arXiv:2305.01053v1 [eess.SP] 1 May 2023

通过尾部注水实现稳健可靠的随机资源分配

Gokberk Yaylali 和
DionysisKalogerias EE 系——耶鲁大学

摘要—**无线系统中的随机资源分配最终需要进行响应式决策，以在满足特定资源约束的同时，有效优化整个网络的随机效用函数。然而，标准的遍历最优策略容易受到衰落统计变异性的影响，常常导致系统可靠性严重不足且频谱利用低效。另一方面，极小极大／中断最优策略过于悲观，而且通常难以确定。我们采用条件风险价值（CV@R）作为衰落风险的度量，为标准的多用户点对点功率受限、无交叉干扰通信提出了一种新的**风险感知**资源分配问题表述。该方法的显著特点在于：它是遍历场景的凸推广，同时以完全可调的方式引入稳健性和可靠性，从而弥合（天真的）遍历方法与（保守的）极小极大方法之间的差距。给定原始／对偶变量后，我们推导出了 CV@R 最优策略的闭式表达式，扩展了经典的随机注水策略。随后，我们提出一种原始—对偶**尾部注水**方案，以递归方式学习全局最优的风险感知策略。详细仿真验证了该方法的有效性**。

索引词—**资源分配、注水、条件风险价值 (CV@R)、风险感知优化**。

I. 引言

我们重新审视了点对点通信网络中的经典资源分配问题，该网络运行于随机衰落信道的实现上 $\boldsymbol{h} \in \mathcal{H} \subseteq \mathrm{R}^n$。传输功率和/或信道接入等资源在用户之间进行分配，以有意义地优化某些全网随机效用函数。传统上，此类资源的分配要么是确定性的，实质上忽略衰落的统计变化性这一系统固有特征，包括极小极大形式 [1], [2], ；要么是随机性的，通过在遍历意义下考察性能平均值 [2]–[6],，即随机网络目标的期望，试图优化“长期”性能。

然而，尽管遍历随机资源分配在期望意义下是最优的，但它缺乏有效量化相对少见却在统计上具有重要意义的衰落事件的能力，而这些事件会导致性能下降，例如深度衰落。事实上，具有更厚尾分布的通信介质，其统计离散性很可能导致相当不理想的信道实现，从而可能造成严重的服务损失。这是因为随机服务的期望无法捕捉此类具有风险的尾部事件。换言之，遍历最优的资源分配策略是风险中性的。

本工作获得美国国家科学基金会（NSF）CCF 2242215 号拨款的支持。

事实上，众所周知，最优遍历策略往往会择机利用信道 [3],，且容易受到偶发信道实现的影响，从而损害性能，导致系统可靠性不足并造成大量频谱未充分利用。另一方面，极小极大类（有时称为“鲁棒”）资源策略旨在实现最大程度可靠的系统性能 [1], [2]。然而，这类策略也以过于谨慎、导致系统性能表现保守而闻名，此外，由此产生的优化问题往往难度高得不切实际。

尽管基于中断概率优化的方法试图弥合这两个极端 [7],，但它们存在反事实问题：执行资源分配所需的中断概率目标一开始可能根本不可行；即使可行，也可能无法带来具有实际运行意义的性能。基于分位数的资源分配，例如中断率/容量优化，旨在缓解这些问题；然而，由此产生的问题仍受到其他局限性的影响，主要涉及可解释性不足以及缺乏有利的结构（例如凸性）。

本文针对标准的多用户点对点资源受限通信（无交叉干扰），提出一种风险感知的资源分配问题建模方法——此类思想/方法近期才开始受到关注 [8]–[10]——其核心是利用条件风险价值（CV@R） [11] 作为衰落风险的度量。CV@R 深深植根于数理金融，是一种一致风险度量[12],，能够在（天真）遍历设置与（保守）极小极大设置之间自然权衡，并使所提出的风险感知问题成为其遍历对应问题的凸且结构良好的扩展，避免反事实问题，并以完全可调的方式增强鲁棒性和可靠性。

在获得拉格朗日松弛CV@R策略的闭式表达后，我们提出尾部注水算法，这是一种原始-对偶方案，可递归地学习全局最优的风险感知策略。事实上，尾部注水将经典随机注水[13]持续扩展至风险感知领域。我们给出了详尽的数值仿真，从经验上验证了该方法在两种标准效用函数（即加权总速率和比例公平）下的有效性。

II. 系统模型

我们考虑一个 n 终端并行点对点通信信道模型；一些相关网络场景示例如图 1 所示。我们假设具备完美的

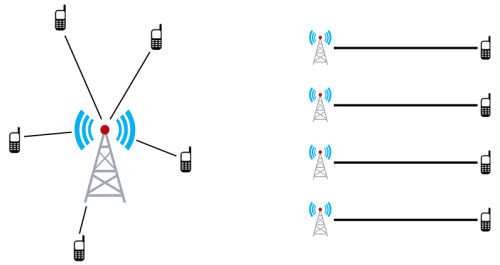


图 1：多用户一对一通信信道示例。左：复用（例如时分或频分）的星形上行或下行模型。右：经典并行信道模型。

传输时刻信道状态信息（CSI）（主要是为了简化问题），并利用该信息通过策略 $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h})$分配资源，其中 $\boldsymbol{h}$ 是信道衰落向量。网络中终端或用户 $i = 1, \ldots, n$ 的速率为

$$r_i(p_i(h_i), h_i) \triangleq \log\left(1 + \frac{h_i p_i(h_i)}{\sigma_i^2}\right), \tag{1}$$

其中 $\sigma_i^2 > 0$ 是对应链路的噪声方差。在这种设定下，通过求解凸优化问题 [3]，可以在遍历意义下实现最优资源分配。

$$\begin{array}{ll} \underset{\boldsymbol{x}\in\mathcal{X},\boldsymbol{p}\succeq\boldsymbol{0}}{\text{maximize}} & f_0(\boldsymbol{x}) \\ \text{subject to} & \boldsymbol{x} \preceq \mathbb{E}\left[\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h}), \boldsymbol{h})\right], \\ & \left\|\mathbb{E}\left[\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h})\right]\right\|_1 \leq P_0 \end{array} \tag{2}$$

其中 f_0 是给定的凹效用函数，$\boldsymbol{x}$ 是均值遍历速率向量，$\mathcal{X}$ 是凸集，$\boldsymbol{r}$ 是瞬时速率向量，P_0 是总平均功率预算。问题 (2) 已得到充分研究；事实上，可以通过著名的（随机）注水算法 [13],获得全局最优解，该算法与（随机）对偶下降 [3]相同。然而，正如第一节所述，通过求解问题 (2) 获得的最优策略具有信道机会主义特性，不可避免地导致系统可靠性极差且频谱利用浪费严重。这是因为问题 (2) 对信道不确定性采用了风险中性 量化方式，忽略了速率关于随机衰落的高阶行为或尾部 行为。另一方面，极小极大最优策略或使中断概率最小化的策略要么过于悲观 [7]，，要么导致难以处理的问题，或面临反事实问题。

为有效解决这些不足，我们采用一种根本不同的随机资源分配方法，将式 (2) 中的速率期望替换为（向量）风险度量 [12]，，具体而言是 CV@R [11]，，其定义适用于可积随机成本 z，如下所示

$$\mathrm{CV@R}^{\alpha}[z] \triangleq \inf_{t\in\mathbb{R}} \; t + \frac{1}{\alpha}\mathbb{E}[(z-t)_+], \tag{3}$$

其中，$\alpha \in (0, 1]$ 是相应的置信水平。CV@R 是期望的严格且易于处理的推广，因为

$$\begin{aligned} &\mathrm{CV@R}^{1}[z] = \mathbb{E}[z] \leq \mathrm{CV@R}^{\alpha}[z], \ \forall \alpha \in (0,1] \text{ and} \\ &\mathrm{CV@R}^{0}[z] \triangleq \lim_{\alpha\downarrow 0} \mathrm{CV@R}^{\alpha}[z] = \operatorname{ess\,sup} z. \end{aligned} \tag{4}$$

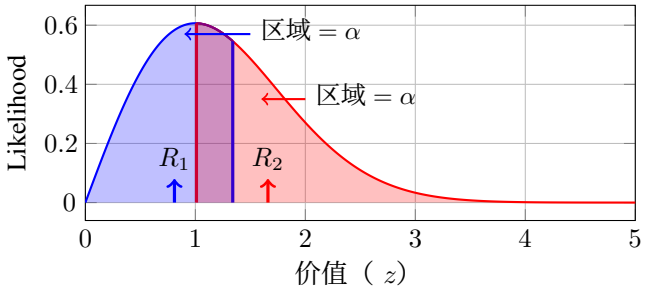


图 2：在水平 $\alpha = 0.6$ 下，瑞利分布的 z（规模为 $\sigma = 1$）对应的 $R_1 = -\mathrm{CV@R}^{\alpha}[-z]$（蓝色）和 $R_2 = \mathrm{CV@R}^{\alpha}[z]$（红色）。

直观而言，CV@R 衡量的是 z 中局限于上尾部的期望损失，其概率等于 α；参见图 2。因此，它提供了一种可解释且可调节的权衡，在风险中性与极小极大稳健性之间架起桥梁。

为了使 CV@R 适用于最大化奖励（参见式 (2)），而非最小化损失，只需将其反映为

$$-\mathrm{CV@R}^{\alpha}[-z] = \sup_{t\in\mathbb{R}} \; t - \frac{1}{\alpha}\mathbb{E}[(t-z)_+], \tag{5}$$

现在衡量的是限制在z 概率为 α 的下尾部中的期望回报；同样，参见图 2 进行比较。利用 (5)，我们可以将所提出的风险感知资源分配问题表述为

$$\boxed{\begin{array}{lll} P^* = \underset{\boldsymbol{x}\in\mathcal{X},\boldsymbol{p}\succeq\boldsymbol{0}}{\text{maximize}} & f_0(\boldsymbol{x}) \\ \text{subject to} & \boldsymbol{x} \preceq -\mathrm{CV@R}^{\boldsymbol{\alpha}}\left[-\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h}), \boldsymbol{h})\right] \\ & \left\|\mathbb{E}\left[\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h})\right]\right\|_1 \leq P_0 \end{array}} \tag{6}$$

其中，$\boldsymbol{x}$ 现在解释为风险遍历速率向量，而带有置信水平向量$\boldsymbol{\alpha}$ 的向量算子 $\mathrm{CV@R}^{\boldsymbol{\alpha}}[\cdot]$ 则以逐元素方式评估相应速率向量的风险。请注意，我们并未显式要求策略本身（资源约束）具有风险感知特性，因为在实际操作中并无此必要。通过标准推导可以证明，问题 (6) 等价地表示为

$$\begin{array}{lll} P^* = \underset{\boldsymbol{x}\in\mathcal{X},\boldsymbol{p}\succeq\boldsymbol{0},\boldsymbol{t}}{\text{maximize}} & f_0(\boldsymbol{x}) \\ \text{subject to} & \boldsymbol{x} \preceq \boldsymbol{t} - \dfrac{1}{\boldsymbol{\alpha}} \odot \mathbb{E}\left[(\boldsymbol{t} - \boldsymbol{r}(\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h}), \boldsymbol{h}))_+\right], \\ & \left\|\mathbb{E}\left[\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h})\right]\right\|_1 \leq P_0 \end{array} \tag{7}$$

其中，“$\odot$”表示逐元素乘法，而 $(\cdot)_+$ 以及与向量的除法也采用类似的重载定义。

注意，问题 (6) 是无限维的；一般而言，这类问题很难处理。尽管如此，CV@R 是一种凸且单调（事实上是相干）的风险度量 [12],，它保持了问题 (6) 和 (7) 的凸性。因此，在适当的约束资格条件（例如本文后续假设满足的斯莱特条件）的作用下，问题 (6) 和 (7) 不存在对偶间隙（事实上满足强对偶）。这一事实表明，我们应在对偶域中处理问题 (7)，即在拉格朗日对偶框架内进行处理。

III. 拉格朗日对偶

问题 (7) 的拉格朗日函数定义为

$$\begin{aligned}&\mathcal{L}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{t},\Lambda,\mu)\\&\quad\triangleq f_0(\boldsymbol{x})+\mu\left(P_0-\|\mathbb{E}\left[\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h})\right]\|_1\right)\\&\qquad+\Lambda^T\left[\boldsymbol{t}-\frac{1}{\boldsymbol{\alpha}}\odot\mathbb{E}\left[(\boldsymbol{t}-\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p}(\boldsymbol{h}),\boldsymbol{h}))_+\right]-\boldsymbol{x}\right],\end{aligned}\tag{8}$$

其中，$\Lambda\succeq 0$ 和 $\mu\geq 0$ 是与（7）的显式约束相关联的对偶变量。因此，对偶函数被定义为在原变量三元组（$\boldsymbol{x}$、$\boldsymbol{p}$、$\boldsymbol{t}$）上对拉格朗日函数进行最大化，即

$$D(\Lambda,\mu)=\sup_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{X},\boldsymbol{p}\succeq\boldsymbol{0},\boldsymbol{t}}\mathcal{L}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{t},\Lambda,\mu).\tag{9}$$

随后，对偶问题 是在对偶变量对（Λ、μ）上对对偶函数进行最小化，即

$$\begin{aligned}D^*&=\inf_{(\Lambda,\mu)\succeq\boldsymbol{0}}D(\Lambda,\mu),\\&=\inf_{(\Lambda,\mu)\succeq\boldsymbol{0}}\sup_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{X},\boldsymbol{p}\succeq\boldsymbol{0},\boldsymbol{t}}\mathcal{L}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{t},\Lambda,\mu).\end{aligned}\tag{10}$$

如前所述，问题（7）满足强对偶（在斯莱特条件下），这意味着 $P^*=D^*$，此外，还保证最优对偶变量存在。我们还注意到，尽管问题（7）是无限维的，但其对偶问题（10）是有限维的；如果我们能够恰当地处理对偶函数（9）中涉及的最大化——尤其是对 $\boldsymbol{p}$进行最大化——这一事实将非常有用。

利用强对偶性，我们将在下文专注于设计一种高效的原始-对偶算法，以求解极小极大问题（10），从而有望为约束凸风险感知问题（7）提供一个最优解，同时 [3]。

IV. 风险感知资源分配：尾部注水算法

对偶问题可以按原始变量分解为若干子问题。具体而言，(10) 可以等价地表示为

$$\begin{aligned}\inf_{(\Lambda,\mu)\succeq\boldsymbol{0}}\Bigg\{&\mu P_0+\sup_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{X}}f_0(\boldsymbol{x})-\Lambda^T\boldsymbol{x}+\sup_{\boldsymbol{t}}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i t_i\\&+\mathbb{E}\left[\sup_{p_i\geq 0}-\mu p_i-\frac{\lambda_i}{\alpha_i}\big(t_i-r_i(p_i(h_i),h_i)\big)_+\right]\Bigg\},\end{aligned}\tag{11}$$

其中，将关于 $\boldsymbol{p}$ 的上确界运算与期望（积分）运算交换是合理的，这可由可交换性原理保证；例如，参见 [12, 定理 7.92]。这一事实使我们能够以闭式形式推导出一个最优策略。

A. 最优资源策略

每个用户 i 的特定策略子问题是

$$\sup_{p_i\geq 0}-\mu p_i-\frac{\lambda_i}{\alpha_i}\left(t_i-\log\left(1+\frac{h_i p_i}{\sigma_i^2}\right)\right)_+.\tag{12}$$

下一个结果给出了子问题 (12) 的最优解，确定了由原始变量/对偶变量 ($\boldsymbol{t}$, Λ, μ) 参数化的最优风险感知策略$\boldsymbol{p}^*(\boldsymbol{h})$ 的行为。

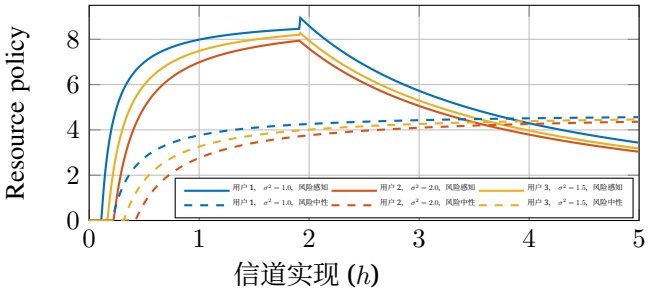


图3：三用户网络中风险感知（RA，实线）和风险中性（RN，虚线）情形下的最优资源策略，其中 $\mu=0.07$、$\alpha_i=0.53$ 和 $\lambda_i=0.33$ 分别对应所有 i、$t_1=2.9$ 和 $t_2=2.15$ 以及 $t_3=2.45$。

定理*1*（最优资源策略）：第 i个策略子问题（12）的一个最优解可表示为

$$p_i^*(h_i,\cdot)=\begin{cases}\left[\dfrac{\lambda_i}{\mu\alpha_i}-\dfrac{\sigma_i^2}{h_i}\right]_+, & \text{if } \dfrac{\lambda_i}{\mu\alpha_i e^{t_i}}-\dfrac{\sigma_i^2}{h_i}<0\\[2ex]\dfrac{\sigma_i^2\left(e^{t_i}-1\right)}{h_i}, & \text{if } \dfrac{\lambda_i}{\mu\alpha_i e^{t_i}}-\dfrac{\sigma_i^2}{h_i}\geq 0\end{cases},\tag{13}$$

只要 μ 和 λ_i 不同时为零；否则，最优选择是 $p_i^*(h_i)=0$.

定理1中提出的风险感知策略，是对经典风险中性注水功率策略[3], [13], 的真正扩展；对于用户 i，该策略可表示为

$$p_i^N(h_i,\cdot)=\left[\frac{\lambda_i}{\mu}-\frac{\sigma_i^2}{h_i}\right]_+.\tag{14}$$

通过设置 $\alpha_i=1$，再将 CV@R 变量 t_i 取为 (13) 中的 $+\infty$，即可得到这一简化（这可以通过 CV@R 的构造来解释；参见 [12,第 6] 章）。

存在置信水平 $\alpha_i\in(0,1)$（以及相关的速率目标 t_i），使得与其风险中性对应策略相比，该策略较少投机。首先，在策略中与 $[\cdot]_+$ 相关的部分（参见经典注水）会更积极地将功率分配给衰落更严重的信道（h_i 的值较小），因为 α_i 减小，且（13）的相应分支处于激活状态（这也取决于 t_i）。此外，如果 α_i（分别是 t_i）足够小，使得（13）的下分支处于激活状态，则会分配相对于 α 为常数、但现在与 t_i 功率成正比的功率，其值等于 $\sigma_i^2\left(e^{t_i}-1\right)/h_i$。我们发现，该项与中断最优策略惊人地相似；例如参见 [7]。这或许揭示了 CV@R 方法复杂的信息论性质，值得未来进一步研究。

其次，当策略中与 $[\cdot]_+$ 相关的部分非正时，该策略确实会变得投机。然而，在给定相关（或经优化的）t_i 值的情况下，该策略的投机性实际上仅限于随机速率（（））的下尾部（其发生概率等于 α_i）。

这些观察结果也可以从图 3 中清晰看出。在明确确定了 $\boldsymbol{p}^*$ 后，我们现在可以推导原始迭代（$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{t}$）和对偶迭代（Λ，μ），旨在递归学习（7）的全局最优解。

*B. CV@R*目标 / 风险遍历速率更新–原始上升

关于原始变量（$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}$）的（11）中其余子问题可以分别求解。对于关于 $\boldsymbol{t}$ 的最大化，并令 $p_i^* = p_i^*(h_i, t_i, \cdot)$，最终得到如下问题。

$$\sup_{t_i} \mathbb{E}\left[\lambda_i t_i - \mu p_i^* - \frac{\lambda_i}{\alpha_i}\left(t_i - \log\left(1 + \frac{h_i p_i^*}{\sigma_i^2}\right)\right)_+\right], \quad (15)$$

对于每个 i，其中我们显式表示了 p_i^* 对 t_i 的依赖关系。很容易看出，(15) 中期望内的函数相对于 (t_i, p_i) 是联合凹的。因此，在对 $p_i \geq 0$ 进行部分最大化时，它关于 t_i 也为凹函数。

根据 [12,定理 7，52], 由此可知，后者的每个次梯度都是问题 (15) 目标函数的随机次梯度。由于 (t_i, p_i) 中初始的联合凹性，可以证明可选择这样的随机次梯度，使其满足

$$g_i(h_i, t_i, \cdot) = \lambda_i - \frac{\lambda_i}{\alpha_i} H\left[t_i - \log\left(1 + \frac{h_i p_i^*(h_i, t_i, \cdot)}{\sigma_i^2}\right)\right], \quad (16)$$

其中，$H(\cdot)$ 是阶跃（Heaviside）多值函数。随后，给定迭代索引 $n \in \mathbb{N}$ 以及过程 $\{h_i^n\}$ 和 $\{t_i^n\}$（并隐含地表示 $\{\lambda_i^n\}$ 和 $\{\mu^n\}$；见下文），我们可以针对 t_i 构建一个随机次梯度上升方案，形式如下:

$$t_i^n = t_i^{n-1} + \varepsilon_t g_i(h_i^n, t_i^{n-1}, \cdot), \quad n \geq 1, \quad (17)$$

步长为 $\varepsilon_t > 0$，并从某个初始值 t_i^0 开始。

另一方面，对 $\boldsymbol{x}$ 的最大化取决于对偶变量 Λ 和凹效用函数 f_0。下文假设存在一个关于 Λ （或 Λ^n，$n \geq 0$）的最优解，

$$\boldsymbol{x}^*(\Lambda) \in \arg\max_{\boldsymbol{x} \in \mathcal{X}} f_0(\boldsymbol{x}) - \Lambda^T \boldsymbol{x} \quad (18)$$

且 f_0 满足 $\boldsymbol{x}^*(\Lambda^n)$ 可得（例如，可以用闭式表达）。为完整起见，稍后将给出常见效用函数（即总速率和比例公平）的标准推导及变量消去过程。

C. 对偶变量更新

最后，我们可以为对偶变量（Λ，μ）构造随机（拟）次梯度下降更新。这可按照 [3]，的思路，利用相应的约束间隙来完成。注意，对偶函数 D 关于（Λ，μ）是凸且可分离的。对于功率约束乘子 μ，有

$$\mu^n = \left[\mu^{n-1} - \varepsilon_\mu\left(P_0 - \sum_{i=1}^n p_i^*(h_i^n, \mu^{n-1}, \cdot)\right)\right]_+, \quad (19)$$

步长为 $\varepsilon_\mu > 0$，从 μ^0 开始。类似地，对于速率约束乘子向量 Λ，对每个 i，有

$$\lambda_i^n = \Bigg[\lambda_i^{n-1} - \varepsilon_\Lambda\Bigg(-x_i^*(\Lambda^{n-1}) + t_i^{n-1} - \frac{1}{\alpha_i}\left(t_i^{n-1} - \log\left(1 + \frac{h_i^n p_i^*(h_i^n, \lambda_i^{n-1}, \cdot)}{\sigma_i^2}\right)\right)_+\Bigg)\Bigg]_+, \quad (20)$$

步长为 $\varepsilon_\Lambda > 0$，并从 λ_i^0 开始。

所提出的原始-对偶算法的完整描述见算法1。我们将其称为尾部注水算法。

算法1 尾部注水

选择初始值 $\boldsymbol{t}^0$、$\boldsymbol{p}^0$、$\boldsymbol{x}^0$、μ^0、Λ^0。
对于 $n = 1$ **到** 处理结束 **执行**
观察 $\boldsymbol{h}^n$。
\# 原始变量
→ 使用（13）设置 $p_i^*(\cdot)$，对所有 i。
→ 使用 (17) 和 (16) 更新 t_i^n，对所有 i 均如此。
→ 从(18)获得 $\boldsymbol{x}^*(\Lambda^{n-1})$。
\# 对偶变量
→ 使用（19）更新 μ^n 。
→ 使用 (20) 更新 λ_i^n，适用于所有 i。
结束循环

D. 通用效用

总速率：如果 $f_0(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}, \boldsymbol{w} \succeq \boldsymbol{0}, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$，则相对于 $\boldsymbol{x}$ 的子问题变为 $\sup_{\boldsymbol{x}} (\boldsymbol{w} - \Lambda)^T \boldsymbol{x}$。除最优对偶选择 $\Lambda = \boldsymbol{w}$ 外，对于任意 $\boldsymbol{w}$ 和 Λ，该问题均无界。当然，这一步会同时消去变量 $\boldsymbol{x}$ 和 Λ。

比例公平：在此情况下，我们可以选择 $f_0(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^n \log(x_i)$、$\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$，而 $\boldsymbol{x}$ 中的子问题变为

$$\sup_{\boldsymbol{x}} \sum_{i=1}^n \log(x_i) - \Lambda^T \boldsymbol{x} = \sup_{\boldsymbol{x}} \sum_{i=1}^n \log(x_i) - \lambda_i x_i, \quad (21)$$

这对于每个 i给出 $x_i^* = 1/\lambda_i$ 。

V. 性能评估

现在，我们验证并讨论所提出的尾部注水算法的有效性，该算法总结于算法1中。我们考虑一个由具有不同噪声方差的瑞利衰落点对点链路组成的基本三终端网络。随后，我们针对两种效用，即总速率和比例公平，应用尾部注水方案。对于总速率效用，选择权重 $\boldsymbol{w}$ 以对每个终端的各个风险遍历服务 x_i 取平均，即 $w_i = 1/3$，$\forall i$。对于这两种效用，步长分别设为 $\varepsilon_t = 10^{-3}$ 和 $\varepsilon_\mu = 10^{-4}$。对于比例公平，我们设定 $\varepsilon_\Lambda = 10^{-4}$。

如图 4（上）和图 6（上）的直方图所示，降低（公共）CVaR水平 α 会限制程序（6）中的可达速率，同时抑制其波动性。这增强了系统鲁棒性，因为系统能够长期维持稳定可靠的性能水平，且速率下降并不频繁。尤其是对于比例公平，我们观察到，在实现鲁棒性的同时，不同噪声水平的用户之间的速率分配也更加公平。

关于图 4（下）和图 6（下），也可以得出类似结论。这两幅图展示了用户中断概率，即累积分布函数 $P_{\text{out}}(r_o) = P\{r \leq r_o\}$，这是评估系统鲁棒性的另一种直观指标。事实上，我们观察到，对于较低的 α，系统在始终可达的信道速率下，呈现出更低且更集中的中断概率——这些概率在 CV@R 意义下经过了最优调优。另一方面，与较高 α 对应的风险感知程度较低的设置，会导致相应最优信道速率的波动性显著增大。

从图 5 和图 7 中也可以明显看出上述观察结果，这两幅图凸显了以下两者在速率变异性方面的巨大差异:

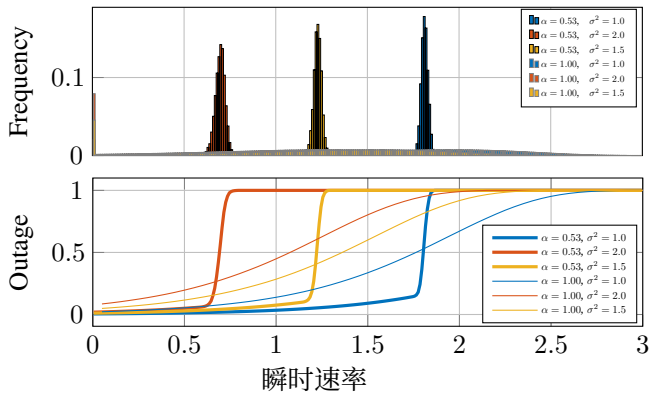


图 4：具有 3 个用户和和速率效用的网络结果，$P_0 = 10$。上：速率直方图。下：中断概率。

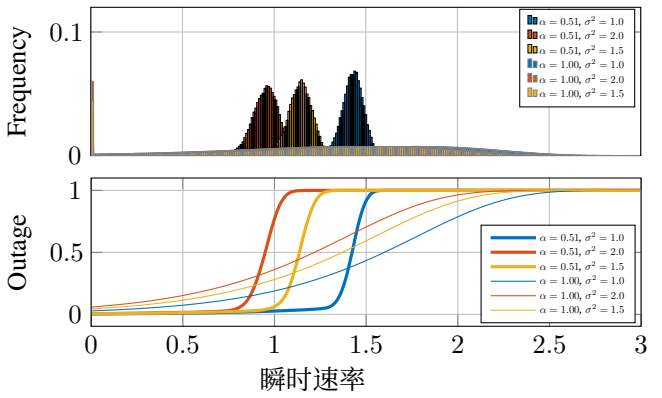


图 6：具有比例公平效用的三用户网络的结果，$P_0 = 10$。上：速率直方图。下：中断概率。

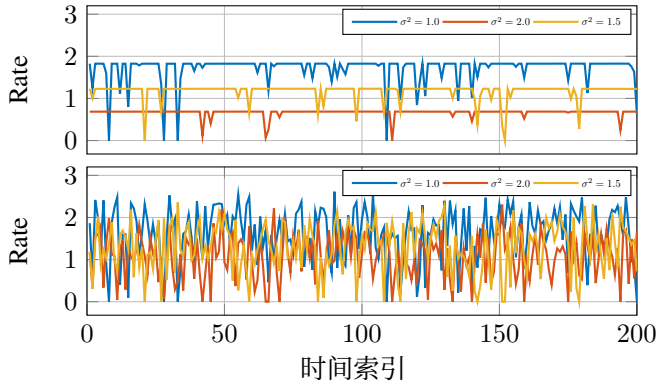


图 5：采用和速率效用的三用户网络所达到的速率，$P_0 = 10$。上图：$\alpha = 0.53$（风险感知）。下图：$\alpha = 1$（风险中性）。

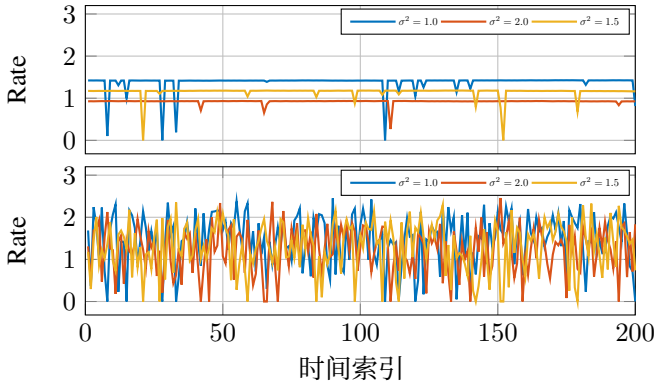


图 7：具有比例公平效用的三用户网络所达到的速率，$P_0 = 10$。上：$\alpha = 0.51$（风险感知）。下：$\alpha = 1$（风险中性）。

风险感知策略与风险中性策略在时间（信道使用）演变过程中的差异。我们可以看到，最优 CV@R 策略呈现出近乎不变的通信速率趋势，将速率维持在一定的可靠性水平上。此外，比例公平效用使用户之间的速率分配更加均衡，如图 7（上）所示。换句话说，风险感知与比例公平相结合，实现了兼顾 用户公平并 考虑衰落风险的系统性能。

VI. 结论

我们针对点对点网络中的经典资源分配问题，提出了一种新的风险感知重构方法。通过利用 CV@R 作为一种推广期望的风险度量，我们开发了尾部注水算法。该算法以一种可解释且可调节的方式扩展了经典随机注水方法，并以严格且易于处理的方式增强了网络鲁棒性和可靠性。通过详细的数值仿真，验证了尾部注水方法的有效性。

参考文献

[1] S. Parsaeefard 和 A. R. Sharafat，“认知无线电网络中的鲁棒分布式功率控制”，*IEEE*移动计算汇刊，第12卷，第4期，第609–620页，2013年4月。[2] N. Mokari、S. Parsaeefard、P. Azmi、H. Saeedi 和 E. Hossain，“底层OFDMA认知无线电网络中的鲁棒遍历上行链路资源分配”，*IEEE*移动计算汇刊，第15卷，第2期，第419–431页，2016年2月。

[3] A. Ribeiro，“无线通信与网络中的最优资源分配”，*EURASIP*《无线通信与网络期刊》，2012年，第1期，2012年8月。[4] R. AliHemmati、M. Dong、B. Liang、G. Boudreau 和 S. H. Seyed me- hdi，“面向遍历速率最大化的设备到设备通信多信道资源分配”，*IEEE*无线通信汇刊，第17卷，第2期，第1011–1025页，2018年2月。[5] D. S. Kalogerias、M. Eisen、G. J. Pappas 和 A. Ribeiro，“无线系统中最优遍历策略的无模型学习”，*IEEE*信号处理汇刊，第68卷，第6272–6286页，2020年。[6] H. Hashmi 和 D. S. Kalogerias，“通过动作空间探索在无线系统中无模型学习最优确定性资源分配”，载于*2021 IEEE*第*31*届信号处理机器学习国际研讨会（*MLSP*）。IEEE，2021年10月。[7] L. Li、N. Jindal 和 A. Goldsmith，“衰落多址信道的中断容量与最优功率分配”，*IEEE*信息论汇刊，第51卷，第4期，第1326–1347页，2005年。[8] T. K. Vu、M. Bennis、M. Debbah、M. Latva-aho 和 C. S. Hong，“5G毫米波网络中的超可靠通信：风险敏感方法”，*IEEE*《通信快报》，第22卷，第4期，第708–711页，2018年。[9] Y. Li、D. Guo、Y. Zhao、X. Cao 和 H. Chen，“多接入边缘计算中的高效风险规避型请求分配”，*IEEE*《通信快报》，第25卷，第2期，第533–537页，2021年。[10] M. Bennis、M. Debbah 和 H. V. Poor，“超可靠低时延无线通信：尾部、风险与规模”，《*IEEE*会刊》，第106卷，第10期，第1834–1853页，2018年。[11] R. T. Rockafellar 和 S. Uryasev，“条件风险价值的优化”，《风险杂志》，第2卷，第3期，第21–41页，2000年。[12] A. Shapiro、D. Dentcheva 和 A. Ruszczy´nski，《随机规划讲义：建模与理论》，第2版。工业与应用数学学会，2014年1月。[13] T. M. Cover 和 J. A. Thomas，《信息论基础》。Wiley，2005年4月。