arXiv:2305.00940v1 [math.OC] 1 May 2023

面向多准则决策辅助的新型序数回归程序：可持续生态村时空模型案例

Maria Barbati[1],Salvatore Greco[2], 和 Isabella M. Lami[3]

[1]经济系，威尼斯卡福斯卡里大学，意大利威尼斯[2]经济与商业系，卡塔尼亚大学，意大利卡塔尼亚[3]跨校际区域与城市研究及规划系，都灵理工大学，意大利都灵

摘要

本文提出了一种处理国土规划决策的方法。所提出的方法基于多目标优化，用于确定应建设哪种设施、建设位置以及建设时间。在此背景下，我们定义了一种新的信息获取程序，用于处理决策者（DM）的偏好；这种偏好具有内在性和更广泛的意义，超越了具体的决策问题。具体而言，通过将卡片组方法与序数回归方法相结合，获取用户偏好，使决策者能够以排序以及两两比较的形式，针对优化问题中某些解的偏好强度提供偏好信息。随后，将通过卡片组方法获得的参考解得分作为序数回归程序的基础；该程序考虑准则间交互作用，并通过以 Choquet 积分表示的价值函数来刻画决策者的多准则偏好。然后，利用所得到的价值函数定义一个多目标优化问题。通过求解该优化问题获得新的可行解，并将其提供给决策者，以验证其认可程度并收集新的偏好信息，从而迭代交互程序，直至决策者对所提出的方案感到满意。我们将该方法应用于一个现实问题，用于处理意大利都灵省可持续生态村的规划程序。我们考虑在给定空间中配置的一组设施，并按照适当的时间顺序进行安排；对此，我们将其恰当地表述为

Barbati 等人（2020）提出的时空模型。我们与拥有该生态村的合作社主席进行沟通，以详细确定应从所提出的设施中选择哪些生态村设施、应将其设置在哪里，以及应在何时规划这些设施。

关键词：领土规划；序数回归；卡片组方法；多目标优-化

1 引言

国土规划决策十分复杂，因为必须考虑诸多观点，也涉及众多参与者。从这一角度来看，采用透明且具有参与性的程序，将有助于支持这一领域的决策。为此，我们提出一种多准则决策辅助（MCDA）方法（关于该领域最新研究综述，参见 Greco等人（2016）），将这类问题表述为多目标优化问题，并特别关注与决策者（DM）互动相关的方面。具体而言，我们提出一种偏好获取程序，将该领域的两种主要方法结合起来：卡片组方法（Figueira 和 Roy，2002；Abastante 等人，2020b）和序数回归（Jacquet-Lagreze 和 Siskos，1982，2001）。卡片组方法使决策者能够以直接且易于理解的形式表达偏好，而序数回归则能够有效地推导所采用决策模型的参数。与序数回归的基本模型相比，所提方法的优势在于，不仅考虑“备选方案a 优于备选方案 b”这类序数信息，还考虑“a 比 b更受偏好，其程度大于 c 优于 d”这类更具基数特征的信息；正是借助卡片法，这类信息才能通过一种非常“用户友好”的程序加以处理。我们将这种新方法称为基于卡片组的序数回归（DOR）。

下面更详细地说明，我们如何在所提出的方法中阐述这些理念。我们从多目标优化的角度处理国土规划（Miettinen et al., 2008）。事实上，城市和地域规划通常意味着必须在某些约束条件下，就设施的选择、位置及其时间安排做出决策（Pujadas et al., 2017）。为此，必须考虑多个目标，而且通常不存在一个对所有既定目标而言都最优的方案。在此背景下，如果不存在另一个方案在所有既定目标上都不差、且至少在其中一个目标上严格更优，那么该方案就被视为帕累托最优。帕累托最优方案的集合称为帕累托前沿，可以作为多目标优化问题的起点。然而，帕累托前沿可能包含过多方案，决策者必须逐一审查，以寻求.....

更偏好的一种。从这一角度来看，交互式多目标优化方法为决策者提供一小组最受偏好的解决方案，似乎更适合所考虑的国土规划问题。处理多目标优化问题并非易事（Ehrgott 和 Gandibleux，2000年）。文献中已提出多种方法，例如精确方法（Mavrotas 等人，2015年）、启发式方法和元启发式方法（Ehrgott 和 Gandibleux，2008年）。在某些情况下，可以构建整个帕累托前沿或其一部分（Zhou 等人，2018年），但这会使决策者难以事后判断哪一组设施最适合自己。无论如何，无论是先确定整个帕累托前沿，再选择最理想的解决方案，还是从一开始就寻找决策者最偏好的解决方案，都必须恰当地考虑决策者的偏好。

在我们的方法中，我们提出将一种新的偏好获取算法——上述 DOR 程序——整合到一种交互式多目标优化方法中，以便通过交替进行讨论和计算，逐步寻找最受偏好的解，具体过程如下。首先，我们计算优化问题的一些解。其次，我们将这些解呈现给决策者，并请其使用卡片组方法（Figueira 和 Roy，2002年；Abastante 等人，2020b年）对它们进行排序和两两比较，以衡量偏好强度。第三，利用通过卡片组方法获得的参考解得分，执行序数回归程序（Jacquet-Lagreze 和 Siskos，1982年）；为考虑准则之间的交互作用，该程序基于一个以 Choquet 积分表示的价值函数（Choquet，1953年；Grabisch，1996年）。第四，利用由此得到的价值函数，寻找多目标优化问题的候选解。随后可将新的可行解提交给决策者，请其再次对这些解发表意见、排序并进行两两比较。该过程持续进行，直至决策者对某个所提解感到满意。整个迭代过程可以借助适当的图表来展示所得解，从而在整个过程中为决策者提供支持。由于我们使用聚合各项准则的价值函数来评价多目标优化问题的解，因此下文将“准则”和“目标”视为同义词。

我们的方法具有多项优势：

- 借助卡片组方法，决策者可以轻松表达自己的偏好，从而参与决策过程。

- 卡片组方法用于获取决策者对优化模型解的偏好，而不是用于表达对准则重要性及其交互作用的更抽象判断。这样可以减轻决策者的认知负担，使其能够直接评价一些“可行”方案，也让整个过程更简单，更贴近现实中的实际情况。

- 序数回归模型能够获取决策者的偏好，并处理准则之间的交互作用。

- 决策者可以在分析师的协助下迭代构建解决方案，并在每个步骤中反馈自己的偏好。

- 整个过程对决策者而言透明且简单，并能提供论据，向其他利益相关者解释所选方案，从而达成参与式决策。

我们应用上述方法，以支持可持续地域决策过程，并据此回答以下三个问题。这些问题是在所谓的时空模型 （Barbati 等人于 2020年提出）背景下提出的：

α) 在规划地域时，需要选择哪些设施?

β) 我们应该将这些设施设在哪里?

γ) 这些设施应何时启用?

在复杂的现实决策问题中，必须同时考虑这三个问题。事实上，尤其是在涉及数百万欧元的大型规划程序中，开发者偶尔才能一次性完成所有工作。此外，由于需要考虑预算约束等各种限制或约束，行政部门和开发者越来越重视对方案中干预措施进度安排的谨慎研究。一些优化模型仅涉及地域项目规划的部分方面，只回答上述三个问题中的一个 α) $-\beta$) $-\gamma$)，例如，Tervonen 等人（2017年）针对 α)、Farahani 等人（2019年）针对 β)，以及 Le Bivic 和 Melot（2020年）针对 γ)；另一些则涉及这些问题的组合，如 Sarnataro 等人（2021年）针对 β) 和 γ)。相较之下，我们采用时空模型，提出一种支持战略决策的方法，以同时回答这三个问题 α) $-\beta$) $-\gamma$)。

我们测试了在意大利皮埃蒙特大区建设生态村的方法。对于此类问题，采用时空模型和交互式程序尤其合适，原因如下：

- 决策者可以认识到，生态村应被视为一个整体系统，其中与待安装设施、设施位置及其时间安排相关的选择彼此关联，共同构成一个总体战略视角，而时空模型似乎是最自然的方法论框架。

- 决策者可以验证，预算和技术要求意味着相关设施的启用存在时间分布。

- 决策者可以认识到，在生态村的规划中，必须考虑多种准则，因为生态村的特点是自给自足，而非单纯的盈利性投资。这些准则也可能与涉及传统旅游设施的决策中较为经典的准则截然不同。在生态村这一具体情形下，这些准则之间存在一定的交互作用，必须予以充分考虑。基于这一点，我们将时空模型推广至考虑准则间交互作用的情形。此外，所考虑准则的权重及其交互作用，以及它们的界定和相互作用，并非总是连决策者都能清楚理解的。因此，采用 DOR 方法能够进行易于理解的间接偏好 elicitation 程序：在这一过程中，决策者通过简便直观的卡片组方法，对若干可行方案进行综合比较。相比之下，要求决策者以抽象的方式提供所考虑准则的重要性及其交互作用信息的直接偏好 elicitation 程序会复杂得多，也更耗费认知资源，并有可能导致所得结果不够可靠。

- 最后，引入一种交互式多目标方法，并采用新提出的DOR偏好信息获取程序，有助于作出参与式决策，同时将决策者（DM）的观点纳入考量，以确保面向公众的开放性和透明度；这体现了分析师与决策者共同构建决策模型的总体思路（Roy，1993年）。

本文分为四个部分。引言之后，第2节概述方法路径，重点介绍DOR偏好信息获取程序；第3节介绍实际问题；第4节描述与决策者开展的交互过程及所得结果；最后一节讨论结论和可能的后续研究方向。

2 所提出的方法

本节介绍我们用于处理国土规划问题的方法。该方法基于三个主要要素：

- 时空模型将国土规划问题表述为一个多目标优化问题，回答做什么、在哪里做以及何时做这三个问题。

- 全新的 DOR偏好信息获取程序能够以简单易懂的方式收集决策者的偏好。

- 通过将上述偏好引出程序整合到以时空模型表述的国土规划问题中，一种交互式多目标优化程序可以搜索出最受偏好的方案。

从这一角度来看，新的偏好获取程序 DOR 在通过价值函数表示决策者的偏好方面发挥着特殊作用。具体而言，该程序结合了卡片组方法（Figueira 和 Roy，2002年）在（Abastante 等人，2020年 b）提出的形式（SRF-II）与一种基于 Choquet 积分的序数回归方法（Marichal 和 Roubens，2000年）。我们将使用这一偏好获取程序来处理一个以时空模型（Barbati 等，2020年）表述的优化问题。不过，该程序本身也具有独立的研究价值，可用于推导 Choquet 积分以及其他多准则聚合程序的偏好参数，例如最简单的加权和，或 UTA 方法（Jacquet-Lagreze 和 Siskos，1982年）中考虑的分段可加效用函数。下文将正式介绍时空模型和新的偏好获取方法 DOR，并在最后一个小节概述该方法的步骤。

2.1 时空模型

设有一组设施 $I = \{1, \ldots, i, \ldots, n\}$。对于每个设施 $i \in I$，我们定义一组潜在位置 $L(i) = \{1(i) \ldots, l(i) \ldots, n(i)\}$。设施可在不同时间点 $T = \{0, \ldots, t, \ldots, p\}$ 分配至某个位置。每个设施都根据一组准则$G = \{g_j, j \in J\}$ 和 $J = \{1, \ldots, m\}$进行评价。位于位置 $l \in L(i)$ 并投入使用的设施 $i \in I$，其在准则 $g_j \in J$ 上的评价值记为 $y_{ijl} \in \mathbb{R}^+$。为简便起见，且不失一般性，我们假设所有准则 $g_j \in G$ 均为效益型，即 y_{ijl} 越大，设施 $i \in I$ 在位置 $l \in L(i)$ 的准则 $g_j \in J$ 评价值越高。

对于每个时间阶段 $t \in T$，都定义一个折扣因子 $v(t)$，其中 $0 \leq v(t) \leq 1$ 和 v 是关于 t的非递增函数，用于折减未来时期的绩效评价值 y_{ijl}，$i \in I$，$j \in J$，$l \in L(i)$。数值 $v(t)$、$t \in T$表示决策者的跨期偏好。为简化起见，首先在不考虑准则间交互作用的情况下，对不同准则上的绩效进行聚合；为使所考虑准则上的绩效具有可比性 g_j，我们纳入权重 $w_j \geq 0$，$j = 1, \ldots, m$，以便通过求和加权折现后的单项准则绩效 $w_j \cdot y_{ijl} \cdot v(t)$，定义每个方案的总体价值。每项设施 $i \in I$ 也有相应的成本 $c_{il} \in \mathbb{R}^+$。每个时期 $t \in T$可用的预算记为 B_t。

以下决策变量可用于定义采用的计划$\mathbf{x}$:

$$x_{ilt} = \begin{cases} 1, \text{若设施 } i \in I \text{ 在时期 } t \in T - \{0\} \text{安装于位置 } l \in L(i); \\ 0, \text{否则。} \end{cases}$$

例如，给定一组设施 $I = \{1, 2\}$、一组位置 $L(1) = \{1, 2\}$ 和 $L(2) = \{1, 2, 3\}$ 一组时期 $T = \{0, 1, 2\}$，我们必须考虑以下决策变量向量：

$$\mathbf{x} = [x_{110}, x_{111}, x_{120}, x_{121}, x_{210}, x_{211}, x_{220}, x_{221}, x_{230}, x_{231}].$$

如果我们有

$$x_{110} = x_{111} = x_{120} = 0, x_{121} = x_{230} = 1, x_{210} = x_{211} = x_{220} = x_{221} = x_{231} = 0,$$

那么，采用的计划包括在时期1将设施1分配到其第二个潜在位置，并在时期0将设施2分配到其第三个潜在位置1。

在不考虑准则间交互作用的情况下，将所有位置和所有时期中与某一方案相关的所有准则的贡献进行汇总，空间—时间优化模型的总体目标函数 $\mathbf{x}$ 可表述如下：

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L(i)} \sum_{t \in T - \{0\}} \sum_{\tau=0}^{t-1} v(t) w_j x_{il\tau} y_{ijl}. \tag{1}$$

请注意，对于每个准则 $g_j \in G$ 以及每个方案 $\mathbf{x} = [x_{ilt}]$，都可以将准则 $g_j(\mathbf{x})$ 的总体贡献定义为

$$g_j(\mathbf{x}) = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L(i)} \sum_{t \in T - \{0\}} \sum_{\tau=0}^{t-1} v(t) x_{il\tau} y_{ijl}, \tag{2}$$

因此，我们可以写成

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{j \in J} w_j g_j(\mathbf{x}). \tag{3}$$

请注意，并非所有 0-1 向量 $\mathbf{x} = [x_{ilt}]$ 都可能是可行的。实际上，可以根据具体应用定义多种约束，例如：

1. **预算约束** **约束** 根据该约束，在每个时期 $t \in T$ 支出不得超过 r

于可用　　预算 B_t 加上之前时期可能未用完的预算　　：

$$\sum_{i\in I}\sum_{l\in L(i)} c_{il}x_{ilt} \le B_t + \sum_{\tau\in T:\tau<t} B_\tau - \sum_{\tau\in T:\tau<t}\sum_{i\in I}\sum_{l\in L(i)} c_{il}x_{il\tau},\ \ \forall t\in T, \tag{4}$$

也就是说，用等价的形式表述，

$$\sum_{\tau\in T:\tau\le t}\sum_{i\in I}\sum_{l\in L(i)} c_{il}x_{il\tau} \le B_t + \sum_{\tau\in T:\tau<t} B_\tau,\ \ \forall t\in T, \tag{5}$$

这可以解释为：在每个时期 t ，总支出不能超过截至 t 的所有可用预算之和；

2. **启用约束**，即每项设施最多只能启用一次

$$\sum_{l(i)\in L(i),t\in T} x_{ilt} \le 1,\ \ \forall i\in I. \tag{6}$$

3. **互斥约束**：不同设施的潜在位置可能相同。在这种情况下，可能无法同时启用这两项设施；我们将这种情况称为互斥。定义互斥集合 $E=\{1,\dots,e_k,\dots,K\}$。对于每个$e_k\in E$ ，我们关联一对设施 $\{i,i'\}\in I$ 以及各自对应的一对潜在位置$\{l,l'\}\in L(i)\ L(q)$。如果设施 i 被规划在位置 l，那么设施 i' 在任何时期 $t\in T$都不能位于 l' 。这可以用以下约束来描述：

$$\sum_{t\in T} x_{ilt} + \sum_{t\in T} x_{i'l't} \le 1,\ \ \forall(\{i,i'\},\{l,l'\}) = e_k\in E. \tag{7}$$

4. **调度约束**：有时，某些设施需要安排在其他设施之前或之后。例如，如果设施 i 需要安排在设施 i' 之前的某个时期，则必须考虑以下约束：

$$x_{ilt} \le \sum_{\tau=0}^{t-1} x_{i'l\tau},\ \ \forall t\in T,\forall l\in L. \tag{8}$$

另一类约束与在时空模型的目标函数中考虑所选设施之间的协同效应有关。更具体地说，我们考虑这样一种情况：当某些设施共同设置在某些“有利”的位置时，对不同准则的贡献 $g_j\in J$ 会增加。为此，我们定义一组协同关系$S=\{s_1,\dots,s_r,\dots,s_r\}$,

其中 $s_r = \{i, i', l, l'\}$、 i， $i' \in I$， $l \in L(i)$ $l' \in L(i')$。当设施 i 位于 l 且设施 i' 位于 l'时，协同关系 s_r 便得以实现。在协同关系实现的时期 t ，会产生额外贡献 $y^r_{jt} = \sigma_r \cdot (y_{ijl} + y_{i'jl'})$，其中 $\sigma_r \geq 0$。为在模型中考虑这些协同关系，我们针对每个协同关系 $s_r = \{i, i', l, l'\} \in S$ 以及每个 $t \in T$定义辅助变量γ^r_t 如下：

$$\gamma^r_t = \begin{cases} 1, \text{如果设施 } i \text{ 和 } i' \text{ 的结果在 } l \text{ 和 } l' \text{ 中于时期 } t \in T \text{ 或更早实施；} 0, \text{否则。} \end{cases}$$

简单来说， $\gamma^r_t = 1$ 如果协同效应 $s_r \in S$ 在 $t \in T$中实现，则为 $\gamma^r_t = 0$ ，否则为；以下约束确保了这一点：

$$\sum_{\tau \in T: \tau \leq t} x_{il\tau} + \sum_{\tau \in T: \tau \leq t} x_{i'l'\tau} - 1 \leq \gamma^r_t, \quad \forall s_r \in S, \forall t \in T; \tag{9}$$

$$\sum_{\tau \in T: \tau \leq t} x_{il\tau} \geq \gamma^r_t; \forall s_r \in S, \quad \forall t \in T; \tag{10}$$

$$\sum_{\tau \in T: \tau \leq t} x_{i'l'\tau} \geq \gamma^r_t; \forall s_r \in S, \quad \forall t \in T. \tag{11}$$

考虑设施之间协同关系的贡献，我们可以将时空模型的目标函数重新表述如下：

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L(i)} \sum_{t \in T - \{0\}} \sum_{\tau = 0}^{t-1} v(t) w_j x_{il\tau} y_{ijl} + \sum_{s_r \in S} \sum_{t \in T - \{0\}} v(t) w_j \gamma^r_t y^r_{jt}. \tag{12}$$

请注意，公式（2.1）中的目标函数可以根据准则 $g_j \in G$ 相对于方案 $\mathbf{x} = [x_{ilt}]$ 的总体贡献表示，其中方案已适当重新定义为

$$g_j(\mathbf{x}) = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L(i)} \sum_{t \in T - \{0\}} v(t) (\sum_{\tau = 0}^{t-1} x_{il\tau} y_{ijl} + \sum_{s_r \in S} \gamma^r_t y^r_{jt}), \tag{13}$$

因此我们可以写成

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{j \in J} w_j g_j(\mathbf{x}). \tag{14}$$

请注意，上述贡献可以按照一个或多个要素进行拆分，例如设施、时期或准则。例如，可以考虑

时期 $t \in T - \{0\}$ 内所有设施 $i \in I$、所有准则 $j \in J$ 和所有位置 $l \in L$的总体绩效，即y_t^T(x) $= \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{l\in L}\sum_{\tau=0}^{t-1} w_j x_{il\tau} y_{ijl}$。这有助于了解所有已启用设施对各项准则的贡献如何随时间变化。

2.2 建模准则间交互作用 通过 Choquet 积分建模准则间交互作用

时空模型目标函数的进一步扩展，与考虑准则间交互作用有关；通过将 U(x) 的表达式 (2.1) 推广为 Choquet 积分形式，可以实现这一点（Choquet，1953；Grabisch，1996）。为此，我们引入容量的概念：容量是一个函数 μ： $2^G \to [0,1]$，满足以下两个性质：

- 规范化： $\mu(\emptyset) = 0$ 且 $\mu(G) = 1$,
- 单调性：对于所有 $A \subseteq B \subseteq G, \mu(A) \leq \mu(B)$。

对于所有 $A \subseteq G, \mu(A)$ 可解释为这样一个值：考虑到 U(x) 的表达式 (2.1)，如果方案 $\mathbf{x}$ 满足对所有 $g_j \in A$， $g_j(\mathbf{x}) = k > 0$，且对所有 $g_j \notin A$， $g_j(\mathbf{x}) = 0$，那么 $U(\mathbf{x}) = k \cdot \mu(A)$。给定方案 $\mathbf{x} = [x_{ilt}]$ 和容量 μ，时空模型的目标函数可用总体贡献的 Choquet 积分 $g_j(\mathbf{x})$ $g_j \in G,$ 表示如下

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} \mu(\{g_h \in G : g_h(\mathbf{x}) \geq g_{(j)}(\mathbf{x})\}) \cdot [g_{(j)}(\mathbf{x}) - g_{(j-1)}(\mathbf{x})] \tag{15}$$

其中 $g_{(1)}(\mathbf{x}) \ldots, g_{(m)}(\mathbf{x})$ 是 $g_1(\mathbf{x}) \ldots, g_m(\mathbf{x})$ 的一种重排，使得

$$g_{(1)}(\mathbf{x}) \leq \ldots \leq g_{(m)}(\mathbf{x}),$$

且 $g_{(0)}(\mathbf{x}) = 0$。

请注意，若对于所有满足 $A \cap B = \emptyset, B \subseteq G$ 的 A,，均有 $\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B)$，则容量是可加的。在这种情况下，对于所有 $g_j \in G$，可以设定 $\mu(\{g_j\}) = w_j$，并且根据 μ的规范化和单调性，我们得到对于所有 $g_j \in G$和 $w_1 + \ldots + w_m = 1$，均有 $w_j \geq 0$。此外，我们还得到 $U(\mathbf{x}) = \sum_{j\in J} w_j g_j(\mathbf{x})$，也就是说，如果容量 μ 是可加的，则目标函数（2.2）的 Choquet 积分形式退化为目标函数（2.1）的线性形式。

如果可加性不成立，准则 $g_j \in G$ 之间就会相互作用。为简化起见，我们考虑一种特定的交互形式，它既能构建易于处理的模型，又能表示相当一般的情形。更确切地说，我们考虑一种 2-可加容量（Grabisch，1997），即满足以下条件的容量 μ： 存在 w_j， $j = 1$， ……， m，并且

$w_{jj'}$， $\{j, j'\} \subseteq G$ 使得，对于所有 $A \subseteq G$

$$\mu(A) = \sum_{g_j \in A} w_j + \sum_{\{g_j, g_j'\} \subseteq A} w_{jj'} \tag{16}$$

对于 2-可加容量，规范化和单调性性质可以重新表述为

- Normalization: $\sum_{g_j \in A} w_j + \sum_{\{g_j, g_j'\} \subseteq A} w_{jj'} = 1$,
- 单调性： $w_j \geq 0$ 对所有 $g_j \in G$ 以及

$$w_j + \sum_{g_{j'} \in T} w_{jj'} \geq 0, \text{ for all } g_j \in G \text{ and for all } T \subseteq G \setminus \{g_j\}, T \neq \emptyset. \tag{17}$$

In c假设 μ 是一个 2-可加容量，Choquet 积分可以表示如下 s

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{g_j \in G} w_j g_j(\mathbf{x}) + \sum_{\{g_j, g_j'\} \subseteq G} w_{jj'} \min\{g_j(\mathbf{x}), g_{j'}(\mathbf{x})\} \tag{18}$$

2.3 基于卡片组的序数回归

为了根据第2.2节中的公式（18）定义时空模型的目标函数，需要确定权重 w_j， $g_j \in G$ 和 $w_{j,\ j'}$， $\{g_j, g_{j'}\} \subseteq G$ 的取值。为此，我们提出 DOR，这是一种新的序数回归程序，它考虑通过卡片组方法表达的偏好强度（Figueira 和 Roy，2002年；Abastante 等人，2020a）。该程序包含以下步骤

- 向决策者展示一组可行方案 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x_1}, \ldots, \mathbf{x_p}\}$。
- 决策者将可行方案从最差到最好排序，允许并列，分为$r, r \leq p$个等价类 $C_1, \ldots, C_r$，其中 C_1 包含被认为最差的方案$\mathbf{x}$，C_r 包含被认为最好的方案$\mathbf{x}$ 。一般而言，若方案$\mathbf{x}$ 属于等价类 C_s，而方案$\mathbf{x}'$ 属于等价类 $C_{s'}$，且 $s' > s$，则$\mathbf{x}'$ 优于$\mathbf{x}$。具体来说，给决策者一组卡片，每张卡片代表一个方案$\mathbf{x}$ $\in \mathbf{X}$，决策者根据所表达的偏好对这些卡片进行排序。
- 决策者在代表等价类 C_s 中方案的卡片与代表等价类中方案的卡片之间放置一定数量的空白卡片 e_s， $s = 1$，.....， $p-1$，以此表示方案 $\mathbf{x}$

类 C_{s+1}，空白卡片的数量越多，相关方案所对应的总体价值 $\nu(\mathbf{x})$之间的偏好差异就越大；决策者还可以在“零水平”与等价类 C_1之间放置 e_0 空白卡片；

- 按照以下规则，为每个方案$\mathbf{x} \in C_s$指定一个评价值 $\nu(\mathbf{x}) = v_s,\ s = 1, \ldots, p$,

$$v_s = v_{s-1} + e_{s-1} + 1$$

使得

$$v_s = \sum_{z=0}^{s-1}(e_z + 1) = \sum_{z=0}^{s-1} e_z + s$$

- 通过最小化正偏差和负偏差之和 $\sigma^+(\mathbf{x})$ 和 $\sigma^-(\mathbf{x})$，可以得到 2-可加容量的权重 $w_j,\ g_j \in G$ 和 $w_{jj'},\ \{g_j, g_{j'}\} \subseteq G$。这些偏差对应于 Choquet 积分所赋予的评价值 $U(\mathbf{x})$ 与通过卡片组方法所赋予的评价值 $\nu(\mathbf{x})$ 之间的差异，并通过一个正的乘法常数 k 进行适当缩放。为此，需要求解以下以变量 $w_j,\ j = 1, \ldots, m,\ w_{jj'},\ \{g_j, g'_j\} \subseteq G,\ \sigma^+(\mathbf{x}),\ \sigma^-(\mathbf{x})$ 和 k 表示的线性规划问题：

$$\left.\begin{array}{l}
\min \sum_{\mathbf{x}\in\mathbf{X}} \sigma^+(\mathbf{x}) + \sigma^-(\mathbf{x}) \\
\text{subject to} \\
U(\mathbf{x}) = \displaystyle\sum_{g_j \in G} w_j g_j(\mathbf{x}) + \sum_{\{g_j, g'_j\} \subseteq G} w_{jj'} \min\{g_j(\mathbf{x}), g_{j'}(\mathbf{x})\} \ \text{ for all } \mathbf{x} \in \mathbf{X}, \\
\sum_{g_j \in G} w_j + \sum_{\{g_j, g'_j\} \subseteq G} w_{jj'} = 1, \\
w_j \geqslant 0, \text{ for all } j = 1, \ldots, m, \\
w_j + \sum_{g_{j'} \in T} w_{jj'} \geqslant 0, \text{ for all } g_j \in G \text{ and for all } T \subseteq G \setminus \{g_j\}, T \neq \emptyset, \\
U(\mathbf{x}) - \sigma^+(\mathbf{x}) + \sigma^-(\mathbf{x}) = k \cdot \nu(\mathbf{x}) \ \text{ for all } \mathbf{x} \in \mathbf{X}, \\
k \geq 0, \\
\sigma^+(\mathbf{x}) \geqslant 0, \sigma^-(\mathbf{x}) \geqslant 0 \text{ for all } \mathbf{x} \in \mathbf{X}.
\end{array}\right\} \tag{19}$$

请注意，上述线性规划问题可应用于任意形式的价值函数 $U(\mathbf{x})$，而不必是以 Choquet 积分形式构建的价值函数。事实上，上述线性规划问题可作如下理解：

$$\left.\begin{array}{l}\min \sum_{\mathbf{x}\in\mathbf{X}} \sigma^{+}(\mathbf{x})+\sigma^{-}(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} \\ E_{value\ function}, \\ E_{deck\ of\ the\ card\ basis}\end{array}\right\} \tag{20}$$

with

$$\left.\begin{array}{l} U(\mathbf{x})=\sum\limits_{g_j\in G} w_j g_j(\mathbf{x})+\sum\limits_{\{g_j,g_j'\}\subseteq G} w_{jj'}\min\{g_j(\mathbf{x}),g_{j'}(\mathbf{x})\} \\ \sum_{g_j\in G} w_j+\sum_{\{g_j,g_j'\}\subseteq G} w_{jj'}=1, \\ w_j\geqslant 0,\ \text{for all } j=1,\ldots,m, \\ w_j+\sum_{g_{j'}\in T} w_{jj'}\geq 0,\ \text{for all } g_j\in G \text{ and for all } T\subseteq G\setminus\{g_j\}, T\neq\emptyset \end{array}\right\} E_{value\ function} \tag{21}$$

and

$$\left.\begin{array}{l} U(\mathbf{x})-\sigma^{+}(\mathbf{x})+\sigma^{-}(\mathbf{x})=k\cdot\nu(\mathbf{x})\ \text{ for all } \mathbf{x}\in\mathbf{X}, \\ k\geq 0, \\ \sigma^{+}(\mathbf{x})\geqslant 0,\sigma^{-}(\mathbf{x})\geqslant 0 \text{ for all } \mathbf{x}\in\mathbf{X}. \end{array}\right\} E_{deck\ of\ the\ card\ basis} \tag{22}$$

在这一视　目标函数，如果所考虑的聚合函数仅为加权和，即

$$U(\mathbf{x})=\sum_{g_j\in G} w_j g_j(\mathbf{x})$$

那么，约束集 $E_{value\ function}$ 表述如下：

$$\left.\begin{array}{l} U(\mathbf{x})=\sum\limits_{g_j\in G} w_j g_j(\mathbf{x}), \\ \sum\limits_{j=1}^{m} w_j=1, \\ w_j\geqslant 0,\ \text{for all } j=1,\ldots,m. \end{array}\right\} E_{linear\ value\ function} \tag{23}$$

采用序数回归开创性论文（Jacquet-Lagreze 和 Siskos，1982）提出的加性分段线性价值函数，考虑准则 $g_j\in G$，为每个备选方案**x** 赋予区间 $[y_j^0, y_j^{\gamma_j}]$ 内的一个值 g_j**(x)**，并将该区间划分为若干子区间

$$[y_j^0,y_j^1],\ldots,[y_j^r,y_j^{r+1}],\ldots,[y_j^{\gamma_j-1},y_j^{\gamma_j}]$$

约束集 $E_{value\ function}$ 表述如下:

$$\left.\begin{array}{l} U(\mathbf{x}) = \sum\limits_{g_j \in G} u_j(g_j(\mathbf{x})) \\ u_j(g_j(\mathbf{x})) = u_j(y_j^r) + \frac{g_j(\mathbf{x}) - y_j^r}{y_j^{r+1} - y_j^r}[u_j(y_j^{r+1}) - u_j(y_j^r)] \\ \qquad \text{for } g_j(\mathbf{x}) \in [y_j^r, y_j^{r+1}], r = 0, \ldots, \gamma_j - 1, \\ u_j(y_j^{r+1}) \geq u_j(y_j^r) \text{ for all} j = 1, \ldots, m, r = 0, \ldots, \gamma_j - 1, \\ u_j(y_j^0) = 0 \text{ for all } j = 1, \ldots, m, \\ \sum\limits_{g_j \in G} u_j(y^{\gamma_j}) = 1. \end{array}\right\} E_{piecewise\ linear\ value\ function} \tag{24}$$

注意，归一化约束

$$\sum_{g_j \in G} u_j(y^{\gamma_j}) = 1$$

可以替换为任意约束

$$\sum_{g_j \in G} u_j(y^{\gamma_j}) = \overline{U}, \overline{U} \in \mathbb{R}^+.$$

例如，在下一节的教学示例中，为了增强表达能力，我们取 $U = 100$。

本节末尾有必要做几点总结:

• 上述提出的 DOR偏好信息获取程序具有广泛的适用性，不仅限于多目标优化问题或与国土规划相关的决策问题。事实上，DOR 可用于任何多准则决策分析问题，并借鉴序数回归和卡片组方法这两种广泛采用的方法。

• 价值函数解析形式的选择，也就是说，在考虑上述三种情况时，选择加权和、Choquet 积分或加性分段线性价值函数，取决于决策问题的具体性质。一般而言，我们可以这样说:

– 如果希望采用尽可能简单的决策模型，应选择加权和。– 如果需要考虑准则间交互作用——正如我们在实际应用中所考察的案例研究所示——那么 Choquet 积分

似乎是价值函数最合适的表达形式。

– 如果希望考察每个准则对价值函数的贡献如何随准则水平的变化而改变，则应选择可加的分段线性价值函数。

• DOR方法可应用于任何类型的聚合函数。加权和、Choquet 积分以及我们上文讨论的分段线性价值函数，只是最常采用的价值函数形式。例如，鉴于可以考虑准则间交互作用，且无需像 Choquet 积分那样将所有准则的评价值表示在同一尺度上，因此将 DOR 方法应用于（Greco等人，2014）提出的扩展加性价值函数会很有意义。

2.4 教学示例

本节通过一个简单的教学示例，说明如何利用 DOR 方法导出价值函数。假设有六个项目 P_1、P_2、P_3、P_4、P_5 和 P_6，根据三个准则进行评价：经济方面、g_1、社会方面、g_2以及环境方面、g_3，评价采用 $[0-100]$ 尺度，如下表1所示。

表 1：项目在所考虑准则下的评价值

项目	经济方面：g_1	社会方面：g_2	环境方面：g_3
P_1	80	50	75
P_2	60	60	60
P_3	60	80	50
P_4	70	60	70
P_5	50	70	60
P_6	90	50	40

采用卡片组方法，并将“零项目” P_0 作为零价值水平的参照，决策者按照从最差 $P_{\{1\}}$ 到最好 $P_{\{6\}}$的顺序排列项目，并将项目 $P_{\{s-1\}}$ 与其后一个项目 $P_{\{s\}}$，$s=1,\ldots,6$之间的空白卡片数量 e_s 写在括号 $[\,]$, 内，如下所示：

$$P_0\ [30]\ P_5\ [3]\ P_2\ [1]\ P_3\ [6]\ P_6\ [1]\ P_4\ [4]\ P_1$$

应用卡片组方法，我们为每个项目赋予以下数值

- $\nu(P_0 = [0,0,0]) = 0$,
- $\nu(P_{\{1\}} = P_5 = [50,70,60]) = \nu(P_0) + e_1 + 1 = 31$,
- $\nu(P_{\{2\}} = P_2 = [60,60,60]) = \nu(P_5) + e_2 + 1 = 35$,
- $\nu(P_{\{3\}} = P_3 = [60,80,50]) = \nu(P_2) + e_3 + 1 = 37$,
- $\nu(P_{\{4\}} = P_6 = [90,50,40]) = \nu(P_3) + e_4 + 1 = 44$,
- $\nu(P_{\{5\}} = P_4 = [70,60,70]) = \nu(P_6) + e_5 + 1 = 46$,
- $\nu(P_{\{6\}} = P_1 = [80,50,75]) = \nu(P_4) + e_6 + 1 = 51$。

考虑到价值函数 U 以加权和的形式表示，就可以应用第2.3节提出的序数回归方法，求解以下以变量 $w_1, w_2, w_3, \sigma^+(\mathbf{P_i})\ \sigma^-(\mathbf{P_i})\ i = 1, \ldots, 6$ 和 k 表示的线性规划问题：

$$
\begin{aligned}
&\min \textstyle\sum_{i=1}^{6} \sigma^+(\mathbf{P}_i) + \sigma^-(\mathbf{P}_i) \\
&\text{subject to} \\
&\left.\begin{array}{l}
U(\mathbf{P}_i) = w_1 g_1(\mathbf{P}_i) + w_2 g_2(\mathbf{P}_i) + w_3 g_3(\mathbf{P}_i)\ \ i = 1, \ldots, 6 \\
U(\mathbf{P}_i) - \sigma^+(\mathbf{P}_i) + \sigma^-(\mathbf{P}_i) = k \cdot \nu(\mathbf{P}_i),\ \ i = 1, \ldots, 6, \\
w_1 + w_2 + w_3 = 1, \\
w_1 \geqslant 0, w_2 \geqslant 0, w_3 \geqslant 0, \\
k \geq 0, \\
\sigma^+(\mathbf{P}_i) \geqslant 0, \sigma^-(\mathbf{P}_i) \geqslant 0,\ \ i = 1, \ldots, 6.
\end{array}\right\}
\end{aligned}
\tag{25}
$$

线性规划问题 (25) 的解给出了表2所示的结果，其中缩放常数为$k = 1.282$，所考虑准则的权重如下：$w_1 = 0.517, w_2 = 0.079, w_3 = 0.404$。误差总和 $\sum_{i=1}^{6} \sigma^+(\mathbf{P}_i) + \sigma^-(\mathbf{P}_i)$ 为 8.09。

如果要考虑以分段线性函数表示的价值函数，将准则 g_1, g_2, g_3 赋值的可能范围 $[0, 100]$ 划分为以下区间

$$[0, 50], [50, 75], [75, 100],$$

以下关于变量 $u_j(0)\ u_j(50)\ u_j(75)\ u_j(100)\ j = 1, 2, 3, \sigma^+(\mathbf{P_i})\ \sigma^-(\mathbf{P_i})\ i = 1, \ldots, 6$ 和 k 的线性规划问题需要求解：

表2：分配的得分　通过求解线性规划问题（25）获得的价值函数 U 分配给项目

项目	$U(\mathbf{P}_i)$	$\nu(\mathbf{P}_i)$	$k\cdot\nu(\mathbf{P}_i)$	$\sigma^+(\mathbf{P}_i)$	$\sigma^-(\mathbf{P}_i)$
$\mathtt{P}_1$	75.62	51	75.62	0	0
$\mathtt{P}_2$	60	35	55.12	4.8	0
$\mathtt{P}_3$	57.53	37	57.68	0	0.15
$\mathtt{P}_4$	69.21	46	69.21	0	0
$\mathtt{P}_5$	55.61	31	52.55	3.06	0
$\mathtt{P}_6$	66.65	44	66.65	0	0

$\min \sum_{i=1}^{6} \sigma^+(\mathbf{P}_i) + \sigma^-(\mathbf{P}_i)$

约束条件为

$$
\left.
\begin{aligned}
&U(\mathbf{P}_i) - \sigma^+(\mathbf{P}_i) + \sigma^-(\mathbf{P}_i) = k\cdot\nu(\mathbf{P}_i),\ \ i=1,\ldots,6,\\
&U(\mathbf{P}_i) = \sum_{g_j\in G} u_j(g_j(\mathbf{P}_i)),\\
&u_j(g_j(\mathbf{P}_i)) = u_j(y_j^r) + \tfrac{g_j(\mathbf{P}_i)-y_j^r}{y_j^{r+1}-y_j^r}[u_j(y_j^{r+1}) - u_j(y_j^r)] \text{ for } g_j(\mathbf{P}_i)\in[y_j^r, y_j^{r+1}]\\
&u_j(50)\geq u_j(0), j=1,2,3,\\
&u_j(75)\geq u_j(50), j=1,2,3,\\
&u_j(100)\geq u_j(75), j=1,2,3,\\
&u_j(0)=0, j=1,2,3,\\
&u_1(100)+u_2(100)+u_3(100)=100,\\
&k\geq 0,\\
&\sigma^+(\mathbf{P}_i)\geqslant 0, \sigma^-(\mathbf{P}_i)\geqslant 0\ \ i=1,\ldots,6.
\end{aligned}
\right\} \tag{26}
$$

线性规划问题 (26) 的解给出了边际价值函数，其由以下数值确定： $u_j(0)$ $u_j(50)$ $u_j(75)$ $u_j(100)$ $j=1$、2、3；该函数连同缩放常数 $k=1.11$ 显示在表 3 中。项目 $\mathbf{P}_i$、$i=1$、.....、6 的评价值如表 3 所示。误差总和$\sum_{i=1}^{6}\sigma^+(\mathbf{P}_i)+\sigma^-(\mathbf{P}_i)$ 等于 0。请注意，在该线性规划问题 (26) 中，通过约束

$$u_1(100)+u_1(100)+u_1(100)=100$$

我们修复了$U=100$。

最后，考虑一个以 Choquet 积分表示的价值函数，需对变量 w_1，w_2，w_3，w_{12}，w_{23}，w_{13}，$\sigma^+(\mathbf{P_i})$ $\sigma^-(\mathbf{P_i})$ $i=1$，.....6 和 k 求解以下线性规划问题 27：

表 3：通过求解线性规划问题 (26) 得到的分段加性价值函数 U 的参考值

	u_j(0)	u_j(50)	u_j(75)	u_j(100)
经济	0	31.48	47.22	64.81
社会	0	0	0.10	0.20
环境	0	0	14.81	14.81

表 4：通过求解线性规划问题 (26) 获得的价值函数 U 为方案赋予的得分

项目	$U(\mathbf{P}_i)$	$\nu(\mathbf{P}_i)$	$k \cdot \nu(\mathbf{P}_i)$	$\sigma^+(\mathbf{P}_i)$	$\sigma^-(\mathbf{P}_i)$
$\mathtt{P}_1$	65.56	51	65.56	0	0
$\mathtt{P}_2$	47.78	35	47.78	0	0
$\mathtt{P}_3$	50.00	37	50.00	0	0
$\mathtt{P}_4$	60.00	46	60.00	0	0
$\mathtt{P}_5$	45.56	31	45.56	0	0
$\mathtt{P}_6$	57.78	44	57.78	0	0

$\min \sum_{i=1}^{6} \sigma^+(\mathbf{P}_i) + \sigma^-(\mathbf{P}_i)$

约束条件为

$$\left.\begin{array}{l} U(\mathbf{P}_i) - \sigma^+(\mathbf{P}_i) + \sigma^-(\mathbf{P}_i) = k \cdot \nu(\mathbf{P}_i) \;\; i = 1, \ldots, 6, \\ U(\mathbf{P}_i) = w_1 g_1(\mathbf{P}_i) + w_2 g_2(\mathbf{P}_i) + w_3 g_3(\mathbf{P}_i) + \\ + w_{12} min\{g_1(\mathbf{P}_i), g_2(\mathbf{P}_i)\} + w_{13} min\{g_1(\mathbf{P}_i), g_3(\mathbf{P}_i)\} + w_{23} min\{g_2(\mathbf{P}_i), g_3(\mathbf{P}_i)\}, \\ w_1 + w_2 + w_3 + w_{12} + w_{23} + w_{13} = 1, \\ w_j + \sum_{g_{j'} \in T} w_{jj'} \geq 0, \text{ for all } g_j \in \{g_1, g_2, g_3\} \text{ and for all } T \subseteq \{g_1, g_2, g_3\} \setminus \{g_j\}, T \neq \emptyset, \\ k \geq 0, \\ \sigma^+(\mathbf{P}_i) \geqslant 0, \sigma^-(\mathbf{P}_i) \geqslant 0, \;\; i = 1, \ldots, 6. \end{array}\right\} \quad (27)$$

线性规划问题（27）的解给出 $w_1 = 0.52$，$w_2 = 0.08$，$w_3 = 0.10$，$w_{12} = 0$，$w_{23} = 0.31$，$w_{13} = 0$ 其中项目 $\mathbf{P}_i$，$i = 1$，……，6 获得了表5所示的评价，且误差总和 $\sum_{i=1}^{6} \sigma^+(\mathbf{P}_i) + \sigma^-(\mathbf{P}_i)$ 等于 5.03。

2.5 步骤总结

下面，我们对所提出方法的步骤进行总结:

表5：得分指派　　通过求解线性规划问题 (27) 得到的价值函数 U 分配给项目

项目	$U(\mathbf{P}_i)$	$\nu(\mathbf{P}_i)$	$k \cdot \nu(\mathbf{P}_i)$	$\sigma^+(\mathbf{P}_i)$	$\sigma^-(\mathbf{P}_i)$
P_1	75.62	51	75.62	0	0
P_2	60.00	35	55.12	4.88	0
P_3	57.53	37	57.68	0	0.15
P_4	69.21	46	69.21	0	0
P_5	52.55	31	52.55	0	0
P_6	66.65	44	66.65	0	0

1. **问题结构化：** 分析师和决策者确定问题的主要要素，包括需要考虑的目标/准则、设施、设施的位置及其评价值。他们还会明确规划期以及方案应具备的其他特征。

2. **潜在方案识别：**分析师选择若干方案，供决策者考虑。此步骤可通过定义获得的若干方案来完成，例如，在第2.1节的时空模型中纳入与方案期望特征相关的约束，并对单一准则进行优化。

3. **拟议方案排序与决策者偏好获取：**决策者对拟议方案进行排序，并通过卡片组法比较这些方案，从而为每个方案$\mathbf{x}$获得一个评价值 $\nu(\mathbf{x})$。通过应用第2.3节的回归模型，可导出每个准则 g_j 的一组权重 w_j 以及一组交互系数 $w_{jj'}$，$\{g_j, g_{j'}\} \subseteq G$，并为时空模型定义一个新的价值函数。决策者还会对获得的方案发表评论，其意见可作为约束纳入后续的时空模型中。

4. **新方案集的定义：** 通过应用第2.1小节的时空模型以及上一步得到的价值函数，可以生成新方案。如果决策者对提出的某个方案感到满意，流程即告结束。否则，我们返回第3步，请决策者表达对新生成方案的偏好，并反复执行该流程，直至决策者对提出的某个方案感到满意。

3 真实世界中的应用

实际应用包括在意大利建设一个生态村。生态村可被视为乡村企业，将可持续环保技术、有机

农业、其他农事活动以及旅游服务融为一体。生态村代表着一种生活方式。基于这一理念，生态村通常围绕四个重点进行设计和建设：生态、社会、文化和精神理念。本案例探讨的是一项设想：振兴一处乡村定居点。该定居点于18世纪末以干砌石建成，海拔1000米，20世纪50年代被废弃，坐落在距都灵（该地区首府）约一小时车程的山区。它由两个小型行政区组成，即上城区和下城区，周围有11.4公顷林地（见图1）。经过多年寻觅和协商，一个合作社买下了这处乡村定居点，计划在此创建一个名为“太阳之家”的生态村。他们的座右铭是：“另一个世界是可能的，我们正在建设它……就在这里！”他们希望通过食物、家具、衣物以及一系列实践活动，更和谐地恢复人与自然及环境之间的关系。除了有机农业等相关工作，这些实践还包括一些不太寻常、更加整体性的活动，例如武术、瑜伽或冥想，也包括指压疗法或太极拳，甚至还有更简单的传统民间舞蹈，以重拾这些跨境山谷的奥克语传统。这一切都是与当地地域进行动态交流的一部分，旨在重振山谷的经济活力：发挥那些仍懂得用石材和木材建造的工匠的经验，并邀请愿意帮助合作社的各方参与振兴山谷的事业。

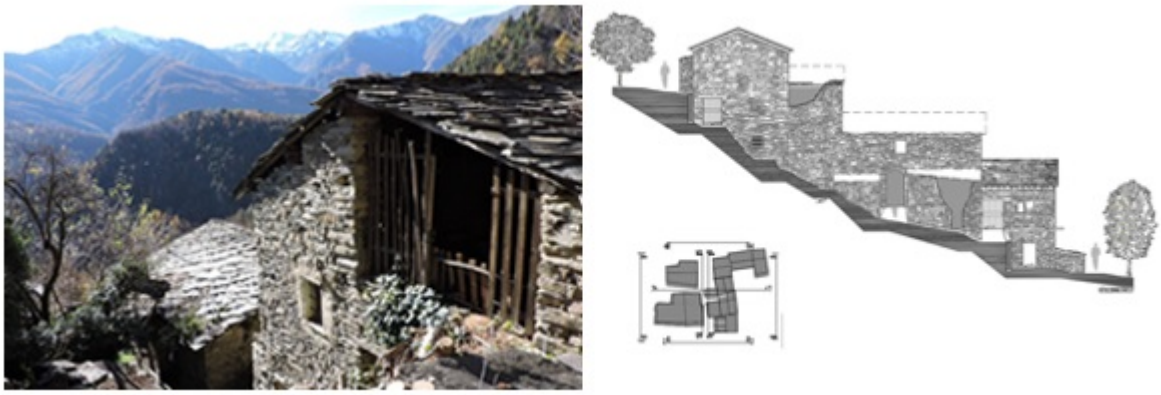

图 1：“太阳之家”的一栋建筑物及其改造设想（来源：libertarea.org）

确定生态村的设施、位置和时间安排无疑颇具挑战，因为这是一种非常特殊的地域改造案例，其逻辑并不寻常。例如，与以最大化收入为目标的开发者所处的城市改造情境相比，金钱在这里具有截然不同的价值。生态村有若干必须考虑的独特方面：

- 非正式的生态　经济发挥着基础性作用，因为还必须考虑通过

社会网络进行的交换，这类交换不涉及金钱（例如以物易物）。在确定各项功能的位置时，必须考虑这一重要方面，因为居民将遵循非商业逻辑。

- 建设生态村并没有绝对正确或错误的理念。普遍认同的是，精心而具体的设计对于长期健康发展至关重要。为此，生态村会采用各种技术，例如被动式太阳能设计、天然隔热材料、生物质气体转换器等。

- 社会方面至关重要。每个生态村都会有意识地致力于营造社区环境，培养归属感。

- 生态村中有三类使用者：i）居民，即全年居住于此的人；ii）临时居民，他们在村中工作，时间从2周到6个月不等，并有一个专称：WWOOFER（世界有机农场机会）；iii）客人（如酒店住客），他们参与一种具有浓厚环境特色的旅游形式（生态旅游）。

最后一点意味着，在分配服务时，需考虑哪些功能可供不同类型的受益者临时或长期使用。例如，可以设想前两类使用者拥有相似的居住空间，并临时共用居民的公共区域。总的来说，所有空间的设计都应有助于促进互动、保护隐私，并创造培养社区意识的机会。我们选择这一案例研究，是因为有机会与拥有“太阳之家”的合作社主席交流（下文称其为决策者，DM）。创造一种另类生活和工作方式的坚定信念，遇上了严峻的预算约束。因此，将我们新的多目标组合优化问题求解程序应用于这一现实问题，似乎再合适不过。

4 R方法论的结果与实施 gy

4.1 问题结构化

我们与决策者合作，综合考虑以下要素来构建问题：

- 设施集合 $I = \{1, \ldots, 10\}$，按居民使用的设施和游客使用的设施（包括 WWOOFER（世界有机农场机会组织）志愿者）进行区分。纳入考虑的设施涉及这两类使用者，不过两者之间的互动可能非常频繁，尤其是在

生态村成立的最初几年。居民和游客都需要厨房、餐厅和房间，此外还有裁缝/洗衣房、木工坊和娱乐室（用于瑜伽、冥想、武术和舞蹈）。具体而言，各项设施及其相应的符号和标签见表6。

功能	标签	符号
WWOOFER 的住所	(RES-WWO)	⌂_R
WWOOFER 的厨房	(KIT-WWO)	🔧_R
WWOOFER 食堂	(REF-WWO)	✕_R
客房	(ROM-GUE)	⌂_G
客用厨房	(KIT-GUE)	🔧_G
客用餐厅	(DIN-GUE)	✕_G
实验室*1*：裁缝	(TAI-LAB)	🔧
实验室*2*：木工	(WOO-LAB)	🖌
娱乐室（瑜伽 / 冥想 武术 舞蹈）	(ROM-REC)	🤸
主技术室	(ROM-TEC)	⚙

表6：设施列表

• 位置集合 $L(i) = \{l_1(i)\ l_2(i)\}$ 为上城区或下城区中每个设施 $i \in I$ 界定了各自的潜在位置（见图2）。这两个位置相距不远，上城区的位置略大，但两处都严重失修，需要进行大规模翻修。根据上城区和下城区建筑物内不同房间的技术和位置特征，各项功能只能安排在特定空间内（主要取决于所需面积）。所有位置均通过对现有建筑物进行大规模翻修而形成；仅考虑为休闲活动新建一座亭阁。在表7中，不同空间以一个字母（对应建筑物）和一个数字（用于区分建筑物不同楼层的各个房间）标识。

• 与每个位置 $l \in L\ (i)$ 及每项设施 $i \in I$ 相关的成本 c_{il} （见表7）。该成本是对实施成本的估算。除表中所示的建设成本外，还估算了以下支出项目，并将其适当分摊至所考虑的四年期间：设计成本；一般费用；一级和二级城市化费用；初始成本（购买家具和机械设备）；年度运营成本。

• 时期集合 $T = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$，其中 $t_0 = 0,\ t_1 = 1,\ t_2 = 2,\ t_3 = 3$，即我们正在探讨规划期持续三年的可能性。

• 准则集合 $G = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ 是通过分析建设生态村的目标得出的，并已与决策者进行了深入讨论。具体来说：

– 环境（g_1）：这是决定其他一切的“母原则”，被视为激励人们选择这种独特生活方式的根本价值；– 社会（g_2）：与重新为内陆地区注入活力的意愿有关（这一目标在欧洲层面被认为尤为重要，但矛盾的是，在意大利层面却不那么受重视），同时也有助于缓解城市拥堵；– 经济（g_3）：主要涉及两个方面。一方面，追求低环境影响的自我可持续原则，是一项根本且结构性的目标；另一方面，则是经营与生态旅游相关的盈利活动；– 文化（g_4）：考虑到该地区的活动如何与社会和文化主题交织在一起（例如，社会徒步导览、重新发现地方历史、学校群体活动等）。

从理论上讲，这四项准则必须始终一并优化，因为生态文化整体性基本假设意味着必须考虑这四项准则之间的强交互作用。从这一角度看，考虑到 Choquet 积分模型能够刻画准则间的交互作用，它似乎是当前决策问题中最适合的价值函数表达形式 U。表8列出了每项设施 $i \in I$ 和每个位置 $l \in L$ 在各项准则 $g_j \in G$ 下的评价值 y_{ijl}；这些估值由专家提供，并经决策者认可。为简便起见，数值均以 0 至 100 表示。

设施	位置1	c_1	位置2	c_2
(RES-WWO)	B1、B7、B8、B9、B10, A3, A4, A5, A6, A7	212,175 欧元	H1, H2, H3, H4、I1, I2, I3, I4, L1, L2	233,390 欧元
(KIT-WWO)	B4	26,560 欧元	M1	29,215 欧元
(REF-WWO)	B3	15,955 €	M2	17,550 €
(ROM-GUE)	F4, F6, A7, D4, D6, C4, C5, C6	185,515 €	B1、B7、B8、B9、B10、A3, A4, A5, A6, A7	212,175 欧元
(KIT-GUE)	C2	18,235 欧元	D3	30,090 欧元
(DIN-GUE)	C1	31,910 欧元	D1, E6,E5	73,800 欧元
(TAI-LAB)	B6	14,865 欧元	C2	35,100 欧元
(WOO-LAB)	C7	31,910 欧元	F6	8,720 欧元
(ROM-REC)	C8	21,405 欧元	亭子	23,545 €
(ROM-TEC)	F5	13,975 €	H5	20,060 €

表7：各设施的位置及相关成本

设施	环境		社会		经济		文化	
	l_1	l_2	l_1	l_2	l_1	l_2	l_1	l_2
(RES-WWO)	80	80	82	70	40	35	80	80
(KIT-WWO)	80	80	82	70	40	35	80	80
(REF-WWO)	80	80	82	70	40	35	80	80
(ROM-GUE)	60	60	70	0	72	80	70	70
(KIT-GUE)	55	60	70	70	72	80	65	70
(DIN-GUE)	55	60	62	70	72	80	65	70
(TAI-LAB)	70	62	43	38	50	50	70	72
(WOO-LAB)	70	65	45	40	55	65	70	72
(ROM-REC)	72	60	55	42	55	70	62	78
(ROM-TEC)	75	75	35	35	42	48	72	72

表8：每种设施在各个位置上的准则评价值

- 在 c 方面　　关于方案必须具备的特征，决策者和分析人员一致认为：

  – 每种设施只能启用一次，且只能位于一个位置。– 设施对 (RES-WWO) 和 (ROM-GUE)、(KIT-GUE) 和 (WOO-LAB) 以及 (ROM-TEC) 不应在同一位置开放。– 如果设施 (KIT-GUE)和 (DIN-GUE)同时开放，则这些设施在所考虑的 $\sigma_r = 20\%$准则上的评价值会增加。

上述每项要求都通过纳入时空模型公式中的特定约束，在方案定义中予以考虑。向决策者提出的方案是通过最大化某个特定价值函数 U 而获得的，具体如下所述。

4.2 潜在方案的识别

为了向决策者提出一些方案，分析人员采用了第2.1节介绍的时空模型。具体而言，我们根据两种不同的预算配置模拟了两种不同的情景：

- 100，每个时期000欧元 $t \in T$，称为预算配置 B_1；
- 50，每个时期000欧元 $t \in T$，称为预算配置 B_2。

在这一初始阶段，我们使用价值函数 U 对所考虑准则的评价值进行汇总，该函数以加权和的形式表示，并考虑四种不同的权重向量$\mathbf{w} = [w_1, w_2, w_3, w_4]$，这些向量收集了准则 w_j g_j、$j = 1$、 2、3、4 的权重，详见表9。

这些初始权重的设定旨在表示权重相等，或赋予某一准则远高于其他准则的重要性。在这一初始阶段，我们没有考虑准则之间可能存在的交互，因此没有采用更复杂、更精细的 Choquet 积分模型，因为我们只是想向决策者提出一些初步方案，以便展开讨论。换言之，在第一步中，我们将交互系数 $w_{j,\ j'}$、 $\{g_j, g_{j'}\} \subseteq G$设为零。

	w_1	w_2	w_3	w_4
$\mathbf{w^1}$	0.25	0.25	0.25	0.25
$\mathbf{w^2}$	0.997	0.001	0.001	0.001
$\mathbf{w^3}$	0.001	0.997	0.001	0.001
$\mathbf{w^4}$	0.001	0.001	0.997	0.001
$\mathbf{w^5}$	0.001	0.001	0.001	0.997

表9：初始阶段选定的权重集合

在时空模型的公式中，我们为每个设施 $i \in I$添加了激活约束 (6)，并根据决策者的偏好，在设施对 (RES-WWO) 和 (ROM-GUE)、(KIT-GUE) 和 (WOO-LAB) 以及 (ROM-TEC) 之间添加了互斥约束 (7)。我们还定义了折扣因子 $v(t) = 1.10^{-t}$。此外，我们针对上述所有情景运行了模型，并加入设施 (KIT-GUE) 与 (DIN-GUE) 之间的协同约束。如果同时启用这些设施，它们将在所考虑的四项准则上额外贡献 20%。事实上，在与决策者的初步讨论中，他表示这种协同效应很重要，但也愿意讨论不包含协同效应的方案。因此，为了获得尽可能多样化的一组初始方案，我们模拟了所有包含该协同约束（标记为SG_1）和不包含该协同约束（标记为 SG_2）的情景。通过在不同情景 (B_r, $\mathbf{w}^s$, S_k) 中最大化价值函数 $U(\mathbf{x}) = \sum_{g_j \in G} w_j g_j(\mathbf{x})$，这些情景由预算 $B_r, r = 1, 2$、权重向量 $\mathbf{w}^s$, $s = 1, \ldots, 5$ 以及是否存在协同约束$SG = \{SG_1, SG_2\}$ 组合而成，我们得到了 20 个初始方案。其中一些方案相同。此外，为减轻决策者的认知负担，我们决定只选出最具代表性且差异较大的方案。最终，如表10所示，我们向决策者展示了八个不同的方案 $\mathbf{x}1, \ldots, \mathbf{x}_8$；前四个方案采用预算配置 B_1 ，其余四个方案采用预算配置 B_2；符号 $\times$表示未选定某个设施，否则将列出该设施的实施位置 $l \in L$ 和时期$t \in T$。更具体地说，所选方案可通过以下方式获得：

- $\mathbf{x}_1$，对于预算 B_1，权重 $\mathbf{w}_1$，存在协同效应 SG_1；

- $\mathbf{x}_2$，对于预算 B_1，权重 $\mathbf{w_5}$，不存在协同效应 SG_2；
- $\mathbf{x}_3$，预算 B_1下，权重 $\mathbf{w_4}$，不存在协同效应 SG_2；
- $\mathbf{x}_4$，预算 B_1下，权重 $\mathbf{w_3}$，不存在协同效应 SG_2；
- $\mathbf{x}_5$，预算 B_2下，权重 $\mathbf{w_3}$，存在协同效应 SG_1；
- $\mathbf{x}_6$，预算 B_2下，权重 $\mathbf{w_1}$，存在协同效应 SG_1；
- $\mathbf{x}_7$，预算 B_2下，权重 $\mathbf{w_5}$，不存在协同效应 SG_2；
- $\mathbf{x}_8$，预算 B_2下，权重 $\mathbf{w_4}$，不存在协同效应 SG_2；

请注意，对于不同的参数组合，同一个方案可能会被多次得到，例如方案$\mathbf{x}_6$在不存在协同效应时 G_1也是如此。

	(RES-WWO)	(KIT-WWO)	(REF-WWO)	(ROM-GUE)	(KIT-GUE)	(DIN-GUE)	(TAI-LAB)	(WOO-LAB)	(ROM-REC)	(ROM-TEC)
$\mathbf{x}_1$	×	l_1t_1	l_1t_1	l_2t_3	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_0	l_2t_0	l_2t_1	l_2t_1
$\mathbf{x}_2$	×	l_1t_1	l_1t_0	l_2t_3	l_1t_0	l_1t_1	l_1t_0	l_2t_0	l_1t_0	l_2t_1
$\mathbf{x}_3$	l_1t_3	l_1t_1	l_1t_0	×	l_2t_1	l_1t_1	l_1t_0	l_2t_0	l_2t_0	l_1t_0
$\mathbf{x}_4$	l_1t_3	l_1t_1	l_1t_0	×	l_2t_1	l_1t_1	l_1t_0	l_2t_0	l_1t_0	l_1t_0
$\mathbf{x}_5$	×	l_1t_1	l_1t_0	×	l_1t_2	l_1t_2	l_1t_1	l_2t_0	l_1t_3	l_1t_0
$\mathbf{x}_6$	×	l_1t_3	l_1t_0	×	l_1t_1	l_1t_2	l_1t_0	l_2t_0	l_2t_1	l_2t_2
$\mathbf{x}_7$	×	l_1t_1	l_1t_0	×	l_1t_1	l_1t_2	l_1t_2	l_2t_0	l_2t_3	l_1t_0
$\mathbf{x}_8$	×	l_1t_1	l_1t_0	×	l_2t_2	l_1t_3	l_1t_0	l_2t_0	l_1t_2	l_1t_1

表10：第一轮迭代期间提交给决策者的方案

4.3 排序 提出的方案排序与偏好 elicitation s

面对表10中的方案，决策者指出，有一些优先事项和要求需要牢记：

- 裁缝实验室（TAI-LAB）也包含洗衣房，必须立即建成，以便安置居民。由于这项服务基于生态村的关键原则（例如水循环利用），因此不能外包。

- 在所确定的方案中，初始阶段 t_0实施了供客人和居民使用的厨房与餐厅混合模式：决策者认为这非常合理。从战略角度来看，决策者指出，最初实施客用厨房的备选方案是有意义的，因为初始阶段可能会有餐饮服务而没有居民，但反之则不然。

- 应优先选择娱乐室（ROM-REC）位于上城区的方案，因为其他所有功能都在该行政区，对客人来说更加方便。在过夜住宿方面，居民和外部客人可以交替使用这些空间；在定居点的第一阶段，由于客人和居民之间差异不大，因此具有很强的适应性。同样，为了确定向决策者提出的方案，我们在待求解的优化问题中加入了相应的约束，以考虑上述要求。

更具体地说，在评论与预算 B_1 相关的前四个方案时，决策者指出，方案 $\mathbf{x}_1$ 优于方案 $\mathbf{x}_2$ ，因为厨房（KIT-GUE）和客用餐厅（DIN-GUE）位于一栋从中长期来看最适合接待客人的建筑物内；方案 $\mathbf{x}_4$优于方案 $\mathbf{x}_3$ ，因为娱乐室（ROM-REC）位于上城区，对短期住宿的客人来说更方便。决策者还强调，考虑到方案 $\mathbf{x}_1$ 能够带来更高的收入，而且这里可以立即开展餐饮服务，因此该方案优于方案$\mathbf{x}_3$, 。随后，我们采用卡片组方法，请决策者对与预算 B_1 相关的方案进行排序，并以偏好排序中每个方案与下一个方案之间的空白卡片数量来衡量偏好的强度。决策者给出了以下排序，记为 R_{50} ，括号内显示空白卡片的数量[ ], ，其中 x_0^1 代表一个虚拟方案，用于标示预算 B_1 的零水平：

$$\mathrm{x}_0^1 \ [5] \ \mathrm{x}_3 \ [0] \ \mathrm{x}_4 \ [2] \ \mathrm{x}_2 \ [3] \ \mathrm{x}_1$$

在评论预算配置 B_2 的方案时，决策者表示，这些方案不太受偏好，因为它们都没有住宿设施。方案 $\mathbf{x}_6$ 是最受偏好的方案，因为其中选择了供客人使用的厨房（KIT-GUE）和食堂（ DIN-GUE）。对于客人来说，最具吸引力的房间是用于休闲活动的房间（ROM-REC），这些活动在该地区较为罕见（如瑜伽、武术），而且与用餐活动一起，也是最有利可图的。最差的方案是 $\mathbf{x}_8$ ，因为它没有安排在初始阶段开放技术室（ROM-TEC）；方案 $\mathbf{x}_7$ 比方案 $\mathbf{x}_5$ 更差，因为没有裁缝实验室（ TAI-LAB）。随后，我们请决策者对方案进行排序，并插入空白卡片，以表示与预算 B_2 相关方案之间的偏好强度。决策者提供了以下偏好信息，其中 x_0^2 代表一个虚构方案，用于标识预算 B_2 的零水平：

$$\mathrm{x}_0^2 \ [2] \ \mathrm{x}_8 \ [3] \ \mathrm{x}_7 \ [2] \ \mathrm{x}_5 \ [5] \ \mathrm{x}_6$$

为了在与预算配置 B_1 （通常被视为最偏好的配置）相关的方案和与预算配置 B_2相关的方案之间建立单一排序，我们请决策者定义

与 B_1相关的最差方案（即 $\mathbf{x_3}$，）和与B_2相关的最佳方案（即 x_6）之间的卡片数量。决策者确定两者之间相距七张卡片，并解释说，之所以存在如此显著的距离，是因为与预算配置 B_2 相关的方案不包含任何住房功能，这意味着，与其说是创建一个真正的生态村，不如说是创建一家带有某些相关活动的餐厅。此外，一方面，前四个方案所需的预算是其他方案的两倍；另一方面，它们带来的收入也超过后者的两倍。最终排序及相关卡片如下所示，这些卡片衡量了一个方案与后续方案之间偏好的强度，并通过以下偏好信息加以标识 R_{Tot}，其中将 $\mathtt{x}_0 = \mathtt{x}_0^2$ 解释为一般零水平：

$$\mathtt{x}_0 \ [2] \ \mathtt{x}_8 \ [3] \ \mathtt{x}_7 \ [2] \ \mathtt{x}_5 \ [5] \ \mathtt{x}_6 \ [7] \ \mathtt{x}_3 \ [0] \ \mathtt{x}_4 \ [2] \ \mathtt{x}_2 \ [3] \ \mathtt{x}_1$$

根据决策者提供的上述方案排序偏好信息，我们推导出一个更复杂的价值函数的参数，该函数考虑了准则间交互作用以及项目之间的协同效应。具体而言，我们按如下步骤进行。我们考虑了一个价值函数 $U(\mathbf{x})$，它以 Choquet 积分的形式，对此前考虑的四项准则 g_1, g_2, g_3 和 g_4 上的评价值进行聚合，并加入了进一步的准则 syn：若所考虑的方案中设施之间存在协同效应，则该准则取值为 1，否则取值为 0。之所以加入准则 syn，是因为决策者认为设施 (KIT-GUE) 与 (DIN-GUE) 之间的交互作用具有特殊重要性，其程度高于给予所考虑准则下相关设施评价值的增幅 σ_r。我们考虑了四项准则 g_1, g_2, g_3 和 g_4两两之间的交互作用，但未考虑协同效应 syn 与准则 g_1, g_2, g_3 和 g_4中任一项之间的交互作用。因此，我们采用的价值函数形式如下

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{4} w_j g_j(\mathbf{x}) + \sum_{j,j'=1,2,3,4,j\neq j'} w_{jj'} min(g_j(\mathbf{x}), g_{j'}(\mathbf{x})) + w_{syn} syn(\mathbf{x})$$

其中 $\sum_{j=1}^{4} w_j + \sum_{j,\ j'=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ j\neq j'} w_{jj'} + w_{syn} = 1$、$w_{syn} \geqslant 0$和 w_j，$j = 1$、2、3、4、以及 $w_{j,\ j'}$，j，j' =1，2、3，4，$j \neq j'$，满足 Choquet 非加性权重的所有约束。我们根据决策者通过 SRFII 卡片组方法提供的偏好信息，应用了 DOR方法，以

1. 与预算 B_2 相关的方案排序，标识为 R_{50}；

2. 与预算 B_1 相关的方案排序，标识为 R_{100}，

3. 与预算 B_1 和 B_2相关的整体方案排序，标识为 R_{Tot}。

接着，我们根据第2节中的线性规划（LP）（19）来表述问题，并计算出三个

非加性权重向量，如表11所示，用于价值函数$U(\mathbf{x})$的 Choquet 积分表述，该价值函数对应于通过卡片法得到的排序。

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_{12}	w_{13}	w_{14}	w_{23}	w_{24}	w_{34}	w_{sin}
$\mathbf{w}^{\mathbf{R_{50}}}$	0.05	0	0.502	0	0	0	0	0	0.175	0	0.273
$\mathbf{w}^{\mathbf{R_{100}}}$	0	0	0	0	0	0	0.468	0	0	0	0.532
$\mathbf{w}^{\mathbf{RTot}}$	0.306	0	0.455	0	0	0	0	0	0	0	0.239

表11：用 Choquet 积分表示的价值函数的非可加权重

表12、表13和表14分别报告了使用卡片法为每个方案赋予的值、价值函数 U、修正后的价值函数，以及针对所引入的每种配置的差值 σ^+ 和 σ^- 。

表12：通过求解用于排序 R_{50} 的线性规划问题（19）得到的价值函数 U 所赋予方案的得分

方案	$U(\mathbf{x}_i)$	$\nu(\mathbf{x}_i)$	$k \cdot \nu(\mathbf{x}_i)$	$\sigma^+(\mathbf{x}_i)$	$\sigma^-(\mathbf{x}_i)$
$\mathtt{x}_5$	0.31	10	0.31	0	0
$\mathtt{x}_6$	0.5	16	0.5	0	0
$\mathtt{x}_7$	0.22	7	0.22	0	0
$\mathtt{x}_8$	0.09	3	0.09	0	0

表 13：通过求解用于排序 R_{100} 的线性规划问题 (19)，得到的价值函数 U 对方案赋予的得分

方案	$U(\mathbf{x}_i)$	$\nu(\mathbf{x}_i)$	$k \cdot \nu(\mathbf{x}_i)$	$\sigma^+(\mathbf{x}_i)$	$\sigma^-(\mathbf{x}_i)$
$\mathtt{x}_1$	0.53	14	0.53	0	0
$\mathtt{x}_2$	0.70	10	0.38	0	0.32
$\mathtt{x}_3$	0.25	6	0.23	0	0.02
$\mathtt{x}_4$	0.27	7	0.27	0	0

4.4 新方案集的定义

此时，根据与决策者的讨论，我们生成了一组新的方案，以优化一个价值函数 U。该函数以 Choquet 积分的形式表述，并与上一步导出的权重向量$\mathbf{w}^{\mathbf{R_{50}}}$，$\mathbf{w}^{\mathbf{R_{100}}}$ 和$\mathbf{w}^{\mathbf{R_{Tot}}}$ 相关。我们考虑此前定义的两种预算配置 B_1和 B_2 。我们还施加了以下约束：至少选择一个厨房，并且设施 (TAI-LAB) 的启用时间必须早于设施 (RES-WWO) 和

表14：通过求解排序所用的线性规划问题（19）得到的价值函数 U 对方案的评分 R_{Tot}

方案	$U(\mathbf{x}_i)$	$\nu(\mathbf{x}_i)$	$k \cdot \nu(\mathbf{x}_i)$	$\sigma^+(\mathbf{x}_i)$	$\sigma^-(\mathbf{x}_i)$
$\mathbf{x}_1$	0.89	32	0.89	0	0
$\mathbf{x}_2$	0.96	28	0.78	0	0.18
$\mathbf{x}_3$	0.72	24	0.67	0	0.06
$\mathbf{x}_4$	0.7	25	0.7	0	0
$\mathbf{x}_5$	0.28	10	0.28	0	0
$\mathbf{x}_6$	0.11	16	0.45	0.34	0
$\mathbf{x}_7$	0.06	7	0.19	0.14	0
$\mathbf{x}_8$	0.06	3	0.08	0.03	0

(WOO-LAB)，这符合决策者在本次讨论中表达的偏好。我们还针对每种预算配置分别纳入了一个方案，其设施具有完整排序，并额外约束至少包含一处住宅；此举旨在考察决策者是否偏好这类方案，因为这些方案能够让他从一开始就在生态村接待一些客人。根据决策者在上一步表达的偏好，与设施 (KIT-GUE) 和 (DIN-GUE) 启用相关的协同约束始终包含在内。总共生成了八个方案，由两种预算情景、三个权重集$\mathbf{w}^{\mathbf{R50}}$、$\mathbf{w}^{\mathbf{R100}}$ 和$\mathbf{w}^{\mathbf{R_{Tot}}}$ ，以及在权重集$\mathbf{w}^{\mathbf{R_{Tot}}}$下至少包含一处住宅的约束组合而成。具体而言，所选方案可按以下方式得到

- $\mathbf{x}'_1$，对于预算 B_1，权重向量 $\mathbf{w_{R^{50}}}$；
- $\mathbf{x}'_2$，对于预算 B_1，权重向量 $\mathbf{w_{R^{100}}}$；
- $\mathbf{x}'_3$，对于预算 B_1，权重向量 $\mathbf{w_{R_{Tot}}}$；
- $\mathbf{x}'_4$，对于预算 B_1，权重向量 $\mathbf{w_{R_{Tot}}}$，并满足住宅约束；
- $\mathbf{x}'_5$，对于预算 B_2，权重向量 $\mathbf{w_{R^{100}}}$；
- $\mathbf{x}'_6$，对于预算 B_2，权重向量 $\mathbf{w_{R^{100}}}$ ；
- $\mathbf{x}'_7$，对于预算 B_2，权重向量 $\mathbf{w_{R_{Tot}}}$；
- $\mathbf{x}'_8$，对于预算 B_2，权重向量 $\mathbf{w_{R_{Tot}}}$，且满足住宅约束。

随后将这些新方案提交给决策者，并列于表15中。

决策者表达了对方案$\mathbf{x}'_1$的偏好。他指出，唯一不一致之处在于，新亭阁中的娱乐室（ROM-TEC）距离太远。

	(RES-WWO)	(KIT-WWO)	(REF-WWO)	(ROM-GUE)	(KIT-GUE)	(DIN-GUE)	(TAI-LAB)	(WOO-LAB)	(ROM-REC)	(ROM-TEC)
$\mathbf{x}_1^{'}$	$\times$	l_1t_1	l_1t_1	l_1t_3	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_3	l_2t_1	l_1t_0
$\mathbf{x}_2^{'}$	$\times$	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_3	l_2t_1	l_1t_1	l_1t_1	l_1t_3	l_1t_0	l_1t_0
$\mathbf{x}_3^{'}$	$\times$	l_1t_1	l_1t_1	l_2t_3	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_3	l_2t_1	l_1t_0
$\mathbf{x}_4^{'}$	$\times$	l_1t_1	l_1t_1	l_2t_3	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_3	l_2t_1	l_1t_0
$\mathbf{x}_5^{'}$	$\times$	l_1t_2	l_1t_0	$\times$	l_1t_0	l_1t_1	l_1t_1	l_1t_3	l_2t_2	l_2t_3
$\mathbf{x}_6^{'}$	$\times$	l_1t_2	l_1t_0	$\times$	l_1t_0	l_1t_1	l_1t_1	l_1t_3	l_2t_2	l_2t_3
$\mathbf{x}_7^{'}$ $\times$	l_1t_3	l_1t_1	$\times$	l_1t_0	l_1t_2	l_1t_0	l_1t_3	l_1t_1	l_1t_1	
$\mathbf{x}_8^{'}$	$\times$	$\times$	$\times$	l_1t_3	l_1t_0	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$

表15：第二次迭代期间提交给决策者的方案

就此而言，决策者详细说明，娱乐室应（ROM-REC）靠近客人餐厅（DIN-GUE）（而客人餐厅又必须靠近客用厨房（KIT-GUE）），且空间不得小于 30 平方米。除此之外，其他方面都符合要求，并且遵循了环境保护原则。对于采用预算配置 B_2得到的方案，决策者强调，即使考虑到该区域启动改造过程时面临的实际经济困难，这仍然只是一个“横向切割”，意味着不提供过夜接待方案：仅具备（DIN-GUE）这一项功能并不足以吸引人。更普遍地说，决策者倾向于让每栋改造后的建筑物至少具备两项功能。因此，我们制定了这些约束，并对预算配置B_1 和采用$\mathbf{w}^{R_{Tot}}$ 使用了相同的权重向量 $w^{R_{Tot}}$，这正是在上一步中为决策者生成首选方案的配置，即$\mathbf{x}_1'$。由此生成了三个新方案，如下所示：

- 方案 $\mathbf{x}_1^{''}$，通过规定函数 (WOO-LAB) 和 (ROM-REC) 不得同时位于位置1而得到；
- 方案 $\mathbf{x}_2^{''}$，其制定条件为：每座启用某项功能的建筑物中，至少启用两项功能；
- 方案 $\mathbf{x}_3^{''}$，其制定条件为：每座建筑物中必须至少启用两项功能。

	(RES-WWO)	(KIT-WWO)	(REF-WWO)	(ROM-GUE)	(KIT-GUE)	(DIN-GUE)	(TAI-LAB)	(WOO-LAB)	(ROM-REC)	(ROM-TEC)
$\mathbf{x}_1^{''}$	$\times$	l_1t_1	l_1t_1	l_2t_3	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_0	$\times$	l_2t_1	l_1t_0
$\mathbf{x}_2^{''}$	$\times$	l_1t_1	l_1t_1	l_2t_3	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_0	l_1t_3	l_1t_1	l_1t_0
$\mathbf{x}_3^{''}$	$\times$	l_1t_3	l_1t_1	$\times$	l_1t_0	l_1t_2	l_1t_2	l_1t_3	l_2t_1	l_2t_0

表16：第三次迭代期间向决策者提出的策略

观察方案 $\mathbf{x}_1^{''}$ 时，决策者指出翻修的时间安排紧凑，而位置可以接受。他还指出，只有两个关键问题：娱乐

室（ROM-REC）仍与改造后的村庄相互隔绝，而且没有木工室（WOO-LAB）。方案 $\mathbf{x}_2''$ 对决策者来说最有吸引力，因为它将所有设施都安排在上述行政区内，布局紧凑，便于管理供客人和居民使用的空间，而且功能齐全。一个问题是，木工室（WOO-LAB）离娱乐室（ROM-REC）太近，因此应调整其位置。方案$\mathbf{x}_3''$ 最不受青睐，尤其是在各项功能的实施时间安排方面，有些功能必须同时完成（例如，供餐区远离厨房）。因此，决策者选定方案$\mathbf{x}_2''$ ，认为它最能代表自己的意见。还需指出，我们借助生态村的技术表示与决策者进行了交流，其中展示了所选设施及其时间安排。例如，图2展示了决策者认为最具代表性的方案中所选设施的表示。为了帮助决策者理解设施建设的时间顺序，我们使用了不同颜色：在 t_1 启用的设施为浅蓝色，在 t_2 启用的设施为粉色，在 t_3 启用的设施为淡紫色。平面图的布局使不同方案之间的沟通和评价尤为有效。

5 结论

本文提出了一种新的决策辅助程序，用于支持国土规划决策。此类决策以多目标优化问题的形式表述，并在所谓的时空模型框架下确定在哪些位置、何时建设哪些设施（Barbati 等，2020）。该程序的一项重要特点是通过在时空模型中引入 Choquet 积分来考虑准则间交互作用。然而，鉴于决策者对交互作用的重视，本文方法的核心是一种新的偏好信息获取程序，称为基于卡片组的序数回归（DOR）。该程序兼具卡片组方法易于决策者理解的特点，以及序数回归在诱导特定价值函数偏好参数方面的灵活性；该价值函数用于表示决策者的偏好。在本文提出的国土规划决策辅助程序中，DOR 方法用于构建价值函数，以表示决策者在处理多目标优化问题时的偏好。不过，DOR 方法具有通用性，可应用于任何决策问题。

我们通过一个与生态村创建相关的案例研究，展示了整套程序的应用。在这一具体背景下，挑战在于创建一个环境友好型聚居地，使其能够调和两种相互对立的价值观：一方面，希望追求一种完全不受商业逻辑影响的非正规经济；另一方面，又需要实现经济

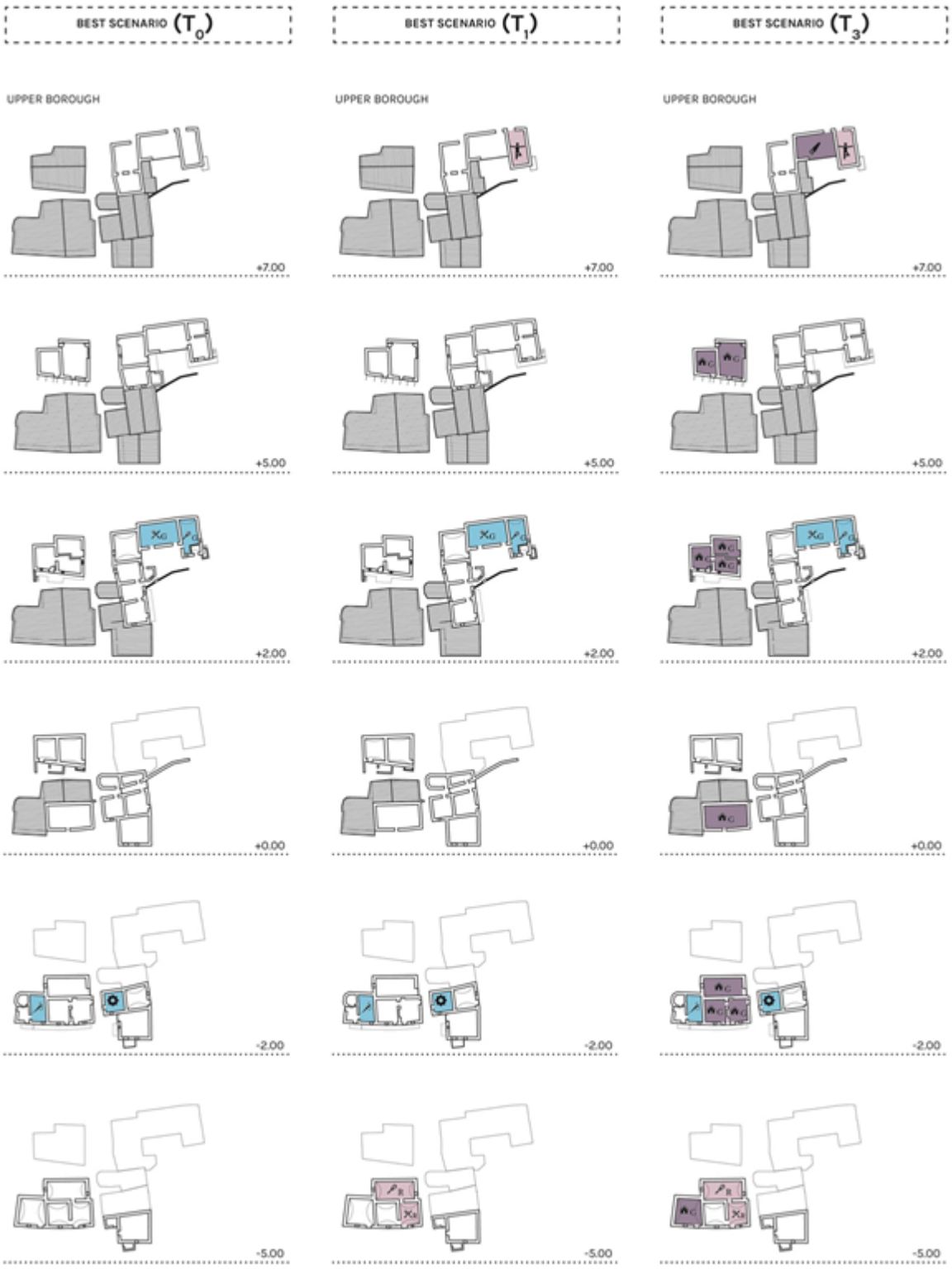

图2：最具代表性的方案所选设施及其时间安排 $\mathbf{x}_2''$

定居点的自给自足。此外，还存在三类使用者，即居民、WWOOFER（世界有机农场机会组织）志愿者和客人，他们对选址的时间要求各不相同（短期、中期和长期），涉及各类建筑物的建设，也涉及随后对其内部各项功能的管理。这类应用尤为重要，因为它可被视为一个案例研究，为涉及可持续性和社会责任等议题的选择提供决策辅助；这些议题对于子孙后代与地球而言正变得愈发重要。关于这项研究的未来发展，我们认为以下几点最有前景：

- 我们提出的区域决策支持方法可应用于其他情境，也可用于解决不同的决策辅助问题。
- 所提出的方法可进一步整合多位决策者的意见，并可适用于群体决策过程。
- 可进一步开发该方法在大规模规划中的应用。
- 可以通过理论进展来考量长得多的时期，同时处理代际问题。

最后，我们想指出，DOR方法尤其值得关注，可以在若干不同的决策问题中进行测试，以验证其在实际应用中的优势。

参考文献

Abastante, F., Corrente, S., Greco, S., Lami, I., Mecca, B., 2020a. 使用SRF-II方法进行多准则决策分析，以比较一座标志性历史建筑适应性再利用方案的假设。arXiv预印本 arXiv:2001.01964。

Abastante, F., Corrente, S., Greco, S., Lami, I.M., Mecca, B., 2020年b. 引入SRF-II方法比较标志性历史建筑适应性再利用的假设。运筹学，1–40。

Barbati, M., Corrente, S., Greco, S., 2020年. 组合优化问题（及其他问题）的一般时空模型. Omega 96, 102067. Choquet, G., 1953. 容量理论. 傅里叶研究所年刊 5, 131–295.

Ehrgott, M., Gandibleux, X., 2000年。多目标组合优化的综述及注释书目。OR-Spektrum 22, 425–460。

Ehrgott, M., Gandibleux, X., 2008. 多目标组合优化的混合元启发式算法，载于：混合元启发式算法。Springer，第221–259页。

Farahani, R.Z., Fallah, S., Ruiz, R., Hosseini, S., Asgari, N., 2019. 城市服务设施选址中的运筹学模型：应用与未来发展的批判性综述。《欧洲运筹学杂志》276, 1–27.

Figueira, J., Roy, B., 2002年。采用修订后的Simos程序确定ELECTRE类方法中的准则权重。《欧洲运筹学杂志》139，317–326。Grabisch, M., 1996年。模糊积分在多准则决策中的应用。《欧洲运筹学杂志》89，445–456。Grabisch, M., 1997年。K阶可加离散模糊测度及其表示。《模糊集与系统》92，167–189。Greco, S., Figueira, J., Ehrgott, M., 2016年。多准则决策分析。第37卷。Springer。Greco, S., Mousseau, V., S-lowi´nski, R., 2014年。处理交互准则价值函数的稳健序数回归。《欧洲运筹学杂志》239，711–730。Jacquet-Lagreze, E., Siskos, J., 1982年。评估一组用于多准则决策的可加效用函数：UTA方法。《欧洲运筹学杂志》10，151–164。

Jacquet-Lagreze, E., Siskos, Y., 2001年。偏好分解：20年的多准则决策分析经验。《欧洲运筹学杂志》130，233–245。Le Bivic, C., Melot, R., 2020年。农村市镇的城市化调度：巴黎地区边缘土地利用规划中的地方实践。《土地利用政策》99，105040。Marichal, J.L., Roubens, M., 2000年。从参考集确定交互准则的权重。《欧洲运筹学杂志》124，641–650。Mavrotas, G., Figueira, J.R., Siskos, E., 2015年。多目标组合优化问题的稳健性分析方法及其在项目选择中的应用。Omega 52，142–155。Roy, B., 1993年。决策科学还是决策辅助科学？《欧洲运筹学杂志》66，184–203。Sarnataro, M., Barbati, M., Greco, S., 2021年。城市规划项目选择与时间安排的组合方法。《社会经济规划科学》75，100908。Tervonen, T., Liesi¨o, J., Salo, A., 2017年。在多属性组合决策分析中建模项目偏好。《欧洲运筹学杂志》263，225–239。Zhou, Y., Wang, J., Wu, Z., Wu, K., 2018年。一种基于分解的多目标禁忌搜索算法，用于求解多目标无约束二元二次规划问题。《知识库系统》141，18–30。