arXiv:2305.01524v1 [cs.RO] 2 May 2023

用于机器人激光手术规划的三维激光与组织无关数据驱动方法

Guangshen Ma [1]、Ravi Prakash [1], Brian Mann，博士 [1]、Weston Ross，博士 [2] 和 Patrick Codd，医学博士 [1,2]

摘要—在机器人激光手术中，单次消融腔的形状预测是一项重要问题，有助于在病变组织切除和精准肿瘤切除过程中尽量避免误切过多健康组织。由于组织光学特性多样、热传递过程复杂，且化学反应存在不确定性，因此很难对激光-组织相互作用进行物理建模。为此，我们提出一种完全基于数据驱动方法的三维腔体预测模型，不对激光设置和组织特性作任何假设。基于该腔体预测模型，我们构建了一个新颖的机器人激光规划问题，以确定最优的激光入射配置，旨在形成与表面目标（例如肿瘤或病变组织）相吻合的空腔。

为解决单次消融腔预测问题，我们将组织表面与激光能量分布之间的三维几何关系建模为一个可由单层感知机（SLP）网络表示的非线性回归问题。我们将该 SLP 网络编码到一种新型运动学模型中，以使用任意激光输入预测消融后腔体的形状。为估计 SLP 网络参数，我们利用光学相干断层扫描（OCT）B 扫描图像重建单次激光-仿体腔体，并构建数据集进行数据驱动建模。为验证该方法，我们将训练得到的腔体预测模型应用于解决一个简化的机器人激光规划问题，该问题被建模为表面配准误差最小化问题。初步结果显示，三维腔体预测的三维腔体交并比（3D-cavity-IoU）为 $(91.1 \pm 3.0)\%$**，模拟表面配准实验的平均成功率为**97.9% **。**

I. 引言

机器人激光系统已用于多种医学应用中，对手术激光手术刀进行精确、快速的控制，例如眼科手术 [1], 神经外科手术 [2], [3]和皮肤科 [4]。激光入射配置可用一个六自由度（dof）模型描述，该模型包含 3 个自由度的激光消融入射中心和 3 个自由度的激光方向向量 [5]。不同的激光配置可形成形状各异的组织消融腔。错误的激光配置可能导致本不应消融的健康组织受到过度照射，因此，在实际进行激光消融前模拟空腔形状，是确保仅对目标病变组织进行安全、可控切除的必要步骤。因此，需要根据给定的激光入射配置建立腔体预测模型。

此外，腔体预测模型还可用于解决机器人激光手术规划问题。该

[1] 机械工程与材料科学系，杜克大学。通讯作者：guangshen.ma@duke.edu。[2] 杜克大学医学中心神经外科。

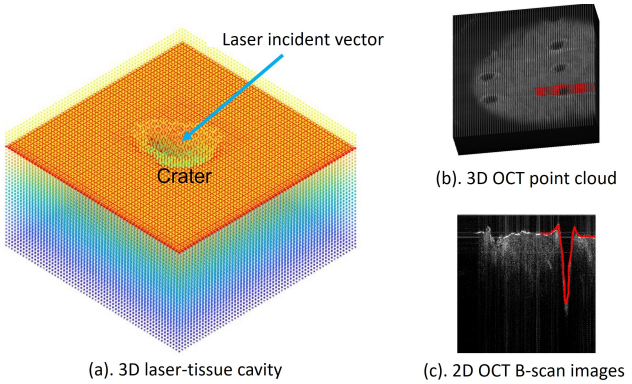


图 1：三维表面上的单次激光腔体预测。激光-组织腔体由一种独特的机器人激光配置（消融中心和入射方向）生成。(a)：体积点云及其浅表表面腔体示例。(b)：由 OCT B 扫描图像构成的三维体积。(c)：标注了二维腔体的 B 扫描图像。

问题旨在确定最佳激光入射配置，以形成与表面目标（如肿瘤或病变组织边界）对齐的消融腔体（图1a）。在实际进行激光消融之前，可从 OCT B扫描图像中提取组织的浅表层，并基于后处理计算机视觉方法构建三维术中表面 [6]。准确预测消融后腔体的形状，对于最大限度地减少病变组织的过切和欠切至关重要。总之，我们探讨了以下两个研究问题：

1）激光-组织腔体预测：如何开发一种腔体预测模型，将激光入射配置映射为预测的表面腔体？2）机器人激光手术规划：给定一个表面目标，如何确定最佳激光入射配置以形成消融腔体，从而最小化两个轮廓之间的偏移量？

A. 数据驱动的激光-组织腔体预测

由于组织材料的异质性以及复杂的物理机制 [7], [8], 将激光-组织相互作用建模为动态系统是一项具有挑战性的问题。因此，需要采用数据驱动方法，直接学习表面上的激光能量分布与相应变形之间的几何关系。数据驱动方法的优势在于能够将物理机制编码到模型中，并直接通过数据学习模型参数，

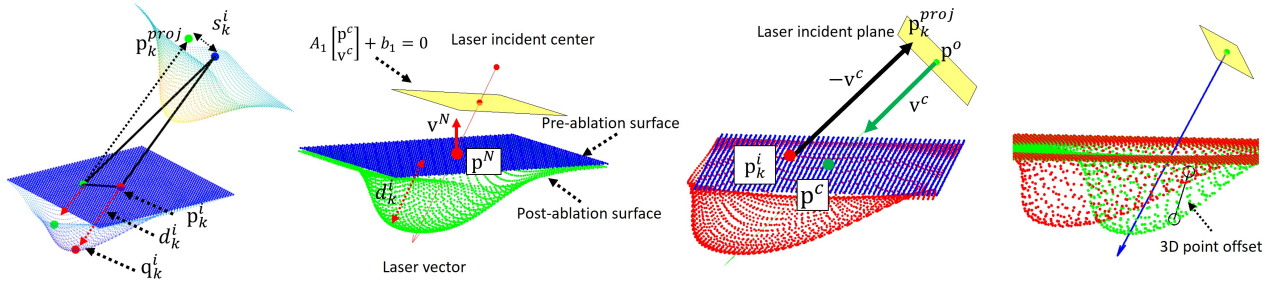


图 2：激光-组织几何构型示意图：(a) 激光能量分布及其形成的表面输出布局；(b) 前后表面之间的切割深度，以及以平面表示的入射中心等式约束；(c) 激光入射平面、激光原点 $\mathbf{p}^o$、入射向量 $\mathbf{v}^c$ 和消融中心 $\mathbf{p}^c$；(d) 根据不同激光入射配置预测的两个空腔，以及两组点对应关系（索引相同）。

这种方法已广泛应用于物理启发的机器人学习领域 [9]。

传统的激光组织光消融建模方法遵循比尔-朗伯定律 [10]来预测消融切割深度 [2]。然而，该模型需要预先知道组织吸收系数（μ_a）、入射激光强度（Φ_0）和组织消融焓（Φ_{th}） [11], [12]。在大多数医学应用中，组织特性难以确定，且激光设置可能因具体用途而异。因此，需要开发一种能够根据独特的组织-激光特性自动进行微调的方法。另一种激光-组织相互作用建模方法采用蒙特卡罗方法[13] ，模拟光在组织中的传播、吸收和散射。然而，在缺乏准确组织光学特性的情况下，该方法无法直接用于三维表面轮廓建模，而且计算开销过大，不适用于实时实现。

近期数据驱动方法的发展为解决激光-组织空腔建模问题开辟了新的研究方向。由于切割深度与传递至目标的能量强度有关，通常假设形成的消融坑形状与高斯光束轮廓相似 [7], [12], [14]。因此，也可以用对称高斯函数描述三维几何激光-组织相互作用，以模拟高斯光束轮廓的特性。这些函数的参数可以通过高分辨率扫描仪采集的三维腔体数据进行学习，例如共聚焦显微镜 [8], [15]和计算机断层扫描（CT） [16]。然而，使用对称高斯函数对激光-组织空腔建模存在局限，因为实际消融坑通常并不符合高斯轮廓这一理想假设。此外，这些研究尚未讨论激光手术规划问题，也未探讨如何在机器人激光手术中控制消融轮廓。

B. 机器人激光手术规划

不正确的激光入射配置可能会形成与表面目标（例如肿瘤体积切除）不对齐的消融空腔。开发一种最优激光规划器不仅有助于精确切除肿瘤，还能最大限度地降低过度切除健康组织的概率 [17]。机器人激光规划可建模为表面对齐问题，即最小化预测空腔与表面目标之间的偏移量。表面目标可模拟肿瘤边界和病变组织的形状。最优激光规划可应用于精确切除组织，并改进自动化机器人激光手术。**主要贡献：**本研究的两项贡献如下：

1) 开发一种不依赖激光和组织的数据驱动方法，根据给定的机器人激光配置预测三维空腔的形状。2) 将所提出的腔体预测模型应用于求解简化的机器人激光规划问题。

II. 方法

本节讨论将激光-组织腔体预测模型建模为运动学系统的数据驱动方法，以及如何利用该腔体预测模型构建机器人激光最优规划问题。

A. 数据驱动的激光-组织运动学

运动学通常指机器人配置（系统变量）与输出布局之间的关系，例如机械臂末端执行器的位置和姿态[18]。本研究将激光-组织相互作用重新定义为一种运动学模型，用于将给定的激光入射配置映射为单次激光消融腔体的“输出轮廓”。每个消融前表面点都可根据激光入射向量和中心赋予一个切割深度，并将新增变形拼接起来以构建消融后的空腔，如图2a所示。因此，激光-组织相互作用可视为一个“机器人系统”，我们将正向与逆向运动学定义如下：

- 正运动学（FK）：给定激光入射角$\mathbf{v}^c \in \mathbb{R}^3$ 和激光消融中心$\mathbf{p}^c \in \mathbb{R}^3$，消融前表面上的查询点可通过消融过程唯一映射到新的位置$\mathbf{q}^i \in \mathbb{R}^3$ （$\mathbf{q}^i$ 对应$\mathbf{p}^i$）。将 $\mathbf{q}^i$ 相加即可构成消融腔体。

- 逆运动学（IK）：给定目标位置$\mathbf{p}^* \in \mathbb{R}^3$，计算最优激光方向$\mathbf{v}^c$和消融中心$\mathbf{p}^c$，使新位置$\mathbf{q}^i$与$\mathbf{p}^*$之间的距离最小。

我们将激光消融前的组织表面定义为“消融前表面”$\{\mathbf{p}_k^i\}_{k=1}^M$，$\mathbf{p}_k^i \in \mathbb{R}^3$，切割后的表面定义为“消融后表面”$\{\mathbf{q}_k^i\}_{k=1}^M$，$\mathbf{q}_k^i \in \mathbb{R}^3$（索引 k表示表面上的第 k 个（任意）点，i 表示表面点的符号），如图 2b 所示。需要注意的是，$\{\mathbf{p}_k^i\}_{k=1}^M$ 和 $\{\mathbf{q}_k^i\}_{k=1}^M$ 的点数相同。每一对 $\mathbf{p}_k^i$ 和 $\mathbf{q}_k^i$ 构成唯一的对应关系。**正运动学：**对于消融前表面点 $\mathbf{p}_k^i$：

$$\mathbf{q}_k^i(\mathbf{v}^c, \mathbf{p}^c, \mathbf{p}_k^i) = \mathbf{p}_k^i + d_k^i(\cdot) * \mathbf{v}^c \tag{1}$$

其中，$d_k^i(\cdot) \in \mathbb{R}$ 表示$\mathbf{p}_k^i$ 沿入射方向 $\mathbf{v}^c$从消融前表面开始的切割深度。它表示可以从$\mathbf{v}^c$中去除多少组织。$\mathbf{q}_k^i$是由$\mathbf{p}_k^i$更新得到的结果位置坐标。

为了确定$\mathbf{p}_k^i$的切割深度，我们利用激光高斯光束分布的特性：距离消融中心越近的点，其切割深度越大；距离越远的点，其值越小 [11], [12]。我们定义“到激光中心的距离” $s_k^i \in \mathbb{R}$ 作为一种度量，用于测量朝向激光原点的偏移量，以及从表面点投影到激光入射平面的坐标，如图 2a 和图 2c 所示。通过将表面点投影到具有唯一激光入射向量和原点的激光入射平面上，可以计算出 s_k^i（图 2c）。因此，d_k^i 和 s_k^i构成唯一的端到端对应关系，我们可以使用一个函数对这种关系进行建模。

用于数据驱动建模的单层感知机（SLP）：我们使用单层感知机（SLP）来对d_k^i 与 s_k^i之间的一一映射进行建模。我们此前的工作使用对称高斯模型来描述激光能量与表面几何形状之间的关系 [14]。然而，对称高斯模型只有两个参数，无法推广为用于数据拟合的更复杂模型。另一种选择是使用其他非线性回归函数，例如多项式函数和高斯函数混合。但这些方法需要指定某些定义，例如多项式函数的阶数。因此，我们采用具有四个参数的单层感知机（SLP）模型作为模型拟合的回归函数（单个隐藏层和输出层各包含两个参数，分别对应权重和偏置）。SLP 是一种仅包含一个隐藏层的多层感知机（MLP）网络。值得注意的是，与用于拟合简单数据时常见的 MLP 模型相比，SLP 模型有助于降低模型过拟合的可能性。对于不同的激光-组织模型，可根据给定的数据集自动调整 SLP 模型参数。具体而言，我们的 SLP 模型为：

$$d_k^i(\cdot) = f_{SLP}(s_k^i) \tag{2}$$

其中 $f_{SLP}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 表示图 3 所示的单层感知机。**运动学中编码的单层感知机模型：**估计 f_{SLP} 的参数可视为一个一维回归问题

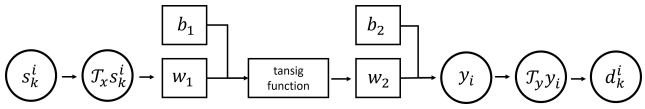


图 3：单层感知机（SLP）模型配置。用于数据拟合的 SLP 有四个参数：w_1 和w_2 是权重，b_1 和 b_2 是偏置。$\mathcal{T}_x$ 和 $\mathcal{T}_y$ 分别是输入和输出数据的预变换与后变换。

即自变量 s_k^i 与因变量 d_k^i 之间的关系。为计算 s_k^i，我们首先定义一个参考平面，以点-向量配置（$\mathbf{p}^o$，$\mathbf{v}^c$）描述高斯光束轮廓，该平面称为“激光入射平面”（图 2a 和图 2c）。首先，我们需要将激光消融中心 $\mathbf{p}^c$ 投影到激光入射平面上的激光原点 $\mathbf{p}^o$：

$$\mathbf{p}^o = \mathbf{p}^c - L_{ref} * \mathbf{v}^c \tag{3}$$

其中，$L_{ref} = 1$ 是一个任意且固定的常数值。要得到 s_k^i，我们需要知道激光入射平面上的投影坐标与激光原点中心之间的距离（图 2c）。给定一个查询点 $\mathbf{q}_k^i$，即可根据激光-表面反射模型 [19]计算投影坐标$\mathbf{p}_k^{proj}$：

$$\mathbf{p}_k^{proj} = \mathbf{p}_k^i - \frac{\mathbf{v}^c \cdot (\mathbf{p}_k^i - \mathbf{p}^o)}{\mathbf{v}^c \cdot (-\mathbf{v}^c)}(-\mathbf{v}^c) \tag{4}$$

其中，$\mathbf{p}_k^{proj}$ 是沿激光方向的反方向，在消融前表面上的第 k 个点的投影坐标。投影距离 s_k^i定义为投影坐标$\mathbf{p}_k^{proj}$ 与激光原点$\mathbf{p}^o$之间基于点的距离：

$$s_k^i = ||\mathbf{p}_k^{proj} - \mathbf{p}^o||_2 \tag{5}$$

其中，$||\cdot||_2$ 表示 L2 范数。总之，方程 1 至方程 5 描述了正向运动学模型，该模型可将激光入射配置（$\mathbf{p}^c, \mathbf{v}^c$）和一个消融前表面点$\mathbf{p}_k^i$映射为新的定位输出$\mathbf{q}_k^i$。

单层感知机的模型拟合：根据公式 2，我们需要估计运动学模型中 $f_{SLP}(\cdot)$ 的参数。这是一个一维回归问题，可表示为：

$$\min_{\Theta} \quad \mathcal{L}(\Theta) = \frac{\sum_{k=1}^N (f_{SLP}(\Theta, s_k^i) - d_k^i)^2}{N} \tag{6}$$

其中，$\mathcal{L}(\Theta)$ 是均方误差（MSE）损失函数。我们构建了一个由 $(s_k^i,\ d_k^i)$ 组成的数据集，训练集-验证集比例为 8 : 2。验证集用于选择训练后的单层感知机模型的最佳训练轮次。我们使用 MATLAB $fitnet$ 内置函数实现单层感知机，并使用 Levenberg–Marquardt 优化算法作为求解器 [20]。测试集保持独立，用于验证，训练集-测试集比例为 6 : 4。

逆运动学：我们开发了一种基于优化的逆运动学求解器，用于确定能够最小化基于点的**激光消融中心**c和方向向量 $\mathbf{v}^c$ 的最优值

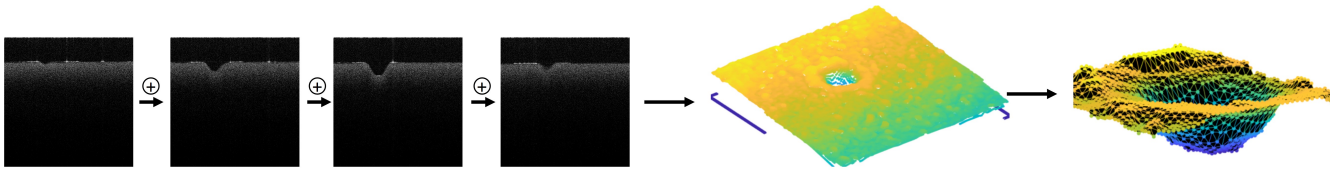


图4：腔体重建流程：采集 OCT B扫描图像（选取图像ID作为示例），并根据组织与空气之间的高对比度对浅表层进行分割。对表面点云进行后处理（例如去除离群点并通过三维插值进行平滑），然后分割表面腔体区域以供分析。

误差的激光消融中心。给定目标点 $\mathbf{q}_k^* \in \mathbb{R}^3$，优化代价函数为：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}^c,\mathbf{v}^c} \quad & \mathcal{C}_k = ||\mathbf{q}_k^i(\mathbf{v}^c,\mathbf{p}^c,\mathbf{q}_k^i) - \mathbf{q}_k^*||_2^2 \\ s.t. \quad & \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{p}^c & \mathbf{v}^c \end{bmatrix}^T + \mathbf{b}_1 = 0 \\ & \mathbf{A}_2\mathbf{p}^c + \mathbf{b}_2 \leq 0, \quad \mathbf{A}_3\mathbf{v}^c + \mathbf{b}_3 \leq 0 \end{aligned} \tag{7}$$

其中，$\mathcal{C}_k \in \mathbb{R}$ 表示$\mathbf{q}_k^i$与$\mathbf{q}_k^*$ 在表面点第 k个索引处的代价函数。我们将$A_1 = [0,0,-1,0,0,0]$和 $b_1 = \alpha$（α为任意值）定义为等式约束，以使激光消融中心在固定区域内移动。该等式约束由一个与XY平面平行、Z值为 α 的参考平面描述，如图2b所示。此设置具有实际应用意义，因为机器人激光手术刀可以在组织表面的任意位置传递能量。此外，$(\mathbf{A}_2, \mathbf{b}_2)$和$(\mathbf{A}_3,\mathbf{b}_3)$编码了对消融中心和方向向量上下限的不等式约束。这符合实际情况，即机器人激光末端执行器在操作时可能受到几何约束。

解析梯度：为了使用高效的优化求解器求解式（7）中的逆运动学问题，我们给出代价函数相对于 $\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \mathbf{x}} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ 的解析梯度。需要注意的是，$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ 可以是 $\mathbf{p}^c$ 或 $\mathbf{v}^c$，梯度总结如下：

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial(\Delta \mathbf{q})}\left(\frac{\partial d_k^i}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{v}^c + d_k^i(\cdot)\frac{\partial \mathbf{v}^c}{\partial \mathbf{x}}\right) \tag{8}$$

其中 $\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \Delta \mathbf{q}} = 2 * (\mathbf{q}(\mathbf{v}^c,\mathbf{p}^c,\mathbf{q}_k^i) - \mathbf{q}^*)$。对于 $\frac{\partial d_k^i}{\partial \mathbf{x}}$：

$$\frac{\partial d_k^i}{\partial \mathbf{x}^c} = \underbrace{\frac{\partial f_{SLP}}{\partial s_k^i}}_{\text{gradient of SLP}} \frac{\partial s_k^i}{\partial \mathbf{p}_k^{proj}} \frac{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}{\partial \mathbf{x}^c} \tag{9}$$

其中 $\frac{\partial d_k^i}{\partial \mathbf{x}^c}$是一个 3×1 梯度向量。$\frac{\partial f_{SLP}}{\partial s_k^i}$表示 SLP 中输出相对于输入的导数。对于 $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}}$，当$\mathbf{x} = \mathbf{p}^c$ 时，有 $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \equiv \mathbf{0}_{3\times3}$；当$\mathbf{x} = \mathbf{v}^c$时，$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{I}_{3\times3}$。$\frac{\partial s_k^i}{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}$ 和 $\frac{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}{\partial \mathbf{x}^c}$可根据式 4 和式 5 计算。

单层感知机作为可微函数具有良好的数学性质，有助于改进优化。借助解析梯度，可使用 MATLAB 内点优化求解器 [21]求解问题 (7)。

B. 基于优化的机器人激光规划问题

根据三维传感器（如 OCT）提供的术中测量结果，用户（即外科医生）可以在术中选择一个目标感兴趣区域 (ROI)，并创建一个表面目标，例如肿瘤边界和组织切割感兴趣区域。机器人激光规划器可以计算最佳激光入射配置，以创建模拟消融后腔体。该预测空腔可用于全自动机器人激光手术的手术规划，也可帮助外科医生评估当前单次激光消融的质量。

由于机器人激光规划问题等价于最小化预测空腔与表面目标之间的对齐偏移量，我们可以将优化问题表述为两个表面之间基于点的误差的最小二乘问题：

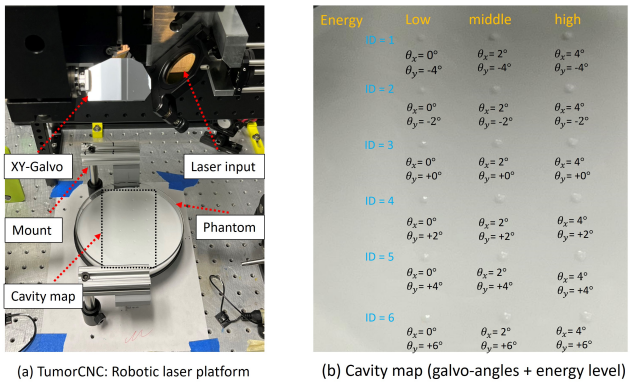
$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}^c,\mathbf{v}^c} \quad & \mathcal{F} = \sum_{k=1}^{M} \mathcal{C}_k(\mathbf{p}^c,\mathbf{v}^c,\mathbf{p}_k^i,\mathbf{q}_\mathbf{k}^*) \\ s.t. \quad & \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{p}^c & \mathbf{v}^c \end{bmatrix}^T + \mathbf{b}_1 = 0 \\ & \mathbf{A}_2\mathbf{p}^c + \mathbf{b}_2 \leq 0, \quad \mathbf{A}_3\mathbf{v}^c + \mathbf{b}_3 \leq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

其中，$\mathcal{F}$ 是关于$\mathbf{p}^c$ 和$\mathbf{v}^c$的代价函数。$(\mathbf{A}_1, \mathbf{b}_1)$、$(\mathbf{A}_2, \mathbf{b}_2)$和$(\mathbf{A}_3,\mathbf{b}_3)$与公式（7）中的表述相同。$\mathcal{C}_k(\cdot)$指的是逆运动学问题中的同一代价函数。$\{\mathbf{p}_k^i\}_{k=1}^M$ 和 $\{\mathbf{q}_k^*\}_{k=1}^M$表示预测空腔与表面目标之间的点对对应关系。作为概念验证，本研究假设点对应关系已知，这与 [22]中的表面配准问题类似。当点对应关系未知时，也可以应用相同的计算框架来求解更一般化的问题。

*C. SLP*数据集收集与处理

数据驱动方法的核心问题是：给定到激光中心的距离 s_k^i 和切割深度 d_k^i 的训练数据，估计 f_{SLP} 的参数。为了创建包含多个空腔的数据集，我们使用现有的机器人激光系统 [23]，（称为“TumorCNC”），基于一台 10 瓦二氧化碳激光器（Synrad公司，华盛顿州，美国），在仿体上生成不同的激光方向和消融中心。每种激光入射配置都能生成独特的表面腔体，并且可以对该表面轮廓进行后处理，以获得固定数量的数据元组（s_k^i，d_k^i）。

1）数据采集工作流程：由于所提出的数据驱动方法不依赖于激光器和组织，我们采集了三种不同仿体组织特性的数据集，每种组织特性各对应三种不同的能量模型。组织特性通过调整琼脂糖占 $80\,ml$ 仿体总体积的比例来定义，比例分别为 0.5%、1.5% 和 2.5%，同时保持脂肪乳剂占仿体总体积的比例为 10%。我们此前的工作[24] 已验证了这种仿体设计用于激光消融的效果。每种仿体组织对应三种不同的能量模型，分别为：1）低：25J （焦耳）；2）中：$56\ J$；3）高：$95\ J$。每次消融时，激光设置均保持不变。对于每种能量模型，我们设置六个空腔位置，并通过双轴振镜控制各位置对应的独特激光入射方向。因此，每个空腔都可视为一个独特的数据点。系统平台和腔体索引布局如图 5a 和图 5b 所示。



(a) TumorCNC: Robotic laser platform　　(b) Cavity map (galvo-angles + energy level)

图4：实现单次激光腔体消融的系统平台（a）及腔体图的整体信息（b）。

2）基于*OCT B*扫描的腔体重建：我们开发了一套自动化流程，将消融后的仿体安装在由两个300毫米步进电机驱动平台组成的平移系统上（Thorblab Inc.，美国新泽西州）。平台移动至与腔体感兴趣区域对齐的预定义位置，并使用光学相干断层扫描（OCT）成像系统（Lumedica，美国北卡罗来纳州）扫描表面。随后对OCT B扫描横截面图像进行后处理：1）使用OpenCV软件库应用双边滤波器（$\sigma_{color} = 300, \sigma_{space} = 150$）去除噪声并平滑图像；2）根据每列中选定的最高强度像素确定组织表面边界层；3）拼接分割后的边界，构建表面点云；4）手动定义感兴趣区域，以分割腔体表面。工作流程如图4所示。

3）空腔后处理：用于构建训练数据集的每个空腔都经过后处理，以获取到激光中心的距离和切割深度的数据元组。这需要以下几何信息：1）激光入射方向，2）激光入射中心，3）局部表面法线方向，以及 4）局部表面中心。激光入射方向根据振镜角度，通过经校准的TumorCNC传感器模型 [23], [25] 给出。由于最高激光强度对应最大切割深度，激光入射中心与切割深度位于前 15% 的数据点的平均中心对齐。这些数据点表示表面点根据公式 4 投影到激光入射平面后得到的投影坐标。

基于分割出空腔的表面点云，估算局部表面中心和法向量。根据几何信息，切割深度等价于梁的长度：将腔体表面上的点投影到由局部表面中心和法向量确定的参考平面上即可得到（图 2b 和图 2c）：

$$d_k^i = ||\mathbf{p}_k^i - \overline{\mathbf{p}}_k^{proj}||_2 = ||\frac{(-\mathbf{v}^N)\cdot(\mathbf{p}_k^i - \mathbf{p}^N)}{(-\mathbf{v}^N)\cdot(-\mathbf{v}^c)}(-\mathbf{v}^c)||_2 \tag{11}$$

其中$\mathbf{p}_k^{proj}$ 是局部表面的投影坐标。切割深度也与从腔体表面投影到激光入射平面上的坐标相对应，因此可以根据公式 5 计算至激光中心的距离 s_k^i 。

III. 实验与结果

A. 单层感知机的函数拟合

1) 数据集准备：每个仿体能量模型包含 6 个表面空腔。需要指出的是，用于训练单层感知机的离散数据点取自各个空腔，即每个空腔可包含大量数据点。我们按 50% 的比例将六个空腔划分为训练集和测试集（训练集 3 个，测试集 3 个）。这与常见的训练集-测试集划分比例不同，因为本研究需要更多数据来测试函数拟合的可行性。对于每一列数据点，索引 1、3 和 5 用于训练，索引 2、4 和 6 用于测试集。对用于训练的三个空腔进行后处理，得到编码为 $(s_k^i,\ d_k^i)$ 的数据点。根据均匀分布的随机数对每个空腔中的点进行采样。总计使用 1980 个数据点（每个空腔 660 个）构建训练集和验证集。测试集包含 1320 个数据点。

2）*SLP* 与 *MLP* 对比：为验证使用 SLP 的可行性，我们将 SLP 与隐藏层数分别为 1、3 和 6 的多层感知机（MLP）网络进行了比较。测试数据集的回归分析结果见表 I。我们采用均方根误差（RMSE）和平均绝对误差（MAE）来衡量 SLP 的性能。

B. 三维体积误差分析

回归分析无法报告预测空腔与参考真实值之间的三维体积偏差。因此，我们引入三维体积误差分析，以评估预测空腔与参考空腔之间的差异。在消融中心和激光入射向量相同的情况下，应用数据驱动的空腔预测模型生成预测空腔。测量预测空腔轮廓与

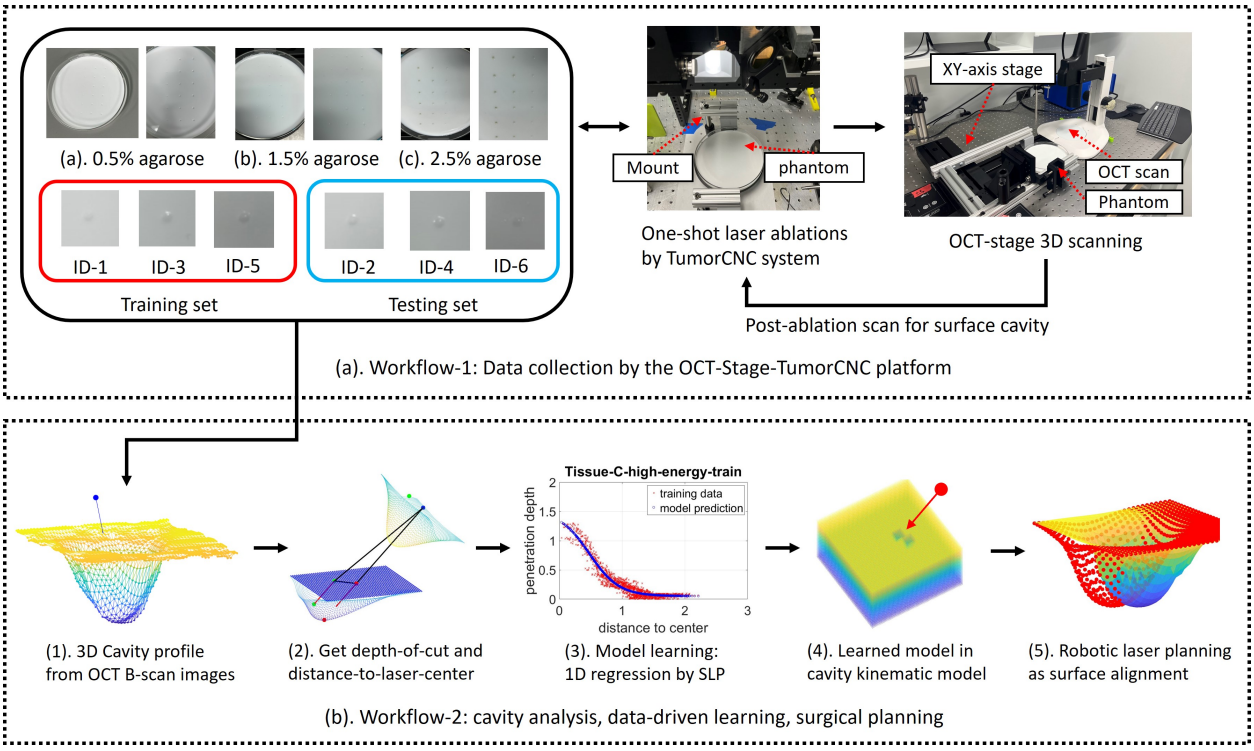


图 6：数据采集与分析流程。(a) TumorCNC 系统以不同的振镜角度实现单次激光消融，并获得 18 个空腔。(b) 步骤 (1) 至 (3) 展示了如何将每个空腔转换为多个数据点，以进行数据驱动建模。步骤 (4) 至 (5) 展示了如何应用已学习的模型进行机器人激光规划。

表 I：测试数据集的回归误差与三维体积误差汇总

	回归：测试误差（小数点精度 = 0.0001）						三维体积误差（小数点精度 = 0.01）								
仿体-能量 = 琼脂糖比例 + 能量模型	隐藏层数量 = 1		隐藏层数量 = 3		隐藏层数量 = 6		欠切（%）			过切（%）			三维空腔交并比 (%)		
	RMSE (mm)	MAE (mm)	RMSE (mm)	MAE (mm)	RMSE (mm)	MAE (mm)	idx-2	idx-4	idx-6	idx-2	idx-4	idx-6	idx-2	idx-4	idx-6
0.5% + 低	0.0317	0.0259	0.0311	0.0252	0.0309	0.0250	8.15	9.21	23.88	26.70	15.80	6.81	**84.05**	**87.90**	**83.23**
0.5% + 中	0.0387	0.0317	0.0375	0.0305	0.0372	0.0300	2.69	13.69	9.85	9.94	0.84	3.04	**93.90**	**92.24**	**93.33**
0.5% + 高	0.0867	0.0662	0.0862	0.0650	0.0863	0.0651	3.05	19.96	18.54	7.55	0.39	1.94	**94.82**	**88.72**	**88.84**
1.5% + 低	0.0308	0.0254	0.0307	0.0253	0.0305	0.0250	13.37	4.83	8.13	4.84	17.94	10.20	**90.49**	**89.31**	**90.93**
1.5% + 中	0.0560	0.0442	0.0553	0.0431	0.0554	0.0431	16.57	2.15	3.42	0.89	10.67	14.31	**90.53**	**93.85**	**91.59**
1.5% + 高	0.0640	0.0499	0.0631	0.0494	0.0633	0.0493	6.40	2.92	10.79	3.20	6.83	6.27	**95.12**	**95.22**	**91.27**
2.5% + 低	0.0374	0.0287	0.0368	0.0281	0.0357	0.0272	14.27	14.09	11.00	6.38	4.65	6.96	**89.25**	**90.16**	**90.83**
2.5% + 中	0.0473	0.0366	0.0430	0.0329	0.0427	0.0329	7.06	5.90	7.63	6.19	7.37	3.81	**93.34**	**93.42**	**94.17**
2.5% + 高	0.0813	0.0589	0.0779	0.0543	0.0769	0.0524	10.37	9.40	12.95	3.94	4.65	5.78	**92.61**	**92.81**	**90.29**
平均值	0.0527	0.0408	0.0513	0.0393	0.0510	0.0389	9.10	9.13	11.80	7.74	7.68	6.57	**91.57**	**91.51**	**90.50**
标准差	0.0209	0.0149	0.0206	0.0143	0.0206	0.0143	4.90	5.91	6.12	7.57	6.12	3.80	**3.48**	**2.56**	**3.15**

测试腔体中的真实值信息（测试空腔索引为 2、4、6）之间的偏移量。报告了欠切、过切和三维空腔交并比（三维空腔交并比）情况下的比率。欠切率定义为应被切除但未被切除的组织体积占真实值所对应的参考腔体体积的比例。过切率是指不应被切除却被切除的组织体积占相同参考腔体体积的比例。三维空腔交并比表示预测空腔与真实值之间重叠体积所占的比例。

1）三维体积计算：在激光入射平面（图 2c）上，定义了一个半径为 1.0 毫米的感兴趣区域（ROI）（直径为 2.0 毫米，覆盖激光束光斑尺寸的范围）。在该感兴趣区域内均匀采样固定数量的点，每个点均对应预测空腔和真实值（简称“gt”）各自唯一的切割深度。空腔体积通过对感兴趣区域内的切割深度积分计算得出：

$$V = \int_{\overline{\mathbf{p}} \in ROI} dV(\overline{\mathbf{p}}) = \int_{\overline{\mathbf{p}} \in ROI} D(\overline{\mathbf{p}})\ dA(\overline{\mathbf{p}}) \qquad (12)$$

其中， dV（$\mathbf{p}$）表示一个非常小的三维体积。 D（$\mathbf{p}$）（大写的 D，用于与微分符号 d 区分）是感兴趣区域内激光入射平面上与投影坐标 $\mathbf{p}$ 对应的切割深度。 dA（$\mathbf{p}$）表示与 D（$\mathbf{p}$）对齐的一个非常小的面积。过切、欠切以及两个空腔的图形可视化结果见图 7。

2) 过切、欠切和三维空腔交并比的计算：对于每个 p， $D(\mathrm{p})^{predict} \geq D(\mathrm{p})^{gt}$ 表示过切数据点集合，而 $D(\mathrm{p})^{predict} < D(\mathrm{p})^{gt}$ 表示欠切数据点集合。三维空腔交并比的计算公式为 $\frac{2*V_{overlap}}{V_{gt}+V_{predict}}$，其中 $V_{overlap}$ 通过对集合 $\{D(\mathrm{p})^{overlap}\} = \{D(\mathrm{p}) | D(\mathrm{p}) = D(\mathrm{p})^{predict}, D(\mathrm{p})^{predict} \leq D(\mathrm{p})^{gt}\} \cap \{D(\mathrm{p}) | D(\mathrm{p}) = D(\mathrm{p})^{gt}, D(\mathrm{p})^{predict} \geq D(\mathrm{p})^{gt}\}$ 中的数据点进行积分计算得出。 V_{gt} 和 $V_{predict}$ 根据公式 12 计算。每个测试空腔都唯一映射到过切、欠切和三维空腔交并比的比率，如表 I 所示。

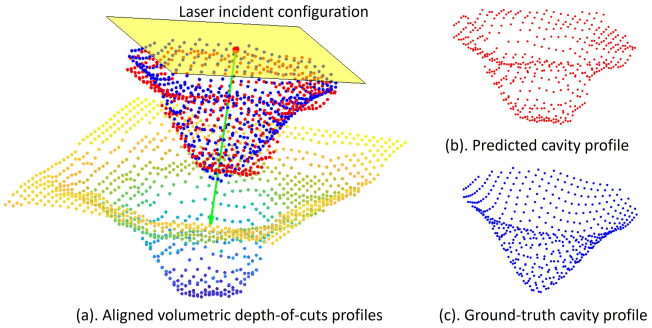


图 7：预测空腔与真实值之间体积的三维图形可视化。这些体积被映射到激光入射平面上的同一感兴趣区域。

C. 机器人激光规划的仿真实验

我们进行了仿真实验，以 1）求解式（10）中建模为腔体对齐问题的简化机器人激光规划问题，并 2）验证数据驱动的激光-组织腔体预测模型的可行性。需要指出的是，优化求解器的输出是 6 自由度的激光入射配置。根据数据驱动运动学模型，每种激光入射配置都能形成独特的表面腔体。该腔体被用作目标，以构建最小二乘目标函数。仿真实验总结如下：

1) 将采样的激光入射配置作为真实值：我们将固定数量的激光入射方向定义为优化的真实值。这些方向通过将旋转矩阵与固定的激光入射向量相乘计算得出。旋转矩阵由从 (θ_x, θ_y) 中以间隔 $15°$ 采样的角度向量（θ_x, θ_y,0）构成。每一组（θ_x, θ_y）都构成一个独特的旋转矩阵，该矩阵可与激光入射向量相乘，以生成不同的激光方向。此外，我们还为每个激光入射方向定义了一个固定的激光入射中心。由此可构成一组随机化的 6 自由度激光入射配置，共有 225 种组合。

2) 随机优化初始化：对每种激光入射配置（真实值）的位置和姿态均施加扰动，以进行优化初始化。初始化位置加上一个向量，记为 (σ_x, σ_y, 0)，其中 σ_x 和 σ_y 是均匀分布的随机数，并乘以系数 0.5 （单位：毫米），即 σ_x, $\sigma_y \in [-0.5, +0.5]$。初始化激光姿态的 XY 角度在 $(\theta_x, \theta_y) \in [-15°, +15°] \times [-15°, +15°]$范围内均匀采样，间隔为 $15°$。初始化设置总共有 9 种组合。

3) 优化成功：优化求解器的输出是六自由度激光入射配置。最优激光入射配置和真实值激光入射配置分别定义为 $\mathbf{X}^{opt} = (\mathbf{p}^{opt}, \mathbf{v}^{opt}) \in \mathbb{R}^6$ 和 $\mathbf{X}^{gt} = (\mathbf{p}^{gt}, \mathbf{v}^{gt}) \in \mathbb{R}^6$。当满足 $||\mathbf{X}^{opt} - \mathbf{X}_{gt}||_2 \leq 0.00001$ 时，即计为优化成功。对于每种仿体-能量模型，研究人员采用不同的真实值和初始化设置进行了 225 次实验。仿真实验的成功率见表 II。

IV. 讨论

SLP回归误差分析： 不同多层感知机（包含1、3、6个隐藏层）的平均均方根误差分别为 0.0527 ± 0.0209 毫米、0.0513 ± 0.0206 毫米和 0.0510 ± 0.0206 毫米。平均绝对误差（平均绝对误差）分别汇总为 0.0408 ± 0.0149 毫米、0.0393 ± 0.0143 毫米和 0.0389 ± 0.0143 毫米。就平均均方根误差和平均绝对误差而言，SLP的表现与具有3层和6层的多层感知机相当。3层和6层多层感知机的结果非常相似，这可能表明，对于简单的数据分布，增加参数后多层感知机的描述能力已达到极限。此外，如图8所示，SLP使用的参数较少，泛化性能更好，因此可以降低过拟合的可能性。这些结果验证了在仿体研究中使用SLP的可行性。不过，这并不意味着其他多层感知机不能用于同一问题。在某些情况下，例如离体组织研究中激光与组织之间的作用机制较为复杂，与SLP相比，具有更多隐藏层的多层感知机可能更适用。

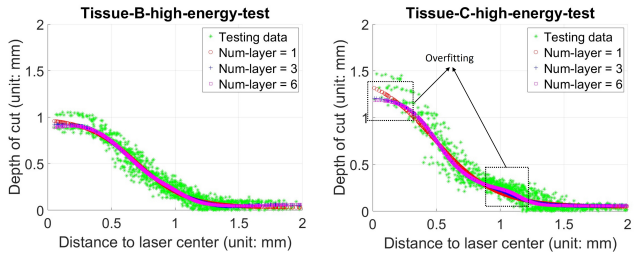


图 8：不同隐藏层数（1、3、6）的多层感知机比较。与两个多层感知机相比，单层感知机表现出更好的泛化能力。Tissue-B 和组织-C 分别表示 1.5%-琼脂糖和 2.5%-琼脂糖。

表 II: 仿真机器人激光规划实验的成功率（每个模型有 225 个测试用例 es).

模型	0.5% +低	0.5% +中	0.5% +高	1.5% + 低	1.5% + 中	1.5% + 高	2.5% + 低	2.5% + 中	2.5% +高
成功率（%）	100.00	99.11	100.00	91.11	99.56	99.56	94.67	98.22	99.56

三维体积误差分析：过切和欠切比例相近，且方差相对较大，但均低于12%。这表明在最坏情况下，单次激光消融可能导致12%的体积被过切或欠切。对于组织切除范围较大的大能量模型而言，这并非理想情况，因为12%的过切可能导致手术规划中出现相对较大的组织偏移。三个测试腔体的三维空腔交并比分别为91.57 ± 3.48%、 91.51 ± 2.56%和 90.50 ± 3.15%。这表明，单次消融可精准切除约91.1%的组织。

机器人激光规划实验分析：仿真机器人激光规划实验结果显示，平均成功率为97.98%。这验证了使用解析梯度求解式（10）中的逆运动学问题，以及在运动学模型中实现单层感知机（SLP）的可行性。然而，在优化过程中，有些情况下未能找到最优解。这可能是由于优化求解器的初始猜测不可行所致。

局限性与未来工作：本研究假设仿体表面为平面，但在实际医学应用中，组织表面几何形状可能是任意的。此外，本研究仅进行了仿真实验。未来工作包括针对不同激光-组织几何形状开展实验，例如使用非平面表面物体，并将这些方法应用于实际机器人系统。

V. 结论

本研究探讨了一个问题：能否直接从数据中学习三维激光-组织相互作用，而非依赖历史启发式模型。我们使用单层感知机（SLP）网络学习组织表面与激光能量模型之间的几何关系。该网络成功应用于一种新型腔体预测模型，以解决一个简化的机器人激光规划问题，这表明其在自动化病变组织切除和手术规划方面具有潜在应用价值。

参考文献

[1] S. Yang、J. N. Martel、L. A. Lobes Jr 和 C. N. Riviere，“使用单目视觉辅助机器人进行眼内手术的技术”，《国际机器人研究期刊》，第 37 卷第 8 期，第 931–952 页，2018年。[2] W. A. Ross、W. M. Hill、K. B. Hoang、A. S. Laarakker、B. P. Mann 和 P. J. Codd，“自动化神经外科肿瘤切除手术：结合表面映射的猪尸体脑体积激光消融”，《外科与医学中的激光》，第 50 卷第 10 期，第 1017–1024 页，2018年。[3] H. Liao、M. Noguchi、T. Maruyama、Y. Muragaki、E. Kobayashi、H. Iseki 和 I. Sakuma，“一种集成诊断与治疗系统：采用术中5-氨基乙酰丙酸诱导荧光引导的机器人激光消融，实现精准神经外科手术”，《医学图像分析》，第 16 卷第 3 期，第 754–766 页，2012年。

[4] R. G. Wheeland，《激光在皮肤病学中的临床应用》，《外科与医学中的激光》，第16卷，第1期，第2–23页，1995年。[5] Y. Li 和 J. Katz，《旋转镜激光束扫描。I. 镜扫描装置建模》，《应用光学》，第34卷，第28期，第6403–6416页，1995年。[6] M. Draelos、P. Ortiz、R. Qian、C. Viehland、R. McNabb、K. Hauser、A. N. Kuo 和 J. A. Izatt，《利用机器人扫描仪对独立站立者眼部进行非接触式光学相干断层扫描》，《自然-生物医学工程》，第5卷，第7期，第726–736页，2021年。[7] L. Fichera、D. Pardo、P. Illiano、J. Ortiz、D. G. Caldwell 和 L. S. Mattos，《经口显微外科手术中激光切口深度的在线估计：方法与初步评估》，《国际医学机器人与计算机辅助外科杂志》，第12卷，第1期，第53–61页，2016年。[8] L. A. Kahrs、J. Burgner、T. Klenzner、J. Raczkowsky、J. Schipper 和 H. W¨orn，《显微外科激光骨消融的规划与仿真》，《国际计算机辅助放射学与外科杂志》，第5卷，第2期，第155–162页，2010年。[9] Y. Zhu、L. Abdulmajeid 和 K. Hauser，《一种用于快速仿真机器人在颗粒介质上运动的数据驱动方法》，载于《2019年国际机器人与自动化会议（ICRA）》。IEEE，2019年，第7653–7659页。[10] M. H. Niemz 等，《激光-组织相互作用》。Springer，2007年，第322卷。[11] A. Vogel 和 V. Venugopalan，《生物组织脉冲激光消融机制》，《化学评论》，第103卷，第2期，第577–644页，2003年。[12] W. Ross、N. Cornwell、M. Tucker、B. Mann 和 P. Codd，《通过激光汽化进行软组织切除的优化路径规划》，载于《《临床与转化神经光子学》2018》，第10480卷。国际光学与光子学学会，2018年，第1048006页。[13] L. Wang 和 S. L. Jacques，《标准 C 中多层组织光传输的蒙特卡罗建模》，德克萨斯大学 MD安德森癌症中心，休斯顿，第4卷，第11期，1992年。[14] J. Burgner、M. M¨uller、J. Raczkowsky 和 H. W¨orn，《机器人辅助激光骨消融的离体精度评估》，《国际医学机器人与计算机辅助外科杂志》，第6卷，第4期，第489–500页，2010年。[15] L. A. Kahrs、J. Raczkowsky、M. Werner、F. B. Knapp、M. Mehrwald、P. Hering、J. Schipper、T. Klenzner 和 H. W¨orn，《基于激光消融的耳蜗开窗术的视觉伺服》，载于《2008年医学成像：可视化、图像引导操作与建模》，第6918卷。国际光学与光子学学会，2008年，第69182C页。[16] G. Ma、W. Ross、M. Tucker 和 P. Codd，《软组织激光手术中光消融随入射角变化的特性：一项实验模型研究》，载于《光与组织及细胞的相互作用 XXXI》，第11238卷。SPIE，2020年，第69–80页。[17] G. Ma、W. Ross 和 P. J. Codd，《基于三维数据驱动方法的机器人激光定向规划》，arXiv预印本 arXiv: . . 3 01401，2022年 2201。[18] L. Sciavicco 和 B. Siciliano，《机器人操作器的建模与控制》。Springer Science & Business Media，2001年。[19] Y. Li，《单镜面光束转向系统：高阶圆锥曲线扫描图案的分析与综合》，《应用光学》，第47卷，第3期，第386–398页，2008年。[20] J. J. Mor´e，《Levenberg–Marquardt算法：实现与理论》，载于《数值分析》。Springer，1978年，第105–116页。[21] R. H. Byrd、M. E. Hribar 和 J. Nocedal，《一种用于大规模非线性规划的内点算法》，《SIAM优化杂志》，第9卷，第4期，第877–900页，1999年。[22] P. J. Besl 和 N. D. McKay，《三维形状配准方法》，载于《Robotics-DL暂定版》。国际光学与光子学学会，1992年，第586–606页。[23] W. Hill，《TumorCNC：首个自动化肿瘤切除装置的开发与评估》，博士论文，杜克大学，2016年。[24] M. Tucker、G. Ma、W. Ross、D. M. Buckland 和 P. J. Codd，《自动化荧光引导肿瘤消融系统的创建》，《IEEE健康与医学转化工程杂志》，第9卷，第1–9页，2021年。

[25] G. Ma、W. Ross 和 P. J. Codd, 《Stereocnc：一种立体视觉引导的机器人激光系统》，载于*2021*年 *IEEE/RSJ* 智能机器人与系统国际会议（*IROS*）。IEEE, 2021年，第540–547页。

VI. 附录

A. 代价函数的导数

为计算公式 7 中代价函数的梯度，我们给出 $\frac{\partial f_{SLP}(s_k^i)}{\partial s_k^i}$、$\frac{\partial s_k^i}{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}$、$\frac{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}{\partial \mathbf{p}^c}$ 以及 $\frac{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}{\partial \mathbf{v}^c}$ 的推导过程。

1) $\frac{\partial f_{SLP}(s_k^i)}{\partial s_k^i}$：$s_k^i$ 定义为激光入射平面上的投影距离。$f_{SLP}(s_k^i)$表示端到端的单层感知机网络（SLP），根据公式 2 将 s_k^i 映射为切割深度 d_k^i。

为计算 $\frac{\partial f_{SLP}(s_k^i)}{\partial s_k^i}$，定义广义单层感知器为 $y_i = f_{SLP}(x_i)$，其中 $x_i \in \mathbb{R}$ 和 $y_i \in \mathbb{R}$ 分别表示输入和输出。x_i 与 y_i之间的关系是采用标准化单层感知器网络架构的非线性映射：

$$y_i = f_{SLP}(x_i) = \mathcal{T}_y(f_{tansig}(w_1\mathcal{T}_x(x_i) + b_1) * w_2 + b_2) \tag{13}$$

其中，w_1、b_1、w_2、b_2是该单层感知机的权重和偏置。$\mathcal{T}_x$ 和 $\mathcal{T}_y$ 表示输入和输出所采用的线性最小-最大变换。对于 $\mathcal{T}_x$，有：

$$\mathcal{T}_x(x) = \frac{x - x_{min}^{input}}{x_{max}^{input} - x_{min}^{input}} * (x_{max}^* - x_{min}^*) + x_{min}^* \tag{14}$$

其中，$x_{max}^* = +1$ 和 $x_{min}^* = -1$。x_{max}^{input}和 x_{min}^{nput} 分别是训练数据集中输入（到激光中心的距离s_k^i）的最大值和最小值。$\mathcal{T}_x$（x）的目标是将输入归一化到 $[-1, 1]$的范围内。由于 x_{max}^*、x_{min}^*、x_{max}^{input}和x_{min}^{input} 均已给定，因此可以计算 $\mathcal{T}_x$（x）的导数：

$$\frac{\partial \mathcal{T}_x(x)}{\partial x} = \frac{x_{max}^* - x_{min}^*}{x_{max}^{input} - x_{min}^{input}} \tag{15}$$

对于 $\mathcal{T}_y$，有：

$$\mathcal{T}_y(y) = \frac{y - y_{min}^*}{y_{max}^* - y_{min}^*}(y_{max}^{label} - y_{min}^{label}) + y_{min}^{label} \tag{16}$$

其中，$y_{max}^* = 1$、$y_{min}^* = -1$。y_{max}^{label}和 x_{min}^{label}分别是训练数据集中输出（切割深度）的最大值和最小值。因此，$\mathcal{T}_y$（y）可以将网络输出转换为具有正确物理意义的值。由于 y_{max}^*、y_{min}^*、y_{max}^{label} 和 y_{min}^{label} 均已给定，因此可以计算 $\mathcal{T}_y$（y）的导数：

$$\frac{\partial \mathcal{T}_y(y)}{\partial y} = \frac{y_{max}^{label} - y_{min}^{label}}{y_{max}^* - y_{min}^*} \tag{17}$$

因此，给定训练数据集后，可以计算 $\mathcal{T}_x'$ 和 $\mathcal{T}_y'$。

对于激活函数，$f_{tansig}(\cdot)$是tansig函数，其表达式为：

$$f_{tansig}(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \tag{18}$$

导数可计算如下：

$$f_{tansig}'(z) = 1 - (\frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}})^2 \tag{19}$$

总之，我们可以计算单层感知机的导数：

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_i} = w_1 w_2 \mathcal{T}_y' \mathcal{T}_x' f_{tansig}'(z) \tag{20}$$

其中 $z = w_1\mathcal{T}_x(x_i) + b_1$。

2) $\frac{\partial s_k^i}{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}$：对于 $s_k^i = ||\mathbf{p}_k^{proj} - \mathbf{p}^o||_2$，我们有：

$$\frac{\partial s_k^i}{\partial \mathbf{p}_k^{proj}} = \frac{\mathbf{p}_k^{proj} - \mathbf{p}^o}{||\mathbf{p}_k^{proj} - \mathbf{p}^o||_2} \tag{21}$$

3) $\frac{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}{\partial \mathbf{p}^c}$：根据公式4，我们有：

$$\frac{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}{\partial \mathbf{p}^c} = \mathbf{I} - \frac{(-\mathbf{v}^c)(\mathbf{v}^c)^T}{\mathbf{v}^c \cdot (-\mathbf{v}^c)} \tag{22}$$

其中$\mathbf{v}^c$ 表示激光方向向量。

4) $\frac{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}{\partial \mathbf{v}^c}$：根据方程4，我们有：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{p}_k^{proj}}{\partial \mathbf{v}^c} = &- \frac{(-\mathbf{v}^c \cdot \mathbf{v}^c) * [\mathbf{v}^c \cdot (\mathbf{p}_k^i - \mathbf{p}^o)]}{((-\mathbf{v}^c) \cdot \mathbf{v}^c)^2}\mathbf{I}_{3\times 3} \\ &+ \frac{\mathbf{v}^c \cdot (\mathbf{p}_k^i - \mathbf{p}^o)}{((-\mathbf{v}^c) \cdot \mathbf{v}^c)^2}(-\mathbf{v}^c)(\mathbf{v}^c)^T\end{aligned} \tag{23}$$

其中，$\mathbf{p}^o$ 是激光入射平面上的投影中心（来自$\mathbf{p}^c$）。$\mathbf{p}_k^i$ 是与$\mathbf{p}_k^{proj}$ 相关联的消融前表面上的预定义坐标。

B. 回归分析

激光距离与切割深度之间的几何关系由单层感知机模型（SLP）描述。对于训练数据集和测试数据集，组织-A（琼脂-0.5%）、Tissue-B（琼脂-1.5%）和组织-C（琼脂-2.5%）在低、中、高能量级别下的回归分析结果分别见图9、图10和图11。

C. 空腔可视化

TumorCNC 机器人激光系统中激光与反射镜交线的几何可视化如图 12（琼脂-0.5%）、图 13（琼脂-1.5%）和图 14（琼脂-2.5%）所示。这些图显示，空腔的形状因仿体的属性（仿体设计中琼脂比例不同）而各不相同。

D. 机器人规划问题的数值模拟

图 15（中能量模型）和图 16（高能量模型）展示了优化前后空腔的形状。这些图表明，优化后，预测空腔与目标空腔（真实值）之间的偏移量可以减小。

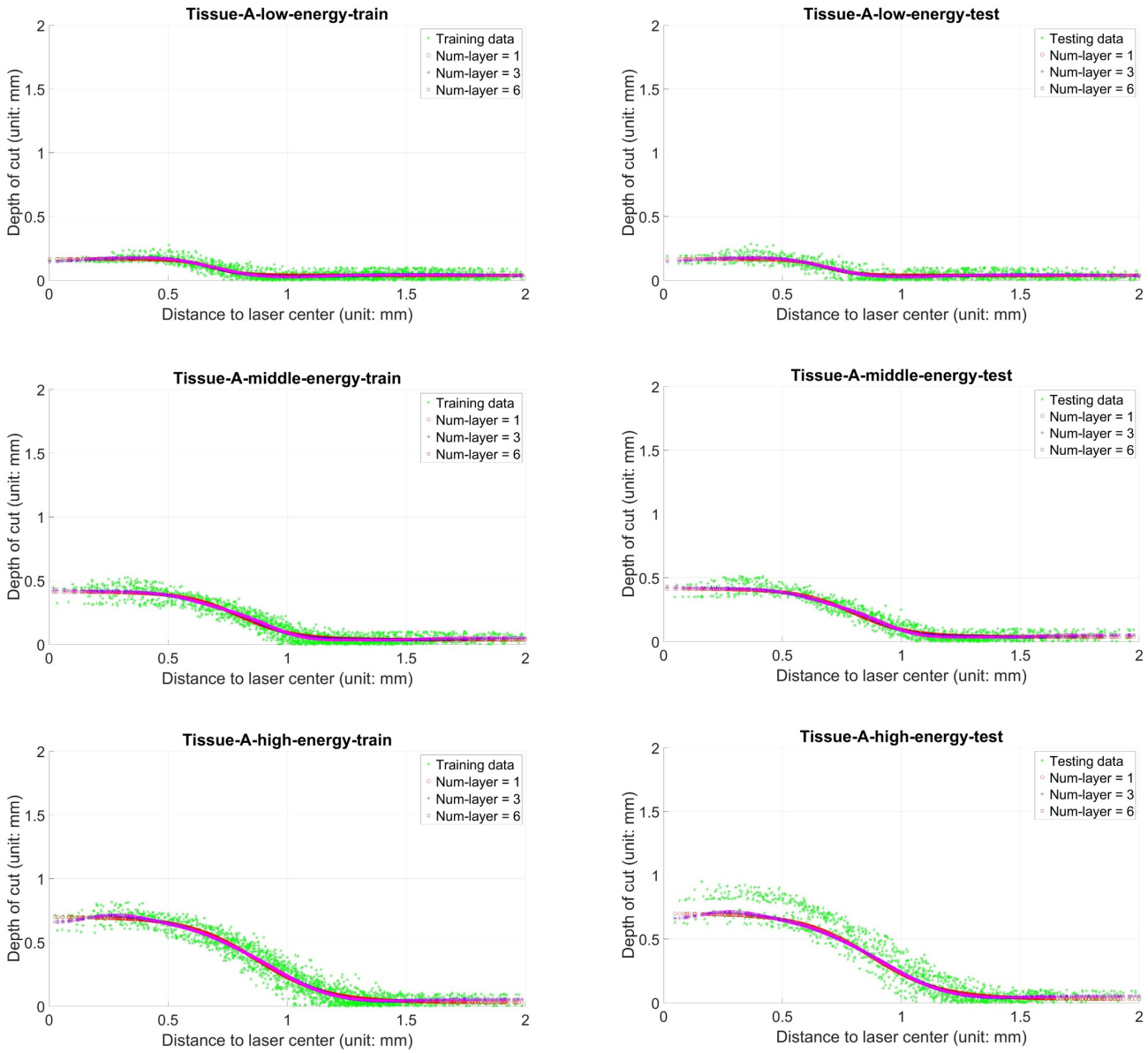


图 9：组织-A（0.5% 琼脂）训练-测试数据集的回归分析。散点表示数据集中的数据点（左列为训练集，右列为测试集）。不同颜色标示的数据表示具有不同层数的神经网络进行回归的输出。

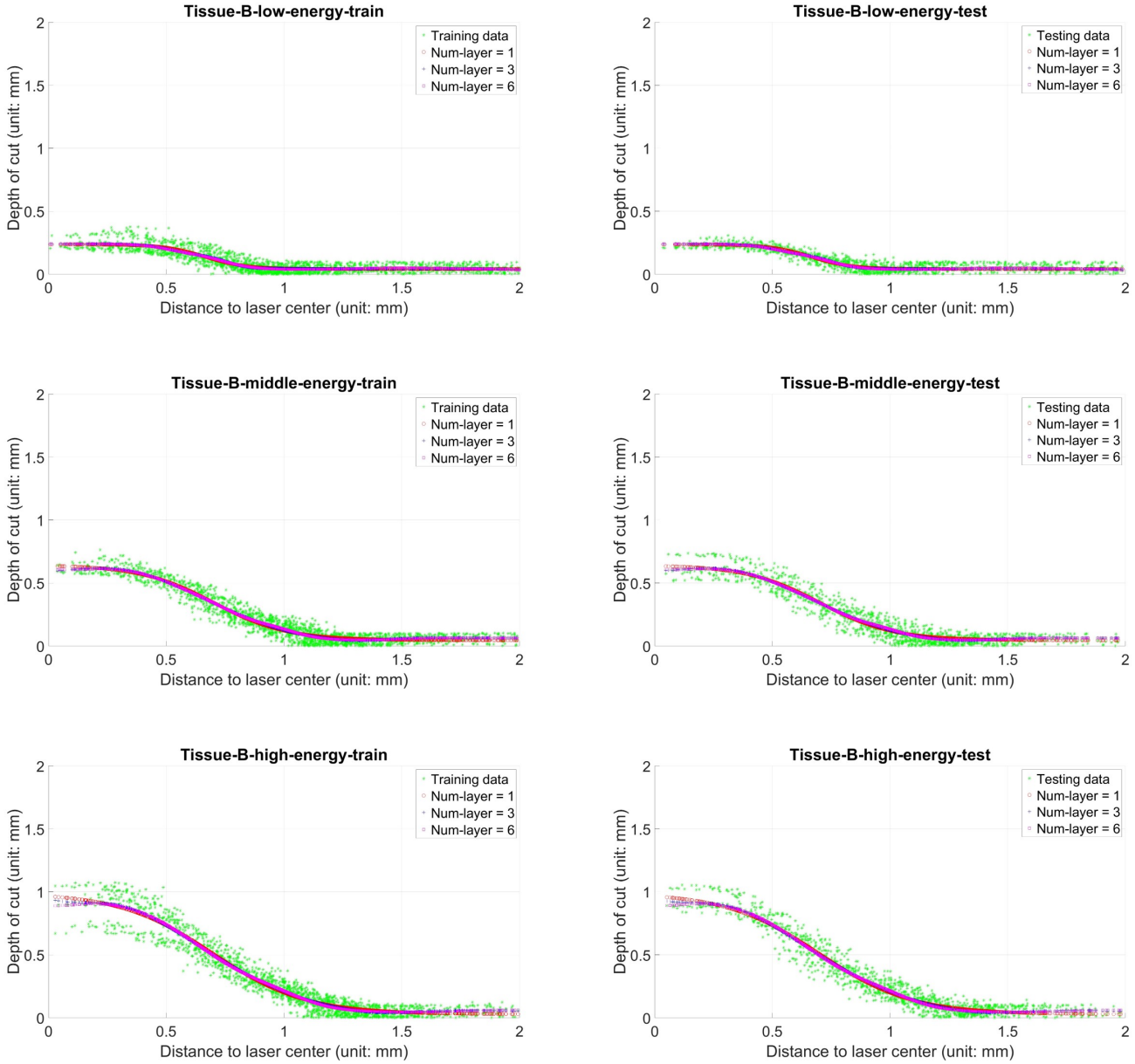


图 10：Tissue-B（1.5% 琼脂）训练-测试数据集的回归分析。散点表示数据集中的数据点（左列为训练集，右列为测试集）。不同颜色标示的数据表示具有不同层数的神经网络进行回归时的输出。

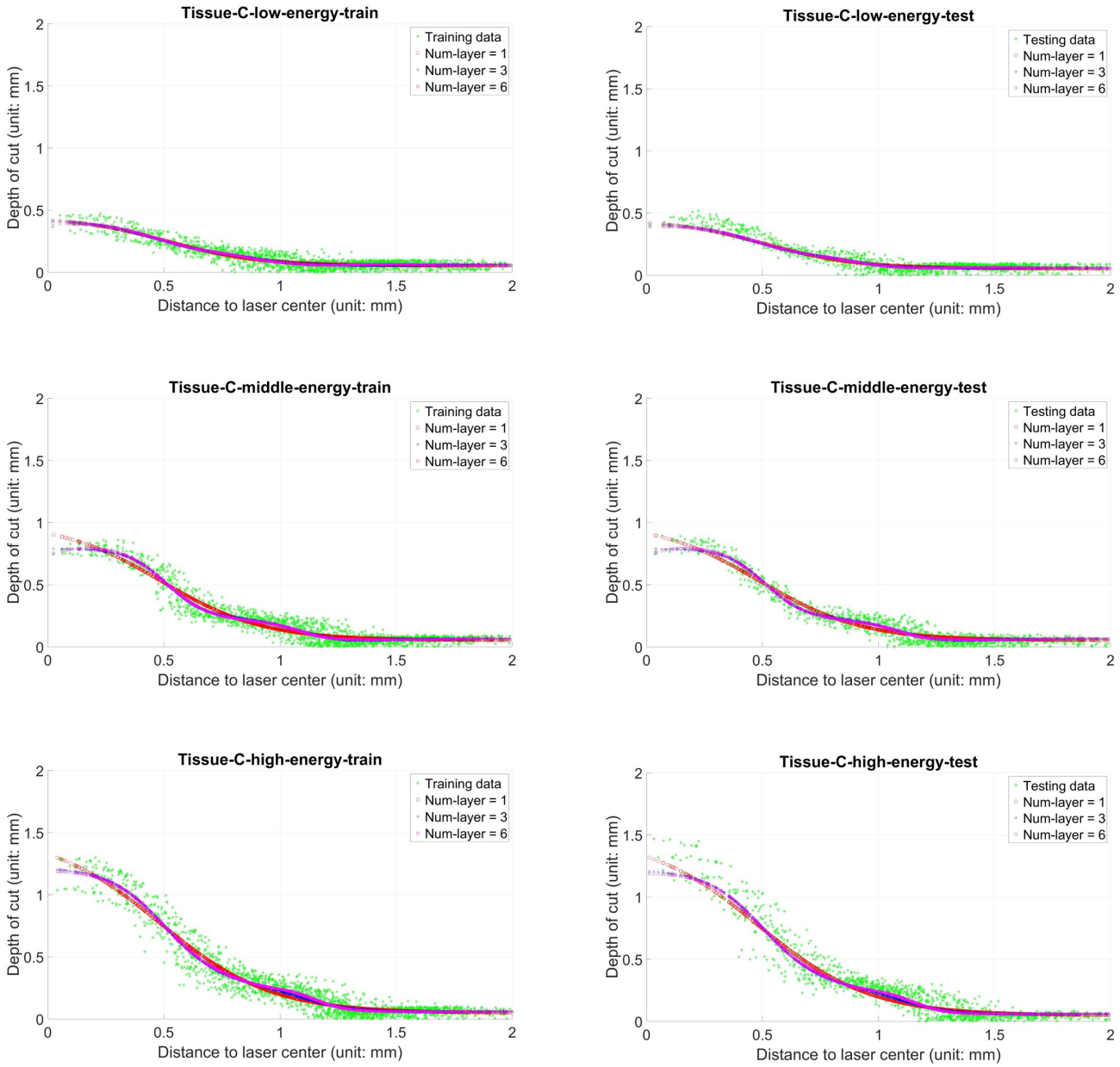
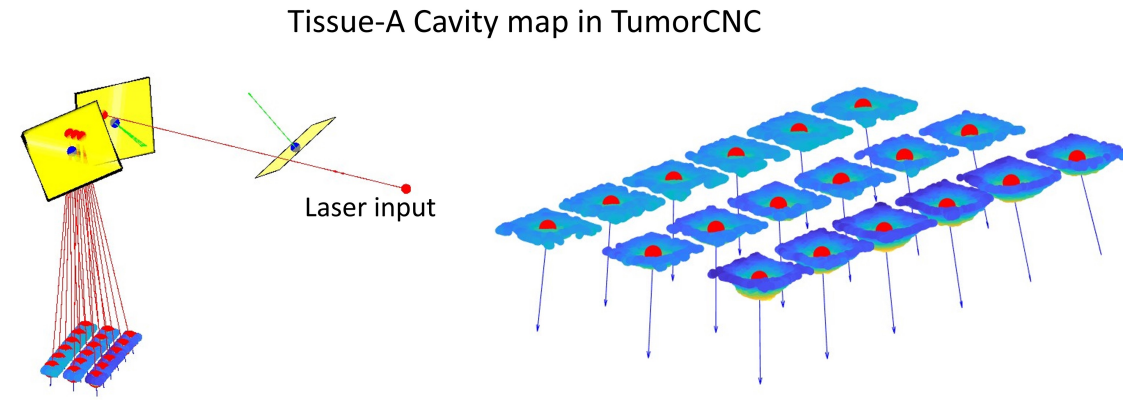
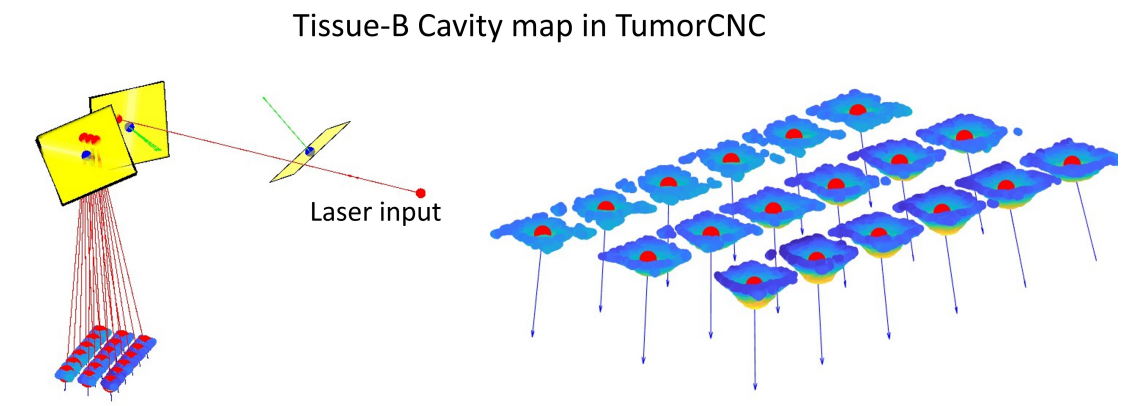


图11：组织-C（2.5% 琼脂）的训练-测试数据集回归分析。散点表示数据集中的数据点（左列为训练集，右列为测试集）。不同颜色标注的数据表示具有不同层数的神经网络进行回归时的输出。



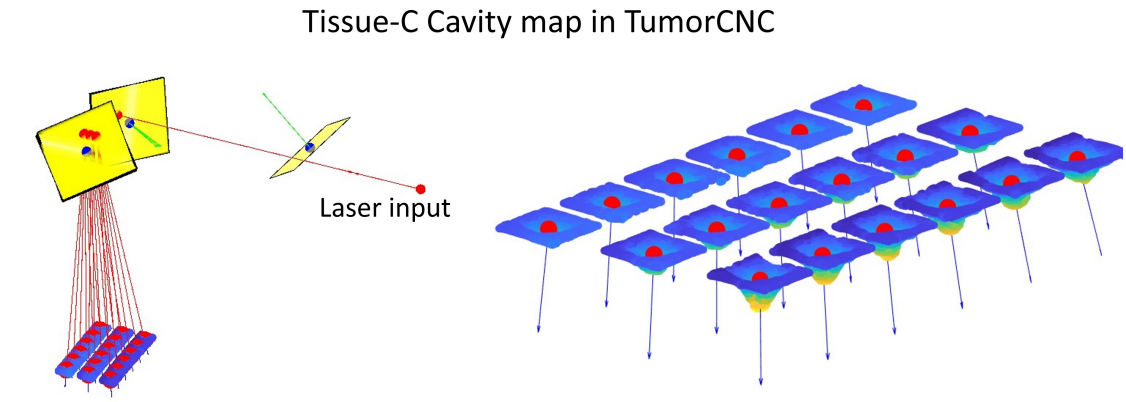
(a). TumorCNC system (global view) (b). Cavity map (laser incident vectors)

图 12：激光镜几何结构和消融腔的可视化（组织-A：琼脂-0.5%）。



(a). TumorCNC system (global view) (b). Cavity map (laser incident vectors)

图 13：激光镜几何结构和消融腔的可视化（Tissue-B：琼脂-1.5%）。



(a). TumorCNC system (global view) (b). Cavity map (laser incident vectors)

图 14：激光镜几何结构和消融腔的可视化（组织-C：琼脂-2.5% ）.

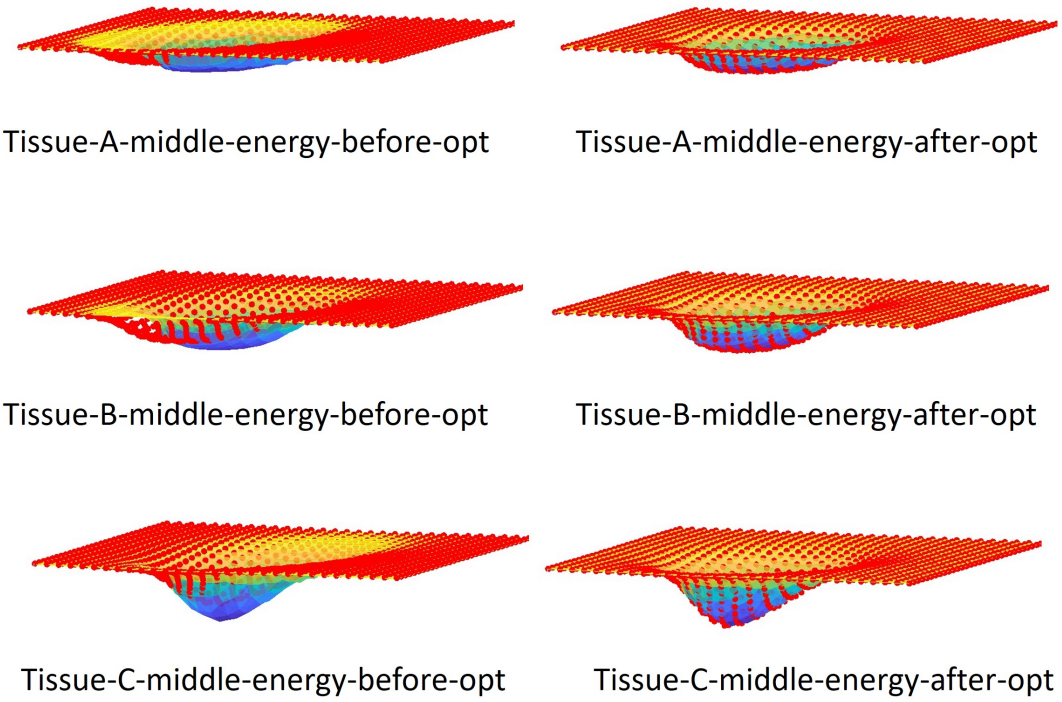


图 15：优化前后预测空腔与目标空腔的可视化（中等能量）。标记为红色的点云是预测空腔。优化后，预测空腔可以与目标空腔对齐。

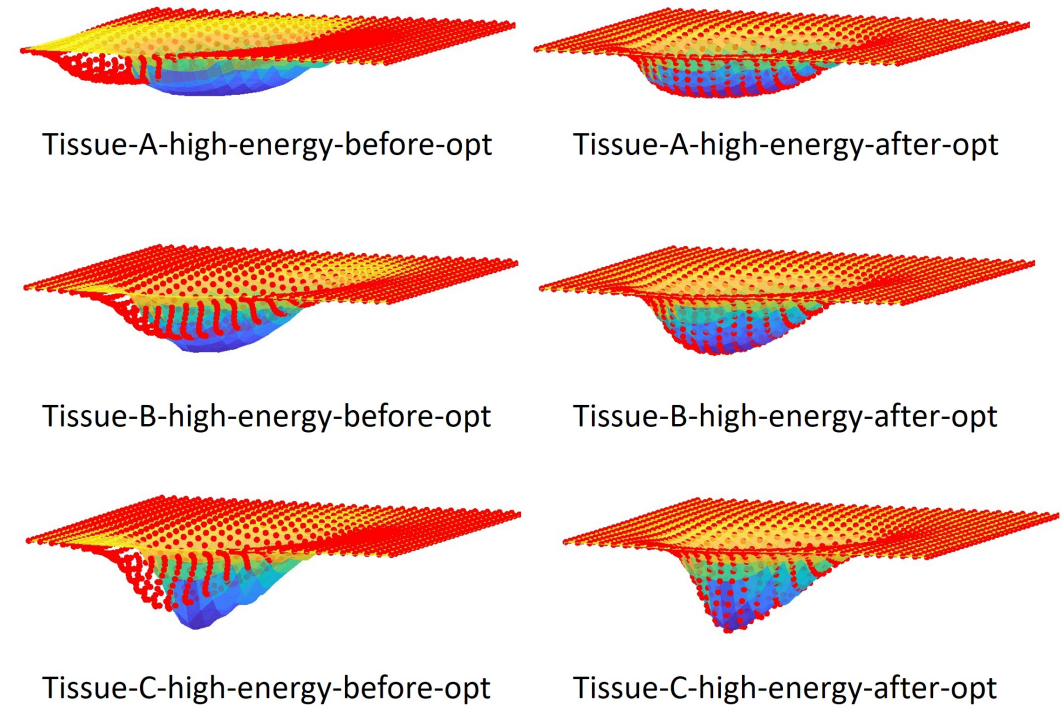


图 16：优化前后预测空腔与目标空腔的可视化（高能量）。标记为红色的点云是预测空腔。优化后，预测空腔可以与目标空腔对齐。