arXiv:2305.01298v1 [physics.flu-dyn] 2 May 2023

高速湍流边界层中热传递与马赫数效应的评估

2023年5月3日

Michele Cogo[1] ，Umberto Baù[2], Mauro Chinappi[3], Matteo Bernardini[4], 和 Francesco Picano[1, 5]

[1]“朱塞佩·哥伦布”大学空间研究与活动中心，威尼斯路15号，35131 帕多瓦，意大利，michele.cogo.1@phd.unipd.it[2]维也纳工业大学流体力学与热传递研究所，1060 维也纳，奥地利[3]罗马第二大学工业工程系，via del Politecnico 1，00133 罗马，意大利[4]罗马智慧大学机械与航空航天工程系，via Eudossiana 18，00184 罗马，意大利[5]帕多瓦大学工业工程系，威尼斯路1号，35131 帕多瓦，意大利

摘要

高速飞行器所处的环境极具挑战性，自由来流马赫数和表面温度会显著影响气动阻力和热传递。这两个参数相互作用，以复杂的方式强烈影响高速湍流边界层的近壁动力学，从而打破了通常针对绝热情形推导出的速度场和温度场相似性理论。本文通过直接数值模拟，研究了平板零压力梯度湍流边界层，涵盖三种自由来流马赫数 [2,4,6] 和四种壁面温度条件（从绝热壁到极冷壁），并着重采用非绝热参数 Θ [Zhang 等人 2014] 提出的方法，以恢复不同马赫数下相似的流动组织结构。我们将对流动模式的定性观察与一阶和二阶统计量联系起来，以解释在壁面温度降低、马赫数较高时出现的温度—速度脉动强烈解耦现象。对于这些情形，我们发现近壁区的平均温度梯度可能强到足以促使黏性底层内形成次级热产生峰值，这与绝热剖面的单调变化特征形成鲜明对比。我们提出了由壁面冷却和可压缩性引发的不同物理机制，它们会导致某些流动特征看似相似，例如更高的流向速度湍流强度峰值；同时也会产生明显差异，例如湍流尺度的分离。

1 引言

高可压缩性湍流边界层的研究对于高速湍流研究至关重要。可压缩性通过影响热力学量的平均场和脉动场作用于流动，而这些量又与动量相耦合，促进动能场与热场之间的能量交换。这给阻力和壁面热传递的预测带来了诸多困难，随着速度不断提高，工程设计也变得愈发困难。

近几十年来，人们对超声速湍流边界层进行了广泛研究，并将其与相同雷诺数下的可压缩对应流动进行比较，主要关注阻力预测，例如 Bernardini 和 Pirozzoli [2011a], Wenzel 等人 [2018], Duan et al. [2011]。事实上，在超声速条件下，出于实际考虑，壁面温度可视为非常接近流动的恢复温度，这意味着壁面处的热交换非常微弱。恢复温度表示流动以非等熵方式减速至静止时所达到的温度，其定义为

$$T_r = T_\infty \left(1 + r\frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right), \tag{1}$$

其中 $r = Pr^{1/3}$ 恢复因子为 [Zhang 等人， 2018], 其中 Pr 为普朗特数。然而，在高超声速边界层中，恢复温度非常高，因此壁面温度通常较低 [Urzay 和 Di Renzo, 2021], 从而产生大量流向壁面的热通量。这与马赫数共同影响流动动力学，增加了在建立理论关系和降阶模型时必须考虑的物理效应。

人们重新关注高超声速飞行，加之计算技术的进步使直接数值模拟更易实现，这引发了对这些问题的关注，例如 Zhang 等人 [2018], Wenzel 等人 [2022], 但人们仍未充分理解不同流动参数各自的影响。

应用于可压缩流的理论关系框架，旨在通过考虑密度和黏度等平均物性的变化，将可压缩流剖面映射到不可压缩参考上，从而描述平均速度和脉动场。将这些关系应用于平均速度场时，称为可压缩性变换。Van Driest 首先提出了这类变换 [1956], 其方法是考虑壁面法向速度剖面中的平均密度变化。近年来提出的众多关系中，Volpiani 等 [2020]和 Griffin 等 [2021]的方法尤为突出，即使在高马赫数下也能有效地使速度剖面重合。Volpiani 等 [2020] 采用兼具物理机制与数据驱动的方法来确定定义密度和黏度权重的最优参数；Griffin 等 [2021]则以总应力方程为依据，允许对黏性底层和对数层分别作出假设。

人们还推导出了描述动能场与热场相互作用的理论关系，这种关系通常称为强雷诺类比（SRA）。该理论最初由

Morkovin 提出 [1962], SRA 基于动量方程与总焓方程之间的相似性建立了一个理论框架，据此可以推断速度与总焓之间存在直接比例关系。在更严格的壁面绝热性条件下，可以推导出一组耦合速度与温度的关系，适用于平均场和脉动场；在这些关系中，温度表现得类似于被动标量场。

这些关系已在不同马赫数下的绝热湍流边界层中得到广泛验证，例如 Bernardini 和 Pirozzoli [2011a],Wenzel 等人 [2018], ；然而，在高超声速速度下（$M_\infty > 5$），开始出现差异 [Zhang 等人， 2018]。近期，研究者提出了考虑非绝热壁面的 SRA 扩展（例如 Zhang 等人 [2014]），并在不同流动条件下取得了有希望的结果，即使存在热化学效应也是如此 [Passiatore 等人，2021、2022，Di Renzo 和 Urzay， 2021]。

冷壁会使近壁处的平均温度梯度符号发生改变，从而影响温度脉动的生成；这可能导致速度场和温度场之间的相似性严重降低，而这种相似性是 SRA 的基本组成部分。湍流结构的瞬时快照清楚地展现了这一点 [Cogo 等人，2022，Zhang 等人， 2022]。不过，这些研究也指出，在壁面温度与恢复温度之比固定时，对比马赫数不同的工况 T_w/T_r （< 1），会发现温度脉动的近壁动力学存在很大差异：高马赫数下的冷壁工况似乎比低马赫数下的对应工况“更接近绝热” M_∞ M_∞ 。近期，研究者还提出了其他壁面温度条件定义，例如埃克特数 $Ec = (\gamma - 1) M_\infty^2 T_\infty / (T_r - T_w)$ [Wenzel 等人， 2022]，以及非绝热参数 $\Theta = (T_w - T_\infty) / (T_r - T_\infty)$ [Zhang 等人， 2014],；这些定义能够考虑马赫数对壁面温度条件的间接影响。尽管在将可压缩性和热传递的影响纳入这些关系方面已有进展，但二者各自的影响仍未得到充分理解。在某些机制中，例如湍动能的重新分配，可压缩性效应（由马赫数增加引起）可能与壁面温度条件变化产生相似影响，反之亦然；但在其他方面，例如湍流尺度分离，二者的相对作用仍不明确 [Duan 和 Martin， 2011], 。关于这一点，研究表明，壁面冷却能够减小高超声速流动中大尺度与小尺度湍流之间的分离 [Huang 等人， 2022]; 但马赫数的具体作用仍有争议。此外，研究表明，壁面冷却在调节近壁区能量交换方面起主导作用 [Huang 等人，2022，Fan 等人， 2022], ，但马赫数的影响仍不明确。这些研究者及其他作者都指出，需要开展更多计算，以确定二者各自的影响。

本研究旨在揭示可压缩性效应与壁面冷却效应之间相似与差异的物理机制。为实现这一目标，我们计算了一个包含 12 个零压梯度湍流边界层直接数值模拟的数据库，在固定摩擦雷诺数（$Re_\tau = 443$）的同时，涵盖三个马赫数 $M_\infty = [2, 4, 6]$ 和四个非绝热参数 $\Theta = [0。25，0。5，0。75，1。0]$, ，范围从极冷壁面（$\Theta = 0。25$）到绝热情形（$\Theta = 1$）。本文对该数据库进行讨论，旨在将其用于简化模型的开发。

具有强热通量的高速壁湍流。

本文其余部分的组织如下。第 §2节概述了数值方法和模拟设置的详细信息。第 §3节对瞬时速度场和温度场进行了总体可视化，描述了马赫数和壁面温度条件分别对流动动力学和湍流结构的影响。随后，第 §4节给出了平均速度和温度的一阶统计量，并比较了不同的 SRA公式。最后，第 §5节介绍了二阶统计量，重点关注壁面冷却对热产生的影响及其对速度-温度相关性的意义。

2 模拟参数和计算设置

针对黏性导热气体，对三维可压缩纳维-斯托克斯方程进行数值求解

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho E u_j + p u_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial (\sigma_{ij} u_i - q_j)}{\partial x_j} &= 0, \end{aligned} \tag{2}$$

其中， ρ 表示密度， u_i 表示th笛卡尔方向上的速度分量（$i = 1,\ 2,\ 3$），p 表示热力学压力， $E = c_v T + u_i u_i/2$表示单位质量的总能量，并且

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \qquad q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \tag{3}$$

分别表示黏性应力张量和热通量矢量。假设分子黏度 μ 遵循 Sutherland 定律

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{1/2} \frac{1 + C/T_\infty}{1 + C/T}, \tag{4}$$

分别为 $C = 110.4$ K 和 $T_\infty = 220.0$ K，代表平流层中的典型条件。热导率 k 与黏度的关系为 $k = c_p \mu / Pr$，其中 c_p为定压比热，普朗特数为 $Pr = 0.72$。热力学变量通过量热完全气体的状态方程相互关联。对于 $M_\infty = 6$条件下的算例，也采用了这一假设；经验证，引入随温度变化的比热 $c_p = f(T)$ 后，各项统计量的差异可以忽略不计。此外，根据 Passiatore 等人的观察，当前数据库中也不会出现气体解离效应 $C = 110$；他们发现，在 条件下气体解离效应可以忽略（我们施加的最高值为 ，对应 $T_\infty = 220$）。

采用笛卡尔网格和自编代码 STREAmS 求解控制方程组 [Bernardini 等人, 2021, 2023], 。该代码已在多种典型构型中得到广泛验证 [Bernardini 等人，2011, Bernardini 和 Pirozzoli，2011b，Cogo 等人， 2022]。在无激波区域，采用高阶保能格式离散对流项；当 Ducros 传感器识别出激波时，则采用高阶激波捕捉格式（WENO） [Ducros 等人， 1999]。扩散项采用局部守恒形式离散 [De Vanna 等人, 2021], ，并展开为拉普拉斯算子，以确保所有已解析波长上均存在有限的分子耗散。求解器利用 CUDA Fortran 范式发挥多 GPU 架构的优势。计算域为长方体，尺寸为 $L_x = 100\,\delta_{in}$、 $L_y = 15\,\delta_{in}$、 $L_z = 9\,\delta_{in}$；其中 δ_{in} 为入口站点处的边界层厚度，以自由流速度的 99% 为基准 u_∞（其他站点的对应厚度记为 δ_{99}）。所有算例在各空间方向上使用的计算点数分别为 $N_x = 5120$、 $N_y = 320$ 和 $N_z = 512$。展向采用周期性边界条件，出口和顶部采用纯非反射边界条件，底壁采用非定常特征边界条件 [Poinsot 和 Lele， 1992], 并施加等温壁面温度条件。入口处采用循环-缩放程序 [Pirozzoli 等人， 2010]，以达到充分发展状态。循环站点距入口 $80\,\delta_{in}$ ，从而确保循环站点与入口平面之间的脉动完全去相关 [Morgan 等人， 2011]。

表1总结了每次计算的流动条件和网格分辨率，其中 M_∞ 为自由来流马赫数，Re_τ 为摩擦雷诺数，其定义为边界层厚度 δ_{99} 与黏性长度尺度 $\delta_\nu = \nu_w/u_\tau$之比，其中 $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho_w}$ 为摩擦速度， τ_w 为平均壁面剪切应力， ν_w 为壁面处的运动黏度。$\Delta x^+ = \Delta x/\delta_\nu$ 和 $\Delta z^+ = \Delta z/\delta_\nu$ 分别为流向和展向的均匀网格间距， $\Delta y^+ = \Delta y/\delta_\nu$ 表示壁法向的非均匀网格间距（报告了壁面处和边缘处的数值）。在壁法向方向上，采用了 Pirozzoli 等人提出的拉伸函数 [2010] ，该函数能够使网格点数随雷诺数实现更有利的缩放。此外，该函数具有这样的自然特性：在壁面层外部区域，以局部柯尔莫哥洛夫长度尺度 η 计，分辨率恰好保持恒定，同时维持近壁区域的均匀间距。当前数据库共包含12次模拟，涵盖三种马赫数$M_\infty = [2, 4, 6]$ 和四个非绝热参数 $\Theta = [0。25、0.5、0.75、1.0]$（见表1）。如前文所述，壁面温度条件的定义方式对于将其影响与马赫数效应区分开来至关重要。然而，不可能采用一种使T_w 不成为 T_r 的函数（而 T_r 又是 M_∞的二次函数）的定义方式，因为 T_r 是在绝热条件下壁面达到的数值（$T_w = T_r$）。因此，合适参数的目标并不是独立于 M_∞，而是将其纳入其中，从而实现“不同情况下具有相同的积分行为，无论这种变化是由马赫数变化还是壁面温度变化引起的

Run	M_∞	Re_τ	Θ	T_w/T_r	Ec	Δx^+	$\Delta y^+_{w,\ edge}$	Δz^+
M2T025	2.00	436 – 579	0.25	0.69	2.975	4.51	0.71-4.64	4.07
M2T050	2.00	427 – 564	0.5	0.79	4.463	4.52	0.71-4.64	4.07
M2T075	2.00	424 – 561	0.75	0.9	8.926	4.53	0.71-4.65	4.08
M2T100	2.00	415 – 584	1.0	1.0	∞	4.52	0.71-4.64	4.07
M4T025	4.00	404 – 535	0.25	0.44	2.975	4.36	0.68-4.52	3.93
M4T050	4.00	391 – 521	0.5	0.63	4.463	4.38	0.68-4.53	3.94
M4T075	4.00	379 – 507	0.75	0.81	8.926	4.37	0.68-4.53	3.94
M4T100	4.00	371 – 494	1.0	1.0.	∞	4.38	0.68-4.53	3.95
M6T025	6.00	376 – 500	0.25	0.35	2.975	4.24	0.66-4.42	3.82
M6T050	6.00	351 – 470	0.5	0.57	4.463	4.21	0.66-4.40	3.80
M6T075	6.00	343 – 462	0.75	0.78	8.926	4.24	0.66-4.43	3.83
M6T100	6.00	337 – 451	1.0	1.0	∞	4.26	0.67-4.44	3.84

表 1. 直接数值模拟研究的参数汇总。根据表中所选站点，网格间距以壁面单位表示2。 Δy^+_w 和 Δy^+_{edge} 分别表示壁面处和边界层边缘处的壁面法向间距。 Re_τ 的范围代表边界层厚度沿 x方向的统计增长。

变化” [Wenzel 等人， 2022]。Wenzel 等人 [2022]据此认为，埃克特数 $Ec=(\gamma-1)M_\infty^2 T_\infty/(T_r-T_w)$比传统的$T_w/T_r$ 比值更为合适。事实证明，埃克特数与 Zhang 等人提出的非绝热参数$\Theta=(T_w-T_\infty)/(T_r-T_\infty)$直接相关，因为可以证明 $Ec=2/[r(1-\Theta)]$。与传统比值 T_w/T_r相比，该参数更清楚地体现了改进之处，表明需要从 T_w 和 T_r 中同时减去 T_∞ ，以便只比较流动恢复静止时所恢复的 ΔT ，因为只有这一部分会导致动能与内能交换。在本研究中，鉴于其简洁性，我们选择使用非绝热参数 Θ而不是 Ec ，但也在表2中报告了后者。表2总结了在选定位置处的边界层参数，湍流统计量将在这些位置进行收集。

在整个研究中，我们使用符号 u、 v和 w 表示流向、壁面法向和展向速度分量；任何变量的分解均¯采用标准雷诺分解（$f=f+f'$）或密度加权（Favre）表示（$f=\tilde{f}+f''$），其中 $\tilde{f}=\rho f/\bar{\rho}$。此处,—平均值通过多个样本并沿周期方向 z计算。

站点	Re_τ	Re_θ	$Re_{\delta 2}$	Re_τ^*	δ^*/δ	θ/δ	H	$-B_q(\cdot 10^{-2})$	$C_f(\cdot 10^{-3})$
M2T025	443	1179	1043	541	0.210	0.092	2.291	2.29	3.40
M2T050	443	1404	1155	645	0.224	0.088	2.528	1.34	3.16
M2T075	443	1613	1169	750	0.234	0.085	2.756	0.57	2.99
M2T100	443	1848	1239	856	0.246	0.083	2.979	0.08	2.79
M4T025	443	1607	1101	825	0.314	0.067	4.669	6.10	2.19
M4T050	443	2331	1267	1228	0.331	0.061	5.460	3.07	1.85
M4T075	443	3090	1429	1638	0.355	0.056	6.297	1.17	1.61
M4T100	443	3718	1530	2024	0.367	0.052	7.030	0.17	1.43
M6T025	443	2169	1156	1273	0.399	0.048	8.279	8.89	1.39
M6T050	443	3586	1449	2103	0.426	0.043	9.813	4.05	1.09
M6T075	443	4835	1629	2951	0.443	0.039	11.485	1.49	0.93
M6T100	443	5893	1764	3701	0.454	0.036	12.800	0.16	0.81

表2. 选定站点处平均的边界层特性。 $Re_\tau = \rho_w u_\tau \delta/\mu_w$;$Re_\theta = \rho_\infty u_\infty \theta/\mu_\infty$; $Re_{\delta_2} = \rho_\infty u_\infty \theta/\mu_w$; $Re_\tau^* = \sqrt{\rho_\infty \tau_w}\delta/\mu_\infty$; $H = \overline{\delta^*/\theta}$（$\delta^*$ 和 θ 分别为边界层位移厚度和动量厚度）。 $B_q = q_w/(\rho_w C_p u_\tau T_w)$和 $C_f = \tau_w/(1/2\rho_\infty u_\infty^2)$分别为无量纲壁面热传递 $q_w = -\bar{k}\ \partial\tilde{T}/\partial y$和壁面摩擦系数 $\tau_w = \bar{\mu}\ \partial\tilde{u}/\partial y$。

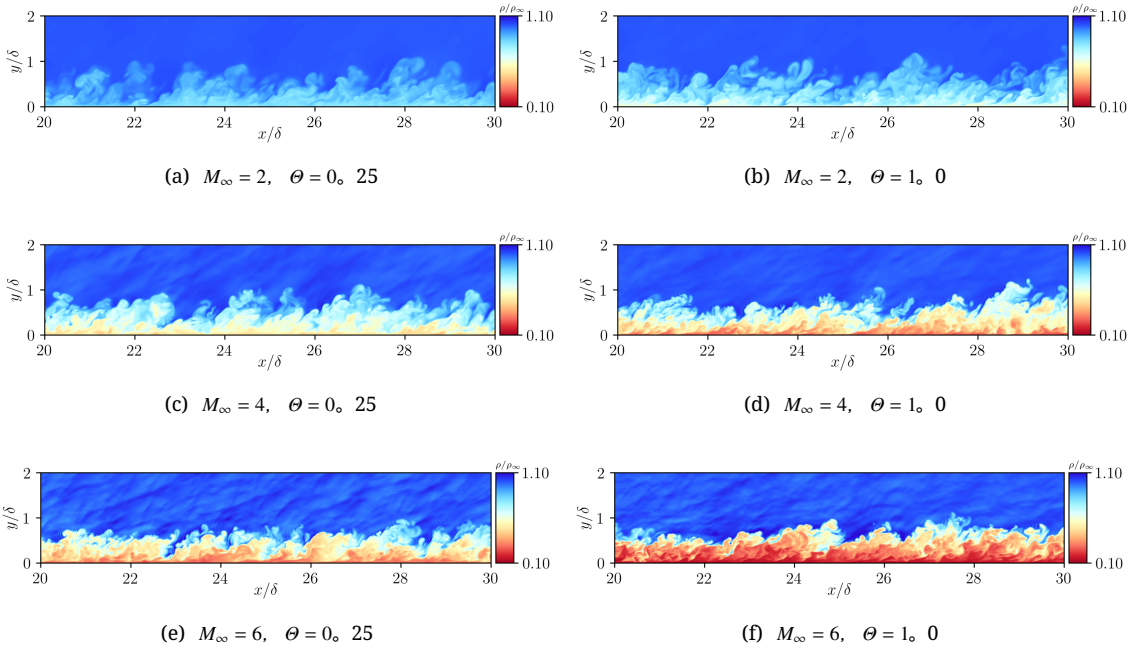


图 1. 壁法向切片（x-y 平面）中的瞬时密度，窗口大小为$\Delta x = 20\delta - 30\delta$，且 $\Delta y = 0\delta - 2\delta$。这里展示了所有马赫数，并根据壁面冷却情况选取了两个极端值（$\Theta = 0.25$ 和 $\Theta = 1.0$）。

3 瞬时可视化

为定性地突出流动中显现的特征，我们针对数据库中的每个马赫数，选取了壁面冷却条件下的两个极端案例： $\Theta = 0.25$ 和 $\Theta = 1.0$。图 1 展示了部分壁法向 x-y 平面，并以瞬时密度着色；密度的变化清楚地表明了可压缩性的程度。对于所有案例，马赫数的影响都十分明显：从上到下，密度最小值降低，边界层中产生并向远场传播的声学扰动总体水平升高。然而，较强的壁面冷却（较低的 Θ，图 1左列）会减弱这一影响，因为较低的壁面温度会使近壁区的密度场更高。

壁面冷却强度会显著影响速度脉动与温度脉动之间的耦合，尤其是在近壁区。图 2对此进行了直观展示，其中比较了位于约 $y^* \approx 10$处的平行于壁面的切片中的这些量，该位置代表黏性底层之后湍流活动开始增强的区域。这里， $y^* = y/\delta_{v,\ sL}$ 为半局部缩放壁法向坐标，其中 $\delta_{v,\ sL} = \bar{\nu}/\sqrt{\tau_w/\bar{\rho}}$。选取的 x-z 平面以表 1 中的选定站点为中心，覆盖范围为 $\Delta x^* = 4000$ 和 $\Delta z^* = 600$。速度脉动 $\sqrt{\bar{\rho}}u''/\sqrt{\tau_w}$ 根据 Morkovin 变换进行缩放 [Morkovin,

1962]（第 5.1 节中也采用），该变换通过考虑流动平均物性的变化，使不同马赫数和壁面温度下的情况能够进行比较。换言之，速度脉动按半局部摩擦速度$u_{\tau_{SL}} = \sqrt{\tau_w/\bar{\rho}}$进行缩放；与传统摩擦速度不同，它采用平均密度 $\bar{\rho}$ 而非壁面密度 ρ_w。温度脉动 $\bar{\rho}T''/(R\tau_w)$ 也以类似方式缩放。若假定 τ_w 是用于缩放压力脉动的适当参数，则可以用 $\tau_w/(R\bar{\rho})$ 来缩放温度（更多细节请参见第 5.2 节）。总体来看，所有工况的速度脉动均呈现近壁条带结构，这体现了近壁湍流自维持循环。各工况的强度数值相近。然而，温度脉动并未呈现这一结果：冷壁工况（$\Theta < 1$）的强度较低，细长条带结构明显破碎；与其绝热对应工况相比，其形态也更趋于各向同性。绝热工况则保持条带状结构，并与速度场呈现明显耦合。尽管后续章节将通过分析温度脉动和热生成剖面进一步讨论这一现象，但这些定性结果与 Wenzel 等人 [2022], 的论述一致：比较具有相同埃克特数（或非绝热参数 Θ）的流动时，壁面冷却所产生的总体影响预计也会表现出相同的行为。

4 平均流统计量

本节展示了表 2 中所列各站点处所选平均量（如速度和温度）的壁法向剖面。我们在可压缩性变换的框架下考察平均速度剖面。这类变换旨在将可压缩性效应纳入壁面约束流统计量，以恢复不可压缩行为。自 Van Driest 的开创性工作以来 [1951], , 已有多种关系式被提出，用于考虑平均流体物性（如密度和黏度）的变化。这些关系式可表示为映射函数 f_I 和 g_I，分别对应壁面距离 y_I 和平均速度 u_I，它们表示通过变换 I 得到的等效不可压缩分布：

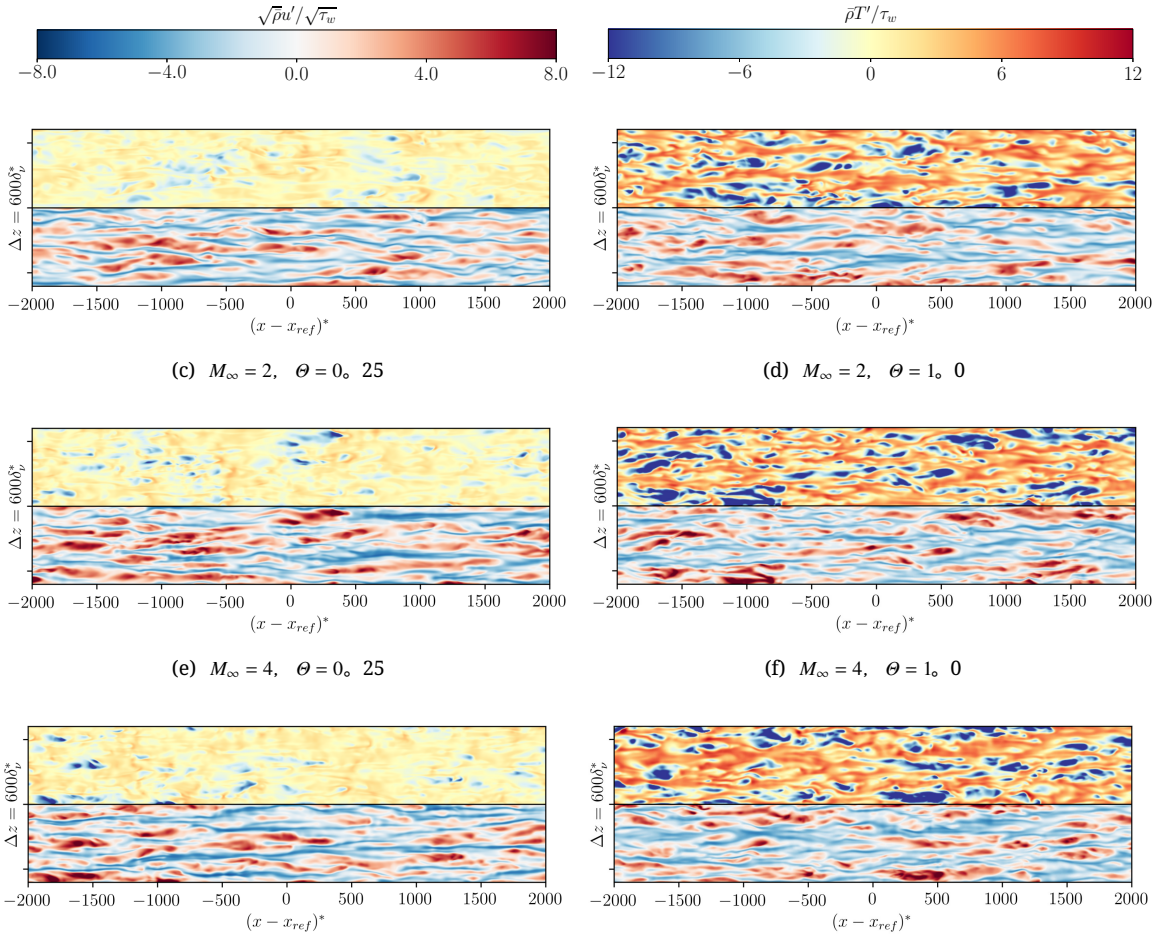
$$y_I = \int_0^y f_I dy, \qquad u_I = \int_0^{\tilde{u}} g_I d\tilde{u}. \tag{5}$$

表 3 给出了 f_I 和 g_I 在 Van Driest [1951] 变换与 Volpiani 等人近期提出的变换 [2020], 中的相对值；后者采用部分数据驱动的方法来推导映射指数。

相较之下，Griffin 等 [2021] 的变换基于总应力方程，其形式为：

$$\tau^+ = S_t^+ \left(\frac{\tau_v^+}{S_{TL}^+} + \frac{\tau_R^+}{S_{eq}^+} \right) \tag{6}$$

其中，τ_v^+和 τ_R^+ 分别为经缩放的黏性应力和雷诺剪切应力（两者之和等于τ^+），而 $S_{TL}^+ = \partial U_{TL}^+/\partial y^*$和 $S_{eq}^+ = \partial U_{eq}^+/\partial y^*$为广义无量纲平均量



(c) $M_\infty = 2,\ \Theta = 0.25$ (d) $M_\infty = 2,\ \Theta = 1.0$

(e) $M_\infty = 4,\ \Theta = 0.25$ (f) $M_\infty = 4,\ \Theta = 1.0$

(g) $M_\infty = 6,\ \Theta = 0.25$ (h) $M_\infty = 6, \Theta = 1.0$

图 2. 在 $y^* \approx 10$ 处选定的平行于壁面的切片（x-z 平面）中的温度脉动 $\bar{\rho}T'/\tau_w$（上）和流向速度脉动$\sqrt{\bar{\rho}}u'/\sqrt{\tau_w}$（下）。此处展示了所有马赫数，并选取壁面冷却程度的两个极端情况（$\Theta = 0.25$ 和 $\Theta = 1.0$）。其中，x_{ref} 是选定站点的流向位置。

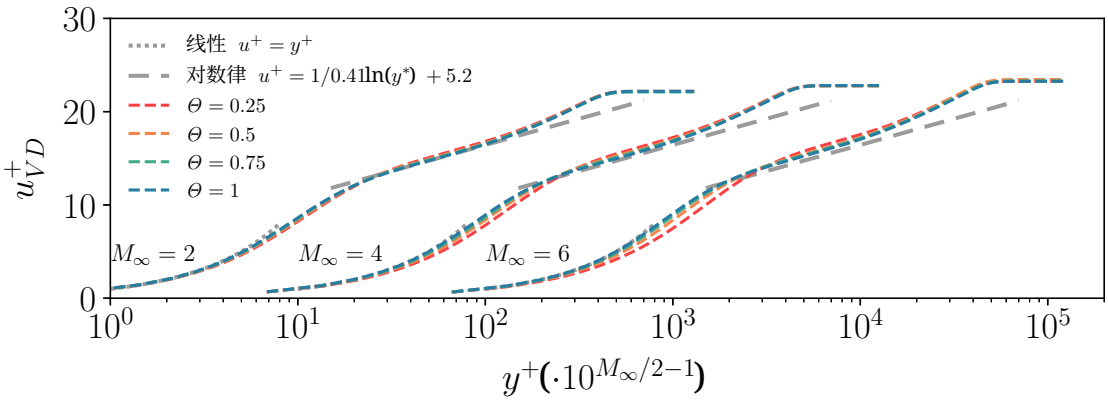
变换	壁面距离（f_I）	平均速度（g_I）
Van Driest [1951]	$f_{VD} = 1$	$g_{VD} = R^{1/2}$
Volpiani 等 [2020]	$f_{VI} = \frac{R^{1/2}}{M^{3/2}}$	$g_{VI} = \frac{R^{1/2}}{M^{1/2}}$

表 3. 根据公式（5），壁面距离和平均速度的可压缩性变换，其中 $R = \bar{\rho}/\bar{\rho}_w$ 和 $M = \bar{\mu}/\bar{\mu}_w$。

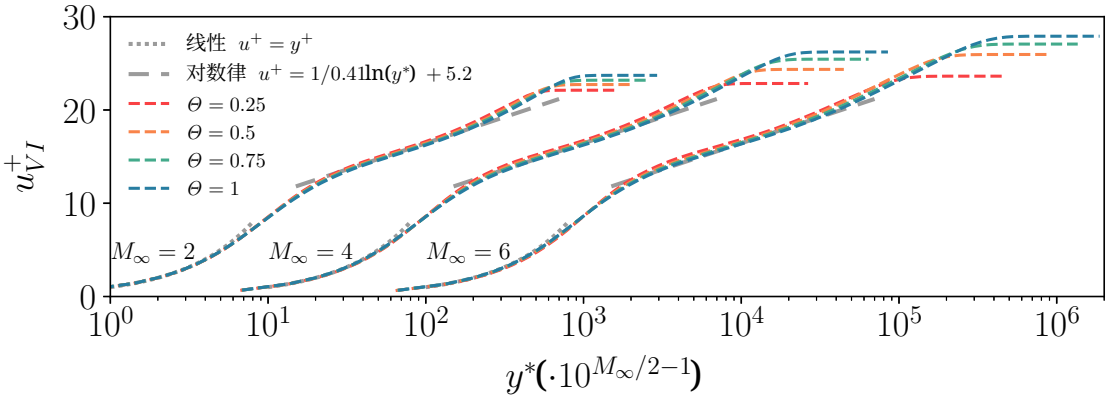
分别针对黏性区（下标 TL 表示采用了 Trettel 和 Larsson [2016] 速度变换）和对数层（下标 eq表示假设湍流处于准平衡状态）推导剪切应力。广义无量纲平均剪切率 $S_t^+ = \partial U_t^+/\partial y^*$ 是待求量，计算后可对其关于半局部壁法向坐标 y^*积分，从而得到变换后的速度 $u_{GR}^+ = \int S_t^+ dy^*$。

图 3 展示了按照 Van Driest 经典变换 [1951]（数十年来一直是标准方法，并广泛应用于壁面建模）以及 Volpiani 等提出的最新变换得到的缩放剖面。 [2020] 以及 Griffin 等提出的变换 [2021]。图 3(a)揭示了 Van Driest [1951] 缩放的主要不足：其准确性会受到马赫数增加和壁面冷却的影响。具体而言，在 $M_\infty = 4$，6 条件下，非绝热工况明显偏离壁面线性律；而随着可压缩性增强，即使是绝热工况也相对于对数律出现正向偏移。图3(b) 和 3(c)显示，所有剖面与壁面律的符合程度均大为改善，唯一的小幅偏差出现在高马赫数下极冷工况的对数层中。总体而言，我们的数据库支持 Volpiani 等提出的变换 [2020] 和 Griffin 等提出的变换 [2021]，证明了它们适用范围广泛。

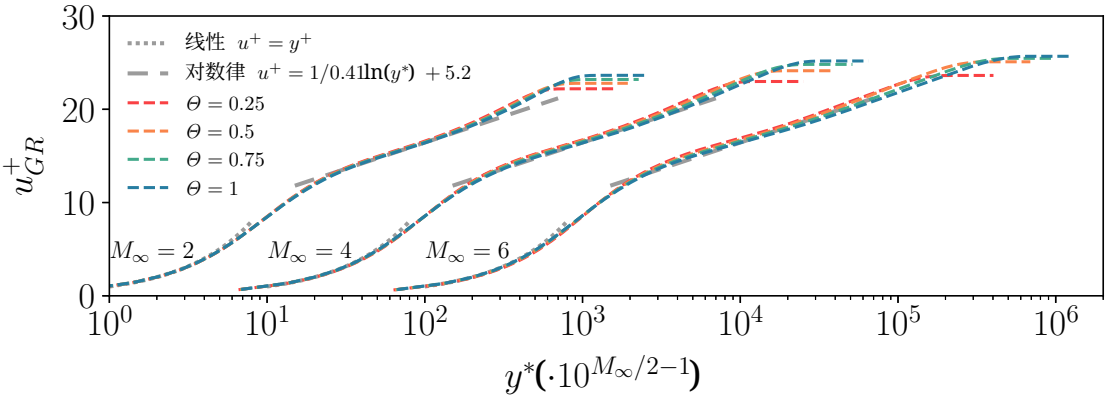
图 4(a) 至 4(e) 分别展示了整个边界层高度范围内以及近壁区的平均温度分布。特别是，后者采用壁面温度进行标度 T_w。如预期所示，绝热壁面温度随马赫数显著升高，而增强的壁面冷却（较低的 Θ）促使平均温度分布向较低的壁面温度（$T_w < T_r$）倾斜。这两个条件的共同作用使近壁区温度梯度的符号发生变化，从而适应低于恢复温度的壁面温度。因此会出现局部峰值，其突出程度和位置与气动加热现象直接相关，并在流动与固体边界之间产生净热通量。局部温度峰值在图4(b) 至 4(e) 中以点标出。马赫数增加会使非绝热情况下的梯度更强、峰值温度更高，从而增强气动加热。然而，峰值的壁法向位置似乎主要受变化 Θ的影响，而仅弱依赖于马赫数。图4(f)清楚地表明，随着壁面冷却增强，峰值位置逐渐远离壁面，并在高马赫数下出现轻微下移，正如预期。在第 §3节中所述，温度分布局部最大值的位置对温度脉动的生成具有重要影响，并影响其总体强度和空间组织结构（近壁条带结构的破碎）。实际上，从单调的绝热温度分布转变为局部峰值日益突出的平均温度分布，会阻碍有组织的温度条带结构形成；这些条带结构由热产生形成（见第 §5.2节）。



(a) Van Driest 等人



(b) Volpiani 等



(c) Griffin 等

图 3。 表 2 中所列站点的平均速度剖面，按照以下方法进行了缩放：(a) VanDriest[1951], (b) Volpiani 等 [2020] 和 (c) Griffin 等 [2021] 可压缩性变换。剖面沿 x 轴按照定律 $10^{M_\infty/2-1}$ 进行了平移，以便更好地比较。

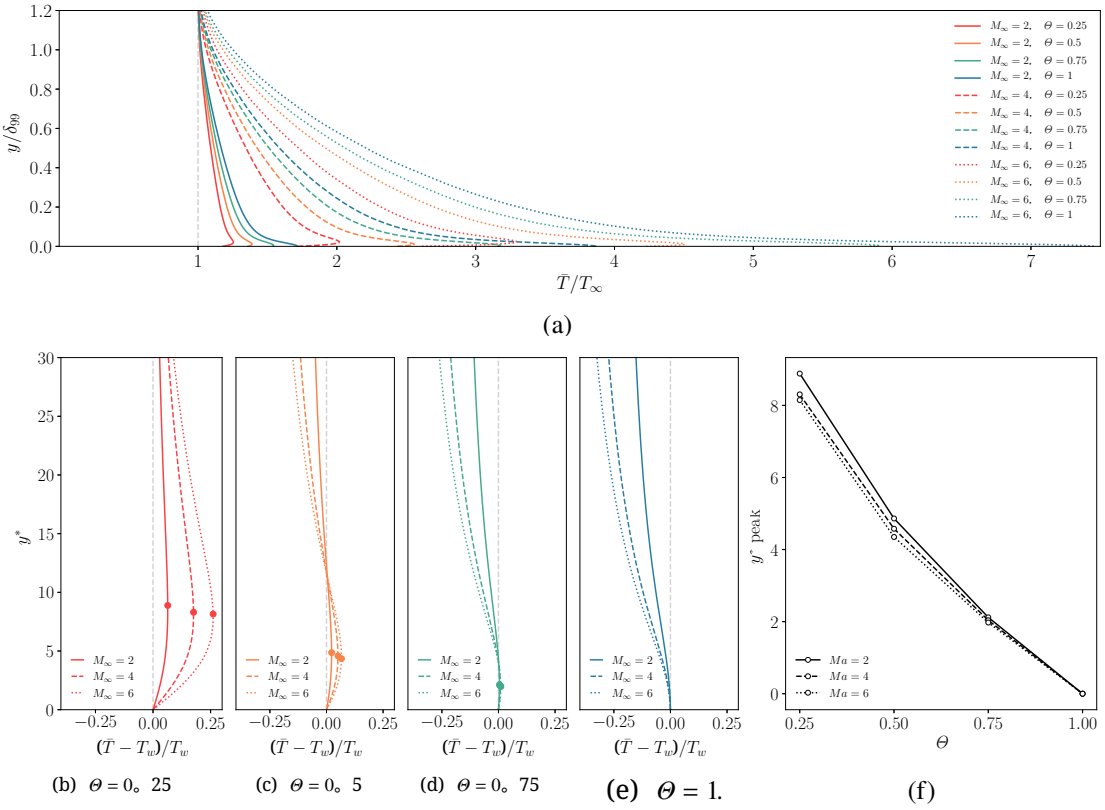
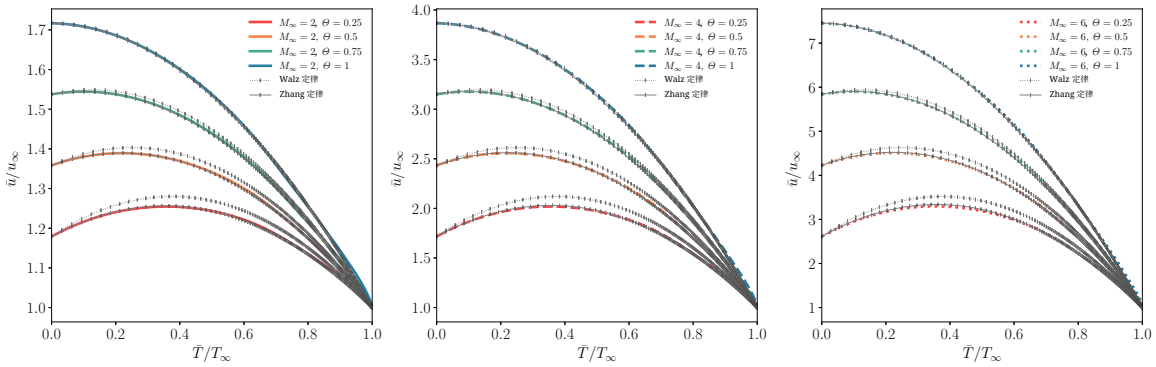


图4. 面板 (a)：表 1 中所有工况的平均温度分布，以壁法向坐标 y/δ_{99}为函数。面板 (b-c-d-e)：平均温度分布和相对峰值，以壁法向坐标 y^* 为尺度 T_w为函数。面板 (f)：平均温度峰值的壁法向位置，以壁面冷却 Θ参数为函数。



(a) $M_\infty = 2$ (b) $M_\infty = 4$ (c) $M_\infty = 6$

图 5. 与 Walz 经典定律对比的平均温度分布随平均速度的变化 [1969]（式（7））以及 Zhang 等人提出的修正关系 [2014] （式（8））。

4.1 雷诺类比

本节讨论平均场和脉动场中速度与温度之间的耦合关系。将直接数值模拟（DNS）的结果与 Walz 的经典关系进行比较 [1969]

$$\frac{\bar{T}}{T_\infty} = \frac{T_w}{T_\infty} + \frac{T_r - T_w}{T_\infty}\frac{\bar{u}}{U_\infty} + \frac{T_\infty - T_r}{T_\infty}\left(\frac{\bar{u}}{U_\infty}\right)^2 \tag{7}$$

以及 Zhang 等人的修正关系 [2014]

$$\frac{\bar{T}}{T_\infty} = \frac{T_w}{T_\infty} + \frac{T_{rg} - T_w}{T_\infty}\frac{\bar{u}}{U_\infty} + \frac{T_\infty - T_{rg}}{T_\infty}\left(\frac{\bar{u}}{U_\infty}\right)^2 \tag{8}$$

其中 $T_{rg} = T_\infty + r_g U_\infty^2/(2c_p)$ 和 $r_g = 2c_p(T_w - T_\infty)/U_\infty^2 - 2\,Pr\,q_w/(U_\infty \tau_w)$。

图 5 将关系式（7）和（8）与当前数据库进行了比较。正如预期的那样，Walz [1969] 关系式在壁面冷却增强时精度大幅下降，而 Zhang 等人 [2014] 的关系式在这些条件下表现更佳，只有在 M6T025 工况下出现了轻微偏差。然而，我们注意到，Walz [1969] 定律在高马赫数下的绝热工况中仍然非常准确，但无法正确捕捉壁面冷却效应。

出于工程设计的目的，鉴于r_g 取决于壁面温度 T_w 以及壁面热流 q_w 与壁面剪切应力 τ_w之比，因此其数值可能难以评估。根据 Zhang 等人 [2014], 的讨论，雷诺类比因子s 可以发挥作用，大大简化计算，因为r_g 可以改写为关于 s的表达式

$$r_g = r[sPr + (1 - sPr)\Theta] \tag{9}$$

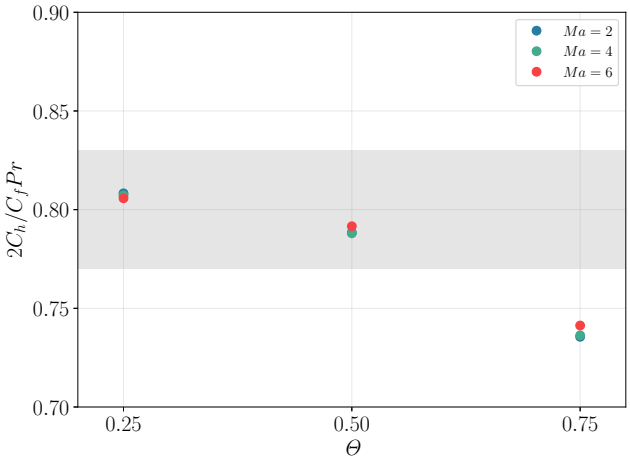


图 6. 不同马赫数下，雷诺类比因子 $s = 2C_h/C_fPr$ 随非绝热参数 Θ 的变化。灰色带表示 Zhang 等人 [2014] 对 0.8 ± 0.03 的数据拟合。

其中 s 定义为

$$s = \frac{2C_h}{C_f} = \frac{q_w u_\infty}{\tau_w c_p (T_w - T_r)} \tag{10}$$

其中， $C_f = \tau_w/(1/2\rho_\infty u_\infty^2)$ 为壁面摩擦系数， $C_h = q_w/(\rho_\infty u_\infty c_p(T_w - T_r))$ 为斯坦顿数。这种简化的依据是，若干作者 [Duan 等人、2010 年的 Zhang 等人 2014] 发现，项 sPr 是一个经验常数，其值约为 0.8 ± 0.03（Zhang 等人 [2014] 的数据拟合），适用于多种不同的流动情况。这意味着只需计算 T_w，即可求得 r_g。

图 6 展示了我们数据库中计算得到的 sPr 数值，与 Zhang 等人 [2014] 的拟合结果吻合良好。随着 Θ 增大，数值略有下降；值得注意的是，在给定 Θ 时，这些数值似乎与 M_∞无关。

图6 所报告的数据的平均值和标准差为0.78 ± 0.03，这与 [Zhang 等人， 2014]所报告的数值接近。通过将r_g 在方程（9）中近似为 sPr 的平均值，并将其与直接数值模拟数据进行比较，我们得到的最大误差为5%（对于 M6T025 工况），这对于工程应用而言可以认为是可接受的。

另一组重要的理论关系将热力学脉动场与运动学脉动场联系起来，即强雷诺类比（SRA）[Morkovin， 1962]。这些关系最初是在绝热条件下推导的，三条主要关系可表示为

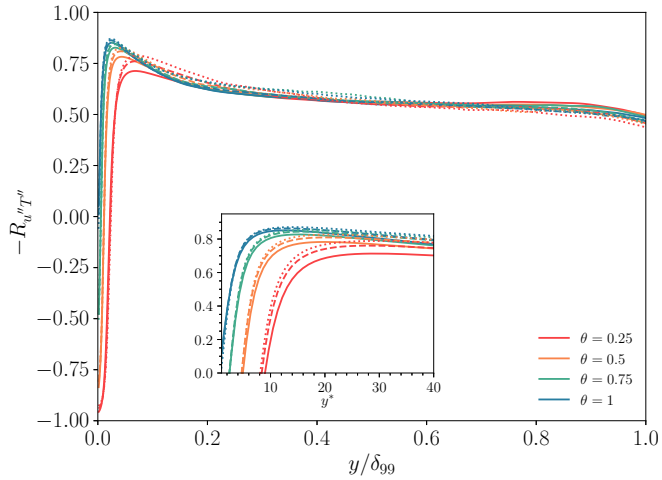
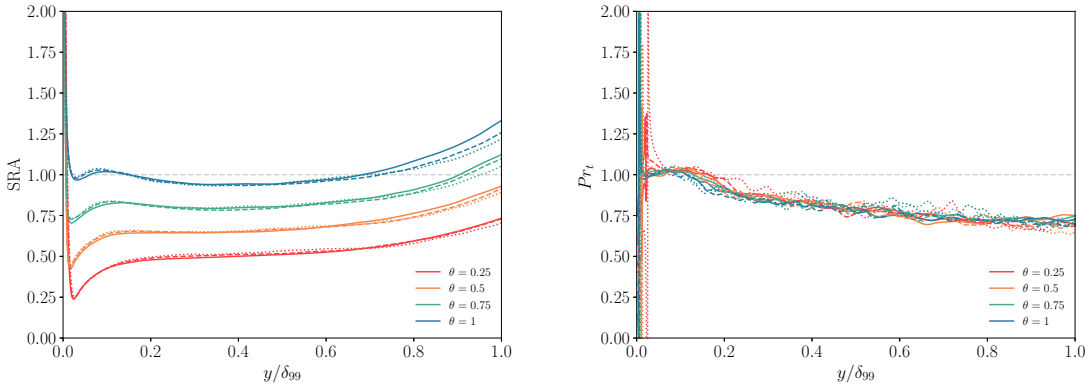


图 7. 速度与温度的相关性 $R_{u''T''}$ 作为 y/δ_{99} 的函数。实线（ ）表示 $M_\infty = 2$，虚线（ ）表示 $M_\infty = 4$，点线（ ）表示 $M_\infty = 6$。

$$\frac{\left(\widetilde{T''^2}\right)^{1/2}/\tilde{T}}{(\gamma-1)\tilde{M}^2\left(\widetilde{u''^2}\right)^{1/2}/\tilde{u}} \approx 1,$$
$$R_{u''T''} = \frac{\widetilde{u''T''}}{\sqrt{\widetilde{u''^2}}\sqrt{\widetilde{T''^2}}} \approx 1, \tag{11}$$
$$Pr_t = \frac{\overline{\rho u'v'}(\partial\tilde{T}/\partial y)}{\overline{\rho T'v'}(\partial\tilde{u}/\partial y)} \approx 1.$$

这里我们回顾一下 Favre 平均的定义 $\tilde{f} = \rho f/\bar{\rho}$ 以及 $f'' = f - \tilde{f}$。图 7显示了 $R_{u''T''}$ 的分布，它们明显偏离 1，这符合预期，因为该关系是在总温度脉动为零的假设下推导的 [Morkovin， 1962]。除近壁区外，所有分布均聚集在 $-R_{u''T''} = 0$。6附近，近壁区以插图标出[Duan et al.， 2010]。图 7 的插图显示，交叉位置（即 $R_{u''T''} = 0$）大致对应于平均温度最大值所在的位置。这里我们观察到，随着壁面逐渐变冷，交叉位置向更高的 y^*值移动，表明温度与速度的去相关逐渐远离壁面。当 Θ 固定时，我们的数据库还显示，该位置几乎不受马赫数影响；而近壁峰值强度和 $R_{u''T''}$的位置则明显受到马赫数和壁面冷却效应的影响。多年来，方程（11）中的另外两条关系经过修正，以考虑壁面处有限的热通量并消除对壁面温度的依赖 [Huang et al.， 1995]（HSRA）。最近的一项改进是



(a) 原始SRA (b)

(c) 修正HSRA (d)

图 8. 强雷诺类比的比较：(a,b)原始形式（方程（11））， (c,d) 修正HSRA [Zhang 等人， 2014]）（方程（12）、（13））。实线（ ）表示 $M_\infty = 2$，虚线（ ） $M_\infty = 4$和点线（ ） $M_\infty = 6$。 —— - - - - .....

由 Zhang 等人 [2014], 提出，他们给出了湍流普朗特数的另一种定义Pr_t，该定义在高马赫数下应能更好地发挥作用，从而得到修正强雷诺类比（修正 HRSA）的如下表达式：

$$\frac{\left(\widetilde{T''^2}\right)^{1/2}/\tilde{T}}{(\gamma-1)\tilde{M}^2\left(\widetilde{u''^2}\right)^{1/2}/\tilde{u}}\overline{Pr_t}\left(1-(\partial\tilde{T}_t/\partial\tilde{T})\right)\approx 1 \tag{12}$$

其中，所提出的 Pr_t 定义为

$$\overline{Pr_t}=\frac{\overline{(\rho v)'u'}\partial\tilde{T}/\partial y}{\overline{(\rho v')T'}\partial\tilde{u}/\partial y}=Pr_t\frac{1+\bar{v}\overline{\rho' u'}/\overline{\rho v' u'}}{1+\bar{v}\overline{\rho' T'}/\overline{\rho v' T'}} \tag{13}$$

当 $\bar{v}$ 和 ρ' 均不为零时，该定义与经典定义的差异尤为明显。

图 8 比较了采用原始 SRA 和式（12）的修正版得到的壁法向剖面，以及式（13）的修正后的 Pr_t 和修正后的 Pr_t 的剖面。图8(c) 显示，Zhang 等人提出的修正版 [2014] 显著提高了对自由来流马赫数和壁面温度条件的不敏感性，仅在边界层边缘处存在轻微偏差。还值得注意的是，对于固定的 8(a) 面板中的原始 SRA，其剖面呈现出极佳的重合性 Θ，且与马赫数无关，这凸显了非绝热参数 Θ在独立于马赫数的情况下表征不同壁面温度影响方面的重要性。

5 脉动统计

5.1 速度脉动与长度尺度

速度脉动强度和雷诺剪切应力的分布见图 9 和 10 左侧面板，采用 Morkovin 的经典变换 [1962]:

$$\left(u_i^*\right)^2=\frac{\widetilde{u_i''^2}}{u_\tau^2}\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_w},\quad (uv)^*=\frac{\widetilde{u''v''}}{u_\tau^2}\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_w}. \tag{14}$$

剖面以半局部标度下的壁法向距离为函数绘制 y^*[Huang 等人， 1995], 考虑到该标度能够使不同马赫数和壁面温度条件下的可压缩流剖面重合，尤其是在峰值位置方面[Zhang 等人， 2018, 2022]。图9 和10 的右侧面板展示了相应的湍流动能预算项（其中 $k=u_i''u_i''/2$ 为湍动能，TKE），其定义依据 Zhang 等人的推导 [2018], 其中 P 为产生项， TT 代表湍流输运， Π 包括压力扩散和膨胀， $-\phi$ 为黏性

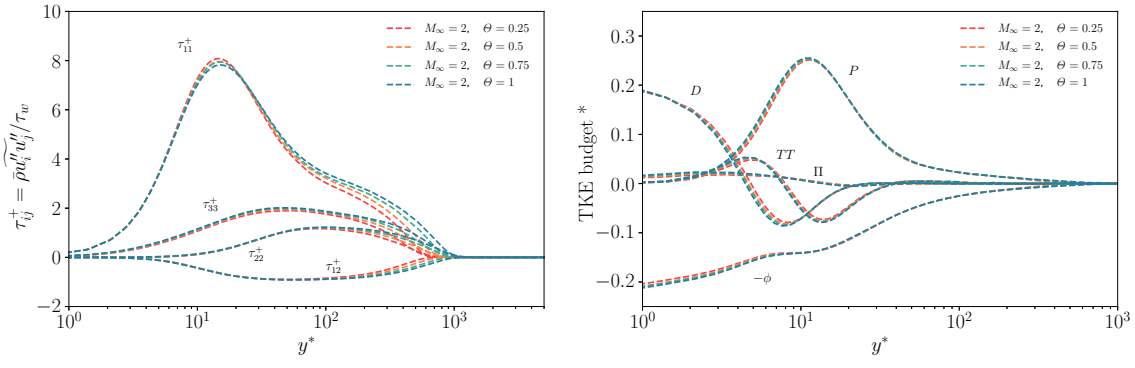
耗散，而 D 为黏性扩散。这些结果的预算项归一化也采用半局部标度（参见 Zhang 等人 [2018]），壁法向距离 y^*也采用该标度，从而使不同剖面之间能够良好重合 [（Zhang 等人，2018；Cogo 等人， 2022]。图9左侧面板显示了壁面冷却对速度脉动的影响：流向分量在$y^* \approx 15$ 处的峰值增大，且马赫数越高，这一现象越明显。相比之下，强冷却工况下的展向分量表现相反，其强度低于绝热参照。这意味着近壁区雷诺应力法向分量的各向异性增大，本文将在本节末尾对此作更详细的讨论。对于所有工况，半局部标度都能使峰值位置出色地重合，避免了以壁面单位绘图时冷壁工况下出现的向外偏移（图中未示）。湍流产生峰值的位置也同样如此（图9右侧面板），若以壁面单位绘图，该峰值会进一步远离壁面。总体而言，壁面冷却对湍动能预算的影响在极近壁区十分显著，尤其是在高马赫数下；而所有剖面在外层逐渐趋于重合。

图10左侧面板展示了马赫数对速度脉动的影响：随着马赫数增加，流向分量的峰值明显增大，而其他法向分量的强度则呈现轻微下降，直至 $y^* < 40$。与壁面冷却效应不同，随着 M_∞ 增大，所有法向分量在对数层中均有所增加。我们注意到，如果采用半局部摩擦雷诺数 Re_τ^* 而非传统定义（见表 1）进行匹配，那么这种影响在边界层边缘可能会减弱；当 $y^* \approx Re_\tau^*$时，所有剖面将能够重合。事实上，Re_τ^* 多位作者已证明，在高度可压缩流动中，Re_τ^* 能更好地体现可压缩性和壁面冷却效应对尺度分离的影响（例如，Griffin 等 [2021], ；Hirai 等 [2021]）。这表明，可压缩性会增大外层中的尺度分离，而壁面冷却则产生相反的影响 [（Fan 等人， 2022]）。对于所有 Θ值，湍动能预算（图 10右侧面板）显示，随着马赫数增加，缓冲层和对数层中的产生项 P 增大，而同一区域中的扩散 D 和湍流输运 TT 则相应减小，这与 Cogo 等人的结果一致。[2022], 他们指出，在更高的 Re_τ下，外层区域也存在这一效应。

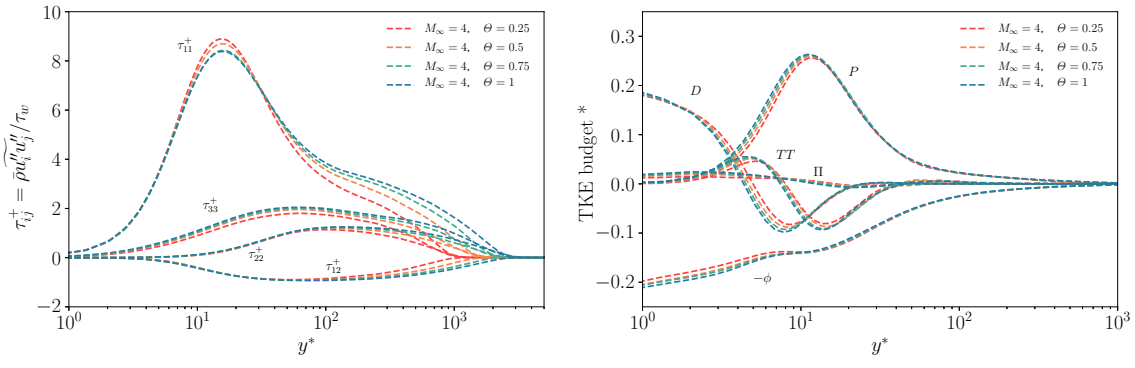
尽管壁面冷却对湍动能预算的影响似乎局限于近壁区，但马赫数的影响在生成峰值之后以及整个对数层中更为显著。

通过考察压力-应变项的流向分量与湍流生成的流向分量之比，可以进一步了解近壁区湍动能重新分配的机制 [Duan et al.,2010]:

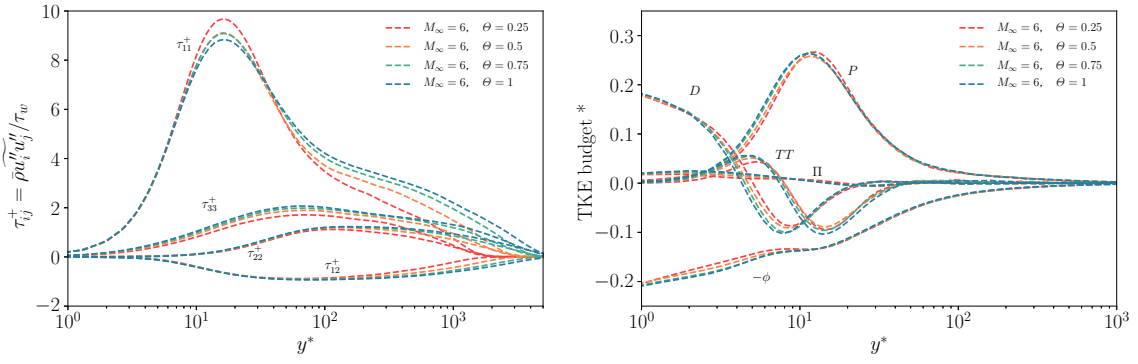
$$\mathcal{R} = \left(\overline{p' \frac{\partial u''}{\partial x}}\right) / \left(\overline{\rho u'' v''} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y}\right) \tag{15}$$



(a) $M_\infty = 2$ (b) $M_\infty = 2$

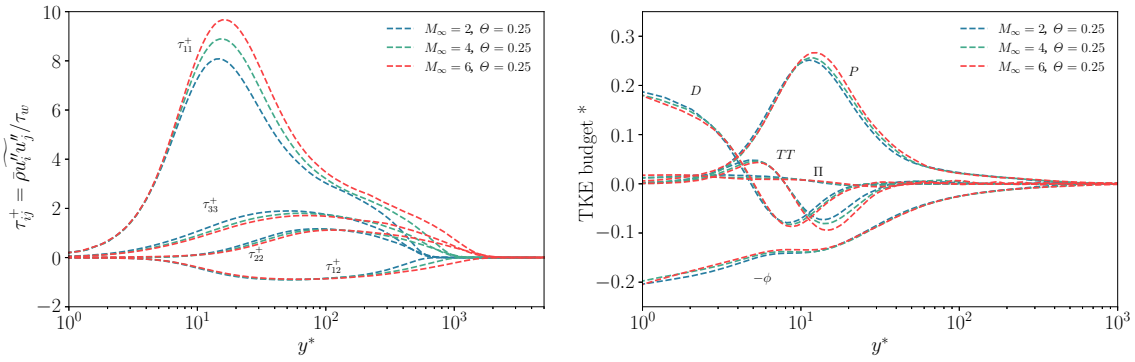


(c) $M_\infty = 4$ (d) $M_\infty = 4$

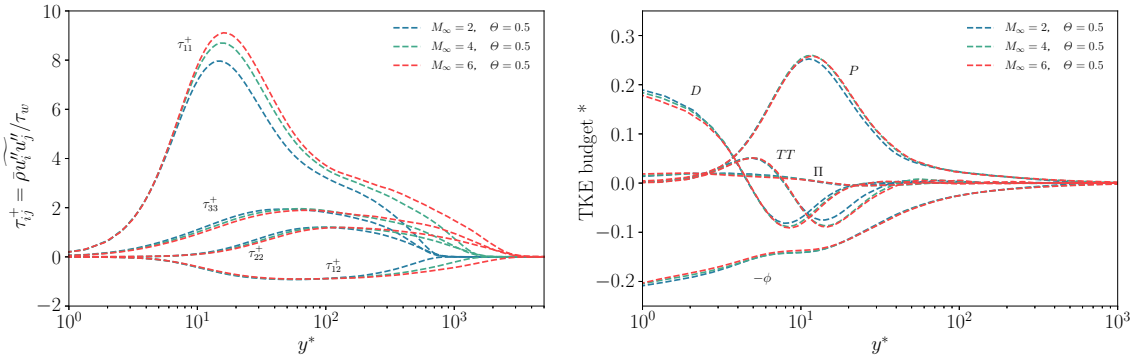


(e) $M_\infty = 6$ (f) $M_\infty = 6$

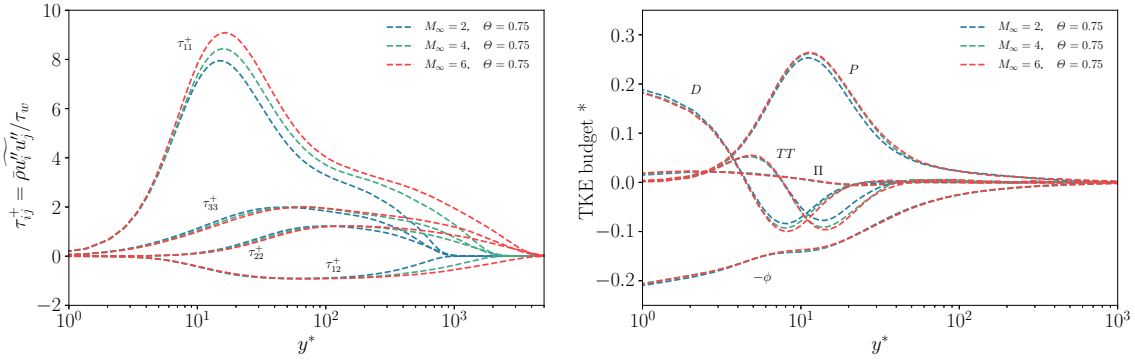
图 9. 半局部缩放湍流速度脉动 (a、c、e) 和湍动能预算 (b、d、f) 随壁法向距离 y^* 的变化。此处比较了给定马赫数 M_∞ 下的不同非绝热参数 Θ 。



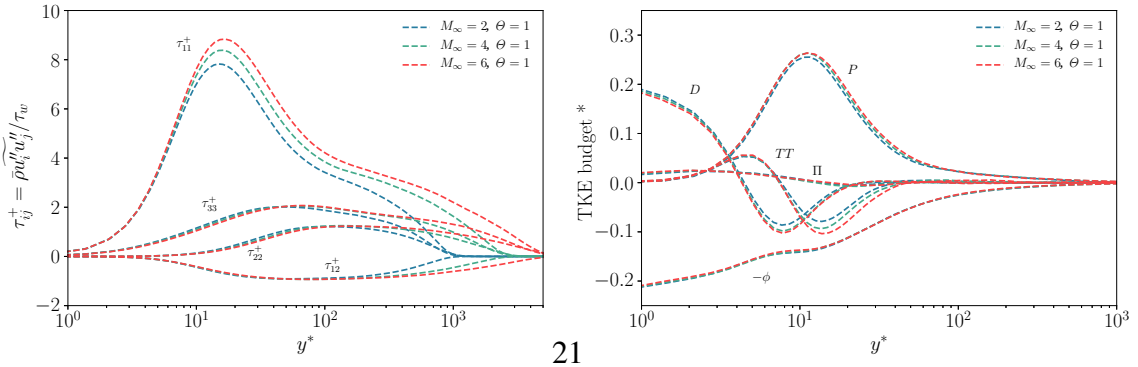
(a) $\Theta = 0.25$ (b) $\Theta = 0_{\circ}\ 25$



(c) $\Theta = 0_{\circ}\ 5$ (d) $\Theta = 0_{\circ}\ 5$

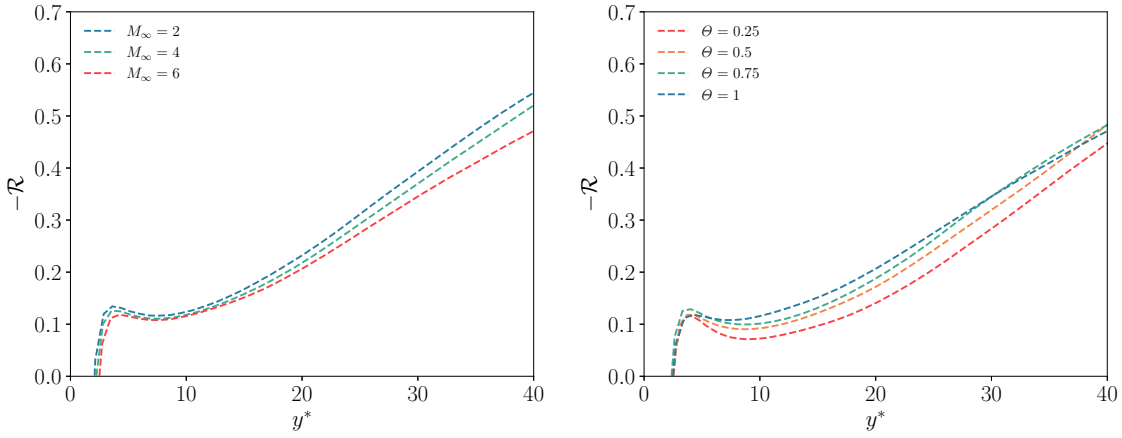


(e) $\Theta = 0.75$ (f) $\Theta = 0.75$



(g) $\Theta = 1_{\circ}\ 0$ (h) $\Theta = 1.0$

图 10. 半局部缩放湍流速度脉动 (a,c,e) 和湍动能预算 (b,d,f) 随壁法向距离 y^* 的变化。此处比较了给定非绝热参数 Θ 下不同马赫数 M_∞ 的情况。



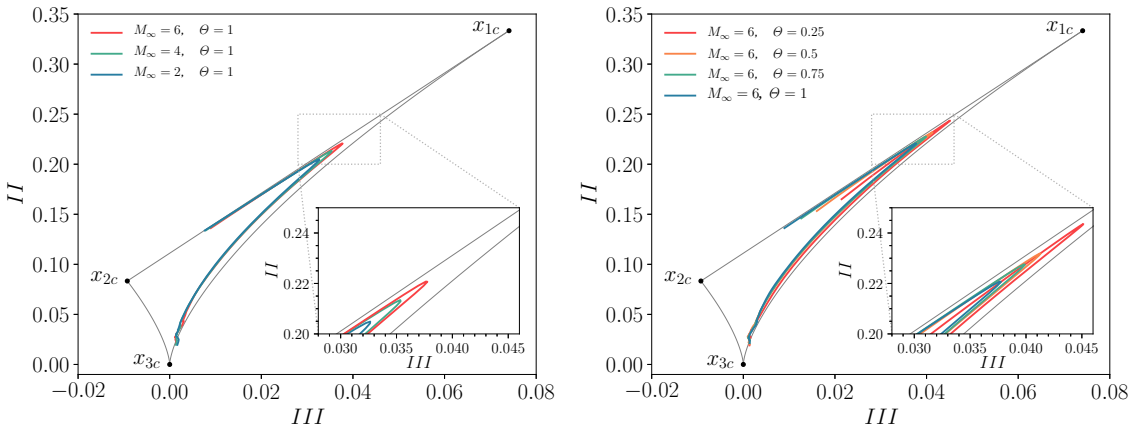
(a) $\Theta = 1.0$ (b) $M_\infty = 6$

图11. 在半局部单位下，流向分量的压力-应变项与湍流产生项之比随壁法向距离的变化，分别对应 (a) $\Theta = 1.0$ 和 (b) $M_\infty = 6$ 两种情况。

它衡量了能量从流向速度脉动向其他分量传递的程度。其他流动中压力-应变项在增强湍流各向异性方面的作用也已得到关注（例如 Foysi 等人 [2004]）。为评估马赫数和壁面温度条件各自的影响，图 11 比较了 $-\mathcal{R}$ 在 $\Theta = 1.0$ (图 11(a)) 和 $M_\infty = 6$ (图 11(b)) 条件下的情况。在 11(a)图中，$-\mathcal{R}$ 的分布幅值随可压缩性增强而减小，且离壁面越远，变化越显著。

这与此前讨论的湍动能重新分配效率较低的情况一致；其原因在于，对于高度可压缩的情况，速度场不满足无散条件，因而无法在速度分量之间高效传递能量。观察 11(b)图可见，壁面冷却的作用类似于可压缩性增强，会显著降低 $-\mathcal{R}$的分布幅值；但这种影响局限于近壁区，越过缓冲层后便大幅减弱。

我们将这一效应归因于近壁区流动特性的局部分层。随着壁面冷却增强，平均温度峰值的位置逐渐接近缓冲层，峰值位置上方和下方的流体相对更冷、密度更高。对于数据库中的所有马赫数，这一现象都成立（尽管强度各不相同），因为温度峰值的位置不受影响（见图4(f)）。这种局部分层使湍流脉动几乎仅沿流向活跃，而其他分量则趋于受到抑制。图 12 通过展示 Lumley 和 Newman 的各向异性不变量图 [1977]，（也称为 Lumley 三角形）对这一效应进行了量化。该图采用湍流各向异性的第二个（II）和第三个（III）主不变量。不变量图由三种极限状态构成：单分量（x_{1c}）、轴对称



(a) $\Theta = 1_{\circ}\ 0$ (b) $M_\infty = 6$

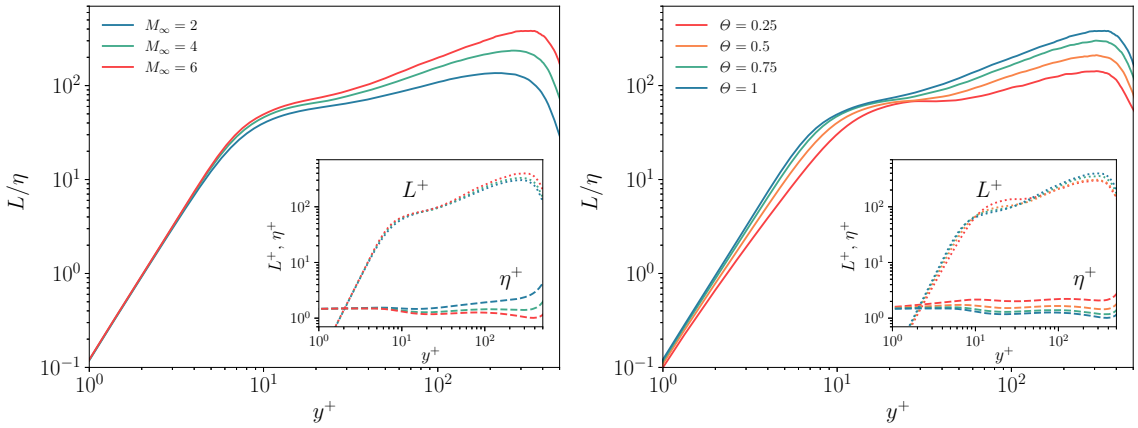
图12. Lumley 和 Newman 的各向异性不变量图示意图 [1977]，针对 (a) $\Theta = 1.0$ 和 (b) $M_\infty = 6$ 的情况。

双分量（x_{2c}）和各向同性（x_{3c}）；它们代表脉动速度分量的相对强度。观察图12(a)可见，与缓冲层内速度脉动峰值大致重合的尖点，随着 x_{1c}的增加，逐渐向单分量状态（ M_∞ ）偏移。这一效应在壁面冷却作用下显著增强，如图12(b)所示，壁面冷却进一步促使流动趋于一维状态。

我们注意到，尽管这种效应类似于可压缩性的增强，正如多位作者所指出的那样 [Duan 和 Martin，2011，Chu 等人， 2013], 但其潜在机制截然不同，且仅在 M_∞ 较高时才相关。事实上，对于其他效应，例如它们对尺度分离及其在边界层中影响区域的影响，壁面冷却和可压缩性的特征明显不同。

为了进一步了解这些差异，我们分析了湍流的特征尺度。我们将表征大涡的长度尺度定义为 $L = \bar{\rho}k^{3/2}/\phi$ [Pope，2000], , 将柯尔莫哥洛夫长度尺度定义为 $\eta = \left[(\bar{\mu}/\bar{\rho})^3/(\phi/\bar{\rho})\right]^{0.25}$，用于表征最小尺度，其中$\phi$ 为局部湍动能耗散率。这两个尺度的比值见图13，它衡量大尺度与小尺度之间的分离程度；在本文讨论中，该比值可归因于 M_∞ 和 Θ 数的影响（因为 Re_τ 固定）。与此前的观察一致，图13(a)显示，外层的尺度分离随马赫数增加而增大；而降低非绝热参数Θ时，趋势相反，见图13(b)。图13(a)和图13(b)中的插图分别显示了$L^+ = L/\delta_\nu$ 和 $\eta^+ = \eta/\delta_\nu$的变化，表明 M_∞ 和 Θ 显著影响柯尔莫哥洛夫长度η^+，而对大尺度 L^+的影响较小，从而影响外层大尺度与小尺度之比L/η 。

在这方面，我们注意到，尽管可压缩性的增加，即 M_∞，会减小柯尔莫哥洛夫长度，但降低壁面温度，即 Θ，则会产生相反的效果。



(a) $\Theta = 1.0$ (b) $M_\infty = 6$

图 13. 积分长度尺度 L 与 Kolmorov 尺度 η 的比值，分别对应 (a) $\Theta = 1.0$ 和 (b) $M_\infty = 6$ 的情况，随壁法向距离 y^+的变化。插图单独显示 L^+ 和η^+，并以黏性长度 δ_v归一化。

L/η 在外层中的变化，可通过 $Re_\tau^* = \mu_w/\mu_\infty\sqrt{\rho_\infty/\rho_w}Re_\tau$ 的变化有效地捕捉（见表2），后者能更好地考虑外层中的密度和黏度变化。然而，需要注意的是，对于涉及尺度分离的不同流动情况，BL 中流动性质的剧烈变化使得无法定义单一的相似性参数。具体而言，尽管 Re_τ 基本上控制着外层与内层的尺度分离，即 L^+，但 Re_τ^* 控制着外层中的大尺度与小尺度分离，即 L/η。在不可压缩流中，这两个变量密切相关，且都是对数层中 y^+ 的递增函数 [Pope, 2000], ；而在高度可压缩流中，由于 M_∞ 和 Θ 数的影响，它们似乎彼此解耦。因此，与外层和内层尺度分离相关的特定流动特征，例如高 Re_τ [下外层运动的增强 Cogo 等人，2022], , 在此处并未显现，尽管 L/η 在外层中实际上有所增加。

5.2 热力学量

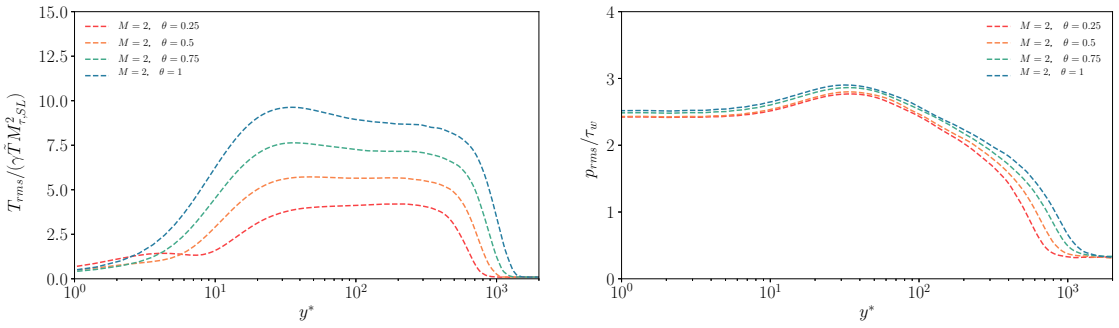
通过考察图中所示的温度和压力脉动均方根分布，也可以深入了解马赫数和壁面冷却各自所起的作用14和15。采用半局部标度，以更好地考虑边界层内流体属性的变化，并据此对均方根量进行标度。具体而言，压力的均方根分布采用壁面剪切应力 τ_w 进行标度，而温度的相应标度

则通过理想气体定律 $P = R\rho T$ 得出：

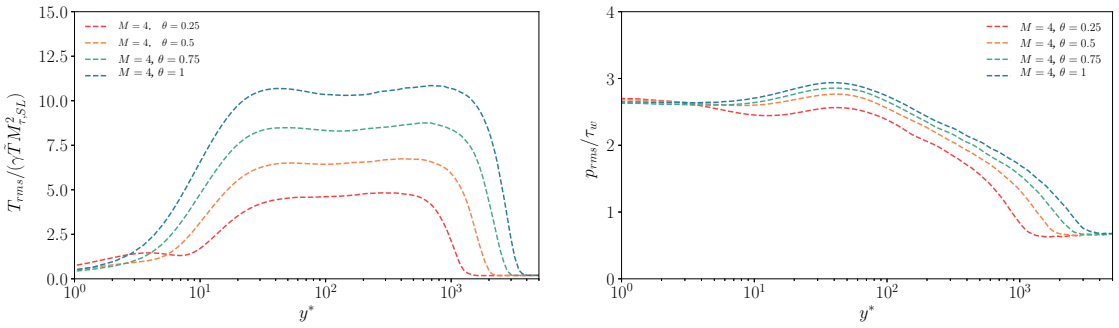
$$\frac{\tau_w}{R\bar{\rho}} = \frac{\bar{\rho}u_{\tau,SL}^2}{R\bar{\rho}} = \frac{u_{\tau,SL}^2}{R} = \gamma\bar{T}\frac{u_{\tau,SL}^2}{R\gamma\bar{T}} = \gamma\bar{T}M_{\tau,SL}^2 \tag{16}$$

其中 $u_{\tau,SL} = \sqrt{\tau_w/\bar{\rho}}$ 为半局部摩擦速度，$M_{\tau,SL} = u_{\tau,SL}/\sqrt{\gamma R\bar{T}}$ 为半局部摩擦马赫数。首先，图14展示了给定马赫数下 Θ 的影响。从 $y^* > 10$开始的区域来看，随着 Θ 降低，温度脉动和压力脉动的强度均有所减弱，且温度脉动的减弱更为明显。具体而言，壁面冷却对温度脉动的抑制在最冷工况下形成一个平台，这归因于对数层内湍流热通量的大幅衰减，与 Fan 等人 [2022]的研究一致。在$y^* \approx 10$附近，高度冷却工况（$\Theta = 0.25$）下温度脉动的上述衰减达到最大值，此处平均温度梯度接近于零。在近壁区（$y^* < 10$），强冷却工况表现出一种特殊行为，与绝热剖面的单调衰减趋势截然相反。事实上，在这一区域，温度脉动强度有所增加，并形成一个局部峰值。我们将这一现象归因于壁面附近导热通量的大幅增加，它能够克服湍流热通量预期的衰减；后者同时促成热产生（见图16(d)）。这是因为近壁温度梯度大幅增加，使平均剖面变得更陡，并使 y^* 值的范围更宽（达到温度峰值之前），如第§4节图4(a)所示。该区域内压力脉动的增加仅见于高马赫数工况，这表明还需进一步从涡量和声学模态的不同作用角度进行物理解释；关于这一点，我们提请读者参阅 Zhang 等人 [2022] 的近期研究。图15展示了给定 Θ下马赫数的影响。在此，温度脉动剖面直到约 $y^* < 15$处都非常相似，而主要差异出现在外层：马赫数较高时会形成一个峰值。这一结果表明，Θ 是一个合适的参数，可用于恢复不同马赫数下相对于壁面冷却的相同总体行为，这与 Wenzel 等人 [2022] 的观察一致（我们指出，Θ 与埃克特数相似）。如第§5.1节对速度脉动的讨论所述，我们注意到可压缩性会增大尺度分离的趋势（图14），而增强壁面冷却则会产生相反效果（图15）。若在相同的 Re_τ^*下比较剖面，这一效应将大幅减弱，因为该参数综合了这些影响（图中未示）。压力脉动在 $y^* \approx 30$ 附近的峰值位置处表现出良好的重合，与 Zhang 等人 [2022], 的结果一致；但在近壁区，它们并未像温度剖面那样重合。

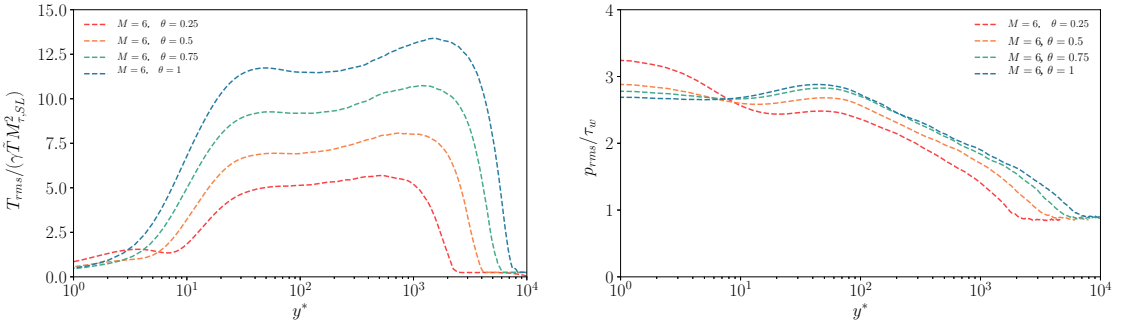
通过考察温度方差预算，可以进一步了解温度脉动生成的来源，而壁面冷却对这些来源有显著影响。



(a) $M_\infty = 2$ (b) $M_\infty = 2$

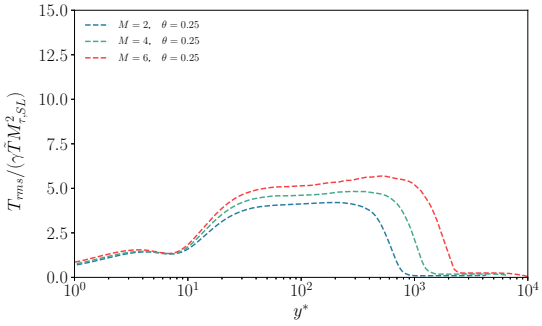


(c) $M_\infty = 4$ (d) $M_\infty = 4$

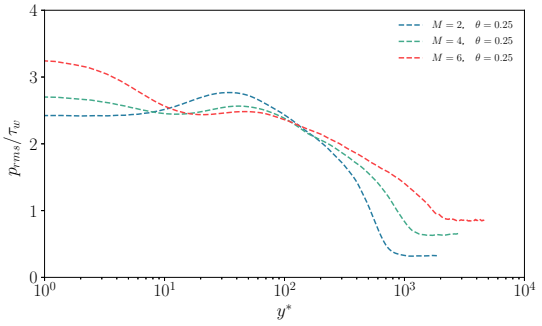


(e) $M_\infty = 6$ (f) $M_\infty = 6$

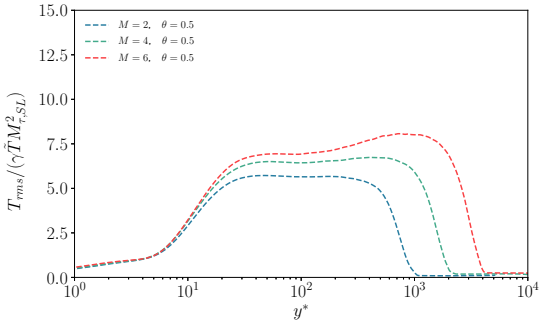
图 14. 半局部标度下均方根温度（左）和压力（右）的分布。在给定马赫数 M_∞ 下，对比了不同的非绝热参数 Θ。



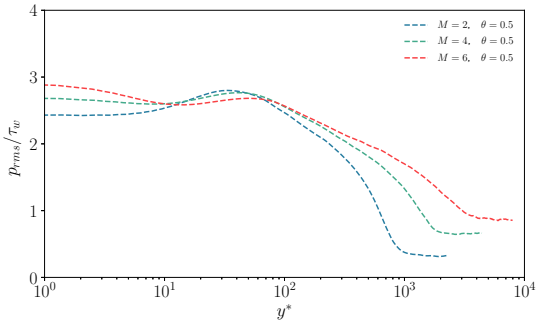
(a) $\Theta = 0_{\circ}\ 25$



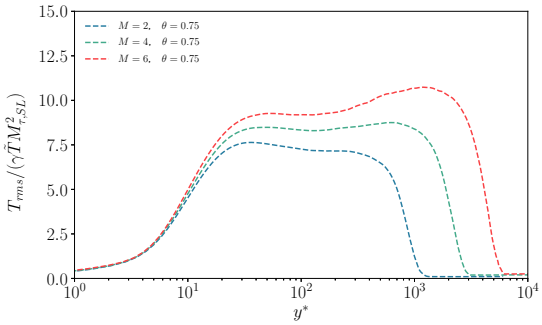
(b) $\Theta = 0_{\circ}\ 25$



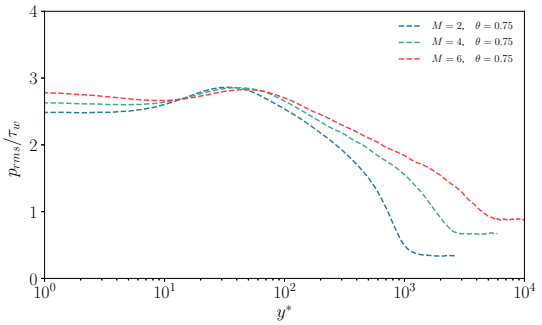
(c) $\Theta = 0_{\circ}\ 5$



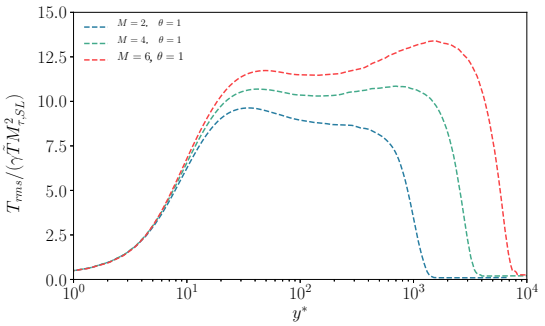
(d) $\Theta = 0_{\circ}$ 5



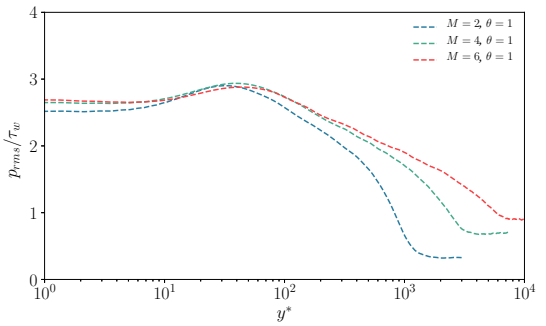
(e) $\Theta = 0.75$



(f) $\Theta = 0_{\circ}\ 75$



(g) $\Theta = 1_{\circ}\ 0$



(h) $\Theta = 1_{\circ}\ 0$

图 15. 半局部标度下均方根温度（左）和压力（右）的分布。此处比较给定非绝热参数 Θ 时不同马赫数 M_{∞}。

$\widetilde{K_T} = \widetilde{T''^2}$，可写为（参见 Gatski 和 Bonnet [2013]）：

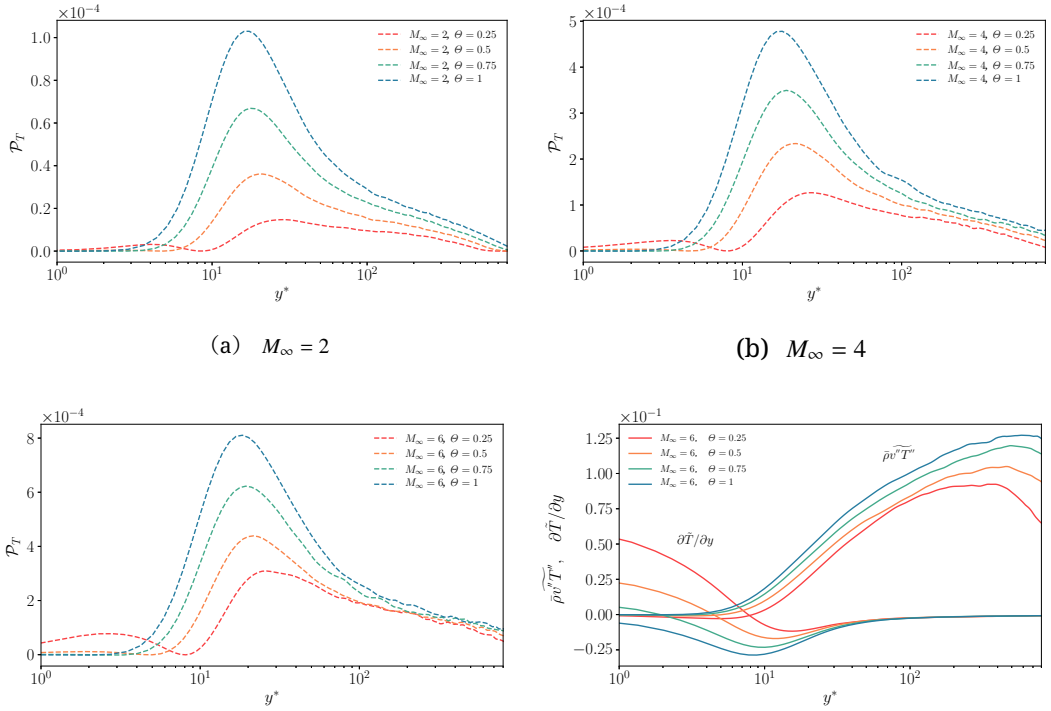
$$\bar{\rho}\frac{DK_T}{Dt} = -\bar{\rho}\widetilde{u_k''T''}\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\widetilde{\bar{\rho}u_k''T''^2}}{2}\right) + \gamma\overline{T''}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\bar{k}_T}{c_p}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_k}\right) + \bar{\rho}D_T - \bar{\rho}\varepsilon_T + \bar{\rho}C_T, \tag{17}$$

其中，右侧各项按出现顺序分别为：热产生、湍流速度输运、平均热传导、热扩散、热耗散率，以及压力–膨胀和黏性耗散所产生的贡献。关于各项组成的详细信息可参见 Gatski 和 Bonnet [2013]。本文分析热产生项，该项的作用方式与湍流生成类似，将内能从平均场传递至脉动场 Fan 等人 [2022]。对于湍流边界层，其法向于壁面的分量是主要贡献者，尤其是在接近壁面时；我们将其记为 P_T：

$$\mathcal{P}_T = -\bar{\rho}\widetilde{v''T''}\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial y} \tag{18}$$

在这里，两个项通过两种不同的——过程共同参与不同流动区域之间的热交换：第一部分 $\bar{\rho}v''T''$ 主要由湍流控制，并与速度—温度~脉动相关，而 $\partial T/\partial y$ 表示传导部分，与平均温度梯度有关。$\mathcal{P}_T$ 的剖面如图 16所示，展示了不同马赫数下壁面冷却的影响。与温度脉动类似，冷壁剖面在 $y^* \approx 10$之前和之后表现不同，此处平均温度梯度在峰值之后发生变化。绝热剖面从零单调上升，并在约$y^* \approx 15$处达到明显峰值，证明了其与速度脉动的耦合；而冷壁工况则逐渐表现出主峰减弱并向外侧移动，同时在黏性底层中形成另一个峰值。为了理解这一过程——该过程在 $M_\infty = 6$处更加明显——可以分析热产生中的湍流热交换项和对流热交换项的各自行为 [Fan 等人， 2022], 其结果如图 16(d)所示。在这里可以看到，随着壁面冷却增强，湍流项明显远离壁面且强度降低，而对流热交换在近壁区占主导地位。——在该区域，尽管 $\bar{\rho}v''T''$ 在所有工况下都接近于零，但对于 $\Theta = 0$，温度梯度显著增大。25 这导致非零乘积，并在热产生图中清晰可见。因此，黏性底层中热脉动产生峰值的形成得到促进。缓冲层中平均温度梯度的消失降低了温度脉动的生成，并促进了其与速度脉动之间的去相关，正如前文所述。

此时，可以更定量地重新审视图 2中呈现的定性结果。提取了大致位于~处的速度脉动和温度脉动壁面平行切片 $y^* = 10$，其中 $\partial T/\partial y \approx 0$适用于极冷工况。现在可以清楚地看出



(a) $M_\infty = 2$ (b) $M_\infty = 4$

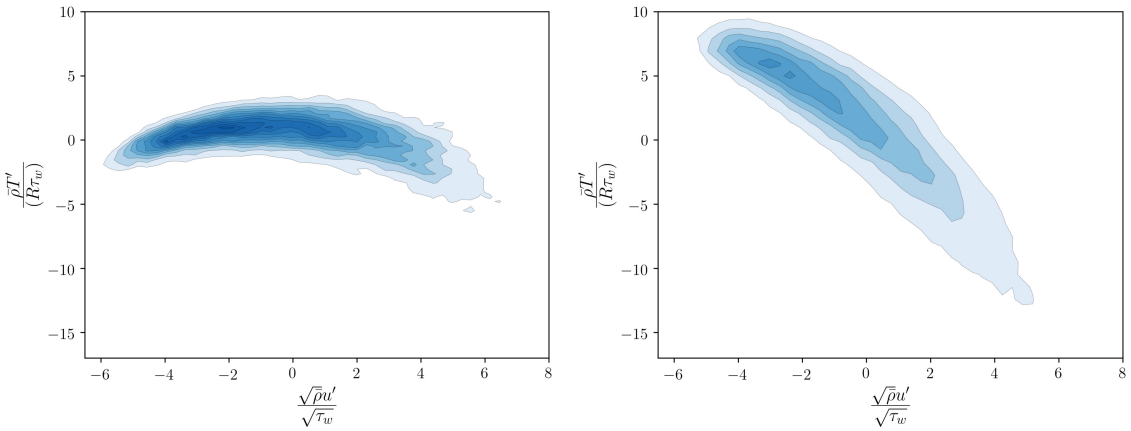
(c) $M_\infty = 6$ (d) $M_\infty = 6$

图16。图（a → c）：温度方差生成项 P_T 随 y^* 变化，并以$\bar{\rho} u_{\tau,SL} \widetilde{T}^2 / \delta_{v,SL}$为尺度。此处针对每个马赫数，对比了不同的壁面冷却条件。图（d）：热产生中的湍流 $\bar{\rho} v'' T''$ 和传导 $\partial T/\partial y$热传递项。此处针对案例 $M_\infty = 6$，对比了不同的壁面冷却条件。

$\bar{\rho} T''/\tau_w$ 与 $\sqrt{\bar{\rho}} u''/\sqrt{\tau_w}$ 之间的去相关，可通过以下因素的相互作用来解释：平均温度梯度和 $\bar{\rho} v'' T''$完全抑制了温度脉动的生成。这一点也可从图17中看出。该图仅针对 $M_\infty = 6$ 处的极端工况，展示了速度脉动与温度脉动的联合概率密度函数（其他工况的结果相似）。图 17(a) 与 17(b)形成了鲜明对比。后者（M6T100）中的两个场具有良好的相关性，支持它们具有相似性；而前者（M6T025）则表现出强烈的去相关，尤其是在速度脉动为负时，这是由壁面冷却的影响所致。

6 结论

本文通过直接数值模拟，系统研究了马赫数和壁面冷却对零压梯度湍流边界层的影响。总计



(a) $M_\infty = 6, \Theta = 0.25$ (b) $M_\infty = 6,\ \Theta = 1$。0

图17. $/\tau_w$ 与$\sqrt{\bar{\rho}}u''/\sqrt{\tau_w}$ 的散点图。此处仅展示 M6T025 和 M6T100 工况。数据采集于图2 ($y^* \approx 10$)所示的同一平面。

进行了 12 次计算，涵盖三种马赫数和四种非绝热参数 Θ，同时保持摩擦雷诺数不变。在这一参数空间中，我们着重考察了壁面冷却参数 Θ 的选择。该参数由 Zhang 等人 [2014], 首次提出，能够更好地纳入马赫数对壁面冷却的间接影响，使不同算例呈现相同的积分特性。值得注意的是， Θ 与埃克特数 Ec 直接相关；Wenzel 等人 [2022]近期讨论了埃克特数的相关性。与较为传统的壁面温度与恢复温度之比 T_w/T_r 相比，这些参数能够更好地表征不同马赫数下的壁面冷却效应。研究表明，采用后者时，在不同马赫数下，壁面温度对近壁区流动动力学的影响差异很大（例如，Cogo 等人 [2022],；Zhang 等人 [2022]）。

下面总结最重要的几点。

1. 对于绝热工况，壁面附近温度脉动的瞬时流动组织特征清晰可辨，表现为与流向速度高度相关的近壁细长条带结构。随着壁面温度逐渐降低，这种组织特征逐渐消失；在极冷壁工况下，流动呈现各向同性特征，不再具有有序结构。然而，当 Θ 固定时，不同马赫数下会形成类似的流动组织特征。这初步表明，该参数能够在不同 M_∞ 下产生相同壁面冷却效应。

2. Volpiani 等 [2020] 和 Griffin 等 [2021]提出的最新可压缩性变换，能够将数据库中的所有平均速度剖面准确地归并到不可压缩壁面定律上。同样，Zhang 等人 [2014] 提出的平均速度—温度关系

能够出色地捕捉非绝热效应和可压缩性效应。用计算得到的雷诺类比因子平均值 $s = 0。78 \pm 0。03$ 近似该关系（该值接近 Zhang 等人 [2014]的拟合结果），可得到出色的估算，与直接数值模拟数据相比，最大误差为 5%。

3. 随着马赫数增加，我们观察到外层中大尺度与小尺度之间的分离度增大，其衡量指标为比值 L/η。这主要是由柯尔莫哥洛夫长度 η 大幅减小所致，而最大尺度 L 的增长仅起较弱作用。半局部摩擦雷诺数 Re_τ^* 的增大能够有效描述这一效应，尽管由此产生的流动动力学不同于单纯提高摩擦雷诺数 Re_τ 的情况；后者也会增大内外尺度分离 L^+，从而促进外层运动。在近壁区，可压缩性使湍动能的再分配效率降低，进而提升流向速度分量的峰值，并降低其他速度分量的峰值。

4. 壁面冷却增强表现为外层大尺度与小尺度之间的分离度降低（与马赫数的影响相反），这主要是由于柯尔莫哥洛夫长度尺度 η 增大，且这一变化贯穿整个边界层厚度。较低的壁面温度促使平均温度峰值升高，并导致流动特性在缓冲层附近局部形成分层。这一效应表现为可压缩性似乎增强，因为流向速度脉动增强，而其他速度分量的脉动则减弱。

5. 在近壁区，壁面冷却对均方根温度剖面和湍动能预算有显著影响，而马赫数的影响主要通过缓冲层和对数层体现。当非绝热参数 Θ 保持不变时，不同 M_∞ 下的均方根温度剖面在近壁处彼此重合，呈现出相似的壁面冷却效应。

6. 对于极冷工况（在我们的数据库中 $\Theta = 0.25$），壁面冷却的影响非常显著：在平均温度梯度为零的位置（因此热产生也为零），温度脉动受到大幅抑制，并在黏性底层中出现第二个（较小的）峰值。这一现象使近壁区的速度场和温度场完全失去相关性，并且在高马赫数下更加明显。冷壁工况下热产生的不同表现，可以通过观察平均温度梯度来解释：在更宽的壁面法向区域内，该梯度始终为正（随后达到平均温度峰值，位于

y^*_{peak})，且强度远高于绝热情况。

需要指出的是，点（1）、（5）和（6）密切相关，因为它们代表同一种物理现象（气动加热），这是本研究的关键要点。此外，点（3）和（4）包含了有关可压缩流中尺度分离调制的新颖观察，这些观察有待未来进一步研究。作者认为，壁面冷却导致速度场和温度场之间出现去相关，这给简化壁面模型的开发带来了重大挑战，因为这两个场之间的任何相似性都已消失。在此背景下，我们认为，当前数据库及相关讨论有助于深入理解可由物理信息模型捕捉的重要机制，这类模型用于雷诺平均纳维-斯托克斯（RANS）或大涡模拟（LES）。鉴于该主题近期的进展，这无疑是科学界非常关注的问题（例如，Kawai 和 Larsson [2010], Yang 等人 [2018]）。

参考文献

Y. S. Zhang、W. T. Bi、F. Hussain 和 Z. S. She. 可压缩壁面湍流的广义雷诺类比。《流体力学杂志》，739:392–420，2014。M. Bernardini 和 S. Pirozzoli. 湍流边界层中的内外层相互作用：大尺度振幅调制机制的精细度量。《流体物理》，23(6): 061701，2011a。C. Wenzel、B. Selent、M. Kloker 和 U. Rist. 可压缩湍流边界层的 DNS 及数据与尺度律质量评估。《流体力学杂志》，842:428–468，2018。L. Duan、I. Beekman 和 M.P. Martín. 高超声速湍流边界层的直接数值模拟。第3部分：马赫数的影响。《流体力学杂志》，672:245–267，2011。ISSN 14697645。doi: 10.1017/S0022112010005902。C. Zhang、L. Duan 和 M.M. Choudhari. 超声速和高超声速湍流边界层的直接数值模拟数据库。*AIAAJ.*，56(11):4297–4311，2018。ISSN 00011452。doi: 10.2514/1.J057296。J. Urzay 和 M. Di Renzo. 亚轨道焓条件下高超声速湍流的工程问题。*CTR* 年度研究简报，第7–32页，2021。C. Wenzel、T. Gibis 和 M. Kloker. 可压缩性、热传递和压力梯度对可压缩湍流边界层的影响。《流体力学杂志》，930:A1，2022。E. R. Van Driest. 气动加热问题。《航空工程评论》，15(10):26–41，1956。P. S. Volpiani、P. S. Iyer、S. Pirozzoli 和 J. Larsson. 湍流壁层的基于数据的可压缩性变换。《物理评论：流体》，5(5):052602，2020。K. P. Griffin、L. Fu 和 P. Moin. 有热传递和无热传递条件下可压缩壁面湍流的速度变换。《美国国家科学院院刊》，118(34)，2021。M. V. Morkovin. 可压缩性对湍流的影响。《湍流力学》，367(380):26，1962。D. Passiatore、L. Sciacovelli、P. Cinnella 和 G. Pascazio. 湍流高超声速边界层中的有限速率化学反应效应：一项直接数值模拟研究。《物理评论：流体》*style>，6:054604，2021*年*5*月。*doi: 10.1103/PhysRevFluids.6.054604*。网址 https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.6.054604。

D. Passiatore、L. Sciacovelli、P. Cinnella 和 G. Pascazio. 湍流高超声速边界层中的热化学非平衡效应。《流体力学杂志》，941，2022。M. Di Renzo 和 J. Urzay. 亚轨道焓条件下高超声速转捩边界层的直接数值模拟。《流体力学杂志》，912:A29，2021。doi: 10.1017/jfm.2020.1144。网址 http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2020.1144。M. Cogo、F. Salvadore、F. Picano 和 M. Bernardini. 中高雷诺数及等温壁面条件下超声速和高超声速湍流边界层的直接数值模拟。《流体力学杂志》，945:A30，2022。P. Zhang、Z. Wan、N. Liu、D. Sun 和 X. Lu. 亚声速至高超声速流态下壁面冷却对可压缩湍流边界层压力脉动的影响。《流体力学杂志》，946:A14，2022。L. Duan 和 M.P. Martin. 高超声速湍流边界层的直接数值模拟。第4部分：高焓的影响。《流体力学杂志》，684:25–59，2011。J. Huang、L. Duan 和 M. M. Choudhari. 高超声速湍流边界层的直接数值模拟：空间演化和雷诺数的影响。《流体力学杂志》，937，2022。Y. Fan、W. Li 和 S. Pirozzoli. 高超声速流动中的能量交换。《物理评论：流体》，7(9):L092601，2022。M. Bernardini、D. Modesti、F. Salvadore 和 S. Pirozzoli. STREAmS：用于可压缩湍流直接数值模拟的高保真加速求解器。《计算物理通讯》，263:107906，2021。M. Bernardini、D. Modesti、F. Salvadore、S. Sathyanarayana、G. Della Posta 和 S. Pirozzoli. Streams-2.0：超声速湍流加速纳维–斯托克斯求解器2.0版。《计算物理通讯》，285:108644，2023。M. Bernardini、S. Pirozzoli 和 F. Grasso. 跨声速激波/边界层相互作用的壁面压力特征。《流体力学杂志》，671:288–312，2011。M. Bernardini 和 S. Pirozzoli. 超声速湍流边界层下方的壁面压力脉动。《流体物理》，23(8):085102，2011b。F. Ducros、V. Ferrand、F. Nicoud、C. Weber、D. Darracq、C. Gacherieu 和 T. Poinsot. 激波/湍流相互作用的大涡模拟。《计算物理杂志》，152(2):517–549，1999。F. De Vanna、A. Benato、F. Picano 和 E. Benini. 变黏度流动中黏性项的高阶守恒形式。《力学学报》，232:2115–2133，2021。

T. J. Poinsot 和 S. K. Lele。可压缩黏性流动直接数值模拟的边界条件。*J. Comput. Phys.*，101(1)：104–129，1992。S. Pirozzoli、M. Bernardini 和 F. Grasso。初始分离条件下跨声速激波/边界层相互作用的直接数值模拟。《流体力学杂志》，657：361，2010。B. Morgan、J. Larsson、S. Kawai 和 S. K. Lele。改进循环/重标度入口湍流生成的低频特性。*AIAAJ.*，49(3)：582–597，2011。E. R. Van Driest。可压缩流体中的湍流边界层。*J. Aeronaut.Sci.*，18(3)：145–160，1951。A. Trettel 和 J. Larsson。具有热传递的可压缩壁面湍流平均速度标度。《流体物理》，28(2)：026102，2016。A. Walz。流动与温度的边界层。MIT Press，1969。L. Duan、I. Beekman 和 M.P. Martín。高超声速湍流边界层的直接数值模拟。第2部分：壁面温度的影响。《流体力学杂志》，655：419–445，2010。ISSN 00221120。DOI：10.1017/S0022112010000959。P. C. Huang、G. N. Coleman 和 P. Bradshaw。可压缩湍流通道流：直接数值模拟结果与建模。《流体力学杂志》，305：185–218，1995。R. Hirai、R. Pecnik 和 S. Kawai。半局部雷诺数对壁面加热/冷却超声速湍流边界层中湍流统计量标度的影响。《物理评论：流体》，6(12)：124603，2021。H. Foysi、S. Sarkar 和 R. Friedrich。超声速通道流中的可压缩性效应与湍流标度。《流体力学杂志》，509：207–216，2004。J. Lumley 和 G. Newman。均匀湍流向各向同性的回归。《流体力学杂志》，82(1)：161–178，1977年。Y. B. Chu、Y. Q. Zhuang 和 X. Y. Lu。壁面温度对高超声速湍流边界层的影响。*Journal of Turbulence*，14(12)：37–57，2013。S. B. Pope。湍流。Cambridge University Press，2000。T. B. Gatski 和 J. P. Bonnet。可压缩性、湍流与高速流动。Academic Press，2013。S. Kawai 和 J. Larsson。高雷诺数可压缩流大涡模拟的动态壁面模型。*CTR*年度研究简报，2：5–37，2010。

X. I.A. Yang、J. Urzay、S. Bose 和 P. Moin。高速流动壁面建模大涡模拟中的气动加热。*AIAA J.*，56(2):731–742，2018。ISSN 00011452。DOI：10.2514/1.J056240。