arXiv:2305.01390v1 [physics.flu-dyn] 2 May 2023

具有湍流端壁边界层的低压涡轮叶栅大涡模拟

Christian Morsbach[1*]，Michael Bergmann[1]，AdemTosun[1],BjoernF.Klose[2],EdmundK¨ugeler[1] 和 Matthias Franke[3]1*推进技术研究所，德国航空航天中心（DLR），Linder H¨ohe，51147 科隆，德国。2燃气涡轮测试与模拟研究所，德国航空航天中心（DLR），Am Technologiezentrum 5，86159 奥格斯堡，德国。3MTU 航空发动机股份公司，Dachauer Str. 665，80995 慕尼黑，德国。

*通讯作者。电子邮箱：christian.morsbach@dlr.de；

摘要

本文展示了在出口雷诺数为 90,000、出口马赫数为 0.6 的条件下，对 MTU 161 低压涡轮进行隐式大涡模拟（LES）和采用不同雷诺平均纳维-斯托克斯（RANS）模型所得的结果。LES 采用高阶间断伽辽金方法，RANS 则使用经典有限体积方法计算。本文讨论了如何构造真实的入口边界条件，使端壁边界层厚度和自由来流湍流强度符合实际情况。具体做法是将总压、温度、雷诺应力和湍流长度尺度的输入分布定制为适用于基于傅里叶级数的合成湍流生成器。采用这一流程后，在中展向的叶片载荷、尾迹总压损失，以及沿通道高度分布的总压损失方面，模拟结果均与实验结果高度吻合。在此经过验证的设置基础上，我们着重讨论来流边界层与涡轮叶片相互作用所产生的二次流结构，并将 LES 结果与两种常用的 RANS 模型进行比较。由于我们能够为 LES 和 RANS 构造一致的设置，因此所有差异均可直接归因于物理建模问题。

我们表明，在本案例中，线性涡黏性模型和与先进的基于关联式的转捩模型耦合的雷诺应力微分模型，均未能预测中展向附近的分离诱导转捩过程。此外，正如对湍动能和各向异性场的详细讨论所示，这两种模型对二次流损失的预测仍有改进空间。

关键词： 大涡模拟、低压涡轮、间断伽辽金方法、二次流

1 引言

在航空工业迈向可持续发展的进程中，发动机及其效率发挥着至关重要的作用。众所周知，提高涡扇发动机效率的一种方法是增大其涵道比，也就是增加不经过配备压气机、燃烧室和涡轮的核心机的质量流量。由于飞机设计通常会限制发动机外径，因此可以通过缩小核心机来实现这一目标。然而，这会导致二次流区域相对增大，例如叶片与端壁的交汇处或转子叶片叶尖间隙处产生的二次流区域，并对整台机器的气动损失产生显著影响 [1]。因此，理解这些损失，并评估低保真度计算流体力学（CFD）方法（如雷诺平均纳维-斯托克斯（RANS）方法）预测这些损失的能力，对于该领域的进一步发展至关重要。

有多篇综述论文详细讨论了压气机 [2, 3] 和涡轮 [4] 中的二次流，主要依据实验结果或基于 RANS 的计算流体力学。为了通过数值方法拓展现有认识，需要采用建模不确定性极小或几乎不存在的方法。大涡模拟（LES）或直接数值模拟（DNS）可用于此目的，因为它们能够解析相关的湍流长度和时间尺度，从而详细呈现非定常流动物理。由于计算成本随雷诺数增长而呈现不利的扩展趋势，DNS 的计算成本约为 $Re^{3.5}$，壁面解析大涡模拟的计算成本约为 $Re^{2.5}$ [5],，因此，随着计算资源日益充足以及高阶离散方法不断发展，这些方法近年来才得到更广泛的应用。许多透平机械流动的大涡模拟研究聚焦于低压涡轮（LPT），因为其雷诺数范围较低，为 10^5。为了进一步降低模拟成本，通常假设涡轮叶片中展向处的流动在统计意义上为二维，并沿展向施加周期性边界条件，例如 [6]。这些模拟已用于加深对中跨流动物理的理解，并研究...
...的性能

雷诺平均纳维–斯托克斯方法 [7]。鉴于上述论述，下一步顺理成章的工作是开展三维模拟，并纳入端壁边界层。

Cui 等人 [8] 在不可压缩条件下，对雷诺数为 160,000、具有平行端壁的 T106A 低压涡轮中入口流边界层状态对二次流系统的影响进行了大涡模拟研究。他们比较了层流自由来流条件下的层流端壁边界层和湍流端壁边界层，以及由上游叶排产生的非定常尾迹与二次流，并详细讨论了二次涡，重点关注损失生成机制。Pichler等人 [9] 使用大涡模拟研究了相同的叶片型面，雷诺数较低，为 120,000，马赫数为 0.59。该论文还讨论了入口流处规定的不同湍流边界层形状的影响，但自由来流湍流度约为 5%。他们发现，尽管边界层形状会影响二次流向自由来流中的穿透深度，但中跨流动基本不受这种差异的影响。Marconcini 等人 [10] 使用同一大涡模拟数据集，对二次流系统及其在先进工业雷诺平均纳维–斯托克斯方法中的表征进行了更深入的讨论。在中展向位置，他们的雷诺平均纳维–斯托克斯结果显示，尾迹明显过窄、过深，导致总体上低估了尾迹损失，这可以用剪切应力预测偏低来解释。他们指出，总体而言，雷诺平均纳维–斯托克斯方法预测的二次流系统相似，但与大涡模拟相比，其涡的展向穿透更深。雷诺平均纳维–斯托克斯方法中与涡核相关的峰值损失较大，但在节距平均比较中，两种方法的结果相当。

本文研究的MTU T161是现代喷气发动机中所用高负荷低压涡轮叶型的代表 [11]。与得到广泛研究的T106叶栅不同，它具有真实发动机中常见的发散端壁，因此无法通过简单的展向周期性设置来研究其流动。其几何形状和边界条件均属于公共领域，且已有实验 [12] 和数值 [13–15]研究。数值研究主要关注马赫数为0.6、基于等熵出口条件的雷诺数为90,000和200,000的运行点。M¨uller-Schindewolffs等人 [13] 对叶型的一段进行了直接数值模拟，并采用无黏壁面模拟发散端壁的影响（称为准三维，即Q3D）。近期有研究使用二阶有限体积（FV）代码，给出了包含端壁边界层的结果，但分析侧重于中段的流动物理 [16]。欧盟TILDA项目期间，研究人员使用高阶代码对完整三维构型进行了多种计算 [14, 15]。然而，由于入口流设定为层流端壁边界层且不含自由来流湍流，计算结果始终无法与实验取得令人满意的一致。近期，Rosenzweig等人 [17] 介绍了一项采用高阶有限差分（FD）求解器对T161进行的数值研究。该研究包含自由来流湍流和Blasius

入口平面处的边界层剖面应具有足够的发展长度，使其在到达涡轮叶片前转捩为湍流。

我们采用高阶间断伽辽金（DG）方法进行完整的三维大涡模拟（LES），并设置适当的湍流端壁边界层和自由来流湍流，旨在为该配置提供高质量的参考数据集。由于雷诺平均纳维–斯托克斯（RANS）仍是涡轮机械部件设计过程中的主要计算流体力学（CFD）工具，我们将大涡模拟结果与两种常用的 RANS 设置进行比较，并重点考察其对二次流特征的表征精度。本文结构如下：首先简要介绍用于进行大涡模拟的高阶间断伽辽金方法；随后详细讨论如何以一致的方式设置大涡模拟和 RANS 模拟，并使其在运行点、自由来流湍流和端壁边界层发展方面符合实验数据；最后，在展示模拟结果与实验结果高度吻合之后，我们将讨论线性涡黏性模型（LEVM）和更先进的雷诺应力微分模型（DRSM）RANS 方法对中展向和端壁流动特征的预测表现。

2 数值方法

德国航空航天中心用于涡轮机械应用的流动求解器被用于本文所述的 MTU T161叶栅模拟。该 LES 使用 TRACE 的高阶 DG 求解器 [18, 19]。这里，隐式滤波的可压缩纳维–斯托克斯方程首先映射到参考系中，以确保自由来流保持 [20], ，并采用六阶间断伽辽金谱元法（DGSEM），在配置的勒让德–高斯–洛巴托节点上进行空间离散。积分节点与解节点的配置带来了高效的离散格式，因为许多数值运算可通过设计省略。相邻单元通过 Roe近似黎曼求解器 [21]耦合，以处理对流部分。湍流所需的稳定化通过采用分裂形式实现，该格式遵循 Gassner 等人的方法。 [22], 该方法采用 Kennedy 和 Gruber 提出的动能保持型双点体积通量 [23]。黏性项采用 Bassi-Rebay 1 [24] 格式离散，在单元界面处使用中心数值通量。研究发现，这种方法与稳定的对流离散相结合后，无需额外罚项即可保持稳定 [25]。基于高阶间断伽辽金格式良好的色散和耗散特性， [26, 27], 大涡模拟中未解析尺度的影响由数值格式本身隐式建模，无需采用显式亚格子尺度模型。时间推进采用 Shu 和 Osher 提出的强稳定保持三阶显式龙格–库塔格式 [28] 。入口边界处通过基于随机化傅里叶模态的合成湍流生成器（STG）方法注入已解析的湍流尺度 [29]。脉动速度通过黎曼边界引入

条件 [30] 与内侧面不同，入口面不使用数值通量函数。在出口平面，采用Schl¨uß等人 [31] 提出的一维无反射边界条件。

对于雷诺平均纳维–斯托克斯模拟，我们使用TRACE基于密度的可压缩有限体积求解器 [32, 33], ，该求解器采用守恒律单调迎风中心格式（MUSCL）[34] ，并结合Van Albada 1限制器 [35]和Roe近似黎曼求解器 [21] 离散对流通量；黏性通量则采用中心差分，以获得空间二阶精度。稳态解通过隐式双时间步进方法求得，该方法以完全耦合的方式求解五个守恒方程。附加的湍流模型方程以守恒但分离的方式求解 [36] ，其中隐式矩阵仅针对每个方程单独构建。Menter的SST k-ω 模型采用其 2003 [37] 版本，但根据Kato和Launder [38]的方法修改了产生项。层流向湍流转捩采用基于关联式的两方程 γ-Re$_\theta$ 模型 [39]进行模拟。最初由Eisfeld提出的SSG/LRR-ω差分雷诺应力模型采用其最新版本 [32, 40]。该模型与相同的转捩模型耦合，其中间歇因子 γ 不仅用于修改产生项和耗散项，也用于修改压力应变项 [41]。湍流模型和转捩模型的其余部分保持不变。为确保设置与大涡模拟一致，雷诺平均纳维–斯托克斯模拟采用相同的入口和出口边界条件形式。

3 设置与边界条件

3.1 计算域和网格

在实际的计算流体力学（CFD）中，总体工作量的很大一部分用于确保不同计算与同一物理构型的实验装置之间设置一致。这包括对几何特征、制造公差、流体性质和边界条件的表示。在本例中，通过将涡轮叶型安装在线性叶栅风洞设施中进行测量，该叶栅包含七个叶片，以使中间叶片附近达到近似周期性条件。叶片的弦长为 $C = 0.069935\text{m}$，平均展弦比为 2.65，安装角为 $61.72°$。叶栅的螺距弦长比为 $l_{\text{pitch}}/C = 0.956$。发散端壁始于 $x/C_{\text{ax}} = -0.6786$ （叶片前缘（LE）位于 $x = 0$处），并以 $H = 0.16\text{m}$ 的上游通道高度延伸，倾角为 $12°$。在模拟中，我们通过选取整个试验台的一个子域来简化几何形状，并仅对单个叶片进行建模，同时在节距方向施加周期性边界条件，如图1所示。叶片下游的计算域延伸至实验中发散端壁终止、流动进入更大空间的位置。计算域的上游长度及湍流入口边界条件经过设置，以再现实验中的端壁边界层状态和自由来流湍流衰减。除

6 带有湍流端壁边界层的低压涡轮叶栅大涡模拟

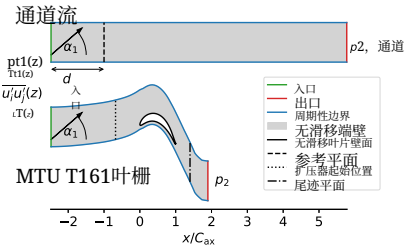


图1 前驱通道流模拟和 MTU T161 叶栅模拟的计算域及边界条件示意图

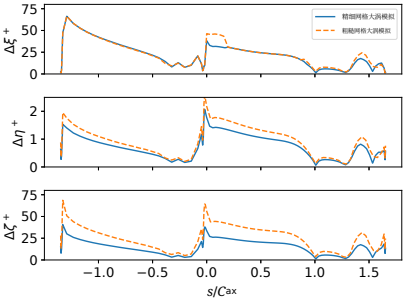


图2 叶片中展向位置处沿流向、壁面法向和展向的平均解点间距（$right$）

MTU T161 的模拟外，我们还进行了平行端壁有限长度通道流模拟。此设置对应于用于确定入口条件的实验；该实验使用了不含叶栅的洁净风洞。只要能够确保实验中有叶片和无叶片时的入口条件具有可比性，这种方法对于前期研究所需的计算资源非常有利，因为通道流模拟对网格尺寸和时间步长的限制较为宽松。

本文计算的所有大涡模拟配置汇总于表 1。湍流通道流的网格由矩形端壁表面拉伸生成，采用单个网格块，并在整个计算域内使用尺寸相同的矩形面，同时沿壁面法向按相应的单元尺寸拉伸。这最终生成了 83,790 个六面体单元，其几何多项式阶数为 $q = 4$，以便在单元内拉伸解点间距 [42]。对于当前流动条件，平均轴向、壁面法向和节距向单元尺寸（$\Delta\xi^+, \Delta\eta^+, \Delta\zeta^+$）$=($ $32.6, 2.0, 33.1$) 以解多项式阶数 $N = 5$归一化。对于 MTU T161，网格同样由端壁表面拉伸生成。端壁表面采用结构化多块拓扑划分，并在叶片周围设置 O型网格块，以生成高质量的边界层网格。同样，我们使用多项式

表1 数值设置概览。自由度数量可由 nDoF $= n_{xy} \cdot n_z \cdot (N+1)^3$ 得出。

配置	n_{xy}	n_z	nDoF / 10^6	nMPI	CPUh/t_c	$\Delta t/10^{-6} t_c$	t_{avg}/t_c
通道	1710	49	18.1	960	131	221.9	351
粗网格	3188	98	67.9	2560	5861	18.19	31
Fine	5220	168	189.4	5120	25852	13.65	100

阶数为 $q = 4$，以准确表示叶片表面的曲面几何形状。O型网格块外由C型网格块包围，其余区域由H型网格块填充，重点提高叶片通道和尾迹区的分辨率，因为二次流结构会在此处发展。该网格包含876,960个六面体单元，解多项式阶数为$N = 5$（总计189.4M个自由度），其设计满足大涡模拟所需的近壁分辨率的广泛认可标准 [43]。图2展示了这一点：图中给出了叶片表面中展向位置处的流向、壁面法向和展向单元尺寸，平均值为（$\Delta\xi^+$，$\Delta\eta^+$，$\Delta\zeta^+$）=（23.1，0.742，15.0），并按 N归一化。沿通道中部流线，采用平均解点间距与估算的柯尔莫哥洛夫尺度之比低于6，确保自由来流中的分辨率满足大涡模拟充分解析的要求 [44]。在端壁上，我们根据局部壁面剪切应力矢量 τ_w 和壁面法向矢量n，分别确定流向和横流方向，即$\mathbf{e}_{\parallel} = \tau_w/\|\tau_w\|$ 和$\mathbf{e}_{\perp} = \mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{n}$。我们选择与壁面剪切应力矢量最为对齐的单元长度作为流向单元长度 $\Delta\xi$，并据此选择 $\Delta\zeta$。采用这一方法，算术平均值为（$\Delta\xi^+$，$\Delta\eta^+$，$\Delta\zeta^+$）=（23.2，0.809，18.8），最大值为（max $\Delta\xi^+$，max $\Delta\eta^+$，max $\Delta\zeta^+$）=（65.2，1.71，60.3）。为评估网格依赖性，还纳入了初步研究的结果；该研究采用了展向分辨率显著更粗的网格，包含312,424个单元（$q = 4$，$N = 5$）和67.9M个自由度。

3.2 运行点定义

对于低压涡轮叶栅案例，运行点通常根据进口角 α_1、等熵马赫数和雷诺数来指定。后者使用上游总压 $p_{t1,ref}$ 和温度 $T_{t1,ref}$、下游静压 $p_{2,ref}$ 以及参考弦长 C 定义为

$$\mathrm{Ma}_{2,th} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\left(\left(\frac{p_{t1,ref}}{p_{2,ref}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)} \tag{1}$$

$$\mathrm{Re}_{2,th} = \sqrt{\frac{\gamma}{RT_{2,th}}}\frac{\mathrm{Ma}_{2,th} p_{2,ref} C}{\mu_{2,th}} \tag{2}$$

采用理想气体定律（ R为常数）、带有系数γ 的等熵关系以及用于计算黏度的萨瑟兰定律

$$\mu_{2,\mathrm{th}} = \mu_{\mathrm{ref}} \frac{T_{\mathrm{ref}} + S}{T_{2,\mathrm{th}} + S} \left(\frac{T_{2,\mathrm{th}}}{T_{\mathrm{ref}}} \right)^{\frac{3}{2}} \tag{3}$$

$$T_{2,\mathrm{th}} = T_{\mathrm{t1,ref}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \mathrm{Ma}_{2,\mathrm{th}}^2 \right)^{-1} \tag{4}$$

空气采用萨瑟兰常数 μ_{ref}、 T_{ref} 和 S 。参考量取为节距平均中心线条件。对于当前算例，标称值为 $\alpha_1 = 41°$、 $p_{\mathrm{t1,\ ref}} = 11636\mathrm{Pa}$、$T_{\mathrm{t1,\ ref}} = 303.25\mathrm{K}$，雷诺数为 $\mathrm{Re}_{2,\ \mathrm{th}} = 90000$ ，马赫数为 $\mathrm{Ma}_{2,\ \mathrm{th}} = 0.6$。由此得到的静态出口压力为 $p_{2,\ \mathrm{ref}} = 9122.7\mathrm{Pa}$。如果流动求解器允许像涡轮机械计算流体力学中通常采用的做法那样，以总压、总温和流动角指定入口边界条件，就能轻松匹配这些条件。然而，入口面板与固壁的交界处可能会出现问题。由于无滑移条件，该处速度必须为零；如果采用速度本身来指定入口条件，就能轻松保证这一点。若使用总压，靠近壁面的入口速度则取决于指定的总压和域内的静压，而域内静压本身又由指定的出口压力以及流经计算域的流动通过模拟确定。因此，与只需在远离壁面处设定由 α_1、 $p_{\mathrm{t1,\ ref}}$ 和 $T_{\mathrm{t1,\ ref}}$ 定义的自由来流状态相比，指定边界层剖面会使端壁流动的正确设置困难得多，因为模拟进行过程中可能需要对其进行调整。

3.3 湍流入口

除了重现整体运行点外，还需要匹配来流端壁边界层的动量厚度发展情况，以及测量数据所示的叶片上游多个轴向测站处自由来流湍流的衰减情况。由于测量数据不足以直接用作入口流数据，更重要的是，合成生成的湍流需要一定的适应长度才能发展 [45], 因此必须采用间接方法。

我们进行前驱通道流模拟，以确定入口到达 d_{inlet} 所需的距离，使边界层得以发展，并满足参考平面中的规范要求，如图 1 所示（因保密原因，位置为任意选定）。随后，边界条件由展向变化的剖面设定，包括$p_{\mathrm{t,\ 1}}(z)$ 和 $T_{\mathrm{t,\ 1}}(z)$ ，并保持 α_1恒定；此外，还包括展向变化的雷诺应力张量 $u_i'u_j'(z$以及湍流长度尺度 $L_{\mathrm{T}}(z)$ 。在中展向位置（$z = 0$），这些剖面必须给出上述定义运行点的参考值。所有这些剖面都将通过缩放 $\mathrm{Re}_\theta = 670$ 下以壁面单位表示的边界层剖面获得，该剖面来自直接数值模拟数据（https://www.mech.

kth.se/~pschlatt/DATA/ [46]），并将其与自由来流湍流值结合。

基于上述中心线入口条件，我们使用等熵关系

$$\frac{T_{\mathrm{t}}(z)}{T_1} = \left(\frac{p_{\mathrm{t}}(z)}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \frac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}(z)^2 \tag{5}$$

得到展向变化。这里，我们假设边界层内静温T_1 和压力 p_1 保持恒定。通过引入中心线马赫数 $\mathrm{Ma}_{1,\mathrm{c}}$，可由（5）计算这两个量；该马赫数基本上决定了端壁处的 T_{t} 和 p_{t} 。如上所述，所选数值必须确保总压始终高于模拟所得的静压，以避免壁面附近发生回流。可能需要通过迭代来满足这一条件。需要注意的是，对 $\mathrm{Ma}_{1,\mathrm{c}}$ 进行小幅调整，主要会影响壁面附近的总压分布，对模拟中关注的量没有显著影响。对于这一特定情形，我们选择 $\mathrm{Ma}_{1,\mathrm{c}} = 0.362$。不过，中心线处的马赫数仍由模拟结果决定。

马赫数分布 $\mathrm{Ma}(z)$ 根据离散的 DNS 速度分布u_i^+，DNS 以及对应的壁面距离 z_i^+，DNS计算，方法是直接采用 u^+ 和 z^+的定义：

$$\mathrm{Ma}(z_i) = u^+_{i,\mathrm{DNS}} \cdot \frac{u_\tau}{a_1}, \tag{6}$$

$$z_i = z^+_{i,\mathrm{DNS}} \cdot \frac{\nu_1}{u_\tau} \tag{7}$$

with

$$u_\tau = \frac{a_1 \cdot \mathrm{Ma}_{1,\mathrm{c}}}{u^+_{\infty,\mathrm{DNS}}} \tag{8}$$

以及 DNS 自由来流速度 u^+_{∞}，DNS。声速 a_1 和黏度ν_1 分别根据 T_1 和 p_1，采用理想气体关系和萨瑟兰定律计算。这样便可利用式（$T_{\mathrm{t}、1}$（z）和 $p_{\mathrm{t}、1}$（z）描述5中的展向变化。无量纲湍流应力张量采用类似方式进行缩放：

$$\overline{u_j' u_k'}(z_i) = \overline{u_j' u_k'}^+|_{i,\mathrm{DNS}} \cdot u_\tau^2. \tag{9}$$

最后，边界层内的湍流积分长度尺度根据湍动能和耗散率估算，并用 $\frac{\nu_1}{u_\tau}$进行量纲化，方法与式（7）中的做法相同：

$$L_{\mathrm{T,BL}}(z_i) = \frac{(k^+_{i,\mathrm{DNS}})^{3/2}}{\epsilon^+_{i,\mathrm{DNS}}} \cdot \frac{\nu_1}{u_\tau}. \tag{10}$$

理想情况下，应选择自由来流雷诺应力和湍流长度尺度，使测得的湍流衰减与之吻合。然而，在本例中，这会导致长度尺度与叶栅

螺距处于同一量级。原则上，可以通过模拟多个叶片来解决这一问题，但这会相应增加计算成本。因此，我们选择减小湍流长度尺度，并对计算域入口处雷诺应力张量的非零分量进行缩放，使叶片前缘平面处的湍流强度与实验结果一致。这会导致湍流结构衰减得更快，评估结果质量时应考虑这一点。不过，湍流各向异性仍按热线测量结果进行设定。

边界层边缘处相交的边界层剖面与自由来流湍流量取值进行合并。由于自由来流湍流长度尺度远大于边界层内较小的长度尺度，我们采用

$$L_{\mathrm{T}} = \max(L_{\mathrm{T,BL}}, L_{\mathrm{T,freestream}}) \tag{11}$$

对于距壁面大于 δ_{99}的距离，采用上述处理。最后，将雷诺应力张量从沿流线方向的坐标系旋转至笛卡尔坐标系。

对于雷诺平均纳维–斯托克斯模拟，我们采用与大涡模拟相同的边界层剖面。不过，自由来流湍流根据模型类型采用不同处理，目的是复现大涡模拟中的湍流衰减，而非实验中的湍流衰减。在线性涡黏性模型设置中，我们指定自由来流中的湍流强度和湍流长度尺度，以确定湍动能 k 及其比耗散率 ω 的边界条件。另一方面，对于差分雷诺应力模型设置，我们直接指定完整的雷诺应力张量 $u_i'u_j'$ 和 ω，以尽可能匹配合成湍流生成器产生的湍流各向异性和衰减。

下文将从前置通道流大涡模拟以及在细网格上包含叶片的最终模拟两个方面，描述采用上述方法获得的入口边界层和自由来流湍流。图3（左）展示了动量厚度雷诺数的发展

$$\mathrm{Re}_\theta = \frac{\|\overline{\mathbf{u}}_\infty\|\theta}{\nu_{\mathrm{wall}}}, \quad \theta = \int_0^{\delta_{99}} \frac{\|\overline{\mathbf{u}}(z)\|}{\|\overline{\mathbf{u}}_\infty\|}\left(1 - \frac{\|\overline{\mathbf{u}}(z)\|}{\|\overline{\mathbf{u}}_\infty\|}\right)\mathrm{d}z \tag{12}$$

与指数函数拟合曲线进行比较，该函数的比例系数为 $x^{4/5}$ ，拟合依据是从叶片前缘起沿轴向距离 x/C_{ax}范围内的实验数据。需要指出的是，由于保密限制，此处无法展示绝对值，而且可用于拟合的实验数据较少。鉴于这些限制，前置通道流大涡模拟与实验结果吻合得较好。由于带叶片的模拟（精细网格大涡模拟）中的边界层受到发散端壁和叶片势场的显著影响，在本图及后续所有图中，我们分别以浅灰色和深灰色表示通道扩压段和叶片范围。尽管如此，在远离叶片的上游区域，边界层厚度的发展仍吻合良好。图3 (右侧)显示了归一化边界层

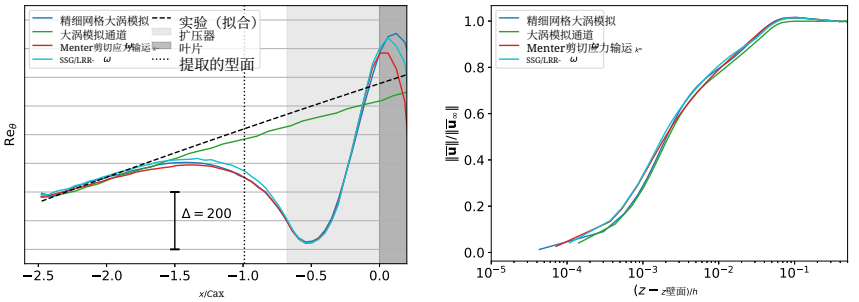


图 3 从入口平面（*left*）起沿轴向距离变化的动量厚度雷诺数，以及 $x/C_{\mathrm{ax}} = -0.99$ （*right*）处的边界层速度剖面

在 $x/C_{\mathrm{ax}} = -0.99$ 处提取的速度分布，以供参考。叶片和扩压器对边界层尾迹区的上游影响最为显著。就边界层形状和积分特性而言，两种雷诺平均纳维–斯托克斯模型与大涡模拟的结果吻合得较好。

在适当地定义湍流边界层后，我们将重点转向自由来流湍流的特性描述。数据来自沿中展向一条穿过叶片前缘平面的流线对流场进行的时间分辨采样，采样位置为 $y/l_{\mathrm{pitch}} = 0.5$。图 4 (左) 给出了自由来流湍流强度 Tu 的发展情况，并与测量数据的拟合结果进行了比较。如前所述，我们的设置中湍流衰减略快，但叶片前缘处的湍流强度得到了准确捕捉。与 MTU T161 的模拟（精细网格大涡模拟）相比，由于时间步长限制较宽松，前驱通道流模拟的统计误差要小得多。同样，在势流效应可以忽略的上游区域，两种模拟结果高度吻合；随后由于几何形状不同，结果开始出现偏差。两种雷诺平均纳维–斯托克斯模型都能很好地匹配大涡模拟中的湍流衰减。进入叶片通道后，结果开始出现差异：Menter剪切应力输运 k-ω 模型开始低估前缘后方不远处的湍流强度。另一方面，SSG/LRR-模型能够在整个叶片通道内再现适当的湍流水平，直至接近尾缘（TE）处才开始出现偏差。为此，正确指定入口流处的湍流各向异性至关重要（此处未展示湍流强度相同但各向异性不同的结果）。

图 4 (右）以重心图的形式展示了同一条流线上的雷诺应力各向异性 [47] 。图中再次展示了通道流和 MTU T161（精细网格大涡模拟）的模拟结果，轴向位置以灰度标示，前缘以红色标示，后缘以紫色标示。在入口流处，注入的湍流具有双分量特征（如合成湍流生成器的输入设定所示）；经过一小段适应距离后，通道流呈现出回归各向同性的轨迹（趋向三分量角）。对于带叶片的模拟，可以观察到流动加速对湍流的影响

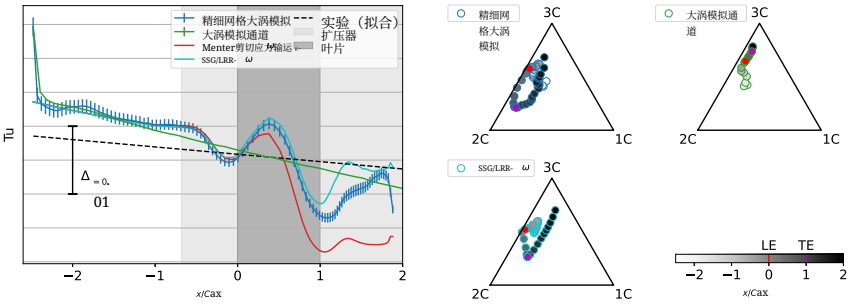


图 4 自由来流湍流强度（*left*）及雷诺应力各向异性张量特征值在重心坐标系中的演变情况，颜色表示轴向位置（*right*）

结构。湍流最初衰减并趋向各向同性后，涡在叶片通道收缩的作用下被拉伸。在重心三角形中，沿盘状轴对称边界，从前缘到后缘可以观察到趋向二维轴对称角（2C）的趋势 [48]。离开叶片通道后，湍流呈现出趋向各向同性状态的趋势。SSG/LRR-ω 模型的结果证实，叶片上游的湍流各向异性与大涡模拟结果一致。尽管前缘和后缘之间的轨迹出现了轻微偏差，但对自由来流湍流各向异性的表征在定性上非常吻合。由于 Menter 剪切应力输运k-ω 模型只能设定各向同性湍流，因此这里有意省略这一比较。

最后，我们分析流向、横流向和壁面法向速度分量（$u_{\parallel}$、$u_{\perp}$、u_z）的频谱特征。湍流长度尺度L_{T} 以 STG 指定的长度尺度归一化后$L_{\mathrm{T},\,0}$ 如图 5（左侧）所示。该尺度使用冻结湍流假设

$$L_{\mathrm{T},i} = \|\overline{\mathbf{u}}\| T_{\mathrm{int},i} \tag{13}$$

积分时间尺度计算为相应速度分量时间信号的归一化自相关函数在 τ_0 处首次过零点之前的积分（不对 i求和）：

$$T_{\mathrm{int},i} = \int_0^{\tau_0} \left(\frac{1}{t_{\mathrm{avg}} \cdot \overline{u_i' u_i'}} \int_0^{t_{\mathrm{avg}}} u_i'(t) u_i'(t-\tau) \mathrm{d}t \right) \mathrm{d}\tau. \tag{14}$$

轴向发展表明，湍流长度尺度迅速减小至约为规定值的一半，这与以往使用该特定 STG 生成衰减各向同性湍流的经验一致 [30]。在叶片通道内可以看到，垂直于主流方向的长度尺度在叶片后部显著增大，随后在下游开始衰减并趋于各向同性。图5

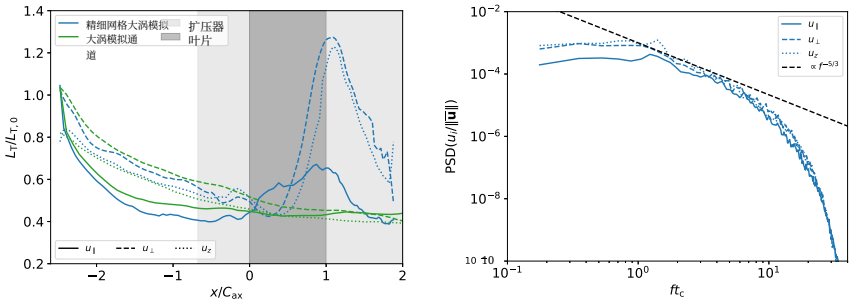


图 5 大涡模拟中自由来流湍流长度尺度 (*left*) 的发展及 $x/C_{\mathrm{ax}} = -0.99$处带叶片 (*right*) 时流向、横向和展向速度分量的功率谱密度

(右侧)显示了 $x/C_{\mathrm{ax}} = -0.99$ 处自由来流中的功率谱密度。在大尺度上，湍流仍具有显著的各向异性。然而，在较小尺度上，湍流已形成惯性区，如与 $f^{-5/3}$ 成正比的直线所示。

总之，我们给出了一个与现有实验数据一致的大涡模拟设置，以及两个与大涡模拟一致的雷诺平均纳维–斯托克斯设置。

4 流动分析

4.1 中展向

在上一节对来流进行表征后，本节将分析流经 MTU T161叶栅的流动，重点关注二次流结构及雷诺平均纳维–斯托克斯模型对其的表征。首先，我们简要讨论粗网格和细网格大涡模拟在所关注量方面的一致性，并在适用时与实验进行比较，以增强对当前大涡模拟数据集的信心。在初始瞬态过程结束后，分别对细网格和粗网格进行统计采样，采样时长为 100 和 31 个对流时间单位t_c ，时间单位基于弦长和出口速度，如表 1所示。采样数量的差异将体现在 68% 置信区间中 [49]。

我们首先讨论叶片载荷和尾迹损失。图 6展示了中展向叶片表面压力分布与实验结果的对比（左侧）以及表面摩擦系数

$$\overline{c_{\mathrm{f}}} = \frac{\mathrm{sgn}(\overline{\tau_{\mathrm{w},x}})\sqrt{\overline{\tau_{\mathrm{w},x}}^2 + \overline{\tau_{\mathrm{w},y}}^2}}{p_{\mathrm{t1,ref}} - p_{\mathrm{2,ref}}}. \tag{15}$$

目前尚无实验数据可供参考（右侧）。两种LES产生了相同的叶片载荷，并且仅在层流分离泡转捩峰下游的壁面摩擦方面表现出细微差异，这表明粗网格上的分辨率并不完全足够。尽管LES和

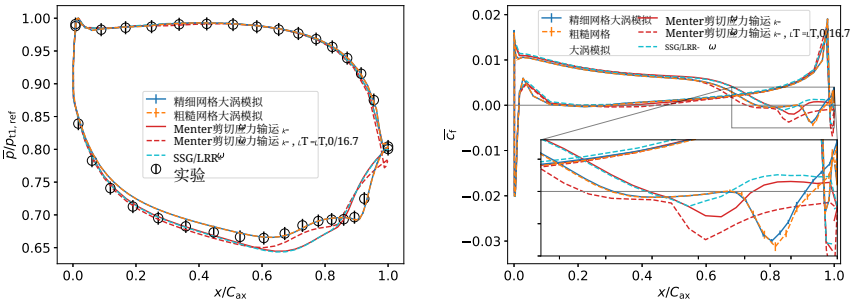


图 6 叶片中展向压力分布（*left*）和壁面摩擦系数（*right*）；误差条表示 68% 置信区间

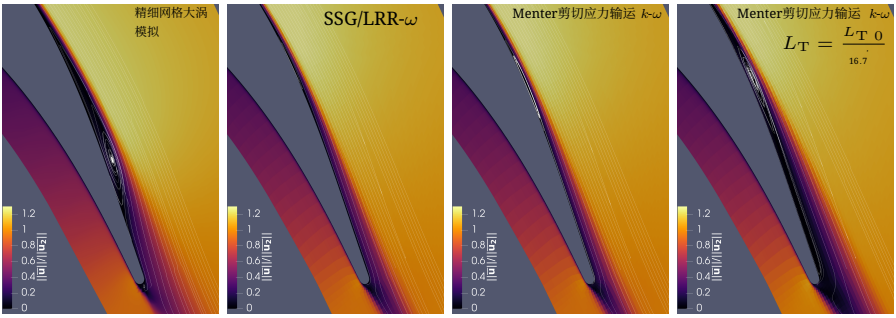


图7 叶片分离区内的中展向流线

实验在压力面上的结果非常一致，但在吸力面上 $x/C_{\mathrm{ax}} = 0.1$ 与0.6之间可以发现表面压力存在差异。以往针对该配置的研究也发现了类似的偏差，例如 [13]。另一方面，压力平台在0.7至0.9之间以及基底压力的恢复表明的层流分离泡和随后发生的湍流再附均得到了很好的捕捉。Menter剪切应力输运 k-ω 和SSG/LRR-ω 模型均无法再现这一特征性的压力平台。鉴于通过降低雷诺平均纳维–斯托克斯模型中的入口湍流长度尺度来补偿这一问题似乎已成为惯例，我们还纳入了采用Menter剪切应力输运 k-ω 模型获得的此类解。请注意，与图4所示结果相比，这会使前缘平面上的湍流强度降低约56%。虽然乍看之下这似乎改善了叶片载荷的预测，但可以观察到尾缘压力并未恢复，表明存在开放分离泡。为作进一步解释，我们在图6 （右侧）中评估了中展向壁面摩擦系数，并在图7中给出了流线。LES呈现出经典层流分离泡（LSB）的壁面摩擦分布：分离后出现微弱逆流，随后出现转捩峰并最终再附。然而，两个采用合理入口湍流水平配置的雷诺平均纳维–斯托克斯模型均表现出略微延迟的分离和过早的再附，从而形成非常薄的分离泡。该模拟

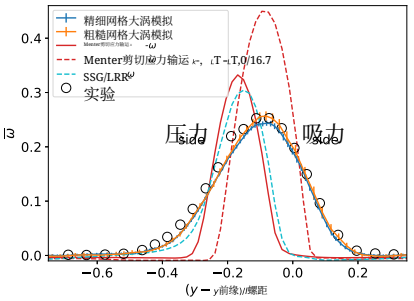


图 8 中展向尾迹总压损失系数（ $x/C_{\mathrm{ax}} = 1.4$处）

采用调整后的湍流长度尺度时，分离发生得较早，且具有层流分离泡的一般特征，但在后缘之前未能再附着。尽管该分离泡的流向位置不正确，其厚度却与大涡模拟计算结果更为接近。较大的分离泡可由转捩模型的行为解释：在分离前，该模型使边界层中更大一部分以层流状态维持，差值为 $\gamma \ll 1$。

图 8 显示了总压损失系数

$$\overline{\omega} = \frac{p_{\mathrm{t1,ref}} - p_{\mathrm{t}}(\overline{\rho}, \overline{u}, \overline{v}, \overline{w}, \overline{p})}{p_{\mathrm{t1,ref}} - p_{\mathrm{2,ref}}}, \tag{16}$$

该系数由尾迹平面上 x/C_{ax} =1。4处的时间平均原始变量计算得出。节距坐标 y 相对于叶片上轴向坐标最小的点 y_{LE} 给出。大涡模拟和实验数据均在统计置信区间内吻合良好。另一方面，所有雷诺平均纳维–斯托克斯设置都无法准确再现尾迹形状。由于分离泡过薄，采用适当湍流衰减的两种模拟都预测了过强的流动偏转；Menter剪切应力输运k-ω 和SSG/LRR-ω的质量平均损失分别低估了43%和36%。采用调整后湍流长度尺度的雷诺平均纳维–斯托克斯模拟则因误差碰巧相互抵消而受益，质量平均损失仅低估12%。文献中也报告了MTU T161 [13, 16]和T106A [10]的尾迹发展方面存在类似的雷诺平均纳维–斯托克斯模拟与大涡模拟之间的差异。

4.2 二次流系统

作为对大涡模拟的最终验证，我们转而考察二次流系统，该系统通过尾迹平面上的总压损失系数可视化，位置为 $x/C_{\mathrm{ax}} = 1.4$ 见图9。请注意， z坐标是相对于局部通道高度给出的 h。细网格上的大涡模拟能够很好地再现实验中发现的损失核心区的整体形状。尾缘脱落涡（TSV）（或反向涡 [4, 8]）和通道涡（PV）区域的差异相当细微，而实验数据集的空间分辨率低得多，使这些差异在视觉上更加明显

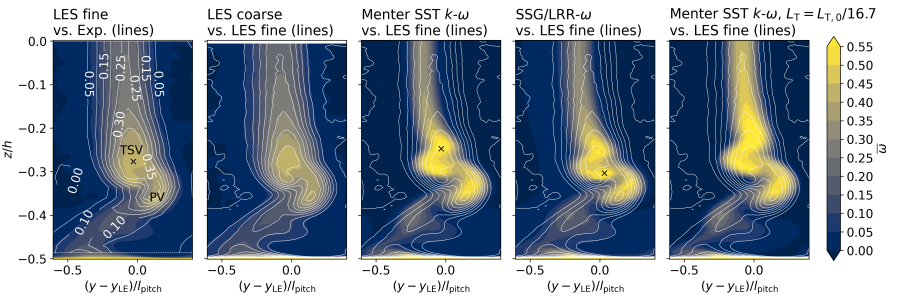


图9 $x/C_{ax} = 1.4$处的尾迹总压损失系数

实验数据集的分辨率。从图中可以看出，与实验结果相比，当前大涡模拟预测的通道涡相关损失核心区位置略微靠近端壁。图中的第二个面板将粗网格上的大涡模拟与细网格上的模拟进行比较，后者以等值线表示。正如中跨结果所述，尽管粗网格大涡模拟的展向分辨率相对较低，两种模拟仍给出了相一致的结果。

图 9 中剩余的三个面板展示了 RANS 结果，并与细网格上的 LES 结果进行了比较。这里首先可以观察到，调整来流湍流长度尺度并不会显著改变二次流损失。使用 Menter剪切应力输运 k-ω 模型的两次 RANS 模拟之间的差异仅在中展向附近（$z \approx \pm 0.2h$）变得明显。因此，下面我们将重点比较两种不同的 RANS 模型方法（面板 3 和 4）。二次流损失区域的整体形状仅在很小程度上取决于所选模型，并且与 LES 得到的结果相似。不过值得注意的是，在通道涡和尾缘次级涡所在区域，RANS 显示出大幅增加的最大损失系数。图中以 x 标出了最大值的位置。对于 Menter剪切应力输运 k-ω模型，该值被高估了 34%；而 SSG/LRR-ω 模型得到的结果使最大损失增加了 48%，且最大损失出现在与 Menter剪切应力输运 k-ω 模型和 LES 均不同的另一个峰值处。这与 Marconcini 等人 [10] 报告的结果一致，不同之处在于，在我们的案例中，即使从节距平均意义来看，RANS 显示的损失也过大。

RANS结果中损失增加的原因，可以从图 $\omega_{sw} = \mathbf{u} \cdot \omega / \|\mathbf{u}\|$ 所示的流向涡量拓扑结构中看出。图中的截面与图10中的截面位于相同平面，即 $x/C_{ax} = 1.4$ ，9。RANS模型显示，靠近端壁处的流向涡量增大，这表明角涡比LES计算结果预测的延伸得更靠下游，参见 [10]。此外，在这两种模型中，尾缘次级涡（TSV）与通道涡（PV）组成的涡系更强，位置离端壁更远，并略微偏向吸力面（正 y）。尽管差分雷诺应力模型通常因在表征涡时扩散性较弱而受到称赞，但在本例中，SSG/LRR-ω

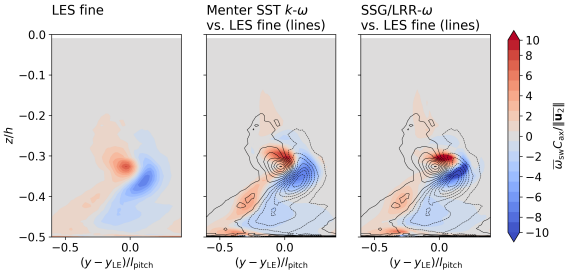


图10 尾迹流向涡量 ω_{sw} 位于 $x/C_{\mathrm{ax}} = 1.4$

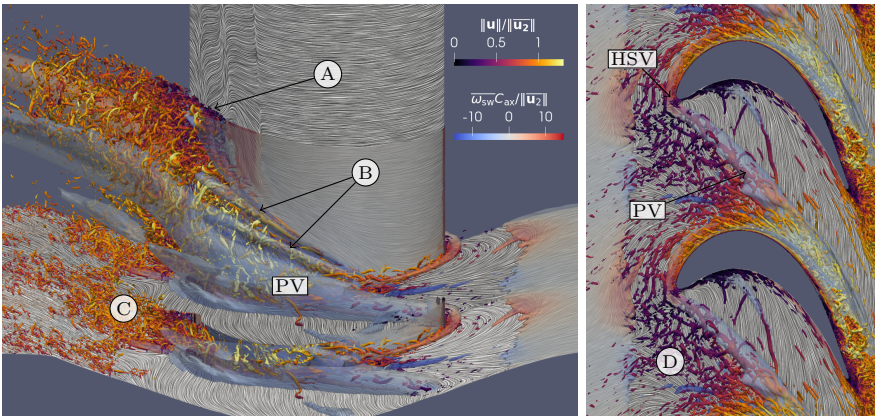


图11 吸力面上的瞬时流场通过 $QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 500$ 可视化（*left*），端壁上的瞬时流场通过 $QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 100$ 可视化（*left*），二者均以速度大小着色；时间平均解通过表面迹线和 $QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 1$等值面可视化，并以流向涡量着色

模型却明显夸大了尾缘次级涡和通道涡的紧凑程度与强度。为进一步了解这种差异的根源，下面几段将把重点转向更上游区域。

图 11展示了靠近端壁的叶片通道内二次流系统的三维视图。其中，利用线积分卷积（LIC）根据时间平均壁面剪切应力矢量计算得到的表面迹线，以及一个半透明的时间平均$QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 1$ [50] 等值面，以蓝至红的颜色映射表示流向涡量 ω_{sw}，用于指示旋转方向。瞬时涡结构以如下方式可视化：在叶片吸力面上方显示 $QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 500$等值面（左），并在俯视图中显示 $QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 100$等值面（右），以便观察较弱的来流湍流边界层涡结构。两者均采用相同的速度大小色标。按此 Q选择，自由来流湍流结构过弱，无法显示。朝向展向中部，分离泡上方会产生显著的湍流结构（ A◯），并对下游尾迹湍流有重要贡献。在 PV 内部以及靠近叶片表面的两个独立涡

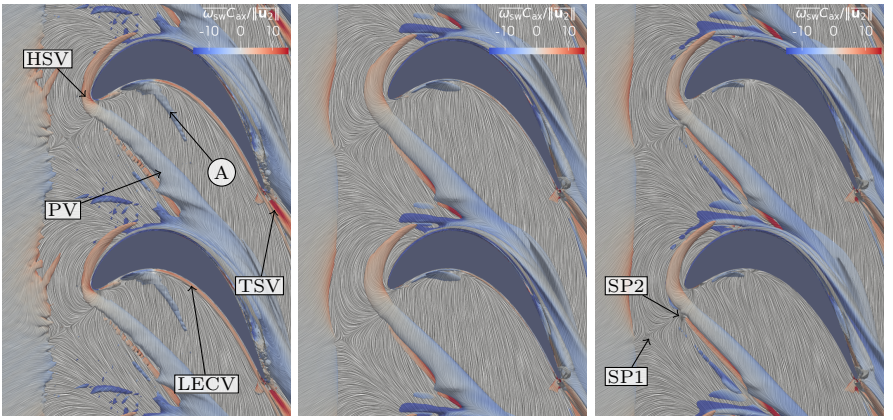


图12 端壁表面流线及由流向涡量着色的 Q 等值面所示涡结构：大涡模拟平均流场（*left*）、Menter剪切应力输运 k-ω （*middle*）和 SSG/LRR-ω（*right*）

核（B◯）附近也可发现湍流活动增强；这些涡核起源于同一区域。Cui 等人 [8] 还报告称，在 PV 上方存在一个独立涡核，但指出其旋转方向相反。在本例中，三个涡的旋转方向相同。尽管 PV 正下游的端壁边界层未产生显著的瞬时涡流结构，但靠近吸力面后缘的鞍点下游开始重新出现强烈的湍流（C◯）。端壁俯视图中较低的 Q数值证实，通道涡将来流湍流边界层（D◯）完全抬离壁面，从而在下游形成平静区，参见 [8]。

图 12 展示了更清晰的平均流场视图，与图 11 (右侧) 视角相同，但未显示瞬时结构。除大涡模拟（左侧）外，图中还展示了 Menter 剪切应力输运k-ω (中间) 和 SSG/LRR-ω (右侧) 的结果以供比较。马蹄涡（HSV）由来流边界层卷起形成。然而，其吸力面涡腿（红色）在到达压力峰之前便已消散，而压力面涡腿（蓝色）则沿叶道横向流向下一片叶片的吸力面发展，脱离端壁并形成通道涡（PV）。叶片后方可辨认出第二个大型结构，即尾缘次级涡（TSV），其旋转方向相反。两个涡均延伸至叶片下游较远处，并在图 9 所示的高压力损失区域和图 10所示的涡量区域中显现。沿叶片压力面发展的另一个较小但非常明显的涡是前缘角涡（LECV）。压力面靠近前缘处有一个短小的分离泡。由于端壁发散，泡内回流被推向端壁，在那里卷起、脱离，并与通道内通道涡和叶片压力面之间新形成的边界层混合（A◯）。

采用雷诺平均纳维–斯托克斯模型，可以较为合理地再现二次流的整体拓扑结构。各模型之间最显著的拓扑差异，是在

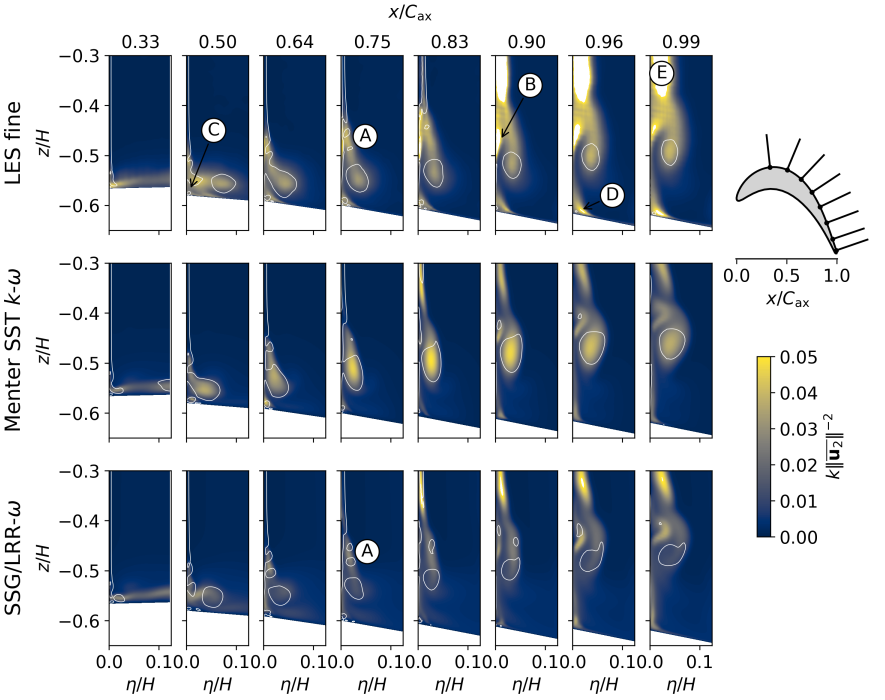


图13 细网格上的大涡模拟（*top*）、Menter剪切应力输运模型 k-ω （*middle*）和SSG/LRR-ω （*bottom*）在垂直于叶片表面的不同截面上的湍动能 k ； 使用 $QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 10$ 等值线标示通道涡核心

前缘与第一鞍点（SP1）之间、略微靠上游的位置，SSG/LRR-ω模型出现了第二个鞍点（SP2）。除此之外，差分雷诺应力模型产生的涡核比线性涡黏性模型更紧凑，这一点已在下游尾迹平面中观察到。两种模型均预测马蹄涡出现在几乎相同的位置，并沿着相同的轨迹发展，其中压力面涡腿几乎呈直线延伸。相比之下，大涡模拟显示马蹄涡起源位置更靠近前缘。其吸力面涡腿更贴近叶片表面，压力面涡腿则弯曲穿过流道，最终到达相邻叶片。另一个差异是由压力面（PS）分离形成的涡（ A◯）：该涡在大涡模拟中存在，在Menter剪切应力输运 k-ω 模型中仅隐约可见，而在SSG/LRR-ω 模型中几乎无法辨认。这是由于压力面分离较弱所致；对于SSG/LRR-ω 模型，分离甚至未延伸至整个叶高范围。

在概述二次流系统之后，我们现在转而更详细地分析叶片吸力面附近的湍流，因为这可能是此前讨论的尾迹损失差异的根本原因。关于中展向区域，Fard Afshar 等人已对此进行了深入讨论。 [16] 因此，我们的结果与他们的发现一致。于是，我们将重点放在端壁区域。图13 展示了湍流动能

，图中给出了吸力面上八个不同壁面法向平面内的分布，其位置示意于右侧。请注意， k 坐标以入口通道高度 z而非局部通道高度 H 进行归一化 h ，且 η 表示距叶片壁面的距离。单条 $QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 10$ 等值线有助于更定量地识别涡结构，其中最显著的是通道涡（PV）。雷诺平均纳维–斯托克斯模型预测该涡在更靠上游的位置接近叶片壁面，如 $x/C_{\mathrm{ax}} = 0.50$处的剖面所示。随后，该涡更快地脱离端壁，从而导致图9 和10所示尾迹平面中的差异。Marconcini 等人 [10] 在具有平行端壁的 T106A 中也观察到了类似现象。涡核与升高的 k相吻合；Menter剪切应力输运 k-ω 模型对此进行了较好的定性再现，但在叶片尾缘附近略有高估 k 的倾向。值得注意的是，SSG/LRR-ω模型未能在通道涡的发展过程中产生足够的 k ，这可能解释了与大涡模拟结果相比涡衰减较慢的原因。在大涡模拟的 $x/C_{\mathrm{ax}} = 0.75$ （A◯；另见图11 B◯）中，可在通道涡上方观察到另外两个涡核。差分雷诺应力模型也能捕捉到它们，但同样耗散得过慢，因为在 $x/C_{\mathrm{ax}} = 0.96$处仍能看到它们。另一方面，在大涡模拟中，这些涡到 $x/C_{\mathrm{ax}} = 0.9$时已消失，此处有一片高湍流水平区域脱离了叶片表面（B◯）。此外，在叶片与端壁的交界处还可看到一个小角涡（C◯）。它沿叶片向上移动一小段距离，随后该区域湍流强度的增加使其再次消失（D◯）。定性而言，雷诺平均纳维–斯托克斯模型也能呈现这一现象，但其 k水平明显较低。就 k 而言，最大差异出现在基本呈二维流动的区域（E◯）。如上所述，这是由于雷诺平均纳维–斯托克斯模型严重低估了分离泡，但这对端壁流动的讨论没有显著影响。

我们希望通过从雷诺应力各向异性的角度分析湍流拓扑，来结束对二次流系统的讨论，并为「在湍流各向异性显著的流动区域，差分雷诺应力模型应优于线性涡黏模型」这一普遍观点补充一些事实 [51]。借助 Emory 和 Iaccarino 提出的方法 [52] ，可以通过将雷诺应力各向异性张量的特征值编码为 RGB 通道，直观地呈现其空间分布。图14 展示了与上文相同的切面，现按湍流各向异性着色。每种颜色对应一组各向异性张量特征值，其在图例中的重心三角形上以位置表示。先看远离端壁的叶片通道内自由来流湍流（A◯）：色彩图显示，脉动由混合的双分量与三分量湍流逐渐转变为趋近双分量（2C）角点的状态（另见图 4）。差分雷诺应力模型能够较好地再现这一行为；而线性涡黏模型则无法做到，因为在线性 Boussinesq 近似下，湍流各向异性等于应变率各向异性。尽管如此，为求完整，我们仍展示 Menter剪切应力输运 k-ω 模型的结果。在靠近叶片处，

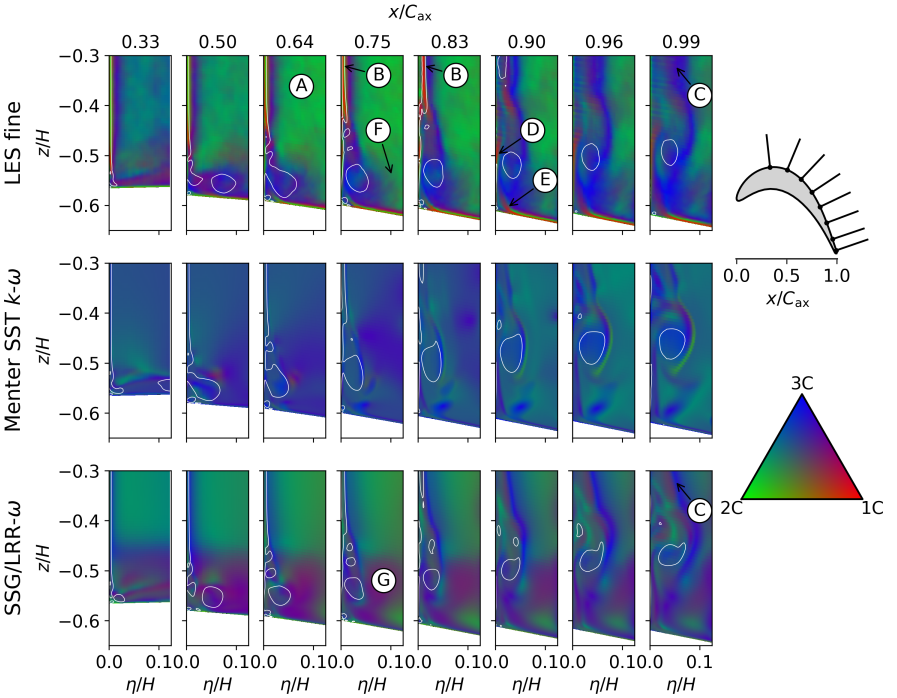


图1在叶片表面法向的不同截面中，以 RGB 颜色显示雷诺应力张量各向异性：细网格上的大涡模拟（top）、Menter剪切应力输运 k-ω （$middle$）和 SSG/LRR-ω（$bottom$）；使用 $QC_{\mathrm{ax}}^2/\|\mathbf{u}_2\|^2 = 10$ 等值线标示通道涡核心

在统计二维流动部分，可在 Q等值线中观察到转捩分离剪切层（ B◯），其湍流状态明显接近单分量极限，参见 [16]。转捩为湍流后，该区域的湍流则明显更接近各向同性（三分量）状态（ C◯）。SSG/LRR-ω 模型未能再现这一分离的典型特征；如图7所示，它也未能再现分离本身。只有在转捩之后（ C◯），模型结果才较为吻合；然而，如上所述，湍流水平远远过低。请注意，该模型是高雷诺数模型，在固壁附近启用较简单的 LRR压力应变模型 [53] 。与低雷诺数方法相比，这一选择有助于提高模型的数值稳定性，但对于当前这类情况，其合理性值得商榷。在另外两个近壁单分量湍流被抬升的区域，也能观察到类似现象。一处位于端壁与叶片壁面的交界处（ D◯），另一处位于通道涡在叶片表面诱导的向上横流中（ E◯）；两处都形成了湍流增强区域（参见图 13D◯ 和 B◯）。在图 k13中，容易将占主导地位的通道涡与湍流增强联系起来；但从湍流各向异性的角度看，情况并不那么明朗。总体而言，在通道涡影响区域内，湍流接近各向同性，这一点在大涡模拟和差分雷诺应力模型的结果中一致。不过，大涡模拟显示

该区域应局限在靠近叶片壁面的范围内，而通道涡下游区域会因其下洗作用，迅速被来自自由来流的二维湍流填满（ F◯）。相反，差分雷诺应力模型在该处产生了大面积呈杆状状态的应力（ G◯）。

总之，没有一种雷诺平均纳维–斯托克斯模型能够全面而令人满意地呈现二次流区域内的湍流情况。不过，虽然 Menter剪切应力输运 k-ω 模型能够较为合理地预测通道涡内的湍流强度，但 SSG/LRR-ω 模型则无法做到这一点，这可视为该方法的一项重大缺陷。两种模型都无法准确呈现流体从壁面被抬升处的高湍流区域。在湍流各向同性方面，尽管 SSG/LRR-ω 能够模拟自由来流中的涡拉伸，却无法再现大涡模拟结果中二次流系统的许多显著特征。

5 结论

我们展示了采用高阶间断伽辽金方法获得的 MTU T161 全新、高分辨率大涡模拟数据集，工况为 $\mathrm{Ma}_{2,\,\mathrm{th}} = 0.6$、$\mathrm{Re}_{2,\,\mathrm{th}} = 90000$ 和 $\alpha_1 = 41°$，重点在于恰当地再现入口湍流边界层和自由来流湍流。大涡模拟计算得到的平均叶片载荷以及归因于二次流特征的压力损失分布与实验结果吻合良好，验证了本文所述方法的有效性。然而，由于中展向处发生层流向湍流转捩，且端壁处存在复杂的二次流系统，该算例对雷诺平均纳维–斯托克斯模型构成了挑战。分析采用了线性涡黏性模型和差分雷诺应力模型，两者均与先进的、与拓扑无关的转捩模型耦合。有了大涡模拟参考结果，我们得以在雷诺平均纳维–斯托克斯设置中一致地复现边界条件，因此，不同模拟方法之间的所有差异都可归因于物理建模问题。在中展向处，未能恰当地预测分离诱导转捩，导致叶片尾迹过窄。由于研究表明，中跨流动解对二次流系统的影响较弱，我们仍能对该区域内雷诺平均纳维–斯托克斯模型的性能作出有意义的评估。两种模型都高估了通道涡和尾缘次级涡所致尾迹中的局部总压损失；这一问题可追溯到从叶片前缘处的马蹄涡开始发展的涡系统。尽管差分雷诺应力模型在整个流场中对湍流各向异性的表征更为恰当，但它低估了与大尺度涡相关的湍流，导致二次流结构过于紧凑且持续时间过长。总之，我们识别出了常用雷诺平均纳维–斯托克斯方法中的重要不足。与传统上同实验结果进行比较的做法相比，大涡模拟与雷诺平均纳维–斯托克斯设置之间一致性的提高，使这些问题能够在未来得到解决。

声明

• 资助：本研究未获得外部资助。
• 利益冲突：作者声明不存在利益冲突。
• 伦理审批：不适用。
• 知情同意：不适用。
• 作者贡献：C.M. 撰写了论文主体文本，准备了图表，进行了后处理和雷诺平均纳维–斯托克斯模拟。M.B. 开发了间断伽辽金求解器，并撰写了描述该求解器的论文部分。A.T. 进行了大涡模拟和后处理。B.K. 参与了后处理工作。M.F. 提供了实验数据。所有作者均审阅了论文。

参考文献

[1] Denton, J.D.：1993年IGTI学者讲座：涡轮机械中的损失机制。《涡轮机械学报》**115**（4），621–656（1993）。https://doi.org/10.1115/1.2929299[2] Gbadebo, S.A.、Cumpsty, N.A.、Hynes, T.P.：轴流压气机中的三维分离。《涡轮机械学报》**127**（2），331–339（2005）。https://doi.org/10.1115/1.1811093[3] Taylor, J.V.、Miller, R.J.：压气机流动中的相互竞争的三维机制。《涡轮机械学报》**139**（2），021009（2016）。https://doi.org/10.1115/1.4034685[4] Langston, L.S.：轴流涡轮中的二次流——综述。《纽约科学院年刊》**934**（1），11–26（2001）。https://doi.org/10.1111/j.1749-6632.2001.tb05839.x[5] Choi, H.、Moin, P.：大涡模拟的网格点要求：重新审视Chapman的估算。《物理流体》**24**（1），011702（2012）。https://doi.org/10.1063/1.3676783[6]Sandberg, R.D.、Michelassi, V.、Pichler, R.、Chen, L.、Johnstone, R.：低压涡轮的可压缩直接数值模拟——第一部分：方法。《涡轮机械学报》**137**（5），051011–051011（2015）。https://doi.org/10.1115/1.4028731[7] Michelassi, V.、Chen, L.-W.、Pichler, R.、Sandberg, R.D.：低压涡轮的可压缩直接数值模拟——第二部分：入口流扰动的影响。《涡轮机械学报》**137**（7），071005（2015）。https://doi.org/10.1115/1.4029126[8] Cui, J.、Nagabhushana Rao, V.、Tucker, P.G.：数值研究

高压级中的二次流 -升力低压涡轮。《国际传热与流体流动杂志》

63，149–157（2017）。https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2016.05.018

[9] Pichler, R., Zhao, Y., Sandberg, R., Michelassi, V., Pacciani, R., Marconcini, M., Arnone,A.：《大涡模拟与雷诺平均纳维–斯托克斯分析：线性低压涡轮级联中的端壁流动，第一部分：不同入口条件下的流动与次级涡量场》。《涡轮机械学报》**141**(12) (2019). https://doi.org/10.1115/1.4045080

[10]Marconcini, M., Pacciani, R., Arnone, A., Michelassi, V., Pichler, R., Zhao, Y., Sandberg, R>：《大涡模拟与雷诺平均纳维–斯托克斯分析：线性低压涡轮级联中的端壁流动，第二部分：损失生成》。《涡轮机械学报》**141**(5), 051004 (2019). https://doi.org/10.1115/1.4042208

[11] Gier, J., Raab, I., Schr¨oder, T., H¨ubner, N., Franke, M., Kennepohl, F., Lippl, F., Germain,T., Enghardt, L.：新一代航空发动机低压涡轮航空技术的准备工作。载于：第一届欧洲航空航天学会欧洲航空航天会议，德国柏林（2007）

[12]Martinstetter, M., Niehuis, R., Franke, M.：高负荷低压涡轮叶栅上的被动边界层控制。载于：Turbo Expo：陆地、海洋与空中动力，第7卷，第1315–1326页（2010）。https://doi.org/10.1115/GT2010-22739

[13] M¨uller-Schindewolffs,C.,Baier,R.-D.,Seume, J.R., Herbst,F.：基于直接数值模拟的雷诺平均纳维–斯托克斯预测分析：低压涡轮叶栅。《涡轮机械学报》**139**（8）（2017）。https://doi.org/10.1115/1.4035834

[14] Rasquin, M., Hillewaert, K., Colombo, A., Bassi, F., Massa, F., Puri, K., Iyer, A.S., Abe, Y., Witherden, F.D., Vermeire, B.C., Vincent, P.E.：MTU T161叶栅计算研究项目。载于：Hirsch, C., Hillewaert, K., Hartmann, R., Couaillier, V., Boussuge, J.-F., Chalot, F., Bosniakov, S., Haase, W.（编）：TILDA：面向航空工业的大涡模拟/直接数值模拟。《数值流体力学与多学科设计札记》，第479–518页。Springer，沙姆（2021年）。https://doi.org/10.1007/978-3-030-62048-6 18

[15] Iyer, A.S., Abe, Y., Vermeire, B.C., Bechlars, P., Baier, R.D., J ameson, A., Witherden, F.D., Vincent, P.E.：对 MTU-T161 低压涡轮叶片上的流动进行高阶精度直接数值模拟。Comput. Fluids**226**，104989（2021年）。https://doi.org/10.1016/j.compfluid. 2021.104989[16] Afshar, N.F.,Deutsch, J., Henninger, S., Ko˘zulovi´c, D., Bechlars, P.：采用大涡模拟分析高负荷三维直线涡轮叶栅中部截面的湍流各向异性。载于：Global Power

与推进技术会议，干尼亚，希腊（2022年）

[17] Rosenzweig, M., Giannini, S., Jelly, T.O., Sandberg, R.D.：展向扩张燃气通道中低压涡轮叶栅的高保真模拟与流动分析——入口边界条件标定。载于：第23届澳大拉西亚流体力学会议，澳大利亚悉尼（2022年）[18] Bergmann, M.,G¨olden, R., Morsbach, C.：用于通道流隐式大涡模拟的分裂形式节点间断伽辽金格式的数值研究。第7届欧洲计算流体动力学会议（2018年）[19] Bergmann, M., Morsbach, C.,Ashcroft, G.：用于低压涡轮叶型大涡模拟的分裂形式节点间断伽辽金格式评估。载于：Garc´ıa-Villalba, M., Kuerten, H., Salvetti, M.V.（编）：直接数值模拟与大涡模拟 XII，第365–371页。Springer，沙姆（2020年）[20]Kopriva, D.A., Gassner, G.J.：曲边单元上的节点间断伽辽金方法的几何效应及其可证明稳定性。《应用数学与计算》**272**，274–290（2016年）。https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.08.047[21] Roe, P.L.：近似黎曼求解器、参数向量与差分格式。《计算物理学杂志》**43**（2），357–372（1981年）。https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90128-5[22] Gassner, G.J., Winters, A.R., Kopriva, D.A.：具有分部求和性质的可压缩欧拉方程分裂形式节点间断伽辽金格式。《计算物理学杂志》**327**，39–66（2016年）。https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.09.013[23] Kennedy, C.A., Gruber, A.：可压缩流体纳维–斯托克斯方程对流项的降混叠格式。《计算物理学杂志》**227**（3），1676–1700（2008年）。https://doi.org/10.1016/j.jcp.2007.09.020[24] Bassi, F., Rebay, S.：用于可压缩纳维–斯托克斯方程数值求解的高阶精确间断有限元方法。《计算物理学杂志》**131**（2），267–279（1997年）。https://doi.org/10.1006/jcph.1996.5572[25]Gassner, G.J., Winters, A.R., Hindenlang, F.J., Kopriva, D.A.：BR1格式对可压缩纳维–斯托克斯方程是稳定的。《科学计算杂志》**77**（1），154–200（2018年）。https://doi.org/10.1007/s10915-018-0702-1

26 具有湍流端壁边界层的低压涡轮叶栅大涡模拟[26] Moura, R.C., Mengaldo, G., Peir´o, J., Sherwin, S.J.：采用基于DG的隐式大涡模拟的DG大涡模拟设置：关于耗散与鲁棒性的见解。载于：Bittencourt, M.L., Dumont, N.A., Hesthaven, J.S.（编）：偏谱与高阶方法求解偏微分方程ICOSAHOM2016，第161–173页。Springer，沙姆（2017年）[27]Moura, R.C., Mengaldo, G., Peir´o, J., Sherwin, S.J.：高阶不连续Galerkin方法对欧拉湍流隐式大涡模拟/欠分辨率直接数值模拟的涡解析能力。《计算物理学杂志》330(C)，615–623（2017年）。https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.10.056[28]Shu, C.-W., Osher, S.：本质无振荡激波捕捉格式的高效实现。《计算物理学杂志》77(2)，439–471（1988年）。https://doi.org/10.1016/0021-9991(88)90177-5[29] Shur, M.L., Spalart, P.R., Strelets, M.K., Travin, A.K.：用于气动与气动声学问题分区模拟中RANS-LES界面的合成湍流生成器。《流动、湍流与燃烧》93(1)，63–92（2014年）。https://doi.org/10.1007/s10494-014-9534-8[30] Leyh, S., Morsbach, C.：合成湍流生成器与涡轮机械边界条件的耦合。载于：Garc´ıa-Villalba, M., Kuerten, H., Salvetti, M.V.（编）：直接数值模拟与大涡模拟 XII。Springer，沙姆（2020年）[31] Schl¨uß, D., Frey, C., Ashcroft, G.：适用于涡轮机械应用中定常与非定常流动模拟的一致无反射边界条件。载于：ECCOMAS 2016大会——第VII届欧洲应用科学与工程计算方法大会，克里特岛，希腊（2016年）[32] Morsbach, C.：涡轮机械流动应用中的雷诺应力模型。学位论文，达姆施塔特工业大学（2016年12月）[33] Geiser, G., Wellner, J., K¨ugeler, E., Weber, A., Moors, A.：多级低压涡轮中非定常湍流与转捩效应的模拟和谱分析。《涡轮机械学报》141(5)，051012（2019年）。https://doi.org/10.1115/1.4041820[34] van Leer, B.：迈向终极守恒差分格式。V. Godunov方法的二阶续篇。《计算物理学杂志》32(1)，101–136（1979年）。https://doi.org/10.1016/0021-9991(79)90145-1[35] van Albada, G.D., van Leer, B., Roberts, W.W. Jr.：宇宙气体动力学中计算方法的比较研究。《天文学与天体物理学》108(1)，76–84（1982年）

层[36] Morsbach, C., di Mare, F.: 可压缩流中湍流模型方程的保守分离求解方法。载于：第六届欧洲应用科学与工程计算方法大会（ECCOMAS 2012），奥地利维也纳（2012）[37] Menter, F., Kuntz, M., Langtry, R.: SST模型十年的工业应用经验。载于：Hanjali´c, K., Nagano, Y., Tummers, M.（编）《湍流、传热与传质4》（2003）[38] Kato, M., Launder, B.E.: 定常和振动方柱周围湍流的建模。载于：第九届湍流剪切流研讨会，第10–411046页（1993）[39]Langtry, R., Menter, F.: 用于非结构化并行计算流体动力学代码的基于关联的转捩建模。AIAA J. 47(12), 2894–2906 (2009)[40]C´ecora, R.-D., Radespiel, R., Eisfeld, B., Probst, A.: 航空学中的微分雷诺应力建模。AIAA J., 1–17 (2014). https://doi.org/10.2514/1.J053250[41] Nie, S., Krimmelbein,N., Krumbein, A., Grabe, C.: 将雷诺应力模型与 γ-re$_{\theta t}$ 转捩模型耦合。AIAA J. 56(1), 146–157 (2018). https://doi.org/10.2514/1.J056167[42] Hindenlang, F.J., Gassner, G.J., Munz, C.-D.: 提高不连续Galerkin格式在边界层中的精度。《国际数值方法：流体》75(6), 385–402 (2014). https://doi.org/10.1002/fld.3898[43] Georgiadis, N.J., Rizzetta, D.P., Fureby, C.: 大涡模拟：当前能力、推荐实践与未来研究。AIAA J. 48(8), 1772–1784 (2010). https://doi.org/10.2514/1.J050232[44] Fr¨ohlich, J., Mellen, C.P., Rodi, W., Temmerman, L., Leschziner, M.A.: 对带有流向周期性收缩部的通道内分离流进行高分辨率大涡模拟。《流体力学杂志》526, 19–66 (2005). https://doi.org/10.1017/S0022112004002812[45] Keating, A., Piomelli, U., Balaras, E., Kaltenbach, H.-J.: 大涡模拟入口条件的先验与后验检验。《物理流体》16(12), 4696–4712 (2004). https://doi.org/10.1063/1.1811672.[46] Schlatter, P., Orl¨u, R.: 湍流边界层直接数值模拟数据的评估。《流体力学杂志》659, 116–126 (2010). https://doi.org/10.1017/S0022112010003113

[47] Baner jee, S., Krahl , R., Durst , F., Zenger, C.: 各向异性的呈现 py

28 具有湍流端壁边界层的低压涡轮叶栅大涡模拟湍流特性：不变量与特征值方法。《湍流学报》**8**，32 (2007)。
https://doi.org/10.1080/14685240701506896[48]Simonsen, A.J., Krogstad, P.-A.：湍流应力不变量分析：澄清现有术语。《物理流体》**17**(8), 088103 (2005)。https://doi.org/10.1063/1.2009008[49] Bergmann, M., Morsbach, C., Ashcroft, G., K¨ugeler, E.：尺度分辨模拟工程相关量的统计误差估算方法。《涡轮机械学报》**144**(3), 031005 (2021年)。
https://doi.org/10.1115/1.4052402[50] Haller, G.：涡的客观定义。《流体力学杂志》**525**，1–26 (2005)。https://doi.org/10.1017/S0022112004002526
[51] Hanjali´c, K.,Jakirli´c, S.：二阶矩湍流封闭建模。载于：Launder, B.E., Sandham, N.D.（编），《湍流与转捩流的封闭策略》，第1版，第47–101页。剑桥大学出版社，剑桥，英国 (2002)[52] Emory, M., Iaccarino, G.：利用分量性等值线在空间域中可视化湍流各向异性。2014年度研究简报，斯坦福，加利福尼亚州，美国 (2014)。
https://web.stanford.edu/group/ctr/ResBriefs/2014/14 emory.pdf[53] Launder, B.E., Reece, G., Rodi：雷诺应力湍流封闭的发展进展。《流体力学杂志》**68**，537–566 (1975)