MIMO 天线簇的最优效率与包络相关系数之间的权衡

Vojtech Neuman、Miloslav Capek，*IEEE* 高级会员、Lukas Jelinek、
Anu Lehtovuori 和 Ville Viikari，*IEEE* 高级会员

arXiv:2305.01416v2 [cs.IT] 8 Dec 2023

摘要——**本文提出了一种通过评估馈电系数来优化多输入多输出天线性能的理论。本文采用具有多个馈电端口的天线簇，从而增加自由度并提升性能。本研究考虑固定形状和匹配网络。该方法基于二次规划，在信道相关性和信道功率分布的约束下最大化总效率。本文给出的公式能够建立所有上述指标之间的权衡。以这种方式评估性能，可全面了解所选几何结构和端口布局。所选示例展示了效率与信道相关性既可能相互一致，也可能存在显著冲突。此外，本文还研究了频率色散对馈电的影响。**

索引词—**天线、电磁理论、馈电优化、多输入多输出、互耦、凸优化。**

I 引言

MULTIPLE-INPUT-MULTIPLE-OUTPUT（MIMO）技术已证明其在无线通信中的价值：它能够提高数据吞吐量和覆盖范围，同时减轻多径传播导致的信号衰落 [1]。当今所有无线标准均采用 MIMO [2], , 且这一趋势预计将持续下去 [3], [4]。在 6 GHz 以下频带为移动设备实现 MIMO 技术是当前的重点 [2]。尽管这一频率范围内的窄频带无法提供与毫米波频率相当的数据速率，但在抵御环境影响和自由空间损耗方面仍具有优势 [5], [6]。然而，在这些频带中，用户设备较小的电尺寸会显著降低其效率并加剧信道相关性，而这两项参数是影响 MIMO系统性能的关键因素 [1], [7]。

效率与信道相关性和天线之间的互耦密切相关。降低互耦可同时改善上述两项指标，因此人们提出了多种抑制互耦的方法 [8], [9]。接地平面通常是低频下的主要辐射体。在接地平面中引入各种狭缝和缺陷，可以提高端口之间的隔离度 [10]–[16]。另一种方法是在信号发生器与天线端口之间应用去耦网络 [17]–[19]。中和线也采用类似原理：在单元之间连接适当长度的传输线，以降低互耦 [20]–[23]。还可以通过为每个信道采用不同的天线远场极化来实现天线间的分集 [24]–[27]。与上述方法不同，另一种方案是利用特征模 [28]。模态分析所包含的信息 [29] 为端口布局提供了有力依据，可通过激励 [30]–[33] 产生正交远场，也可用于指导形状修改 [34]–[36] ，以获得所需性能。进一步利用模态特性和对称性，可以确立 MIMO 性能的一些基本极限 [37], [38]。事实证明，所列方法均能提升 MIMO 性能。然而，应用这些方法也面临若干挑战。结构修改和无源网络都需要复杂的设计流程，而且几乎不可能评估出最优的抑制结构。另一个问题是带宽较窄且频率可重构性有限。此外，特征模还面临选择性激励方面的问题 [39]。

为应对上述所有难题，本研究提出的解决方案基于所谓的天线簇技术 [40]。一个天线簇由多个辐射单元组成，每个单元均配有自己的有源馈电。除结构改动和匹配电路外，还可通过馈电优化进一步提升天线簇的性能。在这一范式下，无需抑制同一簇内各端口之间的互耦；相反，互耦有利于系统运行 [41]。在天线簇中采用多个不同类型的单元，可实现频率可重构性 [42]。馈电电路则由分布式发射机等先进方案取代 [43]。尽管天线簇有多个端口，但它仅构成一个通信信道。在设计区域内采用多个天线簇，即可实现 MIMO工作 [44]。两个天线簇之间的互耦仍会带来问题，必须通过改造辐射系统或利用多个端口提供的额外自由度加以抑制。然而，迄今尚无研究利用附加端口抑制信道相关性，也没有提出设置馈电系数的方法。

稿件收到日期：2023年12月11日；修订日期：2023年12月11日。本研究得到捷克科学基金会项目 No. 21-19025M 和布拉格捷克理工大学项目 SGS22/162/OHK3/3T/13 的资助。V. Neuman、M. Capek 和 L. Jelinek 任职于捷克共和国布拉格的布拉格捷克理工大学（电子邮箱：{vojtech.neuman；miloslav.capek；lukas.jelinek}@fel.cvut.cz）。A. Lehtovuori 和 V. Viikari 任职于芬兰埃斯波的阿尔托大学（电子邮箱：{anu.lehtovuori；ville.viikari}@aalto.fi）。本文中一幅或多幅图的彩色版本可在线获取：http://ieeexplore.ieee.org

本文提出一个理论框架，用于在用户定义的各信道辐射功率分配约束下，对总效率和信道相关性进行馈电优化。针对总效率最大化的问题 [40], [45] ，本文进一步引入附加约束，以处理辐射功率中不需要的分量。所提出的理论采用矩阵描述，并展示了如何将辐射功率分解为各个部分。所述工具可全面评估各项期望参数之间的权衡，并为后续设计流程提供决策依据。本研究假设辐射体形状和匹配电路固定，仅调整馈电系数，以评估给定天线设计在激励方面的基本极限。问题的定义使最优馈电权重能够直接计算。所有列出的 MIMO 设计方法均与天线簇技术兼容，且可任意组合使用。

本文的组织结构如下：第三节介绍所用的数学工具。第四节描述修正后的优化流程，其应用见第五节和第六节。本文最后于第七节作出结论。附录 A 和 C 回顾理论背景，附录 D 和 E 则讨论所提出理论的其他方面。

II. 天线簇性能评估

考虑到天线在通信链路中的作用，信道容量受以下三个参数 [7], [46], [47] 影响：总效率、包络相关系数，以及独立信道之间的功率分配。此外，要完整评估信道容量，还需选择信道模型，并决定所使用的发射和接收天线。上述过程不在本文研究范围之内，本文将仅进一步讨论上述三个天线参数。

许多研究分别评估各信道的总效率——通过馈电该信道并将其余信道接入标准负载，来评估该信道的效率 [48]。这种方法便于通过测量直接验证。本文旨在探寻可实现的最大性能。因此，本文不再采用前述方法，而是通过评估总效率

当所有端口由信号同步驱动时。第二种方法包含独立信道之间耦合所造成的损耗，并充分考虑互耦对辐射功率的影响 [49]。

总效率和包络相关系数可以通过形状修改或采用电抗加载来优化。功率分配也取决于这两种方法。然而，馈电网络可以任意调整功率分配。除了上述方法外，还可以使用辅助端口作为额外的自由度。在本研究中，整个辐射系统由 N 个端口组成，分为 M 组，其中第 m组有N_m 个端口； M 也定义了预期的 MIMO 功能阶数。一组端口称为天线簇，见

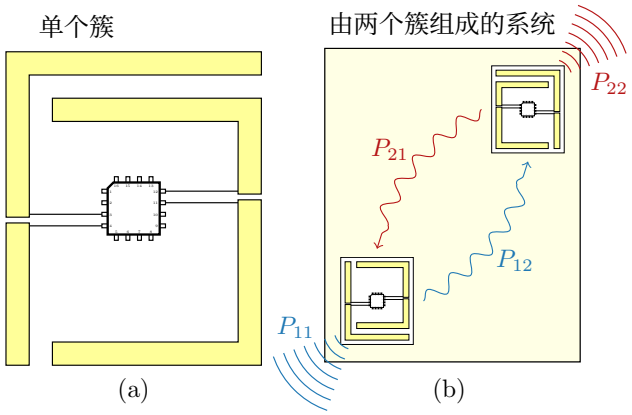

图1. 天线簇示意图。图中所示的集成电路代表一个分布式收发器。(a) 构成天线簇的多端口天线（两个馈电端口、两个辐射单元）。(b) 由两个天线簇组成的 MIMO系统。波浪线和箭头表示自辐射功率和互辐射功率。

图1(a)，本文始终沿用这一命名方式。由多个天线簇构成的 MIMO系统如图1(b)所示。下文将利用天线簇对馈电系数的依赖关系进行优化。

天线簇的运行由分布式发射机 [43], 支持，后者用于设置所需的馈电系数。本研究未考虑该组件的实际功能，并假设馈电系数可以任意设置。根据设计者的选择，馈电系数可以是端口电压、端口电流或入射功率波。后续推导基于端口电压。附录B概述了采用入射功率波的替代方案。

III. 天线簇的辐射

辐射系统可由其端口辐射矩阵 $\mathbf{g}_0 \in \mathbb{C}^{N\times N}$ 完整描述，见附录 A。该矩阵与端口电压共同用于计算辐射功率

$$\frac{1}{2}\mathbf{v}^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_0\mathbf{v} = P, \tag{1}$$

其中，P 表示时间平均辐射功率，而$\mathbf{v} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 汇总了连接到天线端口的馈电电压。考虑远场相关性（见附录 C ），端口辐射矩阵 $\mathbf{g}_0$ 是主要关注的算子 [1]。辐射矩阵$\mathbf{g}_0$的各个元素按块分组如下

$$\mathbf{g}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{0,11} & \cdots & \mathbf{g}_{0,1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{g}_{0,M1} & \cdots & \mathbf{g}_{0,MM} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{g}_{0,mm} \in \mathbb{C}^{N_m\times N_m}$ 描述第m个簇内的相互作用，而 $\mathbf{g}_{0,mn} \in \mathbb{C}^{N_m\times N_n}$ 则考虑相互作用

[1]尽管为简化起见采用了无损天线，但无需对理论进行重大修改即可纳入有损情况，参见附录 A。

在第 m 个簇与第 n 个簇之间。辐射矩阵是厄米矩阵

$$\mathbf{g}_{0,nm} = \mathbf{g}_{0,mn}^{\mathrm{H}}. \tag{3}$$

天线的馈电也划分为多个块，每个块表示特定簇的一个馈电向量

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} & \dots & \mathbf{v}_M^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{4}$$

其中 $\mathbf{v} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 包含与第 m个簇馈电相对应的向量$\mathbf{v}_m \in \mathbb{C}^{N_m\times 1}$。

辐射功率由以下各项组成

$$P_{mn} = \frac{1}{2}\mathbf{v}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,mn}\mathbf{v}_n, \tag{5}$$

其中，$m = n$ 表示自项，$m \neq n$ 表示相互作用项。将所有贡献相加得到总辐射功率

$$P = \frac{1}{2}\sum_m \mathbf{v}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,mm}\mathbf{v}_m + \frac{1}{2}\sum_m\sum_{n\neq m} \mathbf{v}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,mn}\mathbf{v}_n. \tag{6}$$

请注意，只有式（6）中的总辐射功率 P 具有明确的物理意义。将其分解为通常为复数的各项（5），仅用于利用这些项的数学性质，以实现第 IV 节所讨论的优化过程。不过，值得一提的是，功率项 P_{mn} 与远场相关系数直接相关，参见附录 C 中的式（38）。

将关系式（6）除以总辐射功率 P，得到功率比 α_{mn}

$$1 = \sum_m \alpha_{mm} + \sum_m\sum_{n\neq m} \alpha_{mn} = \sum_m \alpha_{mm} + \sum_m\sum_{n>m} \beta_{mn}, \tag{7}$$

其中 $\alpha_{mn} = P_{mn}/P$和 $\beta_{mn} = \alpha_{mn} + \alpha_{nm}$。当 $m \neq n$ 时，功率比α_{mn} 具有虚部，因此将 γ_{mn} 定义为

$$\gamma_{mn} = \mathrm{i}\left(\alpha_{mn} - \alpha_{nm}\right), \tag{8}$$

其中 $\mathrm{i}^2 = -1$ 表示虚数单位。优化中使用功率比来控制辐射功率的组成。自项功率比 α_{mm} 控制有用辐射功率，而 β_{mn}，γ_{mn} 则用于限制互辐射功率。更多详情见附录 D 和 E。

IV. 优化问题与约束 INTS

本节从较简单的子问题入手，对远场相关性、总效率与功率分配之间的权衡进行建模。

最大总效率的优化问题 η表示为

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{v}}{\text{maximize}} \quad & P \\ \text{subject to} \quad & P_{\text{in}} = 1, \end{aligned} \tag{9}$$

并且可以将其求解为广义特征值问题 [45]。该公式限定了给定端口组所能达到的最高总效率。为约束优化，天线的输入功率固定，见附录 A。

进一步解释。问题（9）无法区分独立信道。因此，需要以附加约束的形式进行修改。

观察远场相关性公式（38）可知，应将其分子中的项最小化。形式为 P_{mn} 且 $m \neq n$ 的项通常为复数，不适用于凸优化求解器。因此，引入实互辐射功率 $P_{mn,\ \mathrm{real}}$ 并据此定义互辐射功率约束

$$P_{mn,\mathrm{real}} = 2\mathrm{Re}\left\{P_{mn}\right\} = \beta_{mn}P. \tag{10}$$

其中，β_{mn} 是式 (7) 中的功率比，该值由用户在优化过程中设定。

约束条件 (10) 仅涉及相关系数 (38) 的实部。虚部也必须受到抑制[2]。关于虚部互功率的约束 $P_{mn,\ \mathrm{imag}}$为

$$P_{mn,\mathrm{imag}} = 2\mathrm{Im}\left\{P_{mn}\right\} = \gamma_{mn}P \tag{11}$$

其中，γ_{mn} 的用法与 β_{mn}类似。

若优化问题 (9) 仅受关系式 (10) 和 (11) 约束，则会得到一个平凡解，即某个$\mathbf{v}_m$ 为零向量，这意味着相应的 P_{mm} 消失。这种情况不可接受，因为它会使其中一个簇失效（进而使相应的通信信道失效）。因此，必须定义另一组约束条件。为此，通过以下条件约束自辐射功率 P_{mm}：

$$P_{mm} = \alpha_{mm}P, \tag{12}$$

即信道辐射的功率占总辐射功率的比例 α_{mm} 由用户设定。

考虑上述约束条件后，修正后的优化问题为

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{v}}{\text{maximize}} \quad & P \\ \text{subject to} \quad & P_{\text{in}} = 1, \\ & P_{mm} = \alpha_{mm}P, \forall m \\ & P_{mn,\mathrm{real}} = \beta_{mn}P, \forall m, n \wedge m \neq n, \\ & P_{mn,\mathrm{imag}} = \gamma_{mn}P, \forall m, n \wedge m \neq n, \end{aligned} \tag{13}$$

此定义可全面控制辐射功率优化和远场相关性，同时最大限度地提高总效率。

在通过示例展示上述理论之前，值得指出以下几点。包含 M个簇的系统总共需要 M^2 项约束条件[3]。即使天线簇数量较少，这一数量也会相当高。不过在实际应用中，可以省略某些约束条件。例如，由于几何排列，特定簇之间的信道相关性可能已经足够低。

尽管问题 (13) 中功率比的首选可能是 $\alpha_{mm} = 1/M$ 和 β_{mn}，$\gamma_{mn} \to 0$，但对这些值进行扫描是有益的。扫描不仅

[2] P_{mn} 项的实部表示从第 m 个簇流向第 n 个簇的量。虚部没有直接的物理解释，但它是相关系数的重要组成部分。

[3]给定的数值符合功率分量之间的依赖关系。

有助于了解辐射功率如何分配到各个信道中，同时也可能带来重要的放宽条件，而这些条件所带来的收益可弥补整体性能方面的损失。

本文始终采用对偶公式 [50] 以及基本界限软件包 [51] 中包含的二次约束二次规划求解器来求解问题 (13)。当存在对偶间隙 [50]时，则改用直接应用于原始问题的内点法 [52]。在这些情况下，无法保证找到全局最优解。与蒙特卡洛方法的比较表明，这些极值点可能是全局最优解。

问题 (13) 具有一般性，可用于任意复杂场景；由于总能通过远场积分 [53]获得描述辐射特性的矩阵，因此可由任意全波电磁求解器求解。定义 (13) 还允许将馈电电路的相关知识与 [54], [55]中引入的方法结合起来，方法是用可用功率 [57]替换入射功率 [56] 。附录B展示了当优化变量和矩阵以功率波表示时，对问题 (13) 所作的修改。

V. 示例：平行偶极子

为展示所提优化方法最显著的特点，本文采用四个由理想电导体制成的细平行偶极子，见图 2。每个条带的长度为 $L = 0.916\,c_0/(2f_0)$，其中 $f_0 = 750$ 兆赫。偶极子之间的间距为 $L/4$ ，特意选取该间距以突出所研究天线簇之间包络相关系数所带来的问题。所有端口均连接至 50Ω 传输线，且未使用其他匹配元件。图 2 还展示了天线单元如何分组成两个簇。系统分析采用内部开发的矩量法求解器 [58] 。

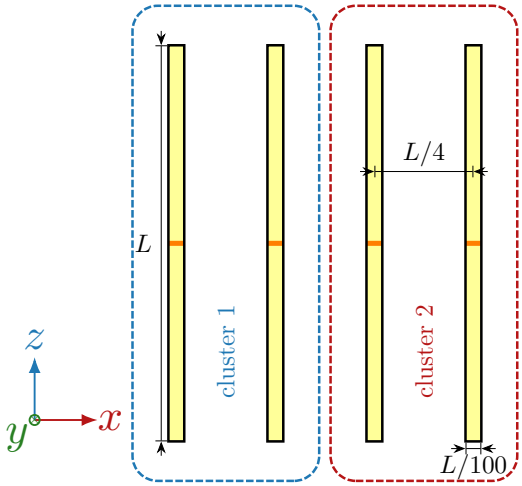

图 2. 所研究的 MIMO 系统示意图。图中尺寸未按正确比例绘制。蓝色和红色曲线分别突出显示第一簇和第二簇。所有偶极子均通过狄拉克间隙馈电，馈电位置以橙色线条标出。

该优化问题可表示为

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{v}}{\text{maximize}} \quad & P \\ \text{subject to} \quad & P_{\text{in}} = 1, \\ & P_{11} = \alpha_{11} P, \\ & P_{12,\text{real}} = \beta_{12} P, \\ & P_{12,\text{imag}} = \gamma_{12} P, \end{aligned} \tag{14}$$

其中，对 α_{11}, β_{12} 和 γ_{12} 进行扫描。在实际场景中，通常关注 P_{11} 与 P_{22} 之间给定的比值 κ_{12} 。利用关系式 (7)，并将功率比 κ_{12} 定义为

$$\kappa_{12} = \frac{P_{22}}{P_{11}} = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}} \tag{15}$$

通过使用 κ_{12} ，可以固定功率比

$$\alpha_{11} = \frac{1 - \beta_{12}}{1 + \kappa_{12}}, \tag{16}$$

从而将扫描简化为仅两个维度。本节其余部分将针对不同情况求解问题 (14)

频率，并采用不同的功率比设置，以展示所提出理论的不同特征。

比较两个优化问题的结果：问题 (9) 中总效率 η 的最大化，以及问题 (14) 中包络相关系数 E_{12} 的同时最小化。对于后者，使用 $\kappa_{12} = 1$、$\beta_{12} = 0$ 和 $\gamma_{12} = 0$求解优化问题，即，强制相关系数为零，并强制信道之间均匀分配功率。考虑到约束优化的性质 [50], [52], , 预期问题 (14) 的约束优化结果会比前一个问题 (9) 的总效率低。图 3 显示，在所研究的大多数频率下，对总效率进行优化会导致包络相关系数相对较大（$E_{12} > 0.5$）。加入对 E_{12} 的约束后，总效率略有下降，但包络相关系数保持为零，从而确保 MIMO 性能达到可接受水平。

图 4 进一步研究了不同的功率比设置，展示了在 $f = 721$兆赫下采用 $\kappa_{12} = 1$、$\beta_{12} = -0.1$ 和 $\gamma_{12} \in [-0.5, 0.5]$ 求解问题 (14) 的情况。图中显示了不同功率分量 (6) 如何通过功率比与总辐射功率 P 相关联。当功率比为 $\kappa_{12} = 1$ 时， P_{11} 和 P_{22} 的曲线彼此重合。

评估总效率 η 与包络相关系数 E_{12}之间的权衡时，将功率比扫描范围扩展至 β_{12}，$\gamma_{12} \in [-0.5, 0.5]$，见图 5；并在 $f = 735$兆赫下使用 $\kappa_{12} = 10$求解问题 (14)。总效率以等高线图表示，包络相关性则以具有恒定 E_{12}的椭圆表示，见附录 D。图中还显示，并非所有功率比组合都能得到可行解。不可行解的边界由最大包络相关系数椭圆限定。总效率最优值和包络相关系数最优值位于 $\beta_{12} \times \gamma_{12}$ 空间中的不同位置，表明这两个参数相互冲突。

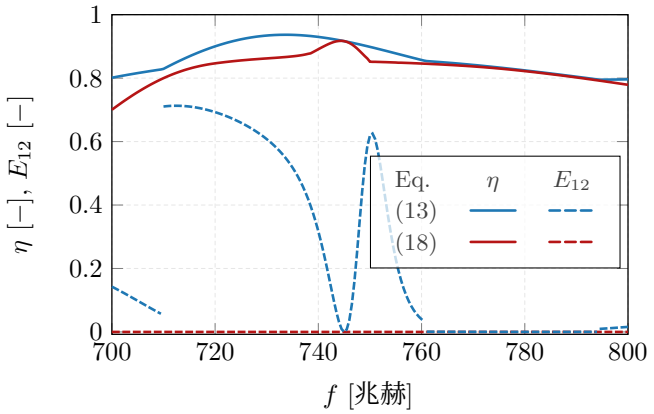

图3。 $\kappa_{12} = 1$、 $\beta_{12} = 0$ 和 $\gamma_{12} = 0$的总效率 η 与包络相关系数 E_{12} 的频率扫描。蓝色表示之前的优化问题（9），红色表示其修改版本（14）。蓝色虚线曲线中的跳变是由馈电特征向量$\mathbf{v}$ 切换到不同模式引起的。

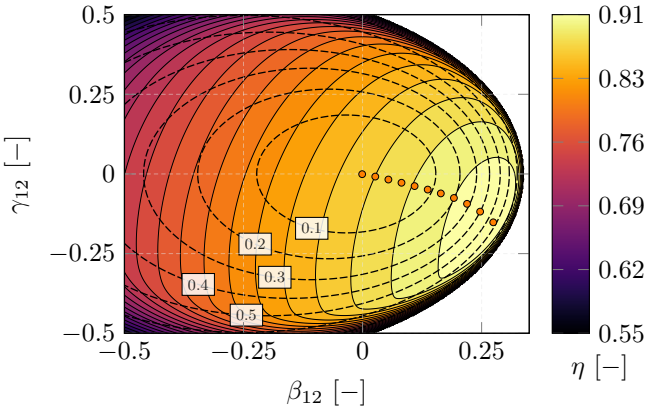

图 5. 功率比 $\kappa_{12} = 10$下，对功率比 $\beta_{12} \in [-0.5, 0.5]$ 和 $\gamma_{12} \in [-0.5, 0.5]$ 进行扫描。实线等高线图表示总效率。虚线椭圆表示包络相关性 E_{12}恒定的区域。橙色圆点表示帕累托最优解。见图 6。

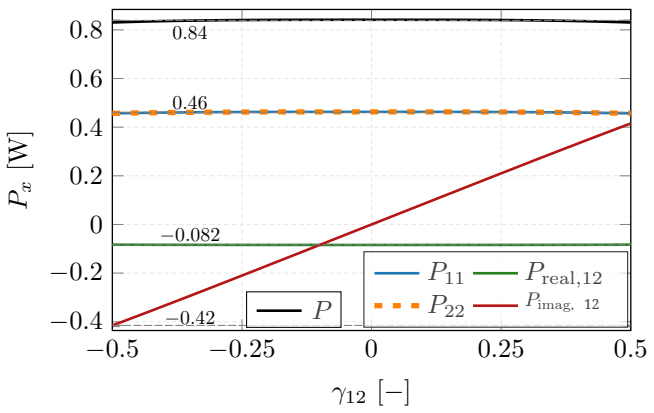

图4。在 $f = 721$ 兆赫下，功率比 γ_{12}的扫描，其中包含 $\beta_{12} = -0.1$、$\alpha_{11} = 0.55$ $\alpha_{22} = 0.55$ $P_{\text{in}} = 1$ 和。输入功率为W。黑色曲线表示总辐射功率 P。其余曲线表示将其分解为各个部分（6）。

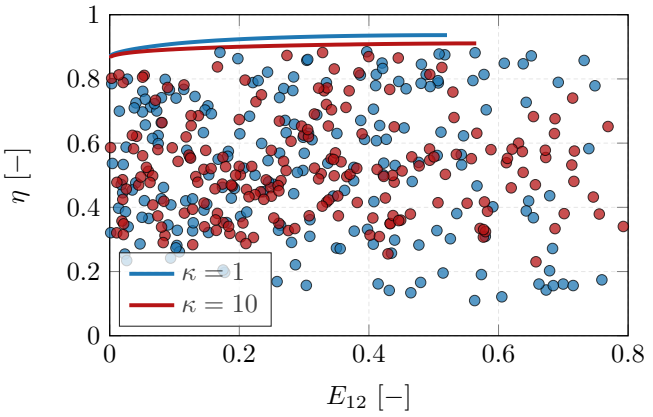

图 6. 两种不同自功率比值 κ_{12} 下，包络相关系数与总效率之间的权衡。帕累托最优曲线以突出显示。圆点表示随机生成的解。

图 6 展示了频率为 $f = 735$兆赫时，总效率 η 与包络相关系数 E_{12} 之间的权衡。蓝色和红色实线表示帕累托最优解。通过使用蒙特卡洛方法生成随机馈电向量，对所提出框架的有效性进行了验证。所有电压向量 $\mathbf{v}$ 均经过归一化，以满足输入功率和功率比 κ_{12}的约束条件。蓝色和红色圆点表示这些解，且均位于所绘制的帕累托前沿下方。在这个特定案例中，不同功率比κ_{12}之间的性能差异很小。此外，包络相关系数较低时，效率下降幅度也不大。

频率为 750兆赫时， $\kappa_{12} = 1$、 $\beta = -0.045$ 和 $\gamma = 0$的辐射方向图（见图 3）如图 7 所示。求解问题 (14) 所得、与电压向量$\mathbf{v} = \left[\mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \ \mathbf{v}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$ 对应的整个系统方向图以紫色显示。该辐射方向图由各个簇的单独方向图（蓝色和红色）构成，分别对应电压向量$\mathbf{v} = \left[\mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \ \mathbf{0}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$ 和$\mathbf{v} = \left[\mathbf{0}^{\mathrm{T}} \ \mathbf{v}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，其主瓣朝向相反，呈心形线状，这是实现高效率和低远场相关性的合理解。

VI. 示例：移动终端

第二种研究结构类似于移动终端，展示了一个更符合实际的天线示例，其尺寸受限于当今常见设备的大小，见图 8。该天线系统用于在 900 MHz 附近工作。所有端口均连接至 50 Ω传输线，且未使用额外的匹配元件。所展示的系统特意设计为非对称结构。如图 8 所示，四个天线单元分为两个簇。

通常，强制包络相关系数为零并非最佳优化策略，因为这会降低总效率。相反，最好添加一项额外的不等式约束，为

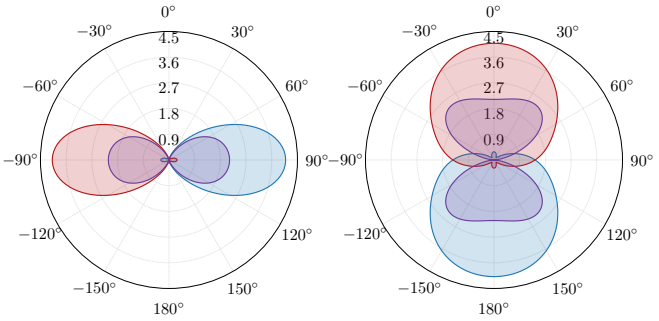

图7. 在中心频率 f_0 下， $\kappa_{12}=1$、 $\beta=-0.045$ 和 $\gamma=0$ 的式（14）解所得到的总辐射方向图和部分辐射方向图。红色和蓝色分别表示各个信道。(a) $\varphi=0$ 切面。(b) $\theta=\pi/2$ 切面。

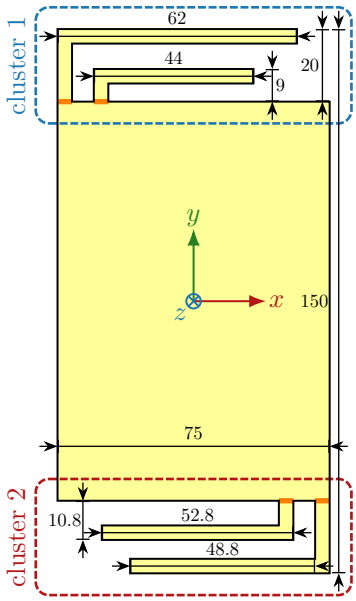

图8. 移动终端的简化模型。蓝色和红色曲线分别标出第一簇和第二簇。单极天线通过狄拉克间隙馈电，馈电位置以橙色线标出。尺寸单位为毫米。

包络相关系数 E_{12} 设定一个给定阈值下的容差

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{v}}{\text{maximize}} \quad & P \\ \text{subject to} \quad & P_{\text{in}}=1, \\ & P_{11}=\alpha_{11}P, \\ & P_{12,\text{real}}=\beta_{12}P, \\ & P_{12,\text{imag}}=\gamma_{12}P, \\ & E_{12}\le E_{\max}, \end{aligned} \tag{17}$$

其中， $E_{\max}$ 是允许的最大包络相关系数。

图9展示了问题（17）的解，其中红色曲线组对应于 $E_{\max}=0$，蓝色曲线则表示 $E_{\max}=0.25$的一个解。将包络相关系数 E_{12} 设为零的代价是，在整个频率范围内，总效率 η 显著下降。允许包络相关系数高于零（这在实际应用中

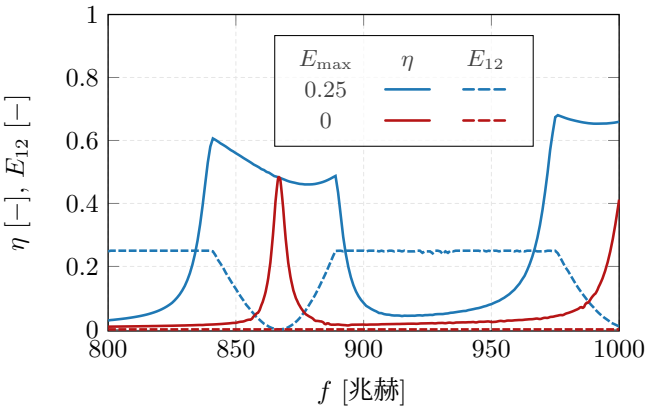

图9. 对于 $\kappa_{12}=1$，总效率 η 和包络相关系数 E_{12} 随频率扫描的变化。红色表示针对 $E_{12}=0$ 的优化问题，蓝色曲线表示包络相关系数为 $E_{12}\le 0.25$ 时的问题。

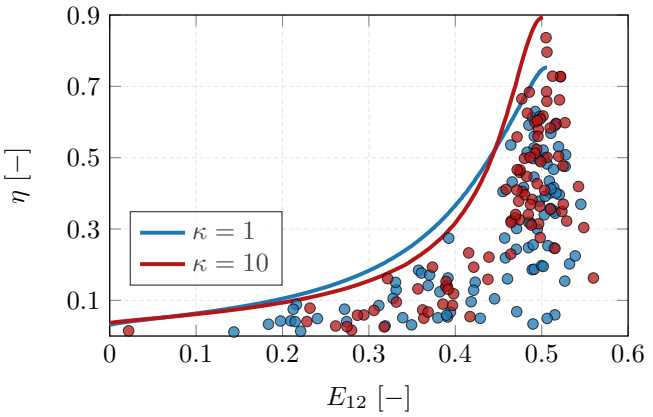

图10. 在频率为 $f=960$ 兆赫时，移动终端模型的包络相关系数与总效率之间的权衡。图中展示了两种不同的功率比 κ_{12} 。蓝色和红色点是通过蒙特卡洛方法随机生成的解。实线标出了帕累托最优曲线。

总是如此）会带来显著更高的总效率。

图10显示了在 $f=960$兆赫下、两种不同功率比 κ_{12} 时，总效率 η 与包络相关系数 E_{12} 之间的权衡。在这种情况下，相关性的最大允许值 $E_{\max}$ 不受限制。实线表示帕累托前沿，点表示随机生成的解。此示例突显了由于缺乏对称性而导致的功率比与总效率之间的冲突。与前一个示例不同，此天线模型中总效率与包络相关系数之间存在显著的权衡。

为了充分发挥天线集群技术的潜力，分布式收发器[43]需要在每个频率下设定最优馈电系数。由于物理限制[59]，这种操作无法实现。因此，必须将所需频带划分为更窄的子频带。随后，对每个子频带仅应用一次过程（17）。这引出了若干问题：离散化子频带的数量以及带宽的取值。

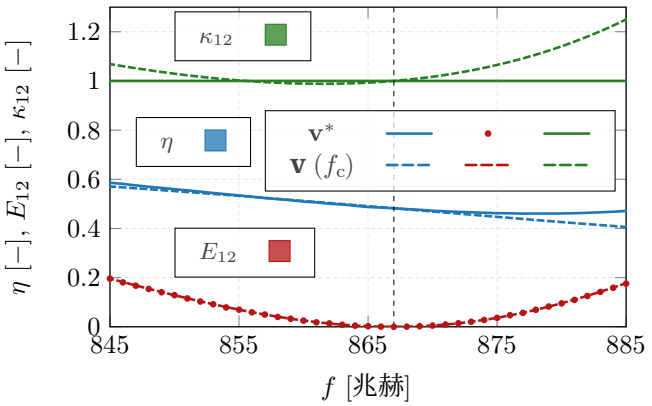

图11. 使用 $E_{\max} = 0.25$的问题（17）解的比较。实线表示在每个频率下优化的电压向量$\mathbf{v}$ 的性能。虚线对应仅在频率$f_c = 867$兆赫下达到最优的电压向量（由黑色竖直虚线标出）。

最优馈电向量。解决这一问题需要进一步考察单一频率附近的最优馈电系数。图 11 展示了两种情况下的性能差异：一种是将问题（17）的最优解应用于给定子频带内的所有频率；另一种是将 $f_c = 867$兆赫的最优解应用于所有考察频率。在 f_c 处，两种激励方案的总效率 η、包络相关系数 E_{12}和功率比 $\kappa_{12} = P_{22}/P_{11}$ 相同。所有指标都会随着与 f_c 的距离增加而逐渐变化。总而言之，频率改变时，最优电压的偏差并不显著；不过，未来必须更详细地评估频率失谐的影响，同时还应考虑到，馈电电路与天线端口之间的馈电传输线会造成额外的色散。

VII. 结论

天线簇优化理论已扩展至评估各簇总效率、包络相关系数和辐射功率之间的权衡。通过求解一个二次优化问题来评估这种权衡：该问题旨在最大化总效率，并扩展了同时处理上述三个参数的能力。这是通过引入簇辐射功率与辐射功率分量分离之间的比率实现的。两个示例中的一系列结果验证了所提出的理论，其中第二个示例突显了上述三个参数之间的权衡。手机模型证实，接地平面在较低频率下是主要辐射体。若不要求包络相关系数较低，总效率可显著提高。本文最重要的结果是证明了天线簇能够平衡远场方向图相关性与总效率。

优化过程得出最优电压，将其连接到天线端口后，可实现帕累托最优性能。将最优电压应用于所有频率会导致馈电电路的复杂度高到无法实现。因此——分布式收发器必须在子频带内工作，并在每个子频带应用一种解决方案。馈电电路还受到馈电系数幅度和相位离散等级的限制，这可能进一步影响性能；分布式收发器与天线端口之间的传输线所造成的色散也会影响性能。上述问题引出了一个问题：最优馈电向量的带宽是多少，以及是否应将其作为额外约束加入优化问题。未来还需开展进一步研究。本研究未假设采用任何形式的匹配电路来进一步提高总效率。这是天线设计人员需要考虑的另一组自由度。

一个尚未解决的问题是，采用对偶形式求解优化问题时，偶尔会出现对偶间隙。还应研究不同的求解方案，以确保获得全局最优解。当研究对象扩展到两个以上的天线簇时，这一问题可能会得到改善。最后，本文的研究引出了一个问题：为确保所有优化后指标均达到预期性能，所需的最少端口数是多少?

附录A 矩阵算子与端口量

所研究的辐射系统由阻抗矩阵 $\mathbf{Z} = \mathbf{R}_0 + \mathrm{i}\mathbf{X}_0$ 表示，该矩阵可通过任意积分方程 [60], [61] 方法提取

$$\mathbf{ZI} = \mathbf{V}, \tag{18}$$

其中，$\mathbf{I}$ 汇集了电流近似系数，$\mathbf{V}$是激励 [62]的离散形式。天线指标通常表示为电流向量 $\mathbf{I}$的线性和二次型。本文采用的典型示例包括时间平均辐射 P 功率和无功 P_{react} 功率

$$\frac{1}{2}\mathbf{I}^{\mathrm{H}}\mathbf{ZI} \approx P + \mathrm{i}P_{\text{react}}. \tag{19}$$

本文仅讨论无损结构。不过，只需将损耗矩阵$\mathbf{R}_\rho$ 加入阻抗矩阵$\mathbf{Z}$ ，即可考虑损耗，无需进行其他更改。

定义了两个算子，用于转换为端口模式 [45]，第一个算子表示为

$$D_{mn} = \begin{cases} \zeta_m & m = n, \\ 0 & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{20}$$

其中， ζ_m 是用于控制端口量单位的参数。第二个算子是端口索引矩阵，定义如下：

$$N_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{the } n\text{-th port is placed at the } m\text{-th position}, \\ 0 & \text{otherwise}. \end{cases} \tag{21}$$

现在可以通过天线端口处的电压源来控制电流向量 $\mathbf{I}$ ，即

$$\mathbf{I} = \mathbf{YDNv}, \tag{22}$$

其中导纳矩阵 $\mathbf{Y}$ 是$\mathbf{Z}$ 算子的逆矩阵。关系式（22）可用于将矩量法矩阵 $\mathbf{M}$ 转换为其端口等效量

$$\mathbf{m} = \mathbf{N}^{\mathrm{H}}\mathbf{D}^{\mathrm{H}}\mathbf{Y}^{\mathrm{H}}\mathbf{M}\mathbf{Y}\mathbf{D}\mathbf{N}. \tag{23}$$

例如，可利用关系式 (23) 将式 (19) 中的辐射算子$\mathbf{R}_0$ 转换为端口辐射矩阵

$$\mathbf{g}_0 = \mathbf{N}^{\mathrm{H}}\mathbf{D}^{\mathrm{H}}\mathbf{Y}^{\mathrm{H}}\mathbf{R}_0\mathbf{Y}\mathbf{D}\mathbf{N}, \tag{24}$$

借助该矩阵，可以将辐射功率计算为

$$P \approx \frac{1}{2}\mathbf{v}^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_0\mathbf{v}. \tag{25}$$

另一个重要量是馈入辐射系统的功率，该功率用于约束优化问题。如果信号发生器彼此不耦合，且通过实值阻抗的传输线连接到天线，则入射功率可确定为

$$P_{\mathrm{in}} = \frac{1}{2}\mathbf{a}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}. \tag{26}$$

为使其适用于本文所考虑的优化问题，入射功率波$\mathbf{a}$ 与端口电压$\mathbf{v}$之间的关系为 [45]

$$\mathbf{a} = \mathbf{k}_{\mathrm{i}}\mathbf{v} = \frac{1}{2}\left(\Lambda^{-1} + \Lambda\mathbf{y}_0\right)\mathbf{v}. \tag{27}$$

最后，结合式 (25) 和 (26) 可得总效率 [45]

$$\eta = \frac{\mathbf{I}^{\mathrm{H}}\mathbf{R}_0\mathbf{I}}{\mathbf{a}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_0\mathbf{v}}{\mathbf{v}^{\mathrm{H}}\mathbf{k}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{H}}\mathbf{k}_{\mathrm{i}}\mathbf{v}}, \tag{28}$$

这是本文要最大化的指标。

Appendix B
Power Waves Formulation

上述理论具有普适性，可适用于任意类型的端口量。本节将说明如何将其用于入射功率波$\mathbf{a}$。嵌入式辐射矩阵 [53] 可写为

$$\Gamma_{mn} = \frac{1}{4\pi a_m^* a_n}\oint_{\Omega} \boldsymbol{F}_{\mathrm{e},m}^*(\theta,\varphi)\,\boldsymbol{F}_{\mathrm{e},n}(\theta,\varphi)\,\mathrm{d}\Omega, \tag{29}$$

其中，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{e},m}, \boldsymbol{F}_{\mathrm{e}\,n}$ 表示嵌入式远场方向图；这些方向图是在第 m,n 个端口受到入射功率波 a_m, a_n 激励、其余端口均接匹配负载时获得的。如果系统没有欧姆损耗，则可由下式得到

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{E} - \mathbf{s}^{\mathrm{H}}\mathbf{s}, \tag{30}$$

其中，$\mathbf{E}$ 是相应维数的单位矩阵，而矩阵$\mathbf{s}$ 包含辐射系统的 S 参数。

在此情况下，辐射功率的计算式为

$$P = \frac{1}{2}\mathbf{a}^{\mathrm{H}}\mathbf{\Gamma}\mathbf{a}. \tag{31}$$

总效率为

$$\eta = \frac{P}{P_{\mathrm{in}}} = \frac{\mathbf{a}^{\mathrm{H}}\mathbf{\Gamma}\mathbf{a}}{\mathbf{a}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}}, \tag{32}$$

嵌入式远场方向图相关性为

$$\rho_{\mathrm{e},mn} = \frac{\mathbf{a}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{\Gamma}_{mn}\mathbf{a}_n}{\sqrt{\mathbf{a}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{\Gamma}_{mm}\mathbf{a}_m}\sqrt{\mathbf{a}_n^{\mathrm{H}}\mathbf{\Gamma}_{nn}\mathbf{a}_n}}. \tag{33}$$

这两个量都可以通过改变辐射体或进行馈电优化来改善，后者可使用上述定义的程序。唯一的区别是，项 P_{mn} 定义为

$$P_{mn} = \frac{1}{2}\mathbf{a}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{\Gamma}_{mn}\mathbf{a}_n. \tag{34}$$

值得一提的是，虽然功率波和相应电压的总效率相同（27），但包络相关系数（33）和（38）是不同的量，因为它们的激励不同。

端口辐射矩阵 $\mathbf{g}_0$ 和嵌入式辐射矩阵 $\mathbf{\Gamma}$之间的关系为

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{k}_{\mathrm{i}}^{-\mathrm{H}}\mathbf{g}_0\mathbf{k}_{\mathrm{i}}^{-1}. \tag{35}$$

矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 可由任意场求解器提取，使整个框架具有通用性，且不依赖于所选方法。

附录 C 远场相关性

互辐射功率 P_{mn}通常用于量化远场正交性，可按如下方式计算：

$$P_{mn} = \frac{1}{2Z_0}\oint_{S} \boldsymbol{F}_m^*(\theta,\varphi)\cdot\boldsymbol{F}_n(\theta,\varphi)\,\mathrm{d}\Omega, \tag{36}$$

其中，索引 m,n 表示在天线上激励的电流向量 $\mathbf{I}_m$,$\mathbf{I}_n$。结合矩量法和式 (25)，可将其写成二次型

$$P_{mn} = \frac{1}{2}\mathbf{I}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{R}_0\mathbf{I}_n = \frac{1}{2}\mathbf{v}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,mn}\mathbf{v}_n, \tag{37}$$

利用该式可将远场相关系数 ρ_{mn}表示为

$$\rho_{mn} = \frac{\mathbf{v}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,mn}\mathbf{v}_n}{\sqrt{\mathbf{v}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,mm}\mathbf{v}_m}\sqrt{\mathbf{v}_n^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,nn}\mathbf{v}_n}}. \tag{38}$$

尽管一般形式的复系数 (38) 并不直接适用于凸优化，但可以将分子和分母中的各个二次型作为附加约束加入优化问题。

包络相关系数 E_{mn} 为

$$E_{mn} \approx |\rho_{mn}|^2. \tag{39}$$

附录 D
用功率比表示相关性 TIOS

本节通过功率比来表示相关性。考虑两个天线簇 $M = 2$ 的情况，远场相关系数为

$$\rho_{12} = \frac{\mathbf{v}_1^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,12}\mathbf{v}_2}{\sqrt{\mathbf{v}_1^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,11}\mathbf{v}_1}\sqrt{\mathbf{v}_2^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,22}\mathbf{v}_2}} = \frac{1}{2}\frac{\beta_{12}+\mathrm{i}\gamma_{12}}{\sqrt{\alpha_{11}}\sqrt{\alpha_{22}}}, \tag{40}$$

这是通过将每一项$\mathbf{v}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{0,mn}\mathbf{v}_n$ 除以$\mathbf{v}^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_0\mathbf{v}$ 并利用功率比得到的。自

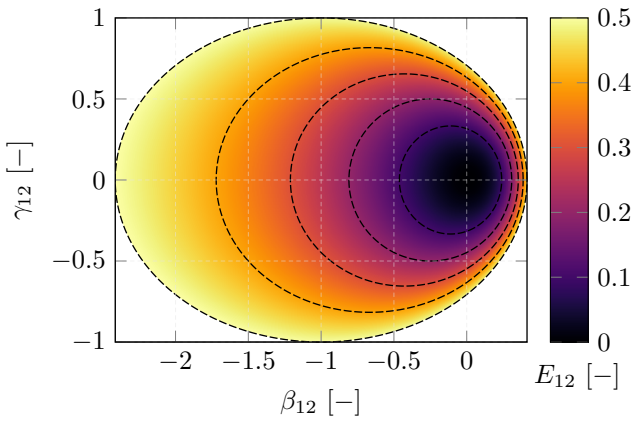

图 12. 对于两个天线簇和 $\kappa_{12}=1$ 的情况，用功率比表示包络相关性的示意图。虚线椭圆表示包络相关系数为常数的曲线。根据 [2]，不显示高于 $E_{12}>0.5$ 的值。

功率 $\kappa_{12}=P_{11}/P_{22}$ 通常是人们关注的对象。利用式 (7) 和比值 κ_{12}，可以将 α_{11} 表示为

$$\alpha_{11}=\frac{1-\beta_{12}}{1+\kappa_{12}}, \tag{41}$$

以及 $\alpha_{22}=\kappa_{12}\alpha_{11}$。将 (41) 代入关系式 (40) 可得

$$E_{12}=\left(\frac{1+\kappa_{12}}{2\sqrt{\kappa_{12}}}\right)^2\frac{\beta_{12}^2+\gamma_{12}^2}{(\beta_{12}-1)^2}. \tag{42}$$

(42) 中括号内的第一项是缩放因子，其余部分构成椭圆方程。为简化起见，考虑 $\kappa_{12}=1$，则表达式 (42) 可改写为

$$\frac{(1-E_{12})^2}{E_{12}}\left(\beta_{12}+\frac{E_{12}}{1-E_{12}}\right)^2+\frac{1-E_{12}}{E_{12}}\gamma_{12}^2=1, \tag{43}$$

这是一个椭圆方程。一般的 κ_{12} 只需将 E_{12} 按照方程 (42) 中括号内的因子重新缩放即可。

附录 E 功率比区间

为简化矩阵描述，引入索引算子$\mathbf{C}_m\in\mathbb{B}^{N\times N_m}$，其定义为

$$C_{m,kl}=\begin{cases}1 & \text{the } k\text{-th port is the } m\text{-th cluster } l\text{-th port,}\\ 0 & \text{otherwise.}\end{cases} \tag{44}$$

从端口-模式辐射矩阵的两侧应用该算子，可得

$$\mathbf{g}_{0,mn}=\mathbf{C}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_0\mathbf{C}_n. \tag{45}$$

在同一组运算符上组合使用$\mathbf{C}_m\mathbf{C}_m^{\mathrm{H}}$，可得到如下矩阵:

$$\widetilde{\mathbf{g}}_{0,mn}=\mathbf{C}_m\mathbf{C}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_0\mathbf{C}_n\mathbf{C}_n^{\mathrm{H}}=\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\\ \vdots & \mathbf{g}_{0,mn} & \vdots\\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\end{bmatrix}. \tag{46}$$

式（5）可表示为

$$P_{mn}=\frac{1}{2}\mathbf{v}^{\mathrm{H}}\mathbf{C}_m\mathbf{C}_m^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_0\mathbf{C}_n\mathbf{C}_n^{\mathrm{H}}\mathbf{v}, \tag{47}$$

随后即可将其直接用于问题（13）的实现。

关系式（46）可通过广义特征值问题用于建立功率比的可行区间。从自功率开始，α_{mm} 的最大值可表示为

$$\widetilde{\mathbf{g}}_{0,mm}\mathbf{v}_j=\alpha_j\mathbf{g}_0\mathbf{v}_j, \tag{48}$$

相应的区间为 $\alpha\in[0,$最大值 $\alpha_j]$。

互功率比也采用类似的方法。广义特征值问题为

$$\left(\widetilde{\mathbf{g}}_{0,mn}+\widetilde{\mathbf{g}}_{0,nm}\right)\mathbf{v}_k=\beta_k\mathbf{g}_0\mathbf{v}_k, \tag{49}$$

$$\mathrm{i}\left(\widetilde{\mathbf{g}}_{0,mn}-\widetilde{\mathbf{g}}_{0,nm}\right)\mathbf{v}_l=\gamma_l\mathbf{g}_0\mathbf{v}_l, \tag{50}$$

并确定互功率实部的区间 $\beta_{mn}\in[\min\beta_k,\max\beta_k]$，以及虚部的区间 $\gamma_{mn}\in[\min\gamma_l,\max\gamma_l]$。

参考文献

[1] A. Paulraj、R. Nabar 和 D. Gore，《空时无线通信导论》。剑桥大学出版社，2003 年。[2] (2023, 9) 第三代合作伙伴计划 (3GPP)。3GPP。[在线]。网址：https://www.3gpp.org/ [3] M. Giordani、M. Polese、M. Mezzavilla、S. Rangan 和 M. Zorzi，“迈向6G网络：用例与技术”，*IEEE*通信杂志，第 58 卷，第 3 期，第 55–61 页，2020 年。[4] I. F. Akyildiz、A. Kak 和 S. Nie，“6G及以后：无线通信系统的未来”，*IEEE Access*，第 8 卷，第 133 995–134 030 页，2020 年。[5] A. Ghasemi、A. Abedi 和 F. Ghasemi，《无线通信传播工程》，第 2 版。Springer Cham，2018 年 6 月。[6] M. Shafi、J. Zhang、H. Tataria、A. F. Molisch、S. Sun、T. S. Rappaport、F. Tufvesson、S. Wu 和 K. Kitao，“微波与毫米波传播信道：关键差异及其对5G蜂窝系统的影响”，*IEEE*通信杂志，第 56 卷，第 20 期，2018 年 12 月，第 14 页。[7] R. G. Vaughan 和 J. B. Andersen，“移动通信中的天线分集”，*IEEE*车辆技术汇刊，第 36 卷，第 4 期，第 149–172 页，1987 年。[8] S. Kumar、A. S. Dixit、R. R. Malekar、H. D. Raut 和 L. K. Shevada，“第五代天线：设计与性能增强技术综述”，*IEEE Access*，第 8 卷，第 163 568–163 593 页，2020 年。[9] I. Nadeem 和 D.-Y. Choi，“MIMO天线互耦降低技术研究”，*IEEE Access*，第 7 卷，第 563–586 页，2019 年。[10] D. Aloi，“用于LTE移动手持设备的4形2×2多标准紧凑型MIMO天线系统”，*IET*《微波、天线与传播》，第 6 卷，第 685–696 页，2012 年 6 月。[11] M. Ayatollahi、Q. Rao 和 D. Wang，“用于长期演进无线设备的紧凑型、高隔离度、宽带宽天线阵列”，*IEEE*《天线与传播汇刊》，第 60 卷，第 10 期，第 4960–4963 页，2012 年。[12] C.-Y. Chiu、C.-H. Cheng、R. D. Murch 和 C. R. Rowell，“紧密排列天线单元之间的互耦降低”，*IEEE*《天线与传播汇刊》，第 55 卷，第 6 期，第 1732–1738 页，2007 年。[13] Y. Ding、Z. Du、K. Gong 和 Z. Feng，“一种用于手机的四单元天线系统”，*IEEE*《天线与无线传播快报》，第 6 卷，第 655–658 页，2007 年。[14] J. Dong、X. Yu 和 L. Deng，“一种用于无线广域网/LTE智能手机应用的去耦多频段双天线系统”，*IEEE*《天线与无线传播快报》，第 16 卷，第 1528–1532 页，2017 年。[15] M. S. Sharawi、S. S. Iqbal 和 Y. S. Faouri，“一种用于LTE手持设备的800 MHz 2× 1紧凑型MIMO天线系统”，*IEEE*《天线与传播汇刊》，第 59 卷，第 8 期，第 3128–3131 页，2011 年。

[16] H. Zhang、Z. Wang、J. Yu 和 J. Huang，“一种用于无线通信的紧凑型MIMO天线”，IEEE天线与传播杂志，第 50 卷，第 6 期，第 104–107 页，2008 年。[17] J. Andersen 和 H. Rasmussen，“天线去耦与去散射网络”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 24 卷，第 6 期，第 841–846 页，1976 年。[18] S.-C. Chen、Y.-S. Wang 和 S.-J. Chung，“一种用于提高两个强耦合天线之间端口隔离度的去耦技术”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 56 卷，第 12 期，第 3650–3658 页，2008 年。[19] C.-H. Wu、G.-T. Zhou、Y.-L. Wu 和 T.-G. Ma，“采用奇偶模分析的双单元阵列枝节加载式有源去耦网络”，IEEE《天线与无线传播快报》，第 12 卷，第 455 页，2013 年，第 452 页。[20] S. Dumanli 、 C. J. Railton 和 D. L. Paul，“一种用于小型移动终端的低互耦缝隙天线阵列”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 59 卷，第 5 期，第 1512–1520 页，2011 年。[21] S. Farsi、H. Aliakbarian、D. Schreurs、B. Nauwelaers 和 G. A. E. Vandenbosch，“采用简单微带U形节降低平面天线之间的互耦”，IEEE《天线与无线传播快报》，第 11 卷，第 1501–1503 页，2012 年。[22] S.-W. Su、C.-T. Lee 和 F.-S. Chang，“采用中和线技术、用于无线USB适配器应用的印刷式MIMO天线系统”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 60 卷，第 2 期，第 456–463 页，2012 年。[23] H. Wang、L. Liu、Z. Zhang、Y. Li 和 Z. Feng，“一种具有高隔离度和定向辐射方向图的超紧凑型三端口MIMO天线”，IEEE《天线与无线传播快报》，第 13 卷，第 1545–1548 页，2014 年。[24] A. Ren、Y. Liu 和 C.-Y.-D. Sim，“一种用于金属边框智能手机八天线MIMO阵列、包含两个共口径天线的紧凑型构件”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 67 卷，第 10 期，第 6430–6438 页，2019 年。[25] X. Wang、Z. Feng 和 K.-M. Luk，“一种适用于便携式无线设备、具有高隔离度的方向图与极化分集天线”，IEEE《天线与无线传播快报》，第 8 卷，第 209–211 页，2009 年。[26] H. Wi、B. Kim、W. Jung 和 B. Lee，“包含LTE频段MIMO服务的多频段手机天线分析”，电磁学研究进展，第 138 卷，第 661–673 页，2013 年 1 月。[27] W. Lee 和 Y. Yeh，“移动无线电的极化分集系统”，IEEE通信汇刊，第 20 卷，第 923 页，1972 年，第 5 期，第 912 页。[28]R. Harrington 和 J. Mautz，“导体的特征模理论”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 19 卷，第 5 期，第 622–628 页，1971 年。[29] M. Cabedo-Fabres、E. Antonino-Daviu、A. Valero-Nogueira 和 M. F. Bataller，“重新审视特征模理论：对现代应用天线设计的贡献”，IEEE天线与传播杂志，第 49 卷，第 5 期，第 52–68 页，2007 年。[30] K. Li 和 Y. Shi，“采用特征模的方向图可重构MIMO天线设计”，IEEE Access，第 6 卷，第 43 526–43 534 页，2018 年。[31] Y. Liu、A. Ren、H. Liu、H. Wang 和 C.-Y.-D. Sim，“采用特征模理论、用于5G智能手机应用的八端口MIMO阵列”，IEEE Access，第 7 卷，第 45 679–45 692 页，2019 年。[32] D. Manteuffel 和 R. Martens，“用于室内UWB大规模MIMO的紧凑型多模多单元天线”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 64 卷，第 7 期，第 2689–2697 页，2016 年。[33] R. Martens 和 D. Manteuffel，“基于特征模选择性激励的双端口天线”，载于《2012年IEEE天线与传播国际研讨会论文集》，2012 年，第 1–2 页。[34] J. J. Adams、S. Genovesi、B. Yang 和 E. Antonino-Daviu，“采用特征模分析的天线单元设计：见解与研究方向”，IEEE天线与传播杂志，第 64 卷，第 2 期，第 32–40 页，2022 年。[35] B. Yang 和 J. J. Adams，“采用特征模对对称MIMO天线进行系统化形状优化”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 64 卷，第 7 期，第 2668–2678 页，2016 年。[36] R. Martens 和 D. Manteuffel，“采用特征模理论的移动多天线系统系统化设计方法”，IET《微波、天线与传播》，第 8 卷，第 12 期，第 887–893 页，2014 年。[37] M. Masek、L. Jelinek 和 M. Capek，“正交辐射状态的激励”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 69 卷，第 9 期，第 5365–5376 页，2021 年。[38] N. Peitzmeier 和 D. Manteuffel，“基于特征模对称性分析的多模天线不相关端口实现上界与设计指南”，IEEE《天线与传播汇刊》

，第67卷，第6期，第3902–3914页，2019年。

[39] R. Martens、E. Safin 和 D. Manteuffel，“小型终端特征模的电感式与电容式激励”，载于2011年拉夫堡天线与传播会议，2011年，第1–4页。[40] J. M. Hannula、T. Saarinen、J. Holopainen 和 V. Viikari，“基于多通道收发器的频率可重构多频段手机天线”，IEEE《天线与传播汇刊》，第65卷，第9期，第4452–4460页，2017年。[41] J.-M. Hannula、A. Lehtovuori、R. Luomaniemi、T. O. Saarinen 和 V. Viikari，“双天线系统中耦合与失配的有益相互作用”，载于2019年第13届欧洲天线与传播会议（EuCAP），2019年，第1–4页。[42] J.-M. Hannula、J. Holopainen 和 V. Viikari，“基于分布式收发器的频率可重构天线概念”，IEEE《天线与无线传播快报》，第16卷，第764–767页，2017年。[43] A. R. Saleem、K. Stadius、J.-M. Hannula、A. Lehtovuori、M. Kosunen、V. Viikari 和 J. Ryyn¨anen，“用于天线簇有源匹配的1.5–5-GHz集成射频发射机前端”，IEEE《微波理论与技术汇刊》，第68卷，4739，2020年11月，第4728页，第？期。[44] J.-M. Hannula、T. Saarinen、A. Lehtovuori、J. Holopainen 和 V. Viikari，“基于天线簇概念的可调谐八单元MIMO天线”，IET《微波、天线与传播》，第13卷，2019年2月。[45] M. Capek、L. Jelinek 和 M. Masek，“求解多端口有损天线的最优总有源反射系数和实现增益”，IEEE《天线与传播汇刊》，第69卷，第5期，第2481–2493页，2021年。[46] P.-S. Kildal 和 K. Rosengren，“MIMO系统的相关性与容量，以及其天线的互耦、辐射效率和分集增益：混响室中的仿真与测量”，IEEE通信杂志，第42卷，第12期，第104–112页，2004年。[47] R. Tian、B. K. Lau 和 Z. Ying，“MIMO天线的复用效率”，IEEE《天线与无线传播快报》，第10卷，第183–186页，2011年。[48] J. X. Yun 和 R. G. Vaughan，“多单元天线效率及其对分集和容量的影响”，IEEE《天线与传播汇刊》，第60卷，第2期，第529–539页，2012年。[49] J. W. Wallace 和 M. A. Jensen，“MIMO无线系统中的互耦：严格的网络理论分析”，IEEE无线通信汇刊，第3卷，第4期，第1317–1325页，2004年。[50] S. Boyd 和 L. Vandenberghe，《凸优化》。剑桥大学出版社，2004年。[51] J. Liska、L. Jelinek 和 M. Capek，“电磁学中时谐二次度量的基本界限：综述与实现”，2021年。[52] J. Nocedal 和 S. Wright，《数值优化》，第2版，《运筹学Springer丛书》。Springer，2006年。[53] S. Stein，“多波束天线中的交叉耦合”，IRE天线与传播汇刊，第10卷，第5期，第548–557页，1962年。[54] M. Capek 和 L. Jelinek，“多端口天线阵列的换能器效率与辐射效率指标”，IEEE《天线与传播汇刊》，第71卷，第7期，第6132–6137页，2023年。[55] F. Broyd´e 和 E. Clavelier，“多端口天线阵列的辐射效率与换能器效率”，Excem电子学与电磁学研究论文集，第4期，第1–22页，2022年1月。[56] D. M. Pozar，《微波工程》，第3版。Wiley，2005年。[57] C. Desoer，“N端口的最大功率传输定理”，IEEE《电路理论汇刊》，第20卷，第3期，第328–330页，1973年。[58] （2023年9月）MATLAB天线工具箱（AToM）。布拉格捷克理工大学。 [在线]。网址：www.antennatoolbox.com [59] J.-M. Hannula、M. Kosunen、A. Lehtovuori、K. Rasilainen、K. Stadius、J. Ryyn¨anen 和 V. Viikari，“集成无线电收发器频率可重构天线簇的性能分析”，IEEE《天线与无线传播快报》，第17卷，759，2018年5月，第756页，第？期。[60] J. L. Volakis 和 K. Sertel，《电磁学积分方程法》。SciTech出版社，2012年。[61] W. C. Chew、M. S. Tong 和 B. Hu，《电磁波与弹性波积分方程法》，第1版，《计算电磁学综合讲座》。Morgan and Claypool出版社，2007年。[62] R. F. Harrington，《矩量法场计算》，《IEEE出版社电磁波系列》（Donald G. Dudley 主编）。Wiley-IEEE出版社，1993年。