arXiv:2305.01102v1 [cond-mat.soft] 1 May 2023

通过表面电荷不对称性增强活性胶体的泳动自推进

Ahis Shrestha[1,2]和 Monica Olvera de la Cruz[1,3,2]1西北大学软材料计算与理论中心，伊利诺伊州埃文斯顿市 60208[2]西北大学物理与天文学系，伊利诺伊州埃文斯顿市 60208[3]西北大学材料科学与工程系，伊利诺伊州埃文斯顿市 60208

带电胶体颗粒通过其表面化学生成的离子所产生的不对称通量实现自推进。我们表明，表面电荷分布的不对称性为产生离子物种的化学活性颗粒引入了一种新的自扩散泳运动模式。当颗粒尺寸小于或可比于德拜长度时，即使离子通量在颗粒表面均匀分布，颗粒也能通过表面电荷不对称性实现定向自推进。同时具有表面电荷不对称性和离子通量不对称性的 Janus纳米颗粒，其推进速度可提高至 μ m/s 量级或更高。我们的工作提供了一个理论框架，用于定量确定发生离子自扩散泳的非对称带电纳米颗粒的速度，并为确定能够优化和调控离子介质中自推进的表面性质提供了途径。

许多微生物在黏性流体环境中表现出运动性，这通常由不对称的表面活性驱动[1]。受这类生物系统的启发，研究人员开发了具备广泛功能的微型和纳米马达，用于靶向货物运输以及各种其他生物医学或环境应用 [2, 3]。胶体微粒或纳米粒子的定向运动可以通过外部施加的场或梯度实现，例如电泳或扩散泳 [4, 5]。或者，活性胶体粒子，即Janus微型或纳米马达，通过利用局部储存的化学能实现自推进 [6, 7]。这些化学活性马达可以通过设计特定的表面特征来增强自推进 [8, 9]。

泳动活性胶体粒子通过自身产生的溶质浓度梯度推动自身运动，这一过程称为自扩散泳。局部化学梯度通常由表面反应介导，这些反应会引起化学物种的非均匀通量，使粒子能够因周围流体中的化学输运而发生泳动 [2, 7]。这类自推进粒子也可能带有一定的本征电荷，同时在表面释放或吸收带电离子物种的通量。此外，体相溶液本身可能具有一定的背景离子浓度。在这种情况下，带电表面与流体中的可移动离子相互作用，会产生静电贡献。该贡献与离子输运和流体动力学耦合，从而形成一种不同类型的泳动自推进，称为离子自扩散泳 [7, 10–13]。

近年来，在微型和纳米马达领域，人们已实现带电胶体颗粒的泳动自推进；这类运动由颗粒表面释放离子所驱动，例如脲酶驱动胶体或光激活氯化银 Janus 颗粒 [9–11, 14]。我们在此证明，发生离子自扩散泳（见图 1）的颗粒，即使表面上的化学生成离子通量均匀分布，也能通过表面电荷的不对称分布获得定向自推进。在颗粒尺寸小于或接近德拜长度的条件下，会出现这种现象。在此类区域中，由此产生的近场静电和流体动力学贡献给主人留下些什么吧

表面电荷的不对称性变得至关重要。此外，我们发现，同时具有表面电荷和离子通量不对称性的纳米级颗粒能够实现增强的自推进，并在较高离子浓度下仍保持最佳速度；相比之下，微米级生物体或颗粒的此类泳动运动会逐渐减弱 [15]。我们推测，这种特定的泳动自推进机制将在细胞亚结构（如细菌微区室（BMC））的运输中发挥作用。BMC 的尺寸通常为 40 至 200 nm，且其壳体表面具有高度异质性 [16, 17]。BMC 可促进局部化学反应，在特定位置产生离子通量，同时其壳体上还带有不均匀分布的电荷 [17, 18]。细胞培养基中的离子环境可能使这类具有活性表面特性的纳米级组分产生定向自推进。本文对亚细胞运输背后的物理原理以及该尺度下静电作用的重要性进行了定量阐释；这些问题此前尚未得到探讨 [19, 20]。

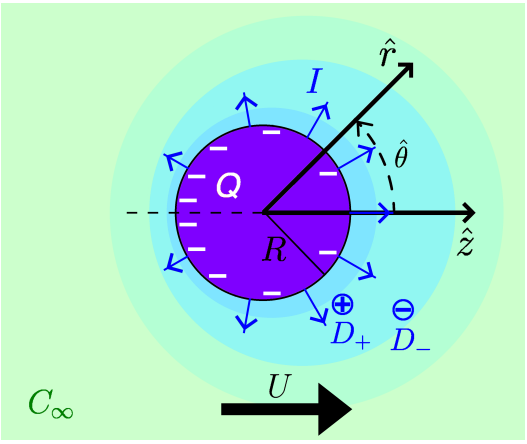

图 1. 离子自扩散泳示意图。一个半径为R 、带有Q 净负电荷的球形胶体粒子，以净速率I 从表面释放正、负离子种类，其扩散系数分别为D_+ 和D_-。该胶体粒子的表面电荷和离子通量呈不对称分布，并在体相离子浓度为C_∞的溶液中沿 z 方向以速度U漂移。

我们采用连续介质方法 [11–13, 15, 21] 来表征静电作用与离子输运及流体流动耦合所产生的自扩散泳运动，并确定胶体粒子的漂移速度。我们考虑一个半径为R、净电荷为Q的球形胶体，悬浮在总背景（体相）离子浓度为C_∞的溶液中。通过表面上的化学反应 [10, 11], , 胶体以总速率I从表面释放不同种类的离子。我们假设胶体处于稳态，以恒定的泳动速度U 沿 z 方向漂移（见图 1）。胶体带电表面与可移动离子之间的静电相互作用通过泊松方程加以描述；这些可移动离子既包括在表面产生的离子，也包括溶液中原有的背景离子

$$\nabla^2\psi = -\frac{e}{\varepsilon}\sum_i Z_i C_i\,, \tag{1}$$

其中，ψ 为静电势，e 为元电荷，ε 为水的介电常数，而C_i 为离子种类i 的浓度，其离子价数为Z_i。带电离子种类在由此产生的电场中运动，因此，除了化学扩散外，还会伴随电化学耦合，这由离子输运的 Nernst–Planck 方程描述，

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J}_i = \vec{\nabla}\cdot\left[-D_i\vec{\nabla}C_i - \frac{eZ_iD_i}{k_BT}C_i\vec{\nabla}\psi\right] = 0\,, \tag{2}$$

其中，J_i为通量，D_i为离子种类i的扩散系数。由于胶体粒子相对于离子扩散系数而言尺寸小、速度低，因此佩克莱数较低，我们在方程 (2) 中忽略了对流项。这些胶体粒子的尺寸和速度范围也属于低雷诺数区域。因此，将溶液视为不可压缩流体，其流动可用斯托克斯方程描述

$$\vec{\nabla}p - \eta\nabla^2\vec{v} = \varepsilon\nabla^2\psi\vec{\nabla}\psi\,, \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{v} = 0\,, \tag{3}$$

并且，其中 $\vec{}v$ 为流体速度，p 为压力，η为水的黏度。静电体积力密度作为作用于流体的体力出现在方程 (3) 中，以维持动量平衡 [11, 12]。

对于以恒定速度运动的球形粒子，我们可以应用含非零体力 [22, 23] 的斯托克斯流广义洛伦兹互易定理，直接计算泳动速度。根据先前的研究[11, 12], , 我们发现泳动速度可表示为

$$U = \frac{\varepsilon}{6\pi\eta R}\int_V \nabla^2\psi\vec{\nabla}\psi\cdot(\hat{v}-\hat{z})\,dV\,, \tag{4}$$

其中V 是胶体粒子外部的整个流体体积，并且

$$\hat{v} = \left(\frac{3R}{2r} - \frac{R^3}{2r^3}\right)\cos\theta\hat{r} - \left(\frac{3R}{4r} + \frac{R^3}{4r^3}\right)\sin\theta\hat{\theta}\,, \tag{5}$$

这是球体以单位速度沿 z 轴正方向漂移且体力为零时斯托克斯方程的解 [24]。该形式体系将静电学、离子传输和流体流动耦合起来，使我们能够在给定表面和体相条件的情况下计算自扩散泳胶体粒子的速度。

我们通过定义表面上的电荷密度 $\sigma(\theta)$ 和离子通量 $\mathrm{j}(\theta)$，引入表面电荷和离子释放的不对称性；它们随极角 θ 变化，并具有轴对称性（见图 1）。我们将溶液中的背景离子视为 1:1 二元电解质，即 Na^+ 和 Cl^-，其浓度分别为 C_{b+} 和 C_{b-}。假设体相满足电中性条件 $\psi\to 0$，且这些背景离子没有外部通量，则平衡时有玻尔兹曼分布 $C_{b\pm}=C_\infty e^{\mp e\psi/k_BT}/2$。在胶体粒子表面，我们考虑还会生成额外的离子，释放两种一价离子种类：一种带正电，其浓度为 C_+；另一种带负电，其浓度为 C_-。脲酶驱动马达就是这种情况，其中会产生 NH_4^+ 和 OH^- 离子 [11]。我们假设这两种离子在表面具有相同的通量 $\mathrm{j}(\theta)$和相同的生成速率，因此 $I_\pm = I/2$；它们在水中的扩散系数为 $D_\pm$，体相浓度为 $C_\pm\to 0$（见图 1）。此外，表面-溶液界面满足无滑移条件，且体相流体静止。更具体地说，耦合的泊松-能斯特-普朗克-斯托克斯方程（式（1）–（3））满足以下边界条件：（A）在胶体粒子表面 $r = R$ 处，$-\varepsilon\vec{\nabla}\psi\cdot\hat{r} = \sigma(\theta)$，$\vec{J}_\pm\cdot\hat{r} = j(\theta)$，且 $\vec{v} = U\hat{z}$；（B）在体相 $r\to\infty$处，$\psi = 0$、$C_\pm = 0$ 和 $\vec{v} = 0$。

为获得泳动速度的解析近似，我们在德拜–许克尔（DH）极限 [11]下采用近平衡摄动展开。具体而言，我们考虑离子通量较小且表面电荷较低的情形，使得$|I| < 2\pi R(D_+ + D_-)C_\infty$且 $|Q| < 4\pi R\varepsilon k_BT/e$。由此，式（1）可写为修正的 DH 方程，

$$\nabla^2\psi \approx \frac{e}{\varepsilon}(C_- - C_+) + \kappa^2\psi\,, \tag{6}$$

其中 $\kappa = \sqrt{e^2C_\infty/\varepsilon k_BT}$。我们将式（5）与式（6）结合，并根据边界条件（A）和（B），利用 I 和Q 的首阶项，从式（2）和式（6）中求解$C_\pm$ 和 ψ，以此估算U。基于这一连续介质模型，我们定量研究了不同表面不对称性和体相离子强度情况下的泳动速度。

我们首先考察这样一种情形：粒子从表面均匀释放离子，但具有非均匀的表面电荷。具体而言，对于正、负离子种类，我们都有一个恒定的通量 $j(\theta) = j_0$其中$j_0 = I/8\pi R^2$。另一方面，我们假设表面电荷分布满足：球体一端的电荷密度较大，然后沿表面朝相反的一端逐渐减小。我们考虑两种构型：一种是 σ_+电荷在前方（$+\hat{z}$）端较为密集，另一种是 σ_- 电荷在后方（$-\hat{z}$）端较为密集。也就是说，我们将两种电荷密度定义为$\sigma_\pm(\theta) = \sigma_0(1\pm\cos\theta)$，其中 $\sigma_0 = Q/4\pi R^2$，以描述这种表面电荷不对称性。在这种情况下，我们得到主导的

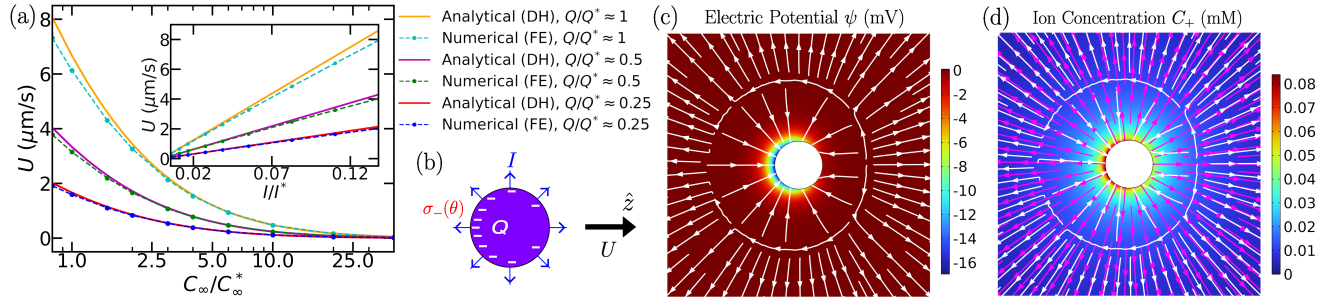

图 2. 表面电荷不对称性诱导的自扩散泳运动。(a) 在所示的 Q/Q^* 值下，泳动速度 U 的解析值和数值结果随 C_∞/C_∞^*（$I/I^* \approx 0.05$）的变化，以及随 I/I^*（$C_\infty/C_\infty^* \approx 2$，插图）的变化。这里采用方程（7）给出的近似平衡条件下德拜–休克尔（DH）解析值的最低阶近似；数值结果来自使用 COMSOL Multiphysics [25] 进行的有限元（FE）模拟。(b) 本文研究的胶体粒子示意图，其离子通量均匀，表面电荷密度不对称 $\sigma_-(\theta) = Q(1-\cos\theta)/4\pi R^2$,，并沿 $\hat{z}$ 方向运动。(c) COMSOL 中有限元模拟得到的电势及电场线，以及 (d) 释放正离子 C_+ 的离子浓度的场分布图，其中标出了扩散通量（洋红色）和电化学通量（白色）；两图均对应 $I \approx 0.05 I^*$、$Q \approx Q^*$ 和 $C_\infty \approx C_\infty^*$。所有面板中均取 $C_\infty^* = 1\,\mathrm{mM}$、$Q^* = -4\pi R\varepsilon k_B T/e$ 和 $I^* = 2\pi R(D_+ + D_-)C_\infty^*$，其中 $R = 20\,\mathrm{nm}$、$D_+ = 1.98\times10^{-9}\,\mathrm{m^2/s}$，$D_- = 5.27\times10^{-9}\,\mathrm{m^2/s}$。

阶次泳动速度，对于电荷密度 $\sigma_\pm$ 而言，作为

$$U_{\sigma\pm} = \mp IQ\frac{\alpha}{R} f(\kappa R) + \mathscr{O}\left(I^2, Q^2\right), \tag{7}$$

其中 $\alpha = e(D_+ - D_-)/16\pi\varepsilon\eta D_+ D_-$ 和

$$f(x) = \frac{x^2(x^2-12)e^x Ei(-x) + (x+3)(x^2-4x+2)}{144(x^2+2x+2)}, \tag{8}$$

其中 Ei 是指数积分函数。当正离子和负离子的扩散系数相对相近时，我们观察到这一关于I 和 Q 呈线性的首阶速度会如$\alpha \to 0$所示消失。此外，由式（8）可知，当粒子尺寸相较于德拜长度较小时 $1/\kappa$，其获得的速度更大；随着体相离子浓度降低，该速度增加，并且当 $\kappa R \to 0$ 时，$f(\kappa R)$趋于一个常数，使得$U_{\sigma,\max} \approx |IQ\alpha|/48R$ 成为这一 DH 极限下的最大速度。相反，当粒子尺寸远大于德拜长度时，如 $\kappa R \to \infty$，$f(\kappa R) \to 0$，这意味着速度非常小并趋于消失。

图 2(a) 展示了由式 (7) 给出的泳动速度的解析 DH 近似，以及使用 COMSOL Multiphysics 软件进行有限元（FE）模拟所得的模型数值结果 [25]。我们考虑小离子通量和低表面电荷的范围，此时解析近似是有效的；具体而言，净电荷低于临界限值 $|Q^*| \approx 4\pi R\varepsilon k_B T/e$，且离子释放速率$|I^*| \approx 2\pi R(D_+ + D_-)C_\infty^*$，其中我们设定 $R = 20\,\mathrm{nm}$ 和 $C_\infty^* = 1\mathrm{mM}$。在此范围内，与有限元结果一致，我们发现速度随 I 和 Q 线性变化，并且在 R 固定时，随着体相离子浓度 C_∞ 增加而迅速降低，这与式 (7) 的预测一致。我们还根据式 (7) 发现，对于净负电荷为 $Q < 0$、表面电荷密度为 σ_-、释放扩散系数不同离子的粒子，当 $D_+ < D_-$ 时，$U > 0$；这一结果也得到了有限元模拟的验证。这意味着在此情况下，粒子沿 z 正方向运动，远离其电荷密集的一侧（见图 2(b)）。此外，对于图 2(a) 中使用的这类参数，扩散泳在 DH 区间内，当 $\kappa R \lesssim 1$ 时，可以预测$U \gtrsim 1\ \mu\mathrm{m/s}$ 的扩散泳速度，此时表面电荷不对称性的影响变得更加显著。

为了深入了解此处诱发泳动自推进的物理机制，我们需要特别考虑近场效应 [10]，，尤其是在德拜长度与胶体尺寸相当时。否则，如果我们只从远场视角考察，系统似乎不存在任何能够引发定向运动的不对称性，因为离子通量是均匀的，因此在德拜区域之外的这一区域内，粒子周围形成的电场是对称的。因此，在远场极限下，人们会得出结论：粒子的速度趋于零，无法实现自推进。相反，我们在此发现，当体相离子浓度使德拜长度与纳米级颗粒的尺寸相当时，颗粒可以实现显著的自推进速度，达到 μm/s 或更高，具体取决于离子通量和表面电荷的大小。这种运动的基础可以通过考察与流体动力学耦合的近场静电效应来理解。我们发现，非均匀的表面电荷密度会产生不对称的静电势和电场，如图 2(c) 所示。除均匀的扩散通量外，这还会形成不对称的电化学通量；因此，两者相互竞争所产生的净效应会导致粒子周围的离子分布不均匀，例如图 2(d) 所示的正离子分布。这种诱发的离子梯度会在粒子附近产生扩散泳流，从而引发自推进 [2, 4, 5]。与仅由不对称离子通量 [11, 12]，产生的推进不同，表面电荷的不对称性提供了一种替代且额外的机制，可通过形成局部浓度梯度来介导自扩散泳运动。

接下来，我们探究将表面电荷不对称性与离子通量不对称性相结合对泳动速度的影响。首先，我们采用有限元模拟，对不同表面电荷和离子通量构型下Janus胶体的泳动速度进行数值计算。具体而言，我们考察四种

不同的Janus表面电荷和离子通量不对称情形，如图3所示：(i)“均匀电荷、Janus通量”，其中整个球体上的表面电荷密度保持恒定，而离子通量在一个半球上为有限值、在另一个半球上为零；(ii)“Janus电荷、均匀通量”，其中整个球体上的离子通量保持恒定，而表面电荷密度在一个半球上为有限值、在另一个半球上为零；(iii)“Janus电荷、Janus通量、位于相对两侧”，其中一个半球上的表面电荷密度为有限值但离子通量为零，而在另一个半球上则相反；(iv)“Janus电荷、Janus通量、位于同侧”，其中表面电荷密度和离子通量在同一个半球上均为有限值，而在另一个半球上均为零。我们设置情形(i)–(iv)，使它们具有相同的I和Q。更具体地，对于情形(i)，均匀表面电荷和离子通量为$\sigma(\theta)=\sigma_0$；对于情形(ii)，则为$j(\theta)=j_0$。情形(i)、(iii)和(iv)中的Janus离子通量分别为$j(\theta)=2j_0$（对应$\theta\le\pi/2$）以及$j(\theta)=0$（对应$\theta>\pi/2$）。而情形(ii)和(iii)中的Janus表面电荷分别为$\sigma(\theta)=2\sigma_0$（对应$\theta\le\pi/2$）和$\sigma(\theta)=0$（对应$\theta>\pi/2$）；对于情形(iv)，二者则相反。

我们比较并对照情形 (iii) 和 (iv) 在不同体相离子浓度下相对于情形 (i) 和 (ii) 的相应泳动速度，以考察表面电荷与离子通量不对称性耦合所导致的泳动速度定量差异，并找出实现增强的自推进的最佳表面构型。我们发现，尺寸为 $\sim 10-100\,\mathrm{nm}$ 的纳米粒子在体相离子浓度为 $\lesssim 5-50\,\mathrm{mM}$ 的溶液中，其速度会随表面构型而变化。例如，根据以往研究 [11, 13]，采用估算值 $I\sim 10^7/\mathrm{s}$ 和 $Q\sim -10^2\,e$，我们发现，对于尺寸为 $R=20\,\mathrm{nm}$ 的粒子，在体相离子浓度为 $<1\,\mathrm{mM}$ 时，速度差异最高可达 $\sim 10\,\mu\mathrm{m/s}$ 甚至更高（见图 3）。尤其是，我们发现情形 (iii) 产生的速度最大；当 $\kappa R\lesssim 1$ 时，其速度显著高于情形 (i) 和 (ii)。在这种情形下，我们获得了最优的高速度：在极低体相浓度 $\lessapprox 0.01\mathrm{mM}$ 下，速度可达 $\gtrapprox 30\ \mu\mathrm{m/s}$；而在高得多的体相浓度 $\approx 10\ \mathrm{mM}$ 下，速度仍可维持在 $\approx 1\ \mu\mathrm{m/s}$。相比之下，情形 (iv) 的速度很低，且随着体相浓度升高仅略有增加（见图 3）。综上所述，这表明，当粒径小于或接近德拜长度时，表面电荷与离子通量的排列等表面性质至关重要。

在情形 (iii) 和 (iv) 中，由表面电荷与离子通量耦合导致的泳动速度变化，可通过基于 DH 一阶近似、估算相对于情形 (i) 的泳动速度比，并考察诱导流体流动的差异来实现解析估算。在情形 (i) 中，先前的研究 [11–13] 已表明，可使用离子通量 $j(\theta)=j_0(1+\cos\theta)$ 求得一阶泳动速度，因为该通量计入了 Janus通量的一阶单极和偶极贡献。下文中，我们采用这一近似估算情形 (i) 下的速度；类似地，对于情形 (ii) 中的 Janus表面电荷，我们采用式 (7) 作为速度。我们发现，在忽略较小的大小规律时，

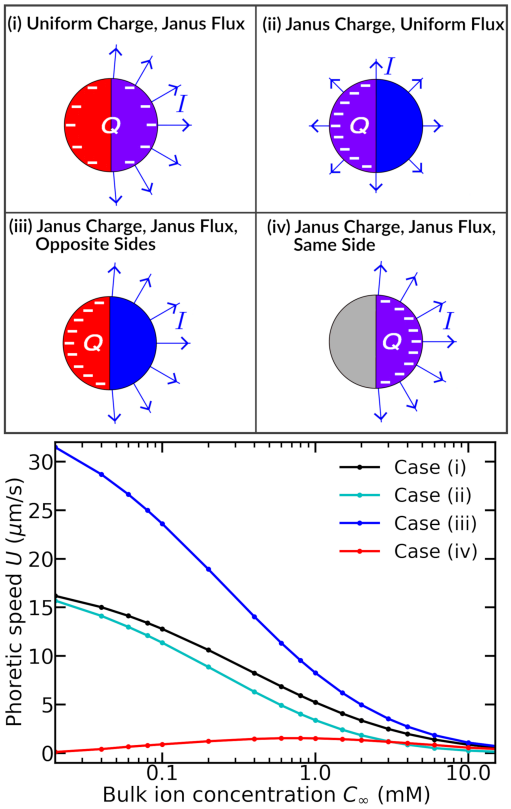

图3. Janus纳米颗粒增强的自推进。Janus表面电荷和离子通量构型 (i)–(iv) 的示意图，如正文所述，均具有离子释放净速率 I 和净负电荷 Q （上图）。对于情况 (i)–(iv)，使用有限元模拟在 *COMSOL Multiphysics* [25],中计算得到的相应扩散泳速度U随体相离子浓度 C_∞的变化（下图）。此处取$I\approx 6\times 10^6/\mathrm{s}$ 和 $Q\approx -60e$，其中$R=20\,\mathrm{nm}$、$D_+=1.98\times 10^{-9}\,\mathrm{m^2/s}$ 和 $D_-=5.27\times 10^{-9}\,\mathrm{m^2/s}$。

交叉项，情形 (iii) 和 (iv) 的速度可估算为情形 (i) 和 (ii) 速度的线性组合，并表示如下。

$$U_{(\mathrm{iii})}\approx(1+\Delta(\kappa R))U_{(\mathrm{i})}\,,\qquad U_{(\mathrm{iv})}\approx(1-\Delta(\kappa R))U_{(\mathrm{i})}\,,\qquad (9)$$

其中 $\Delta(x)=2(x+1)/(x^2+2x+2)$，使得 $0\le\Delta(\kappa R)\le 1$。这些解析预测与图 4(a) 所示通过有限元模拟获得的数值结果一致，捕捉到了情形 (iii) 和 (iv) 中的增强效应和减弱效应，并分别导致速度发生相应变化。情形 (iii)（情形 (iv)）具有相互对齐（相互抵消）的主导速度贡献，从而增强（减弱）速度；与情形 (i) 或 (ii) 相比，速度最多可提高至两倍。此外，图 4(b) 和 4(c) 分别展示了情形 (iii) 和 (iv) 下粒子静止参考系中的流体流动。在这里，我们发现，在粒子周围从运动前端向尾端移动时，情形 (iv) 中流体速度增加，而情形 (iv) 中则降低。这表明，离子通量与表面电荷之间的相互作用产生了增强效应和减弱效应，引导粒子周围的流体流动，从而分别在相应情形下诱导更快和更慢的自推进。

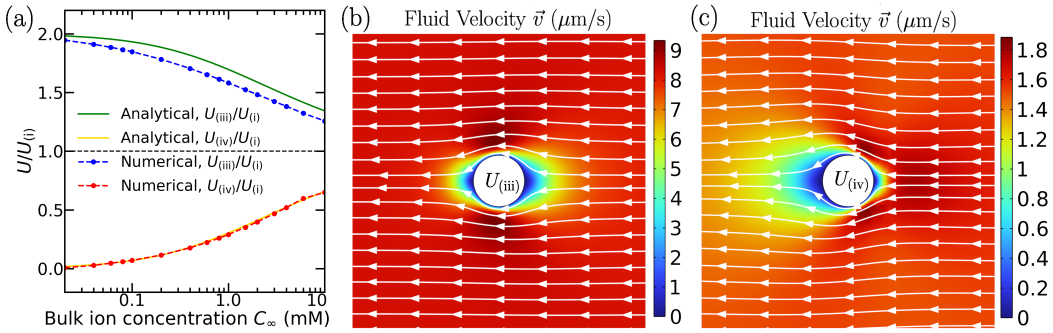

图4. 表面电荷与离子通量不对称性耦合作用引起的泳动速度变化。(a) 对于情形（iii）和（iv），相对于情形（i）的泳动速度比值 $U/U_{(i)}$ 随体相浓度C_∞ 的变化关系，其中泳动速度比值由解析估算和数值计算得到。解析估算采用公式（9），数值结果取自图3。(b) 情形（iii）和（c）情形（iv）下，粒子静止参考系中流体速度大小及流线的模拟结果，分别通过颜色映射和场线表示，模拟采用*COMSOL Multiphysics* [25]，，两种情形均对应$C_\infty = 1$ nM。所有面板中，均采用$I \approx 6 \times 10^6$/s 和 $Q \approx -60e$，其中$R = 20$ nm、$D_+ = 1.98 \times 10^{-9}$ m^2/s 和$D_- = 5.27 \times 10^{-9}$ m^2/s。

在本信中，我们发现，化学活性胶体中的表面电荷不对称性提供了一种替代性且额外的机制，通过该机制可产生局部离子梯度，从而诱导自推进。我们表明，在胶体尺寸小于或可比于德拜长度的情况下，近场静电学和流体动力学在促进由表面电荷不对称性独特产生的自扩散泳运动方面发挥着关键作用，即使表面上的离子通量是均匀的。Janus纳米颗粒中表面电荷与离子通量不对称性的耦合——非零表面电荷和离子通量分别位于相对的半球上——会导致显著增强的泳动速度，达到 μ米/秒或更高。综上所述，我们的结果表明，离子介质中存在一种新的泳动自推进模式，可用于纳米马达的设计；此外，这些结果还为具有异质表面活性的纳米尺度区室进行亚细胞运输背后的潜在机制提供了洞见。

本研究得到美国能源部（DOE）基础能源科学办公室的支持，合同编号为 DE-FG02-08ER46539。M.O.d.l.C. 感谢 Sherman Fairchild基金会提供计算支持。

[1] D. Bray, 《从分子到运动》, 第2版（Garland Science, 2000）; E. Lauga 和 T. R. Powers, 《物理学进展报告》**72**, 096601（2009）。[2] J. L. Moran 和 J. D. Posner, 《流体力学年度评论》**49**, 511（2017）。[3] W. Gao 和 J. Wang, 《纳米尺度》**6**, 10486（2014）; L. Soler 和 S. S´anchez, 同上。**6**, 7175（2014）。[4] J. L. Anderson, 《流体力学年度评论》**21**, 61（1989）。[5] D. Velegol、A. Garg、R. Guha、A. Kar 和 M. Kumar, 《软物质》**12**, 4686（2016）。[6] M. C. Marchetti、J. F. Joanny、S. Ramaswamy、T. B. Liverpool、J. Prost、M. Rao 和 R. A. Simha, 《现代物理评论》**85**, 1143（2013）。

[7] P. Illien, R. Golestanian, and A. Sen, 《化学学会评论》46, 5508 (2017).[8] R. Golestanian, T. B. Liverpool, and A. Ajdari, 《物理评论快报》94, 220801 (2005); 《新物理学杂志》9, 126 (2007). [9] J. Zhang, B. A. Grzybowski, and S. Granick, 《朗缪尔》33, 6964 2017( ). [10] C. Zhou, H. P. Zhang, J. Tang, and W. Wang, 《朗缪尔》34, 3289 2018( ). [11] M. De Corato, X. Arqu´e, T. Pati˜no, M. Arroyo, S. S´anchez, and I. Pagonabarraga, 《物理评论快报》124, 108001 (2020). [12] E. S. Asmolov, T. V. Nizkaya, and O. I. Vinogradova, 《物理流体》34, 032011 (2022). [13] A. T. Brown, W. C. K. Poon, C. Holm, and J. de Graaf, 《软物质》13, 1200 (2017). [14] S. Hermanov´a and M. Pumera, 《欧洲化学杂志》26, 11085 (2020 ¨ **30**,); 1703660 2018 M. Safdar, S. U. Khan, and J. Janis, 《先进材料》( ). [15] J. L. Moran and J. D. Posner, 《流体力学杂志》680, 31–66 (2011). [16] M. Sutter, M. R. Melnicki, F. Schulz, T. Woyke, and C. A. Kerfeld, 《自然·通讯》12, 3809 (2021). [17] C. A. Kerfeld, M. R. Sawaya, S. Tanaka, C. V. Nguyen, M. Phillips, M. Beeby, and T. O. Yeates, 《科学》309, 936 (2005). [18] M. Sommer, F. Cai, M. Melnicki, and C. A. Kerfeld, 《实验植物学杂志》68, 3841 (2017); M. Sutter, T. G. Laughlin, N. B. Sloan, D. Serwas, K. M. Davies, and C. A. Kerfeld, 《植物生理学》181, 1050 2019( ). [19] I. Santiago, 《纳米今日》19, 11 (2018); T.-C. Lee, M. Alarc´on-Correa, C. Miksch, K. Hahn, J. G. Gibbs, and P. Fischer, 《纳米快报》14, 2407 (2014). [20] B. Ramm, A. Goychuk, A. Khmelinskaia, P. Blumhardt, H. Eto, K. A. Ganzinger, E. Frey, and P. Schwille, 《自然·物理》17, 850 (2021); R. P. Sear, 《物理评论快报》122, 128101 (2019). [21] E. Yariv, 《英国皇家学会会刊A辑》467, 1645 (2011). [22] J. Happel and H. Brenner, 低雷诺数流体动力学（施普林格·荷兰, 1983）; H. A. Stone and A. D. T. Samuel, 《物理评论快报》77, 4102 (1996). [23] H. Masoud and H. A. Stone, 《流体力学杂志》879, P1 (2019). [24] L. Landau and E. Lifshitz, 流体力学, 第2版（Pergamon, 1987）。[25] COMSOL Multiphysics v. 6.0. COMSOL AB, 斯德哥尔摩, 瑞典。www.comsol.com。