比圆杆直径大一个数量级左右时，$L/R \gtrsim 2$纤维会以主轴垂直于弯月面的方向被夹带；而对于平板或半径较大的圆柱杆（满足 $L/R \lesssim 1$），我们观察到纤维可能以主轴平行于弯月面的方向被夹带。此时纤维的弹黏数定义为 Sp $= 16\,\eta\,U\,L^4/(d^4\,E)$，其中$U$ 为流速， E 为纤维的杨氏模量，$\dot{\gamma} \sim U/L$ 为剪切速率，其范围为 $10^{-15} \lesssim$Sp $\lesssim 10^{-4}$.[59,60]由于弹黏数仍然非常小，纤维可视为刚性。因此，纤维不可能缠绕圆柱杆，整体夹带方向必须沿提拉方向。由此，阈值毛细数随 L/R 增大。

5 涂层液膜中夹带纤维的取向

沉积纤维的取向在实际应用中具有重要意义。[45] 在浸涂过程中，由于纤维具有各向异性，因此会以一定角度沉积在基底上。本节将表征纤维在平面基底和圆柱形基底上的取向情况。更具体地说，我们报告纤维角取向的绝对值 θ，作为

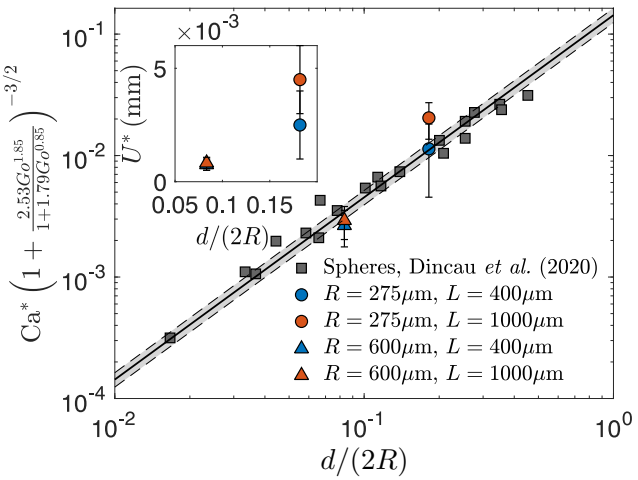

图5：孤立纤维在圆柱杆上的夹带阈值毛细管数经重缩放后随比值 $d/2R$ 的变化。悬浮液中纤维的直径为 $50\,\mu$m。实线对应于方程 (5)，其中 $\alpha \simeq 1.1 \pm 0.1$。灰色阴影区域对应于 α 的不确定性。插图：纤维在圆柱杆上发生夹带的阈值提拉速度 U^* 随 $d/(2R)$ 的变化。

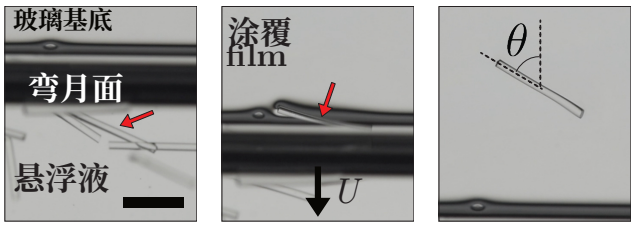

图 6：玻璃板上纤维夹带过程示意图，显示沉积纤维的角取向值，θ。补充：红色箭头表示纤维沉积在基底表面。比例尺为 2 mm。

如图 6 所定义。当纤维沿垂直方向取向（沿提拉方向）时，角度为 $\theta = 0^{\circ}$；当纤维垂直于提拉方向排列（与弯月面对齐）时，角度为 $\theta = 90^{\circ}$。角度 θ 在夹带后不久测量，此时纤维离开弯月面并处于厚度恒定的涂层液膜 h中，以减少基底上液体可能发生的排液所导致的潜在重新取向的影响。[61,62]

图 7(a)-(c) 分别给出了纤维直径为$d = 50\,\mu$m、长度分别为 $L = 200$、400 和 $1000\,\mu$m 的纤维在平面基底上的角度 θ 的概率密度函数（PDF）；基底以不同的提拉速度 $U = 0.15$、0.5 和 3.0 mm/s 提拉。当提拉速度较大时，停滞点处的液膜厚度 h^* 大于纤维直径 d，纤维不会表现出任何优先取向，因此其分布大致均匀。纤维长度不会改变这一观察结果。由于 $h^* > d$，纤维能够穿过弯月面，并在不接触界面的情况下夹带进入涂层液膜，因此不受毛细力作用。在此区域，纤维的取向不受.....影响。

其长度或提拉速度所控制。有趣的是，当 h^* 变得小于纤维的直径 d 时，我们观察到呈现大角度 θ 的纤维数量减少。更具体地说，找到具有 $\theta \gtrsim 40 - 60^{\circ}$ 的沉积纤维的概率变小。事实上，当一根纤维抵达弯月面时，并且 $h^* \leq d$，纤维最初会将自身取向为与弯月面平行，而与其在悬浮液槽中的初始取向无关，随后使气液界面发生变形，从而被夹带进入涂层液膜中。由于纤维边缘处存在微小缺陷，我们通常地

观察到，纤维的一端开始被夹带，而另一端仍固定在弯月面上，因此纤维与提拉方向之间的角度减小。最终，当黏性力、摩擦力和毛细力足以使弯月面完全变形时，纤维便被夹带，并沉积在涂层液膜中。由于这一动态过程，角度 θ 的概率密度函数（PDF）在 θ较大时较小。同样，纤维的长度似乎并未发挥显著作用。

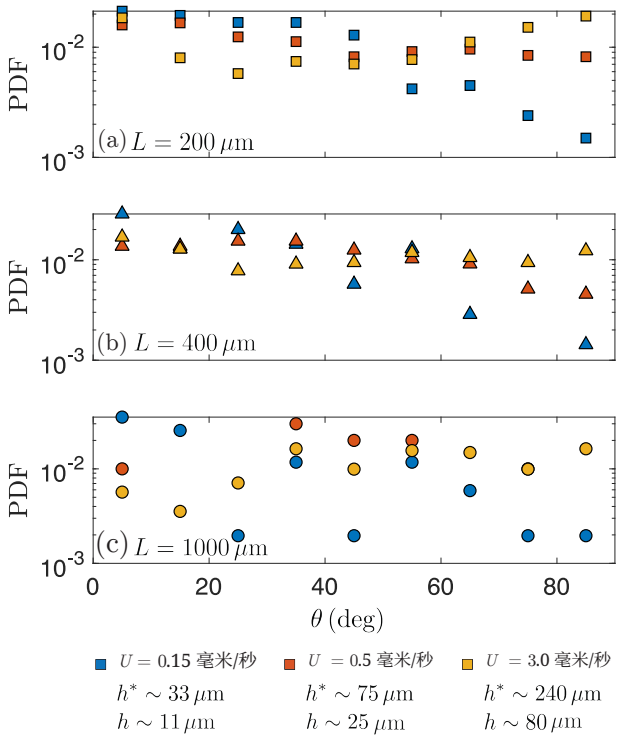

图 7：不同提拉速度下沉积在平面基底上的纤维取向的概率密度函数（PDF），因此涂层液膜的厚度也不同 h。纤维直径为 $d = 50\,\mu$m，长度各不相同：(a) $L = 200\,\mu$m、(b) $L = 400\,\mu$m 和 (c) $L = 1000\,\mu$m。

随后，我们考察了夹带在圆柱杆上的纤维取向；圆柱杆引入了一个额外的长度尺度，即基底的曲率半径 R。图8(a)–(c)分别展示了沉积纤维取向的概率密度函数（PDF），对应的长径比（纤维长度与基底曲率半径之比）为 $L/R = 3.6$，1。5 和 0。7。在图8(a)和8(b)中，即，$L/R > 1$，没有纤维以 $\theta \geq 30^{\circ}$沉积。事实上，在这种情况下，夹带在液膜中的纤维大多与杆轴对齐，即，垂直于弯月面。当长径比减小时，例如，

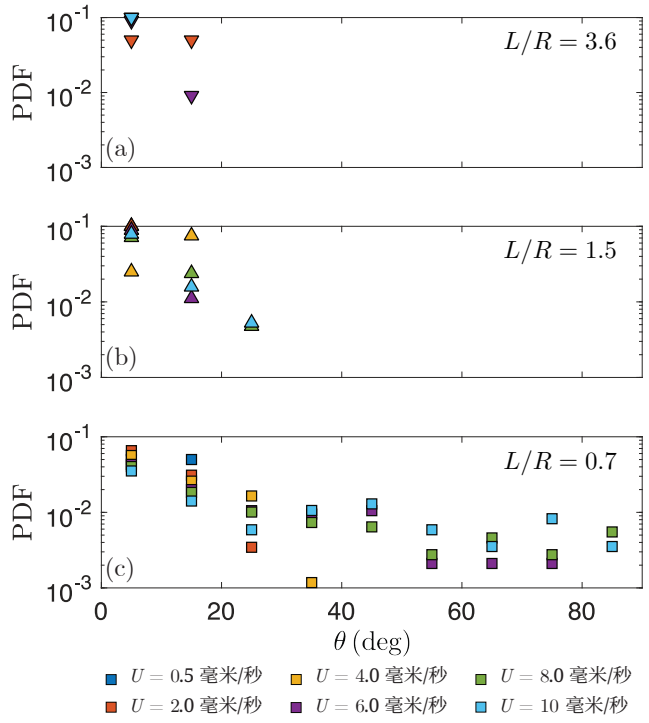

图8：沉积在圆柱形基底上的纤维取向的概率密度函数（PDF）。圆柱杆的半径、沉积纤维的长度和长径比分别为：(a) $R = 275\,\mu$ $L = 1000\,\mu$ $L/R = 3.6$；(b) $R = 275\,\mu$ $L = 400\mu$ $L/R = 1.5$；以及 (c) $R = 600\,\mu m$ $L = 400\,\mu$ $L/R = 0.7$

图8(c)中的 $L/R = 0.7$，纤维不再表现出如此强烈的优先取向。然而，与上文所述的平面基底相比，更多纤维的 θ值较小。提拉速度越低，纤维越倾向于与杆轴对齐。因此，刚性纤维接近弯月面时，毛细力会使其旋转并与杆轴对齐，因为它无法绕杆缠绕。因此，纤维优先沿提拉方向被夹带。当纤维长度大于圆柱杆的曲率半径 $L/R \gtrsim 1$时，这种效应尤为显著。当纤维长度小于 R时，L/R 越小，情况就越接近平面基底，因为纤维局部感受到的曲率更小。极限 $L/R \to 0$ 确实对应于平面基底的情况。提拉速度（因而薄膜厚度）似乎也起作用 [见图8(c)], ，这一点与平面基底上的观察结果一致。

我们在图9中展示了，随着长径比 L/R 增大，取向角绝对值平均值 $\langle\theta\rangle$ 呈单调变化。对于较小的 L/R，尤其是对于对应于 $L/R = 0$ 的平面基底，$\langle\theta\rangle$ 约为 $30^\circ - 45^\circ$；更重要的是，由于沉积在基底上的纤维的 0° 与 90° 之间主要呈均匀排列，因此标准差较大。对于 $L/R \lesssim 1$ 的圆柱形基底，也可以观察到相当类似的现象，尽管开始出现一些轻微的取向。当 L/R 增大（即纤维变长，或基底的曲率半径变大）时，$\langle\theta\rangle$ 和标准差相应减小，

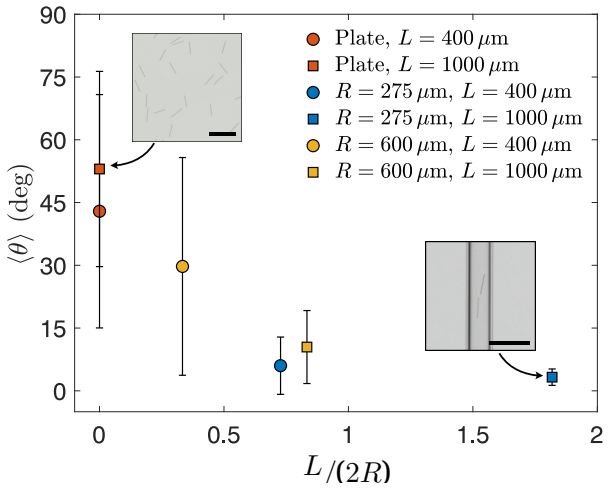

图9：在提拉速度为$U = 3$毫米时，沉积纤维的角取向绝对值平均值 $\langle\theta\rangle$ 随 L/R变化的关系。纤维直径为 $d = 50\,\mu$米。 $L/R = 0$ 对应于平面基底。插图：沉积纤维的照片。虚线箭头指向相应的数据点。比例尺为2毫米。

这表明纤维逐渐沿圆柱形基底的轴取向。当 $L/R \gtrsim 1$时，沉积纤维取向的绝对值平均值变为 $\langle\theta\rangle \lesssim 15^\circ$，表明纤维具有显著取向。在此处考察的最大 L/R 下，即 $L/R = 3.6$，纤维主要沿圆柱杆的轴取向，且 $\theta \sim 0^\circ$。

总之，纤维长度与基底曲率半径之比 L/R 是决定纤维取向的关键参数。当平面基底（$L/R = 0$）以较高速度从纤维悬浮液浴液中提拉出来时，沉积纤维不表现出优先取向，与纤维长度无关。降低提拉速度，使得 $h^* \lesssim d$ 可以对纤维的取向进行轻微控制。随着比值 L/R 增加，纤维开始沿圆柱形基底的轴取向，与提拉速度无关，且取向变得显著。因此，控制悬浮液中纤维的长度或圆柱形基底的半径，都可以促进浸涂过程中纤维的取向。

6 向更高浓度的纤维悬浮液发展

在前几节中，纤维的体积分数 ϕ 足够小，因此可以认为纤维之间的平均间距足够大，纤维之间不会发生显著相互作用，例如通过流体动力学相互作用或碰撞发生相互作用。[47] 在一阶近似下，当 $\phi \to 0$时，黏度变化可以忽略，因此 $\eta(\phi \to 0) \simeq \eta_0$。随着纤维体积分数增加，悬浮液的黏度 $\eta(\phi)$ 与溶剂黏度相比有所增加。由于纤维具有各向异性，纤维悬浮液的流变学比球形颗粒更为复杂。事实上，不仅体积分数 ϕ 会影响流变学，纤维的长径比 $a = L/d$ 也会产生影响。纤维悬浮液的黏度发散发生在一个 $\phi \to \phi_c$ 值处，该值小于球形颗粒所观察到的值。此外，长径比 $a = L/d$ 越大，该值越小

ϕ_c 越小。纤维悬浮液的流变学还可能表现出剪切变稀行为，这是因为纤维会逐渐沿流动方向排列。[63]人们采用了不同的方法来描述纤维悬浮液的黏度；本文采用 Bounoua [50] 等人所使用的方法，他们利用 Maron-Pierce 模型拟合了纤维悬浮液的黏度：

$$\eta_r(\phi) = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_c}\right)^{-2}, \tag{6}$$

其中， ϕ_c 是一个经验参数，使得悬浮液的黏度在 $\phi \to \phi_c$时发散。需要强调的是，也可以考虑其他可能的经验定律；特别是，某些流变模型中的黏度会在接近 ϕ_c 时按照（$\phi_c - \phi$）$^{-1}$发散。[49,64] 不过，我们在此使用体积分数适中的悬浮液 ϕ ，因此不同经验模型对黏度的预测差异并不显著。

我们采用重量法测量平面基底上夹带的涂层液膜厚度。[17] 在此，我们研究了长径比为 $L/d = 4$ 、体积分数范围为 0% $\leq \phi \leq$ 7.5% 的纤维悬浮液。由于高浓度纤维在弯月面处发生自过滤，以及提拉平板时容器内出现堵塞，较大体积分数下的实验颇具挑战性。我们在图 10 底部插图中展示了 h 随提拉速度 U增加的变化。对于此处使用的所有体积分数，当达到厚膜区时，我们观察到 $h \propto U^{2/3}$ ，此时薄膜厚度与颗粒直径相当， $h \gtrsim 50\,\mu$m。[33] 这一幂律与 LLD 定律 [式（1）], 相符，曲线的垂直偏移则表明黏度发生了变化，这与此前对单分散和双分散球形颗粒悬浮液的观察一致。[36]

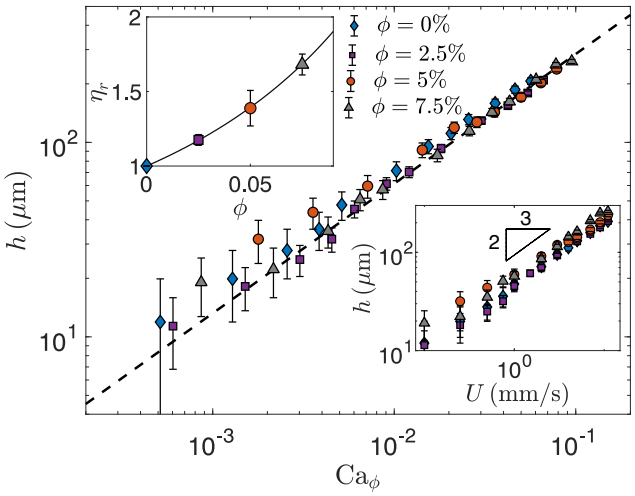

图 10：平面基底上的涂层膜厚度 h 随有效毛细数 Ca$_\phi$ 的变化，不同体积分数下的数据 ϕ （蓝色菱形： $\phi = 0\%$；紫色方形： $\phi = 2.5\%$；橙色圆形： $\phi = 5\%$；灰色菱形： $\phi = 7.5\%$）。虚线表示 LLD 定律 [式（1）]。通过拟合悬浮液的相对黏度 η_r，使实验数据符合 LLD 定律。下方插图：涂层液膜厚度 h 随提拉速度 U 的变化。上方插图：纤维悬浮液的相对黏度 η_r 随体积分数 ϕ 的变化。实线表示 Maron-Pierce 模型 [式（6）]，其中 $\phi_c = 33$ %。此处使用的纤维直径为 $d = 50\,\mu$m，长度为 $L = 200\,\mu$m。

因此，我们采用了与 Jeong 等人[36] 所用方法类似的方法。具体而言，我们不对悬浮液的有效相对黏度作任何假设， $\eta_r(\phi) = \eta(\phi)/\eta_0$。相反， η_r 在 LLD 中被视为拟合参数：

$$h = 0.94\,\ell_c\,\mathrm{Ca}_\phi{}^{2/3} = 0.94\,\ell_c\left(\frac{\eta(\phi)\,U}{\gamma}\right)^{2/3}. \tag{7}$$

此处，毛细数 $\mathrm{Ca}_\phi = \eta(\phi)U/\gamma$ 基于悬浮液的有效黏度，与前几节使用的 Ca $= \eta_0\,U/\gamma$ 不同。二者的关系为 $\mathrm{Ca}_\phi = \eta_r(\phi)$ Ca。此外，颗粒的存在不会改变表面张力，因此毛细长度保持不变。[40,65]

图 10 的主图给出了不同体积分数下涂层厚度随有效毛细数 Ca$_\phi$的变化。我们对 $\eta_r(\phi)$进行了拟合，使液体厚度的实验测量值与厚膜区间内的 LLD 预测相符（另见 Jeong 等人[36]）。正如预期，在厚膜区间内恢复了 $\mathrm{Ca}_\phi{}^{2/3}$ 的标度关系，因为我们此前已注意到 $h \propto U^{2/3}$。

我们在图 10 上方的插图中报告了不同体积分数下拟合得到的相对黏度值。与球形颗粒的情况类似，相对黏度随纤维体积分数的增加而增大 ϕ。我们使用式（6）给出的 Maron-Pierce 模型拟合 η_r 的变化，并发现当取 $\phi_c \sim 33\%$ 时，该模型能够较好地捕捉 η_r（ϕ）的观测趋势。正如预期，这里得到的 ϕ_c 小于球形颗粒的情况。这表明，在定性上，厚膜区间捕捉到了与 Bounoua 等人[50] 类似的趋势。我们需要指出的是，在我们的研究中，得到的 ϕ_c 略低于 Bounoua 等人[50] 测得的长径比相近的纤维对应的结果，这可能是由于流动几何形状导致纤维取向，也可能与一定程度的剪切变稀有关。

总之，当涂层液膜厚度大于纤维直径时，纤维悬浮液会呈现厚膜区间，也就是说， $h \gtrsim d$。在此区间，与球形颗粒悬浮液的观察结果类似，[33,35,36]涂层液膜厚度可通过 LLD 定律 [式（7）], 预测，其中需要引入有效毛细数 $\mathrm{Ca}_\phi = \eta(\phi)U/\gamma$ ，该数基于纤维悬浮液的黏度。

7 结论

本文研究了非布朗纤维悬浮液在平面和曲面基底上的浸涂过程。首先，我们考察了稀悬浮液，以最大限度地减小纤维之间的相互作用。我们研究了纤维被夹带的条件，以及纤维在涂层液膜中形成的取向。随后，我们进一步研究了浓度更高的纤维悬浮液，以表征涂层液膜的厚度。

我们的实验表明，在平面和圆柱形基底上，浸涂过程中纤维被夹带到基底表面，主要取决于纤维的直径。与此前关于球形颗粒悬浮液的研究结果类似，[34] 我们证明，如果停滞点处的厚度与纤维半径处于同一量级，纤维就会被夹带到涂层液膜中

。对于平面基底，这得出了毛细数 Ca $\geq \mathrm{Ca}^* = \beta\,[d/(2\,\ell_c)]^2$的条件。夹带阈值会随着纤维长度 L 的增加而略微升高，但影响较小。因此，要预测浸涂过程中纤维是否会被夹带，只需根据纤维直径进行估算。随后我们指出，类似的论证也适用于预测圆柱杆上的纤维夹带。然而，在这种情况下，当纤维长度 L 大于圆杆半径 R时，纤维必须沿杆轴排列，即垂直于弯月面，才能被夹带。结果是，当 L/R较大时，夹带阈值 U^* 更高。

与球形颗粒相比，纤维的一个显著特征是其各向异性。我们研究了提拉过程后涂覆在基底上的纤维的角取向。在平面基底上，当停滞点处的厚度 h^* 大于纤维直径时，无论纤维长度如何，沉积纤维都不会表现出优先取向，这对应于 $h \gtrsim d/3$。然而，当薄膜变薄且 $h^* < d$时，纤维抵达弯月面时会因毛细效应而重新取向。纤维的一端保持固定，而较大的角度 θ （对应于与弯月面对齐的纤维）则较少被观察到。

在圆柱杆上，夹带纤维的取向取决于纤维长度 L 与基底曲率半径 R之比。当 $L/R \lesssim 1$时，观察到的情况与平面基底上报道的情况非常相似；而对于 $L/R \gtrsim 1$ （即，更长的纤维和更小的基底曲率半径），则观察到优先取向。对于 $L/R \gtrsim 1$，纤维倾向于沿提拉方向取向。这一现象是由于本文所研究的纤维具有刚性，无法缠绕在基底周围。

我们最终考察了浓度更高的纤维悬浮液，并报告了存在一种与球形颗粒所报道情况相当的厚膜区间。[33,35] 在该区间内，仍可通过引入基于纤维悬浮液黏度的有效毛细数来使用 LLD 定律。

总之，本文关于纤维悬浮液的结果与球形颗粒研究中报告的观察结果具有许多共同特征。[33,35,36] 一阶近似下需要考虑的长度尺度是纤维的直径 d。长度 L 似乎会影响纤维在圆柱形基底上的取向。本文结果为制造过程提供了指导，并展示了在浸涂过程中被动控制涂覆基底的纤维取向所需的条件。

致谢

本材料所述研究得到了美国国家科学基金会 NSF CAREER计划奖项 CBET 资助编号 1944844 的支持。

参考文献

[1] LE Scriven. 浸涂和旋涂的物理原理与应用。*MRS*在线论文集库，121，1988年。[2] Steven J Weinstein 和 Kenneth J Ruschak。涂层流动。《流体力学年度评论》，36:29，2004年。[3] L. Landau 和 B. Levich。移动平板拖曳液体。《苏联物理化学学报》，17:42–53，1942年。[4] B. Derjaguin。容器排空后附着于器壁的液层厚度，以及照相胶片和电影胶片涂布理论。苏联科学院院报，39:13– 16，1943年。[5] Chie Y Lee 和 John A Tallmadge。平板从液体浴中提拉时的弯月面形状：低毛细数下的动态轮廓数据。《工业与工程化学基础》，13(4):356–360，1974年。[6] Alain De Ryck 和 David Quéré。平板涂布中的重力和惯性效应。《胶体与界面科学杂志》，203(2):278–285，1998年。

[7] M. Maleki、M. Reyssat、F. Restagno、D. Quéré 和 C. Clanet。Landau–Levich弯月面。《胶体与界面科学杂志》，354(1)：359–363，2011 年。

[8] Carlos E Colosqui、Jeffrey F Morris 和 Howard A Stone。浸涂中的流体动力驱动的胶体组装。《物理评论快报》，110(18):188302，2013。

[9] David A White 和 John A Tallmadge。从浴中提拉圆柱体的理论。《*AIChE*期刊》，12(2):333–339，1966。

[10] David G Yarin、Alexander L Yarin 和 Ilia V Roisman。《流体力学年度评论》，31(1):347–384，1999。

[11] Eli Ruckenstein. 平板或纤维涂覆的标度分析。《胶体与界面科学杂志》，246(2):393– 400，2002.

[12] Zhao Zhang、Arthur Salamatin、Fei Peng 和 Konstantin G Kornev。牛顿流体浸涂圆柱体。《胶体与界面科学杂志》，607:502–513，2022年.

[13] Hadj Benkreira 和 Basil Wilson。基底粗糙度对浸涂过程中空气夹带的影响。《化学工程科学》，59(13):2745–2751，2004年.

[14] Jacopo Seiwert、Christophe Clanet 和 David Quéré。织构化固体的涂覆。*Journal of Fluid Mechanics*，669:55– 63，2011.

[15] Vincent Bertin、Jacco H Snoeijer、Elie Raphaël 和 Thomas Salez。软基底上的增强浸涂。《物理评论：流体》，7(10):L102002，2022年.

[16] Chang-Wei Park 和 Gerard M Homsy。不溶性表面活性剂对浸涂的影响。《胶体与界面科学杂志》，146(2):382–394，1991。

[17] R . Krechetnikov 和 G. M. Homsy。基底粗糙度和表面活性剂效应对 Landau-Levich 定律影响的实验研究。《物理流体》，17(10):102108，2005。

[18] JS Ro 和 GM Homsy。黏弹性自由表面流动：赫尔-肖流动与浸涂流动的薄膜流体动力学。《非牛顿流体力学杂志》，57(2-3):203– 225，1995年。[19] Mathilde Maillard、Jeremy Bleyer、AL Andrieux、Jalila Bou- jlel 和 Philippe Coussot。屈服应力流体的浸涂。*Physics of Fluids*，28(5):053102，2016年。

[20] Wilbert J Smit、Christophe Kusina、Jean-François Joanny 和 Annie Colin。浴液内部的应力场决定圆柱几何中屈服应力流体的浸涂。《物理评论快报》，123(14):148002，2019年。

[21] Yaw Koon Koh 和 Chee Cheong Wong。胶体自组装过程中结构变化的原位监测。*Lang- muir*，22(3):897–900，2006年。

[22]Asif Matin、Umair Baig、Sultan Akhtar、Nesar Merah、MA Gondal、Abdul Hakim Bake 和 A Ibrahim。采用简便浸涂法制备具有不同润湿状态的抗紫外透明疏水表面。*Progress in Organic Coatings*，136:105192，2019年。

[23] Guillaume Berteloot、Adrian Daerr、François Lequeux 和 Laurent Limat。胶体与蒸发条件下的浸涂。***Chemical Engineering and Processing: Process Intensifica- tion***，68:69–73，2013年。

[24] ClaireBonnoit、Thibault Bertrand、Eric Clément 和 Anke Lindner。颗粒悬浮液中的液滴加速脱落。*Physics of Fluids*，24(4):043304，2012年。

[25] Joris Château、Élisabeth Guazzelli 和 Henri Lhuissier。黏性悬浮液细丝的夹断。*Journal of Fluid Mechanics*，852:178–198，2018年。

[26]Virgile Thiévenaz、Sreeram Rajesh 和 Alban Sauret。双分散颗粒悬浮液的液滴脱落与夹断。*Soft Matter*，17(25):6202–6211，2021年。

[27] Virgile Thiévenaz 和 Alban Sauret。黏弹性颗粒悬浮液的夹断。《物理评论：流体》，6(6):L062301，2021年。

[28] Virgile Thiévenaz 和 Alban Sauret。悬浮液液滴夹断过程中非均匀性的出现。《美国国家科学院院刊》，119 2120893119，2022年 13( ):e 。

[29] Roy J Furbank 和 Jeffrey F Morris。颗粒对液滴形成影响的实验研究。*Physics of Fluids*，16(5):1777–1790，2004年。

[30] Joris Château 和 Henri Lhuissier。颗粒悬浮液射流的断裂。《物理评论：流体》，4(1):012001，2019年。

[31] Pascal S Raux、Anthony Troger、Pierre Jop 和 Alban Sauret。含颗粒液膜的铺展与破碎。《物理评论：流体》，5(4):044004，2020年。

[32] Justin CT Kao 和 AE Hosoi。颗粒负载的 Landau–Levich流中的旋节线分解。*Physics of Fluids*，24(4):041701，2012年。

[33] Adrien Gans、Emilie Dressaire、Bénédicte Colnet、Guillaume Saingier、Martin Z Bazant 和 Alban Sauret。悬浮液的浸涂。*Soft Matter*，15(2):252–261，2019年。

[34] Alban Sauret、Adrien Gans、Bénédicte Colnet、Guillaume Saingier、Martin Z Bazant 和 Emilie Dressaire。浸涂过程中颗粒的毛细过滤。《物理评论：流体》，4(5):054303，2019年。

[35] Sergio Palma 和 Henri Lhuissier。颗粒悬浮液的浸涂。*Journal of Fluid Mechanics*，869，2019年。

[36] Deok-Hoon Jeong、Michael Ka Ho Lee、Virgile Thiévenaz、Martin Z Bazant 和 Alban Sauret。双分散颗粒悬浮液的浸涂。*Journal of Fluid Mechanics*，936，2022年。

[37] Brian M Dincau、Ethan Mai、Quentin Magdelaine、JA Lee、MZ Bazant 和 Alban Sauret。稀悬浮液中提拉纤维时颗粒的夹带。*Journal of Fluid Mechanics*，903，2020年。

[38] Brian M Dincau、Martin Z Bazant、Emilie Dressaire 和 Alban Sauret。通过浸涂对颗粒进行毛细分选。*Physical Review Applied*，12(1):011001，2019年。

[39] JFT Pittman 和 J Bayram。自由下落液射流中多分散纤维悬浮液的拉伸流。*Interna- tional Journal of Multiphase Flow*，16(3):545–559，1990年。

[40] Joris Château、Élisabeth Guazzelli 和 Henri Lhuissier。纤维悬浮液丝的拉伸黏度与变细。*Physical Review Fluids*，6(4):044307，2021年。

[41] Yu Huang、Xiangfeng Duan、Qingqiao Wei 和 Charles M Lieber。将一维纳米结构定向组装成具有功能的网络。*Science*，291 633，2001年 5504 630( ): – 。

[42] Hebing Hu、M Pauly、O Felix 和 G Decher。逐层组装银纳米线的喷涂辅助排列：制备高度各向异性纳米复合薄膜的通用方法。*Nanoscale*，9(3):1307–1314，2017年。

[43] Guo Liang Goh、Shweta Agarwala 和 Wai Yee Yeong。碳纳米管的定向及按需排列：面向电子器件3D打印的综述。*Advanced Materials Interfaces*，6(4):1801318，2019年。

[44] Sayli Jambhulkar、Weiheng Xu、Dharneedar Ravichandran、Jyoti Prakash、Arunachala Nadar Mada Kannan 和 Ke-nan Song。面向多功能传感器应用的纳米颗粒可扩展排列与选择性沉积。*Nano Letters*，20(5):3199–3206，2020年。

[45] Matthew E Spotnitz、Declan Ryan 和 Howard A Stone。曲面上碳纳米管取向的浸涂。*Journal of Materials Chemistry*，14 1302，2004年 8 1299( )： –。

[46] Élisabeth Guazzelli 和 Olivier Pouliquen。致密颗粒悬浮液的流变学。*Journal of Fluid Mechanics*，852:P1，2018年。[47] Jason E Butler 和 Braden Snook。刚性纤维悬浮液的微观结构动力学与流变学。*Annual Re- view of Fluid Mechanics*，50:299–318，2018年。

[48] G. K. Batchelor。纯应变运动引起的非稀释细长颗粒悬浮液中的应力。*Journal of Fluid Mechanics*，46(4):813–829，1971年。

[49] Franco Tapia、Saif Shaikh、Jason E Butler、Olivier Pouliquen 和 Élisabeth Guazzelli。非胶体刚性纤维浓悬浮液的流变学。*Journal of Fluid Mechanics*，827:R5，2017年。

[50] Sihem N Bounoua、Pavel Kuzhir 和 Elisabeth Lemaire。浓缩刚性纤维悬浮液的剪切反转实验。《流变学杂志》，63(5):785–798，2019年。[51] Fransisco Folgar 和 Charles L Tucker III。浓悬浮液中纤维的取向行为。*Journal of Reinforced Plastics and Composites*，3(2):98–119，1984年。[52] Byoungjin Chun 和 Hyun Wook Jung。平面剪切和拉伸流中胶体棒状颗粒的普适流动诱导取向有序化：稀浓度与半稀浓度。《流变学杂志》，67(2):315–330，2023年。[53] R. Krechetnikov 和 G. M. Homsy。表面活性剂在 Landau–Levich 问题中的效应。*Journal of Fluid Mechanics*，559:429–450，2006年。[54] E. Rio 和 F. Boulogne。从浴液中提拉固体：涂覆了多少液体？*Advances in Colloid and Inter- face Science*，247:100–114，2017年。[55] Michael D Abràmoff、Paulo J Magalhães 和 Sunanda J Ram。使用 ImageJ 进行图像处理。*Biophotonics Interna- tional*，11(7):36–42，2004年。[56] Deok-Hoon Jeong、Anezka Kvasnickova、Jean-Baptiste Boutin、David Cébron 和 Alban Sauret。含颗粒薄膜在管内壁上的沉积。《物理评论：流体》，5(11):114004，2020年。[57] EP Lewandowski、JA Bernate、PC Searson 和 KJ Stebe。各向异性颗粒在非平面界面上的旋转与排列。*Langmuir*，24(17):9302–9307，2008年。[58] Marcello Cavallaro、Lorenzo Botto、Eric P Lewandowski、Marisa Wang 和 Kathleen J Stebe。曲率驱动的毛-

棒状颗粒的横向迁移与组装。*Proceedings of the National Academy of Sciences*，108(52):20923–20928，2011年。[59] N Quennouz、Michael Shelley、O Du Roure 和 A Lindner。黏性胞状流中弹性纤维的输运与屈曲动力学。*Journal of Fluid Mechanics*，769:387–402，2015年。[60] Olivia Du Roure、Anke Lindner、Ehssan N Nazockdast 和 Michael J Shelley。黏性流动与流体中的柔性纤维动力学。《流体力学年度评论》，51 572，2019年 539：–。[61] AM Keeley、GK Rennie 和 ND Waters。排液薄膜——第1部分。《非牛顿流体力学杂志》，28(2):213–226，1988年。[62] M Buchanan、D Molenaar、S de Villiers 和 RML Evans。排液薄膜悬浮液中的图案形成。*Langmuir*，23(7):3732–3736，2007年。[63] Ehud Ganani 和 RL Powell。棒状颗粒悬浮液：文献综述与数据关联。《复合材料杂志》，19(3):194–215，1985年。[64] Monsurul Khan、Rishabh V More、Luca Brandt 和 Are-zoo M Ardekani。浓密纤维悬浮液流变学：屈服应力、剪切变稀和法向应力差的起源。*arXiv*预印本 *arXiv:2211.07135*，2022年。[65] Étienne Couturier、François Boyer、Olivier Pouliquen 和 Élisabeth Guazzelli。倾斜槽中的悬浮液：第二法向应力差。*Journal of Fluid Mechanics*，686:26–39，2011年。