arXiv:2305.01591v1 [physics.optics] 2 May 2023

使用动态模态分解分析色散傅里叶变换数据集：多个振动模态的证据及其在三孤子分子中的相互作用。

Anastasiia Sheveleva[1], Sa¨ıd Hamdi[1,2],Aur´elien Coillet[1], Christophe Finot[1], Pierre Colman[1,*]勃艮第卡诺跨学科实验室，法国国家科学研究中心（CNRS）UMR 6303，勃艮第大学，Alain Savary 大道 9 号，21000 第戎，法国[2]现任职单位：Menlo System GmbH，Bunsenstraße 5，82152 马丁斯里德，德国

*通讯作者：pierre.colman@u-bourgogne.fr

我们证明，动态模态分解技术能够有效降低色散傅里叶变换数据集中的噪声，并使实验数据能够进行更精细的定量分析。因此，我们得以证明，孤子分子的振荡模式实际上源于多个基本振动模态之间的相互作用。

自首次演示以来，色散傅里叶变换（DFT）一直是实验研究超快光纤环形激光腔的关键技术 [1, 2, 3, 4, 5]。作为一种逐圈观测脉冲演化的便捷方法，这项技术确实有助于更深入地理解支配这些系统的非线性现象。如今，人们已充分了解光纤环形激光腔的主要特征，但较弱的效应似乎也很重要，因为它们可能逐渐累积，直至对动力学产生决定性影响 [6, 7]。因此，DFT 实验如今需要更长的记录时间，以便较弱效应引发的长期动力学得以充分发展；同时也需要更高精度的测量，以便观测细微现象。在实验中，瓶颈因此会出现在记录 DFT 轨迹的示波器上。事实上，电子噪声和离散化粒度会妨碍以极高精度记录单次测量的频谱。

以三孤子分子为例，我们在本文中证明，动态模态分解（DyMD）能够在不损害信息质量的前提下最大限度地降低实验噪声。我们特别展示了，与其他任何曲线平滑技术（例如 Savitzky-Golay 滤波器 [8]）相比，该技术具有更高的效率。具体而言，我们全面表征了一个三孤子分子（SM）的振荡，并证明其由两个时间尺度不同、相互耦合的非线性振子组成。此外，DyMD 还能够将色散傅里叶变换数据集（DFT dataset）进行无损压缩，压缩率至少达到 90%。

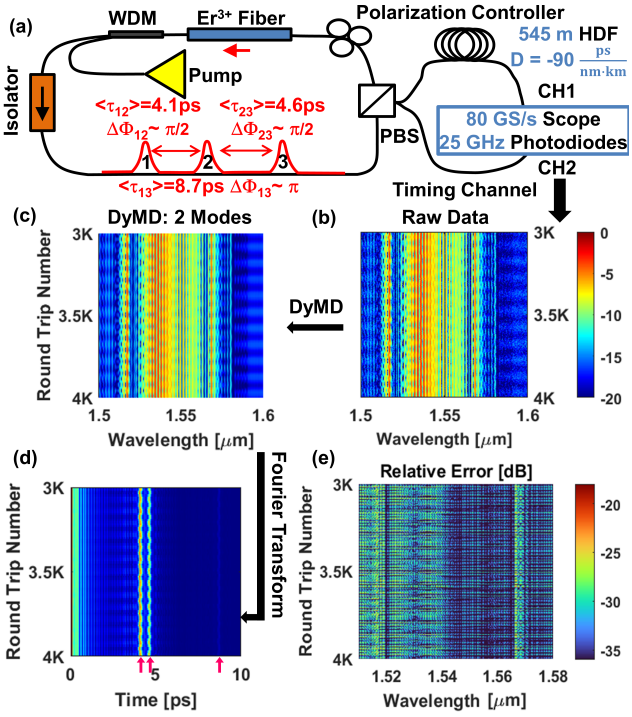

图 1：(a) 实验装置；PBS：偏振分束器；HDF：545 米高色散光纤；Pump：980 纳米激光二极管；WDM：泵浦-信号复用器。(b) 单次采集频谱。(c) 经动态模态分解进行 2 模态降维后的色散傅里叶变换光谱。(d) (对数刻度) 对 (b) 进行傅里叶变换，显示出三个特征性的孤子间距：4.1 ps、4.6 ps 和 8.7 ps（粉色箭头）。(e) (b) 中动态模态分解的误差。-3 dB 对应 1 位精度（因此 -24 dB 对应 8 位精度）。子图 (b-e) 均以对数刻度表示。

本演示旨在说明，DyMD 有助于对 SM 的动力学进行更细致的定性分析。SM 是由耗散孤子 [9] 在激光腔内紧密相互作用并环行传播而形成的束缚态 [10, 11]。造成其存在的机制多种多样，例如增益恢复动力学、交叉相位调制效应 [12]，激光噪声 [13, 14]，色散波的发射

[15], 或声学现象 [16], , 使 SM 呈现出许多不同的振动模式。具体而言，我们在此研究一个长 5 米的光纤环形激光腔，其中包含 3 米掺铒光纤和一片偏振片（见图 1(a)）。锁模由非线性偏振旋转实现，随后通过偏振分束器进行筛选，该分束器同时充当输出耦合器。激光输出经色散值为 -50 ps/nm 的高色散光纤（HDF）展宽后，使用一台采样率为 80 GS/s、电带宽为 40 GHz、垂直分辨率为 8 位的示波器记录色散傅里叶变换光谱。光电二极管的带宽为 25 GHz，可作为高频信号的低通滤波器。该激光器结构可支持 3-SM 的传播，其特征是色散傅里叶变换光谱中清晰可见的干涉条纹（图 1(b)）。

如本文后文所述，这种分子可描述为两个耦合振子。图2中呈现出复杂的振荡模式，主周期约为71个往返次数（RTs）。请注意，本文研究的孤子分子并非孤子晶体，因为其中的孤子具有不同的光学相位：前导孤子与后随孤子实际上相差 π，因此相互作用更加不稳定。因此，中间孤子与最后一个孤子之间的间距略大于前导孤子与中间孤子之间的间距。另一个结果是，孤子对的性质截然不同，并呈现出非常复杂的动力学 [17]。如果通过对色散傅里叶变换光谱进行傅里叶变换，可以轻松提取与距离最近的两对孤子相关的振动，那么由分子两端的两个孤子相互作用产生的最后一种振荡模式显然受到强烈测量噪声的影响（图2-(c,f)，黑点），尽管使用 Savitzky-Golay [8]滤波器后，噪声水平已经大幅降低（即在滑动窗口内进行 4th 阶多项式拟合）。这种滤波确实能够降低噪声，但无法抑制低频噪声（又称漂移），而且会滤除任何快速变化的数据。因此，这种信号处理有助于在一定程度上提高测量精度，但同时也会留下一些残余伪影，最终限制测量精度。简言之，这种滤波的主要局限在于它是对每个单次光谱独立进行的，因此无法利用单次光谱的整体演变信息来识别真正随机的特征，即噪声。因此，我们对色散傅里叶变换数据集（图1-(b)）进行动态模态分解 [18, 19]，以提高数据质量。该方法将往返次数 n 时的瞬时快照光谱 $S(\lambda,\ n)$分解为 $S(\lambda,\ n) = \sum_k \Re(\ Mode_k(\lambda)b_k(n)\ )$。激光系统的时间动力学由 b_k 系数编码（图3-(c,d)，图4-(b)），而 $Mode_k$ 则包含与振动模态相关的信息（图3-(a-b)，图4）。这种分解方法利用了完整的色散傅里叶变换数据集，因此比任何局部滤波和拟合技术都更准确。由于动态模态分解依赖于逐圈移位协方差，我们认为它非常适用于离散傅里叶变换数据，因为光谱在每个往返过程中都以非混沌的方式演变。图2展示了分别采用1、2和4个模态进行动态模态分解的效果。

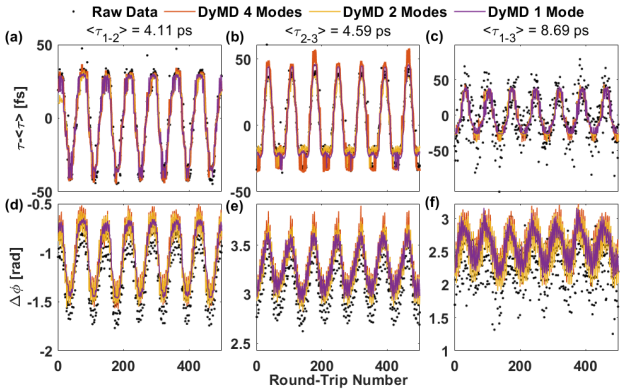

图2：（a-b-c）不同孤子对 $\{1-2\}$、$\{2-3\}$ 和 $\{1-3\}$ 的孤子间距演化。（d-e-f）：与上图相同，但显示的是孤子之间的光学相位差。黑点表示使用 Savitzky–Golay滤波器处理的数据。橙色：4模 DyMD。黄色：双模 DyMD。紫色：单模 DyMD。

首先，从图2-(c,d)可以看到，尾随孤子与前导孤子的相对运动现已得到正确恢复，而原始数据中则存在非常强的噪声。这证实了 DyMD 有望用于研究更大的孤子分子；否则，这些分子将被电子噪声掩盖（相应信号在图1-(d)中几乎不可见）。具体而言，首先可以看到，通过四模分解获得的振动模式（图2中的橙色曲线）几乎完全贴合原始数据。二模分解（图2中的黄色曲线）重构实验数据的平均误差为 1 bit，最大误差从未超过 2 bit。事实上，查看展示原始 DFT数据的图1-(b,c)，可以发现重构误差很小（图1-(e)）。对于 8 位数字化的满量程信号，重构误差低于 -24 dB 实际上相当于无损重构。八模分解可实现真正的无损重构（此处未展示）。顺带一提，这种分解所需的内存（每个光谱 2^{10} 点、 2^{14} 往返次数、32 位分辨率）相当于将实验原始数据压缩 93%。相比之下，单模分解显然遗漏了若干重要特征，例如图2-(d)中的快速过度调制。

双模 DyMD 在此似乎是最佳选择；相应的模态如图3-(a,b)所示。一个重要之处在于，这种分解不仅减少了噪声，还能更细致地解读孤子分子的振动模式。b_k 系数（图3-(c,d)）确实与图中所示的分子振荡完全相关

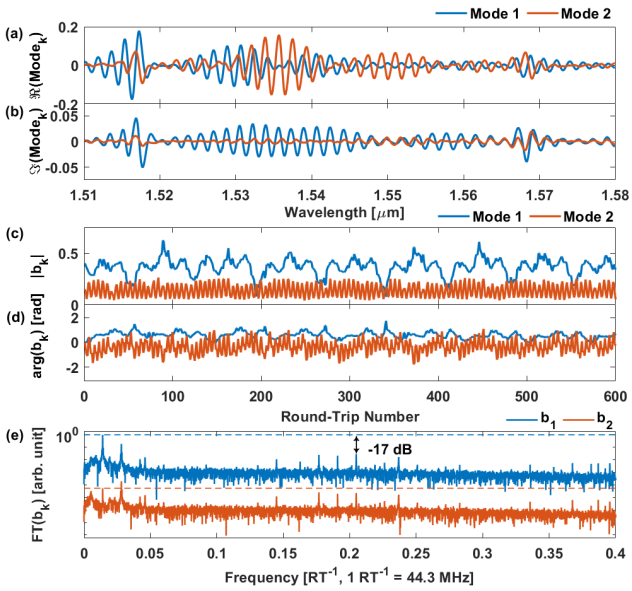

图3：（a-b）2-Mode DyMD 的 1st 和 2^{nd}模态表示；（c-d）用于重构的系数 b_k、 $k = \{1, 2\}$ 的演化。（e）对数刻度。演化中的振动模态振幅 b_k的频谱。

图2。我们看到，叠加在主振荡上的、周期为 5.24 个往返次数的微弱过度调制，几乎完全源自第二模态，其 b_2 系数呈现出明显的快速变化特征。相比之下， b_1 变化较为缓慢，遵循具有丰富谐波成分的周期性模式。图3-(e)中的详细傅里叶分析证实了两个模态之间快速振荡与慢速振荡的这种相对分布。

从统计学上看，相互独立的振荡器由不同的模态描述；此处正是如此。这实际上也是单模 DyMD 失效的原因，因为它无法同时再现两个独立模态的动力学。了解各模态的形态后，便可在图4中追溯它们对孤子分子运动的影响。第一振动模态对前导孤子与后随孤子之间相对距离的影响不大。即使在 DyMD 中纳入更多模态，这一情况也不会改变。作为一种很好的近似，第一模态涉及中间脉冲的运动，以及相应的第一个耗散孤子的去相位。在第二模态中，中间脉冲起锚定作用，另外两个脉冲则以反对称的方式运动（并发生去相位）。由此可见，两种基本振动模式各自不一定只涉及一对孤子，而是贯穿整个孤子分子。因此，三孤子或更复杂的孤子分子所经历的振荡，不能仅通过观察孤子对的振动来简单描述。

如果这两个振荡器是彼此独立的实体，它们却相互作用。事实上， b_1和 b_2 分别呈现高频和低频调制，这是相互作用的特征。

两个振动模态之间的作用（图3-(e)）。具体而言， b_2 编码了周期约为5往返次数的快速振荡，同时也表现出以主要基频振荡周期（71往返次数）为周期的调制。在图3-(e)中，快速振荡的音调（位于约0.2 RT^{-1}）受到主要慢速振荡的调制，形成两个间距相等的边带。这是慢速振荡对快速振子的参数进行绝热调制所产生的直接结果。

我们想强调的是，只有在实验噪声得到降低、小幅快速过度调制占据主导后，这一现象才能被清晰地观察到。因此，表征一个振荡器受另一个振荡器调制的频谱梳，只有通过 DyMD 方法才能得到完整揭示。为了进行整体比较，图5展示了根据数据处理方式不同而得到的 τ_{2-3} 的不同频谱。这证实，单模 DyMD 显然无法正确重现该信号，因为它遗漏了快速振荡的基频。与仅显示一个谐波的原始数据相比，2-Mode DyMD 展示出多达六个谐波。

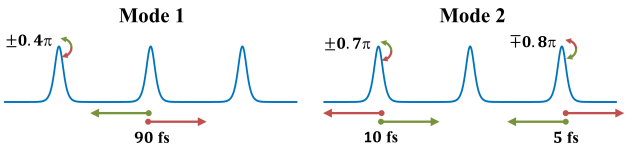

图 4：两种振动模态的示意图，显示了耗散孤子的相对位移（箭头表示，位移振幅亦有标示）以及伴随的光学相位变化。这些示意图可通过在 DyMD 重构过程中将 b_1 或 b_2 系数置零而数值获得。为清晰起见，数值已向上取整。

DyMD技术还可以通过分析 b_k 系数深入理解分子振动。在文献中，孤子分子的振动通常根据孤子之间的光学相位如何演化来分类 [20]，，并且通常假定只有一种振荡模式。这里，孤子分子经历周期性演化（71个往返次数），由振幅最大、最强的振子（b_1）决定，该振子界定了整个分子。不过，这种振荡中仍有一小部分由另一个振子引起，其特征由系数 b_2表示。因此，孤子分子至少受到两个性质截然不同的极限环的影响。快速振荡的振幅弱得多，因此不足以主导动力学。多个极限环吸引子的共存及其吸引域，是深入理解孤子分子的形成与消亡的一个根本问题 [21, 22, 23, 24]。关于分子运动稳定性的信息目前仍然很少。通常很难通过实验评估这种稳定性，因为这可能涉及ac-

.....实际上，只要试图强行改变孤子分子的特性，就会导致其解体。这里我们看到，对孤子分子运动进行更精细的分析，仅通过观察其微弱波动，就能够更准确地评估其稳定性。此外，这也清楚地揭示了孤子分子可能发生失稳的方式。考虑到前导孤子与后随孤子之间的光学相位关系不利于孤子分子的稳定性，我们可以提出这样一种假设：更大幅度的快速颤动最终可能使孤子分子达到一种更稳定的构型（亚稳态）。因此，孤子分子可以在不同的极限环吸引子之间切换。

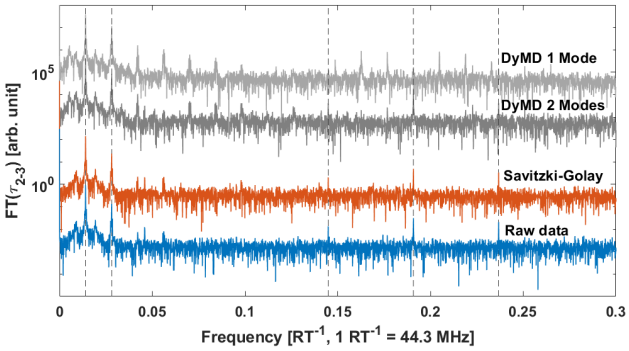

图5：孤子间距往返演化的光谱 τ_{2-3}。蓝色：原始数据。红色：经 a 4th 阶 Savitzky-Golay 滤波器处理后的数据。深灰色和浅灰色：分别为 2 模和单模 DyMD 的结果。注意，伪谐波音调的出现，以及约 0.2 RT^{-1} 处快速振荡音调的消失。

总之，我们证明了动态模态分解是一种适用于分析DFT数据的方法。通过降低噪声，它能够观测到微小的现象，而这些现象在其他情况下可能会一直被隐藏起来。此外，动态模态分解可用于高效压缩数据，同时不会造成信息损失。根据所需的降噪程度，可以通过采用不同数量的模态，对初始数据集进行逐步重构。例如，单模投影明显缺乏细节。在对实验数据进行定量分析时，动态模态分解能够揭示孤子分子（SM）的复杂振荡模式如何由其各个基本组成部分共同构成，并将各个振动模态的时间演化与其空间分布区分开来。因此，我们能够描述涉及两个以上脉冲的复杂振动模式，并且这一技术还可以扩展到更复杂的孤子系统 [25]。

作为一个实际案例，我们研究了超快光纤环形激光腔中三孤子分子的动力学。我们证明，同一孤子分子中的孤子可能经历不同的振动，而且至少两种不同类型的极限环可以在同一激光腔内共存。已知，$\Delta\phi$ 前导孤子与后随孤子之间的光学相位差会产生排斥作用。这引出了关于某些孤子分子构型亚稳态的问题，也进一步凸显了开展高精度实验（及数据分析）的重要性，因为大多数转变现象都始于微弱的不稳定性。

作为首次展示 DyMD 所带来机遇的原理验证，我们直接对原始 DFT 光谱数据应用了 DyMD，未进行任何后续数据处理。该技术还具备降噪和压缩能力。就基于模态分解分析动力学而言，DyMD 表示可视为一种基变换（或投影算子，类似于主成分分析——PCA）。因此，根据所研究的系统不同，某些 DyMD 分解结果可能更容易解读。例如，在不改变主要结论的前提下，可以对傅里叶变换数据（图1-(d)）而非原始 DFT 数据应用 DyMD，甚至可以对最终得到的孤子分子运动（图2）应用 DyMD。我们认为，这封信为更深入地分析孤子分子的动力学开辟了道路。具体而言，我们证明了孤子分子的振荡模式源于各个振动模态之间的相互作用，并成功提取了每个模态在往返过程中的演化。接下来，可以通过构建一个更简单的非线性模型，进一步研究各模态如何相互作用，以重现观测到的 b_k 系数之间的相互作用。

资金支持

本研究得到了法国国家研究署计划 OPTIMAL 项目的资助（合同编号：ANR-20-CE30-0004）。

利益披露

作者声明不存在利益冲突。

数据可用性声明

本文所呈现结果的相关数据，可在向作者提出合理请求后获取。

参考文献

[1] T. Jannson，“色散光纤中的实时傅里叶变换”，《光学快报》，第 8 卷，第 4 期，第 232 页，1983年。

[2] K. Goda 和 B. Jalali，“用于快速连续单次测量的色散傅里叶变换”，《自然·光子学》，第 7 卷，第 102 页，2013 年 1 月。

[3]A. Mahjoubfar、D. V. Churkin、S. Barland、N. Broderick、S. K. Turitsyn 和 B. Jalali，“时间拉伸及其应用”，《自然·光子学》，第 11 卷，第 6 期，第 341–351 页，2017年。

[4] Y. Wang、C. Wang、F. Zhang、J. Guo、C. Ma、W.Huang、Y. Song、Y.Ge、J. Liu 和H. Zhang，“利用色散傅里叶变换实时测量孤子动力学光谱的最新进展”，*Reports on Progress in Physics*，第 83 卷，第 11 期，第 116401 页，2020 年。

[5] T. Godin, L. Sader, A. K. Kashi, P.-H. Hanzard, A. Hideur, D. J. Moss, R. Morandotti, G. Genty, J. M. Dudley, A. Pasquazi, M. Kues, and B. Wet- zel, “时间拉伸色散傅里叶变换及其应用的最新进展”，《*Advances in Physics: X*》，第 7 卷，第 1 期，2022 年。

[6]J. K. Jang, M. Erkintalo, S. G. Murdoch, and S. Coen, “在天文距离范围内观测到的孤子超弱长程相互作用”，《自然·光子学》，第 7 卷，第 8 期，第 657–663 页，2013 年。

[7]S. Hamdi, A. Coillet, B. Cluzel, P. Grelu, and P. Colman, “超定位揭示了振动孤子分子的长程同步”，*PhysicalReviewLetters*，第 128 卷，第 21 期，第 213902 页，2022 年。

[8] A. Savitzky 和 M. J. E. Golay，“通过简化的最小二乘法对数据进行平滑和微分。”*Analytical Chemistry*，第36卷，第8期，第1627–1639页，1964。

[9]C. Lapre、C. Billet、F. Meng、P. Ryczkowski、T. Sylvestre、C. Finot、G. Genty 和 J. M. Dud- ley，“实时表征展现孤子-相似子动力学的锁模光纤激光器中的频谱不稳定性”，*Scientific Reports*，第 9 卷，第 1 期，2019 年。[10]M. Stratmann、T. Pagel 和 F. Mitschke，“时间孤子分子的实验观测”，*PRL*，第 95 卷，143902 页，2005 年 9 月。[11] N. Akhmediev、A. Ankiewicz 和 J. Soto-Crespo，“复金兹堡-朗道方程的多孤子解”，*Physical Review Letters*，第 79 卷，第 21 期，第 4047–4051 页，1997 年。[12]L. Nimmesgern、C. Beckh、H. Kempf、A. Leit- enstorfer 和 G. Herink，“飞秒光纤激光器中的孤子分子：普适束缚机制与直接电子控制”，*Optica*，第 8 卷，第 10 期，1334 页，2021 年。[13] R. Weill、A. Bekker、V. Smulakovsky、B. Fischer 和 O. Gat，“激光器中的噪声介导的类卡西米尔脉冲相互作用机制”，*Optica*，第 3 卷，第 189–192 页，2016 年 2 月。[14] M. Zhou、J. He、C. Li、Y.-G. Liu、Y. Yue、R. He、S. Chen、L. Zhang、L. Zhu、K. Zhu、K. Chang 和 Z. Wang，“增益波动诱导的孤子分子间振荡自组织动力学”，*Optics Express*，第 29 卷，第 11 期，16362 页，2021 年。

[15] J. M. Soto-Crespo、N. Akhmediev、P. Grelu 和 F. Belhache，“光纤激光器中相位锁定孤子对的量子化间隔”，《光学快报》，第 28 卷，第 1757–1759 页，2003年10月。

[16] Y. Jaou¨en 和 L. du Mouza，“电致伸缩在光纤中产生的横向布里渊效应及其对孤子传输系统的影响”，《统计力学杂志》，第7卷，第3期，第141–169页，2001年。

[17] J. Igbonacho、K. Nithyanandan、K. Krupa、P. T. Dinda、P. Grelu 和 A. B. Moubissi，“锁模光纤激光器中畸变与未畸变孤子分子的动力学”，《物理评论*A*》，第99卷，第063824页，2019年6月。

[18]P. J. SCHMID，《数值与实验数据的动态模态分解》，期刊 *o f* 流体力学，第 656 卷，第 5–28 页，2010年。

[19] P. J. Schmid，《动态模态分解在实验数据中的应用》，流体实验，第 50 卷，第 4 期，第 1123–1130 页，2011年。

[20]K. Krupa、K. Nithyanandan、U. Andral、P. Tchofo-Dinda 和 P. Grelu，“超快耗散光孤子分子内部运动的实时观测”，《物理评论快报》，第 118 卷，第 243901 页，2017年6月。

[21] P. Grelu 和 N. Akhmediev，《锁模激光器中的耗散孤子》，《自然·光子学》，第 6 卷，第 84 页，2012年2月。

[22]T. Schreiber、B. Orta¸c、J. Limpert 和 A. T¨ unnermann，《通过数值模拟研究超短脉冲锁模光纤激光器中的脉冲演化》，《光学快报》，第 15 卷，第 13 期，第 8252–8262 页，2007年。[23] A. Zavyalov、R. Iliew、O. A. Egorov 和 F. Led- erer，《锁模光纤激光器中具有独立演化或翻转相位的耗散孤子分子》，《物理评论*A*：原子、分子与光学物理》，第 80 卷，2009年。[24]A. Zavyalov、R. Iliew、O. Egorov 和 F. Led- erer，《锁模光纤激光器中耗散孤子对的离散族》，《物理评论*A*》，第 79 卷，第 053841 页，2009年。[25] X. Wu、J. Peng、S. Boscolo、Y. Zhang、C. Finot 和 H. Zeng，《超快光纤激光器中智能呼吸孤子的产生》，《激光与光子学评论》，第 16 卷，第 2 期，第 2100191 页，2021。