arXiv:2305.01614v1 [cs.RO] 2 May 2023

关于采用主从方法进行协作物体搬运

Sumanta Ghosh[1*]、Subhajit Nath[1*]、Sarvesh Sortee[1]、、Lokesh Kumar[1],和 Titas Bera[1]

摘要—本文研究在具有障碍物的部分已知环境中，满足特定目标条件的多智能体协作物体搬运问题。我们提出一种主从方法，使两台移动操作机器人沿指定的期望轨迹协作搬运物体。该方法将移动操作系统视为两个独立子系统：移动平台和机械臂，并利用它们的运动学模型进行轨迹跟踪。在本研究中，我们考虑移动平台受到非完整约束，且机械臂承载刚性负载。负载端点的期望轨迹通过基于概率路图的规划方法获得。我们将基于比例导航制导的方法与所提出的停止与同步算法相结合，使系统能够到达足够接近期望轨迹的位置；由非完整约束引起的偏差则由机械臂补偿。我们提出一种主从方法，用于计算机械臂末端执行器位置的逆运动学解，以保持负载的刚性。此外，我们将所提出的方法与其他方法进行比较，以分析该算法的有效性。



图 1：两台移动操作机器人沿圆形轨迹协同搬运一根刚性杆。

一、引言

随着近年来机器人学的快速发展，其应用已变得十分广泛。鉴于协作移动操作机器人相较于单个移动操作机器人的总体优势，近年来人们围绕其能力开展了大量研究，主要用于完成物体搬运、装配、包装和焊接等复杂任务 [1]–[3]。上述大多数任务本质上具有重复性，并且是在结构化环境中执行的。集中式控制方法在解决此类问题时非常流行，但其面临较高的计算复杂度 [4]–[6]。为缓解这一问题，研究者提出了去中心化和分布式控制策略 [7]–[10]。文献 [11] 提出了一种用于多机器人操作的去中心化方法：一组机器人环绕并困住一个物体，通过拖拽和推动将其搬运至障碍物密布环境中的目标构型。文献 [12] 建立了协作式多机器人操作的局部运动规划形式化方法。该方法利用了软体物体在操作过程中的可变形性。基于编队的控制方法在协作式多智能体负载搬运中非常流行。在 [13], 提出了一种序列凸规划方法，用于解决动态环境中由两台移动操作机器人协作搬运刚性物体的编队控制问题。文献 [14] 提出了一种方法，用于实现一组非完整约束机器人的最优编队，以执行共同的物体操作。文献 [15] 开发了一种应用于多智能体协同负载搬运的分布式群体算法，其中智能体在满足环境约束的同时趋于达到聚合状态。文献 [16] 提出了一种去中心化的领导者—跟随者分层策略，用于两台机器人在部分已知且存在障碍物的环境中协作搬运物体。

本文研究使用移动操作机器人搬运物体的问题：两台机器人在存在障碍物的环境中协同搬运一根刚性杆，并遵守物体的物理约束。我们使用基于全局采样的路径规划器生成物体端点的期望轨迹。我们认为，在尝试到达期望目标位置时，成功与否的衡量标准不是所用时间或轨迹误差，而是在执行过程中，两台机器人的末端执行器之间的距离与负载长度保持得有多接近，同时尽可能贴合期望轨迹。我们提出了一种停止-同步算法，并结合基于比例导航制导（PNG）的方法，引导移动操作机器人贴近期望轨迹；同时采用主从方法求解逆运动学，以跟踪期望轨迹。

* Sumanta Ghosh 和 SubhajitNath 对本研究贡献相同。[1]Sumanta Ghosh、Subhajit Nath、Sarvesh Sortee、Lokesh Kumar、Titas Bera，隶属印度 TCS Research 的 Robotics and Autonomous Systems Group {g.sumanta1,nath.subhajit, sarvesh.sortee, kumar.lokesh7, titas.bera}@tcs.com

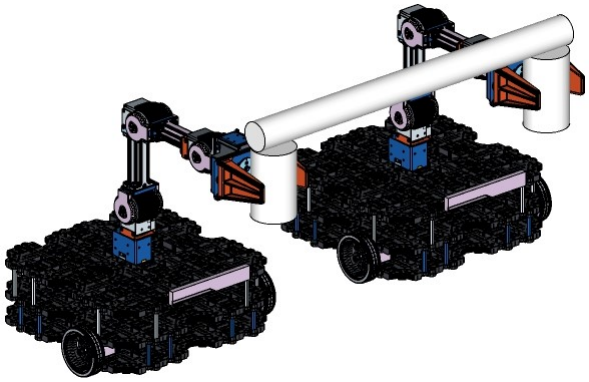


图 2：由两台搭载 OpenMANIPULATOR-X 机械臂的 Turtle-Bot3 Waffle Pi 运输负载的示意图。相关规格见此处。由于末端执行器的朝向受到限制，刚性负载由两个通过转动关节连接的垂直夹具支撑。

本文的主要贡献是为双机器人系统开发一种高效方法，使其能够将刚性物体从指定的初始位置运送到最终位置，同时避开障碍物，并保持智能体之间的同步。

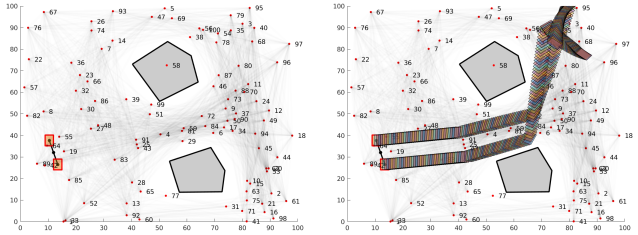
本文其余部分安排如下：第II节介绍问题的形式化描述和方法概述。第III 节介绍停止-同步算法以及基于 PN 制导的方法。本节后半部分将讨论所提出的主从方法。第IV 节包含仿真结果。最后，我们在第V节讨论并总结全文。

II. 问题形式化与方法

我们将点 B 相对于点 A、在坐标系 F 下表示的位置记为 ${}^{A}\boldsymbol{p}_{F}^{B}$。当位置在世界坐标系下表示时，为简化记法，我们将点 B相对于 A的位置记为${}^{A}\boldsymbol{p}^{B}$。此外，对于在世界坐标系下表示的、相对于世界坐标系原点的点 B的位置向量，我们记为$\boldsymbol{p}^{B}$。

我们考虑由两台移动操作机器人组成的系统，它们通过末端执行器连接并共同搬运一个刚性圆柱形负载，如图（2）所示。目标是在避开障碍物的同时，将负载从初始位置运送至最终位置，并始终保持末端执行器之间的距离等于刚性负载的长度。

充当领导者的机器人用下标L表示，而跟随者用下标 F表示。每个 a^{th}机器人需要跟随的期望末端执行器轨迹表示为： T_a；其在 $X-Y$平面上的投影表示为 P_a。我们假设每个机器人的期望末端执行器轨迹包含 n_d 个航点。这些航点投影到 $X-Y$平面后，便作为相应移动底座的目标点。因此，这些投影后的期望目标点表示为：$\mathbf{d}_P^a = (x^d{}_{,P}{}^a\ ,\ y^d{}_{,P}{}^a)$。每个时间步的期望末端执行器位置通过投影到



(a) (b)

图 3：通过 PRM 生成的节点示意图（a）以及实现的路径规划（b）。灰色区域表示障碍物，搬运负载的机器人以红色方块表示。

上找到最近点。我们将在第III节对此进行更详细的讨论。这些位置表示为：$\mathbf{d}_n^a = (x^T{}_{,n}{}^a,\ y^T{}_{,n}{}^a,\ z^T{}_{,n}{}^a)$。每个时间步的基座位置 k表示为：$\mathbf{b}_k^a = (x_k^a,\ y_k^a)$。

我们假设 T_a 是通过考虑障碍物的基于 PRM 的路径规划器生成的。我们假设移动操作机器人的底座为非完整约束，且移动平台仅在 XY 平面内运动。移动操作机器人系统由两个主要子系统组成：移动操作机器人的平台或底座，以及机械臂。目标是使 a^{th} 机器人从位置（x_k^a, y_k^a）出发，该位置与$\mathbf{d}_P^a$足够接近，并计算施加到移动底座的控制输入（v^a, ω^a），使移动操作机器人到达点（x_{k+1}^a, y_{k+1}^a）；该点与期望轨迹上的下一个点（x_{k+1}^d, y_{k+1}^d）之间的距离处于可达距离范围内。点的可达距离定义如下：

$$\rho_d = \gamma * \rho_l \tag{1}$$

其中， ρ_l 表示机械臂的可达性，定义为机械臂能够到达的工作空间体积。 γ 是用户定义的值，表示可接受的可达性比例。此后，根据机械臂的角色（领导者或跟随者），通过求解机械臂到目标点$\mathbf{d}_n^a$ 的逆运动学，计算机械臂的关节角；该目标点以移动操作机器人的基准位置为参考，并以世界坐标系表示。对于每个基准位置$\mathbf{b}_k^a$，都会执行整个过程，以跟踪单个机器人的目标末端执行器轨迹。为保持它们之间的协作，引入了停止-同步算法。

A. 路径规划

我们假设环境中存在一个包含多面体障碍物的三维模型。所有静态障碍物的位置、方向和形状均假定为先验已知。

对于路径规划，我们在上述障碍物密布环境的二维投影上使用 PRM。为此，给定初始和最终构型 q_{init} 和 q_{goal}，在 Q_{free} 上随机生成若干顶点，然后通过局部规划器将其与最近的 c 个邻居用边连接起来。此后，最短路径

q_{init} 并且 q_{goal} 通过获得的边进行外推，使用Dijkstra算法。该算法在MATLAB中的执行如图所示。3。

B. 移动平台的正运动学

对于移动机器人，正运动学定义为控制变量（作为时间的函数， t）与机器人的位姿之间的映射。建立$\mathbf{b}_k^a$与控制变量之间映射的方法，与 []中采用的方法相同。在本例中，控制变量是移动机器人的线速度和角速度。假设移动底座从时间步 k到 $k+1$ 所经过的轨迹由若干小圆弧段组成；对于初始位姿为 $[x(t)\ y(t)\ \theta(t)]^T$、以线速度 $v(t)$和角速度 $\omega(t)$运动的差速驱动机器人，可根据正运动学确定机器人在$(t+\delta t)$时的位姿，

$$\begin{bmatrix} x(t+\delta t) \\ y(t+\delta t) \\ \theta(t+\delta t) \end{bmatrix} = \boldsymbol{g}^B(v(t), \omega(t)) \tag{2}$$

其中，矩阵$\mathbf{g}^B$ 如 [17]中所推导。通过引入适当的限制，可以用直线路径替代圆弧轨迹。

C. 机械臂的逆运动学

机械臂的正运动学根据关节变量（本例中为关节角）给出末端执行器的位置和方向，$\boldsymbol{r}^E = \boldsymbol{f}^E(\boldsymbol{\beta})$。这种从关节空间到末端执行器位置的映射具有高度非线性。求解从末端执行器位置到关节角的逆映射问题，称为机械臂的逆运动学，$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{f}^{-1}\left(\boldsymbol{r}^E\right)$。求解逆运动学问题有多种解析和数值方法。一种高效的方法是将该问题表述为优化问题，

$$\boldsymbol{\beta}^\star = \arg\min_{\boldsymbol{\beta}} \quad \left\| {}^B\boldsymbol{f}^E(\boldsymbol{\beta}) - {}^B\boldsymbol{r}^E \right\|_2^2 \tag{3}$$

$$\text{subject to } \boldsymbol{\beta}_{min} \le \boldsymbol{\beta} \le \boldsymbol{\beta}_{max} \tag{4}$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_{min} \le \dot{\boldsymbol{\beta}} \le \dot{\boldsymbol{\beta}}_{max} \tag{5}$$

上述优化问题本质上是非凸的。可以采用序列二次规划 [18] 方法求解这一非线性优化问题。由于该方法通常容易陷入局部最优解，因此很难找到该优化问题的良好解；如果存在可行解，也可能无法找到。不过，通过在优化问题中添加约束，该方法能更灵活地处理关节限位、关节速度限值（见式（3）至式（4））及其他条件。我们的工作利用了这一特性。

III. 协作物体搬运

A. 轨迹跟踪

首先按照下文所述，分别对每个机器人进行轨迹跟踪。在这一阶段，假设机器人（R_1 和 R_2）彼此不了解对方的位置信息，并将协作物体搬运问题拆分为针对每个机器人的两个独立规划问题。

多年来，人们尝试了许多方法来实现移动操作机器人的轨迹跟踪。我们重点关注其中一种方法，该方法已证明简单而有效。比例导航制导律 [19]广泛用于寻的导弹应用，它根据两个物体之间的直接视线来预测二者发生碰撞的可能性。当追踪者的速度向量以目标的旋转速率变化时，便可预测将发生碰撞。

鉴于每个移动基座都从各自的第一个投影期望点出发，后续期望点在相应时间步内充当该移动基座的静止目标。因此，在每个时间步计算所需的视线（LOS），以更新底座的角速度 ω，同时保持前向速度 v不变。当移动底座最终进入当前目标点的上述可达距离 ρ_d 半径范围内时，目标便切换为轨迹上的下一个投影期望点。机器人重复执行这一迭代过程，直至到达最终目的地。

视线变化率取为 λ。关于比例制导律，我们可以写为:

$\alpha_n = N\dot{\lambda}v$; 其中， α_n 是垂直于移动底座瞬时速度向量的生成加速度，N 为比例常数，在本研究中取值为 6。

假设机器人在每个时间步（给定 $a_n \neq 0$）都沿圆弧轨迹运动，所产生的加速度作用于移动底座，具有向心性质。因此，该时间步的 ω 值可按以下方式生成:

$$\omega = \alpha_n / v$$

由此获得当前时间步的值： [v、 ω], 然后如前所述，应用非完整约束底座的正运动学程序，得到每个机器人下一时刻的位置$\mathbf{b}_k^a$ 。

B. 协同负载运输

假设两条期望轨迹具有相同数量的点 n_d，移动底座必须在每个时间步反复移动，直到其进入先前定义的特定目标点的可达距离 ρ_d 投影圆内。

这种方法可能导致每个机器人生成不同数量的基座位置：$\mathbf{b}^a$ 在各自期望的基座轨迹中相邻投影点之间尤其如此——特别是当所定义基座轨迹中各自目标点之间的距离差异显著时。假设两者的速度限制相近，

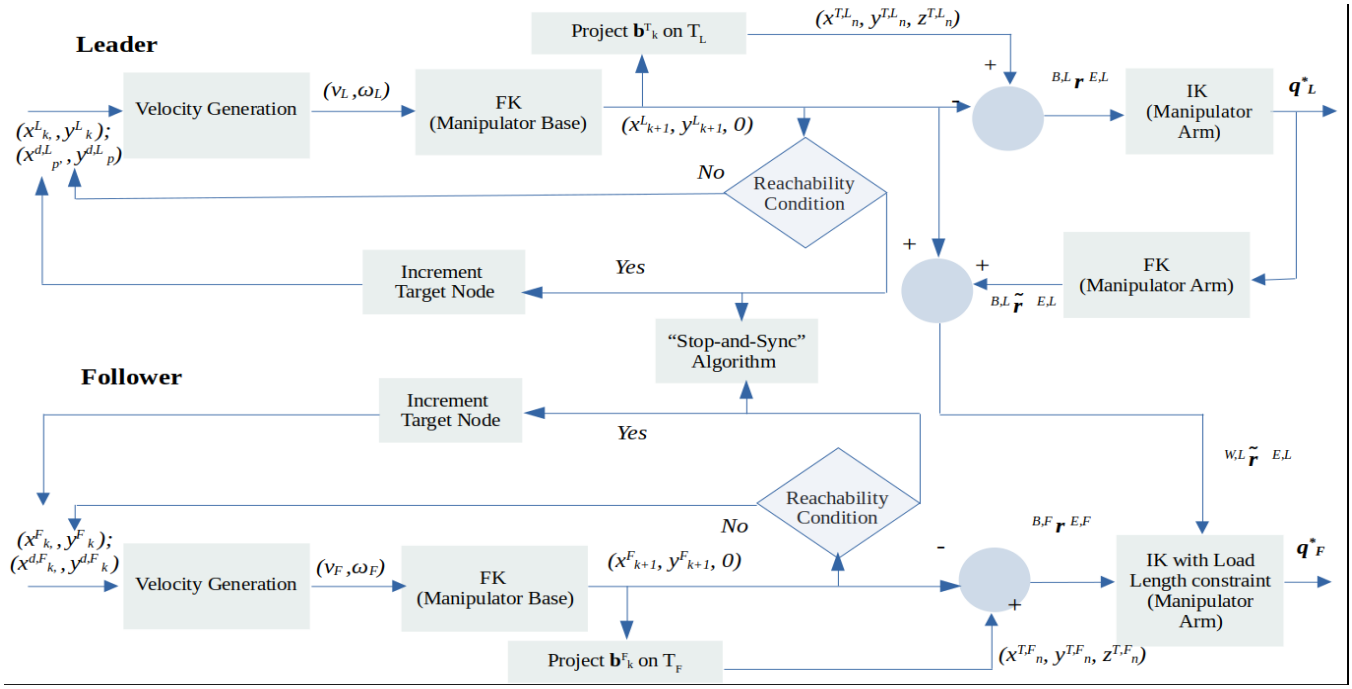


图 4：采用停止-同步算法的主从方法示意图。

机器人之间会因此失去对应关系，进而违背我们假设中的负载刚性约束，因为基座相距过远会妨碍机械臂进行操作。为解决这一差异，我们采用“停止并同步”算法，在每个时间步对生成的速度和基座位置进行调整。该算法的详细说明如下。

1）停止-同步算法： 对于机器人在某一特定时间步取得的每个基准位置，通过将$\mathbf{b}_k^a$ 投影到 T_a上，获得期望末端执行器轨迹曲线上距离最近的点。这里，期望的末**端执行器轨迹** T_a 通过对期望点进行线性插值，近似表示为一组直线。随后，从当前基准位置向上述插值曲线作垂直投影。垂直投影与插值线之间计算得到的交点，作为候选点，用于求解当前基准位置对应的机械臂逆运动学；该过程在当前时间步进行。

当机器人基座进入定义的可达半径范围内时，相应的目标点 p 会切换到期望轨迹上的下一个点 $p+1$。在此时间步，会检查另一台机器人的基座位置。如果另一台机器人的目标点尚未以类似方式发生变化，则停止前一台机器人的基座；直到另一台机器人的目标点发生变化——此时，两台机器人再次共同朝各自的新目标点移动。这种方法要求两台机器人在两条轨迹 P_a上从点 p 切换到点 $p+1$ 后，同步开始移动。停止-同步算法总结如下：算法 -

1.

2) 主从方法： 在刚性负载的协作物体搬运中，应将负载刚性约束置于跟踪误差之上。我们提出一种主从方法：利用其中一个移动机械臂（主机器人）的末端执行器位置的信息，求解另一个机械臂（跟随者）的逆运动学，以满足负载长度条件，即相对于世界坐标系，主机器人的估计末端执行器位置与跟随者的末端执行器位置之间的欧几里得距离应等于负载长度， l。

$$\left\|\hat{\boldsymbol{r}}^{E_L} - \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{\beta}_F\right)\right\|_2 = l \tag{6}$$

当两台移动操作机器人到达彼此的可达距离范围内时，主机器人 R_L 通过求解式（3）至式（5）中定义的逆运动学问题，计算关节角。此外，还可以估算主机器人的末端执行器位置 $\hat{}\boldsymbol{r}^{E_L}$ 。随后，通过求解以下约束优化问题，确定跟随者的关节角：

$$\boldsymbol{\beta}_F^* = \underset{\boldsymbol{\beta}_F}{\arg\min} \quad \left\|{}^{B_F}\boldsymbol{f}^{E_F}\left(\boldsymbol{\beta}_F\right) - {}^{B_F}\boldsymbol{r}^{E_F}\right\|_2^2 \tag{7}$$

$$\text{subject to} \quad \left|\left\|\hat{\boldsymbol{r}}^{E_L} - \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{\beta}_F\right)\right\|_2 - l\right| = 0 \tag{8}$$

$$\boldsymbol{\beta}_{min} \le \boldsymbol{\beta} \le \boldsymbol{\beta}_{max} \tag{9}$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_{min} \le \dot{\boldsymbol{\beta}} \le \dot{\boldsymbol{\beta}}_{max} \tag{10}$$

跟随者领导者算法总结见算法 -2。所提出方法的示意图见图4。

算法1 停止-同步算法

输入:
b_0^1, b_0^2: 机器人的初始基座位置
d^1, d^2: 期望基座轨迹 B_1 的离散点和 B_2
输出:
V_1, V_2: 机器人的生成的速度
b^1, b^2: 机器人的生成的基座位置

$R_{tol} = \gamma * \rho_l$
$stop_1 = 0 \quad stop_2 = 0$
$n_{d.p} = size(d_1)$
当 $p \neq n_{d.p} + 1$ **时做**
  对于每个时间步 k **执行**
    对每个智能体 a**执行**
      如果 $stop_a \neq 1$ **则**
        计算速度: $V_k^a = [v^*, \omega^*]$, 以及 the 基准位置: b_{k+1}^a
      else
        $V_k^a = [0, 0]$
        b_{k+1}^a = b_k^a
      结束条件判断
      $dist_a = \|d_p^a - b_{k+1}^a\|$
    结束循环
    如果 $dist_1 \leq R_{tol}$ & $dist_2 \leq R_{tol}$ **则**
      $p = p + 1$
      $stop_1 = 0$
      $stop_2 = 0$
    否则如果 $dist_1 \leq R_{tol}$ & $dist_2 > R_{tol}$ **那么**
      $stop_1 = 1$
    否则如果 $dist_1 > R_{tol}$ & $dist_2 \leq R_{tol}$ **那么**
      $stop_2 = 1$
    结束条件判断
  结束循环
结束循环

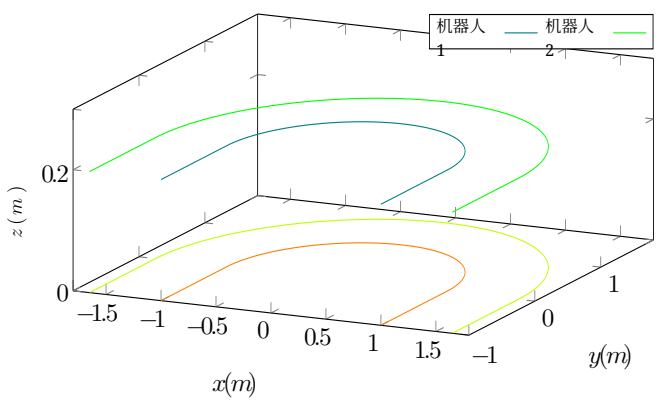


图 5: 两个机器人期望轨迹及其在 $X-Y$ 平面上的投影。

算法 2 主从方法

1: 输入: $\boldsymbol{\beta}_{min}$, $\boldsymbol{\beta}_{max}$, $\dot{\boldsymbol{\beta}}_{min}$, $\dot{\boldsymbol{\beta}}_{max}$, ${}^{B_L}\boldsymbol{r}^{E_L}$, ${}^{B_F}\boldsymbol{r}^{E_F}$, l。
2: 输出: $\boldsymbol{\beta}_L^\star$, $\boldsymbol{\beta}_F^\star$
3: 在 $k+1$, $\forall k = 0, 1, \ldots\ldots, N-1$;
4: 领导者: 确定 $\boldsymbol{\beta}_L^*$ 求解 (3) −(5);
5: 领导者: 估计 ${}^{B_L}\hat{\boldsymbol{r}}^{E_L}$;
6: 跟随者: 确定 $\boldsymbol{\beta}_F^\star$ 根据 (7) −(10).

IV. 仿真与结果

A. 仿真设置

在 MATLAB 中的仿真环境下测试所提出的算法，以评估其效率。对于移动操作机器人系统，我们采用 TurtleBot3 Waffle Pi 的规格，并在其顶部安装 OpenMANIPULATOR-X。假设这对机器人共同搬运一根长度为 0.65 m 的细长负载。控制变量 $[v, \omega]$ 以时间间隔 Δt 依次传递给机器人，间隔为 0.08 秒。对于机械臂，我们施加以下关节角（$\boldsymbol{\beta}$）约束，单位为 rad；关节角变化率 $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ 的单位为 rad/sec.: $[-0.9\pi, -0.57\pi, -0.3\pi, -0.5\pi]^\intercal \leq \boldsymbol{\beta} \leq [0.9\pi, 0.5\pi, 0.44\pi, 0.65\pi]^\intercal$ 和 $\dot{\boldsymbol{\beta}}_i = 4 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$。此外，受硬件限制，我们还约束机械臂的夹爪朝向，使其在搬运负载时始终与 $X-Y$ 平面平行。

由于大多数生成的轨迹都可以分解为一条直线和若干圆弧，为了保持一般性，我们在仿真中采用图 5所示的两个机器人的期望轨迹。每个机器人的期望轨迹由三部分组成：中间为一个半圆，半圆两端各有一段长度为 1 m 的直线。内侧机器人和外侧机器人的半圆半径分别取 1 m 和 1.65 m。每条轨迹沿 z 轴方向的高度取 0.2 m。移动操作机器人的底座初始位置为 $(1, -1)$ 和$(1.65, -1)$。它们的目标位置为 $(-1, -1)$ 和$(-1.65, -1)$。可达性容差值 γ 取为 0.4。系统中，计算领导者与跟随者逆运动学解之间的时间延迟可忽略不计。

B. 对比方法

将所提出的方法与另外两种方法进行比较，以根据确定的参数比较结果的有效性。

在第一种方法中，尝试从给定的起始节点生成一棵快速随机树（RRT），直至最终目标节点，并将中间离散点 d_P^a 作为每个时间步的过渡目标节点。该过程会反复迭代，直到树覆盖整个轨迹 T^a。

给定期望轨迹上的一个点 (x_p^d, y_p^d)，每个机器人首先在指定范围内随机生成 500 组线速度和角速度: $[v, \omega]$ 。每个速度均以各机器人当前的基座位置为基准进行登记，并据此生成相应的最终位置。

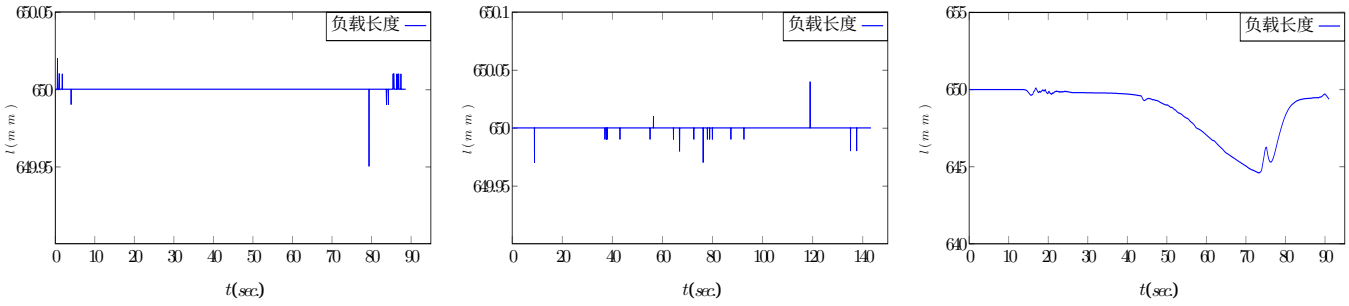


图6：所获得的距离 两台机器人末端执行器之间的距离，采用三种不同的方法。图6a、图 6b和图 .6c
表示 PN G 的结果 制导、RRT生成和基于MPC的方法。

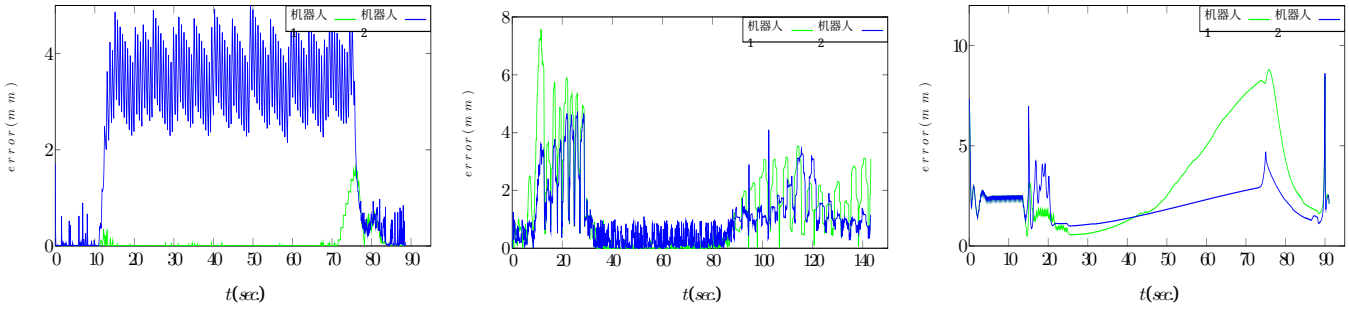


图7：三种方法下两台机器人的轨迹跟踪误差。图7a、图7b 和图7c 分别表示PN制导、RRT生成和基于MPC的方法的结果。

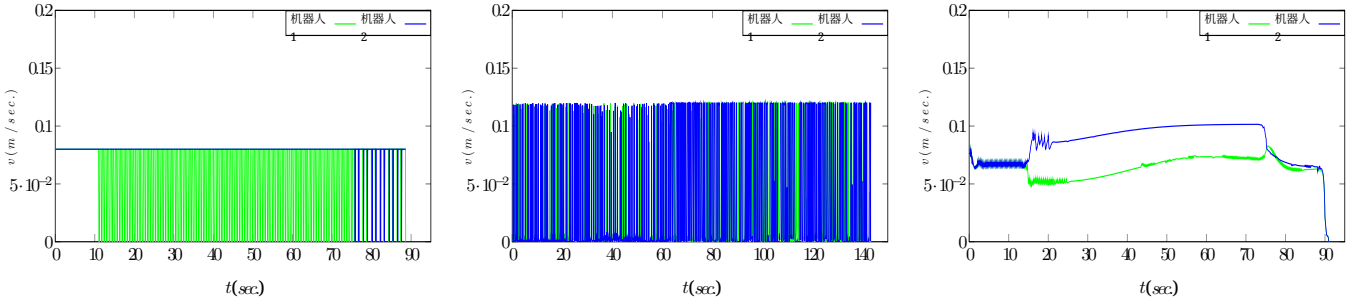


图8：三种不同方法下两台机器人的线速度。图8a、图8b 和图8c 分别表示PN制导、RRT生成和基于MPC的方法的结果。

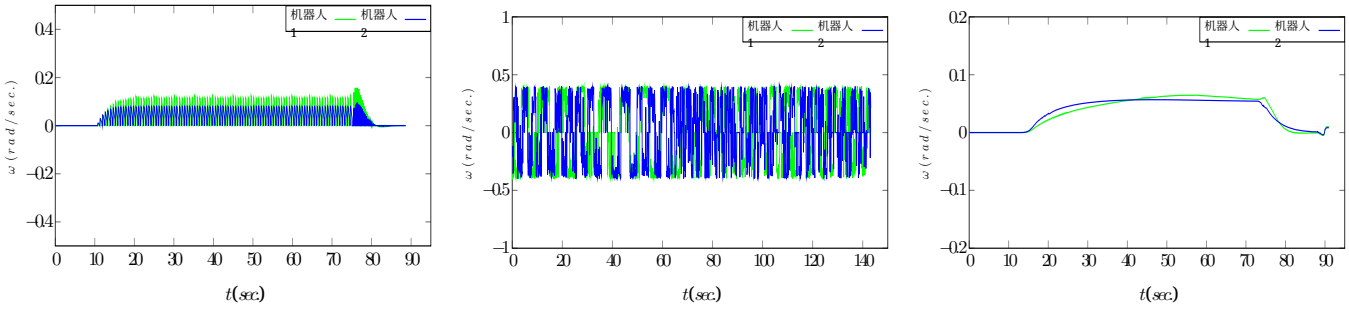


图9：三种不同方法下两台机器人的角速度。图9a、图9b 和图9c 分别表示PN制导、RRT生成和基于MPC的方法的结果。

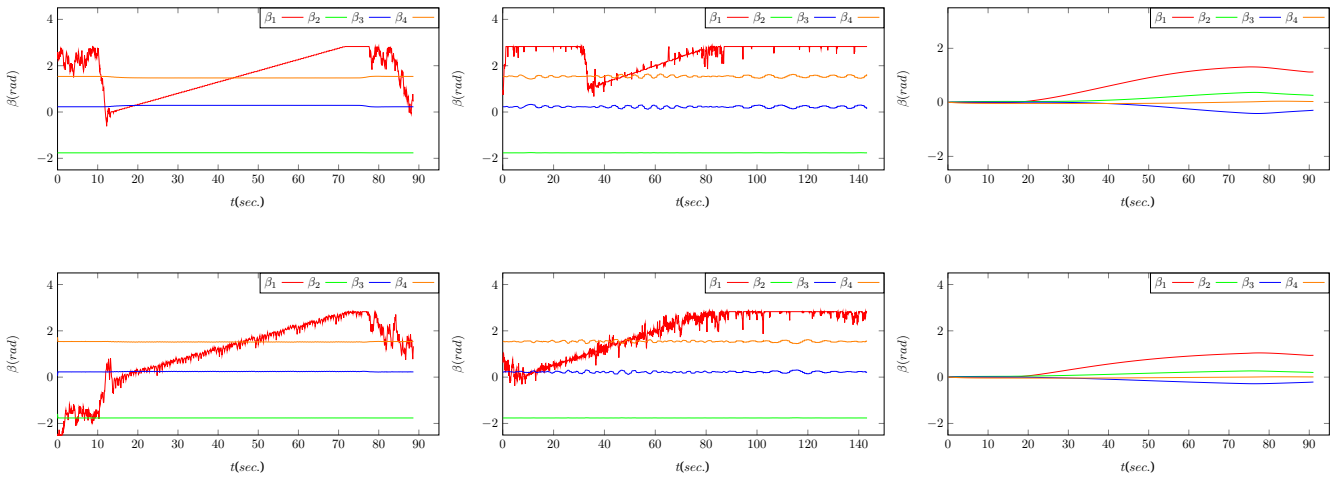


图 10：三种方法下两台机器人的关节角。上图展示机器人1的关节角，下图展示机器人2的关节角。图 9a、图 9b 和图 9c 分别展示基于 PNG、基于 RRT生成和基于模型预测控制的方法所得的结果。

在时间 Δt 内应用速度，同时遵守机器人的非完整约束。在生成的后续位置中，选择最接近上述期望点 d_P^a 的位置及对应的速度数据：$[v^*, \omega^*]$，作为当前时间步的输入。

因此，智能体a的控制变量计算可以表述为一个优化问题，以最小化以下目标函数：

$$J = |d - \rho_d| \tag{11}$$

其中：

$$d = \sqrt{(x_p^{d,a} - x_k^a)^2 + (y_p^{d,a} - y_k^a)^2} \tag{12}$$

该目标函数表示为到达下一个期望点的可达距离范围内所需的控制速度。优化问题定义如下：

$$v^\star, \omega^\star = \arg\min_{v,\omega} J \tag{13}$$

以这种方式完成路径生成后，采用先前提出的 Stop-and-Sync 算法和 Leader-Follower 方法，实现机器人协同运输负载。

此外，还通过仿真将所提出的方法与序贯线性二次模型预测 [20] 方法进行了比较。在该方法中，每个机器人都根据期望的物体轨迹，分别跟踪各自的参考轨迹。所用模型如下：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} v\cos\theta \\ \omega\sin\theta \\ \dot{\boldsymbol{\beta}} \end{bmatrix} \tag{14}$$

其中，状态 $\boldsymbol{x} \triangleq [x, y, \theta, \boldsymbol{\beta}^T]^T \in \mathbb{R}^{3+n}$ $\boldsymbol{u} \triangleq$ 和 $[v, \omega, \dot{\boldsymbol{\beta}}^T]^T \in \mathbb{R}^{2+n}$ 分别表示底座的线速度和角速度，以及关节速度。对于每个机器人，在长度为 N 的时域内考虑的代价函数为

$$J = \boldsymbol{ee}(\boldsymbol{x}_N)^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{ee}(\boldsymbol{x}_N) + \sum_{t=1}^{N-1} \boldsymbol{ee}(\boldsymbol{x}_t)^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{ee}(\boldsymbol{x}_t) + \boldsymbol{u}_t^T \boldsymbol{R} \boldsymbol{u}_t \tag{15}$$

其中，函数 $\boldsymbol{ee}(\boldsymbol{x}_t) = \boldsymbol{FK}(\boldsymbol{x}_t) - \boldsymbol{r}(t)$ 表示时刻 t 末端执行器位置 $\boldsymbol{FK}(\boldsymbol{x}_t) \in \mathbb{R}^3$ 与参考轨迹 $\boldsymbol{r}(t)$ 之间的跟踪误差。矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$为正对角加权矩阵。通过在代价方程中加入松弛障碍函数 [21]，以软 约束的方式纳入输入和关节角约束。为便于比较，各方法的参数在可能范围内尽量保持一致。

C. 仿真结果

仿真结果如图所示。6 -10。从初始位置到达目标状态所需的时间因三种方法而异。图6 表示移动操作机器人末端执行器之间的距离(l)。这反映了移动操作机器人运行时刚性负载可能出现的伸展和压缩。所提出的带停止等待策略的领导者-跟随者方法可确保 l 相对于期望负载长度的偏差最小0.65m，这一点也可从图6a 和图 6b中看出。对于 SLQ MPC 方法，图 l 中可观察到变形。6c。

三种方法的轨迹跟踪误差如图所示。7在我们的工作中，领导者独立跟随轨迹 T_L，而跟随者则试图贴近轨迹 T_F，同时优先保持恒定的 l。预计会观察到图中所示的跟随者跟踪误差。7a，而领导者的跟踪误差极小。对于基于 RRT 生成的方法，可以看出领导者的跟踪误差

与图中跟随者的跟踪误差相当。7b 不过，两者的跟踪误差都优于 SLQ MPC 方法。

移动底座的控制输入(v, ω) 如图13- 图9所示。由于停止-同步算法，在基于 v 和 ω 的PN制导和RRT生成方法中都可以观察到波动，而基于MPC的方法则表现平滑。对于基于PN制导的方法，控制变量 v 对于机器人2保持不变（机器人2需要沿外侧半圆路径行进更长的距离），而机器人1的控制变量则会定期中断，以适应与机器人2的同步。由于在圆弧轨迹末端方向不同，两个机器人在第二个直线阶段的 v 会出现看似意外的变化区间。由于机器人1需要沿半径更小的较紧曲线行进，其 ω值始终较高。对于基于RRT生成的方法，由于 v 所导致的停止-同步引起的速度生成随机化，从一开始就可以在两个机器人中观察到 v 的变化。三种方法的关节角评估结果如图 10 所示。

D. 硬件实验

在 TurtleBot 3 Waffle Pi 硬件上进行的实验可通过此播放列表查看。在实验中，两台机器人协同工作，在沿着指定轨迹行进的同时运输一根刚性杆。受硬件固有限制，为防止负载过度扭转，对末端执行器施加了水平约束。从视频中可以看到，机器人成功地沿着各种各样的轨迹完成了负载运输。

V. 结论

本文研究了两台机器人在非完整约束下协同运输刚性负载的问题。为此，我们提出了一种用于求解逆运动学的领航者-跟随者方法，并结合停止-同步算法，使移动底座保持近距离。结果表明，所提出的方法在负载长度和轨迹跟踪误差这两项关键指标上表现更佳。硬件实验也证明了仿真结果的有效性。

由于该方法的固有特性，它会产生不连续的速度曲线。未来的工作将尝试通过预测定位技术使这些曲线更加平滑。此外，还将尝试互换担任领导者和跟随者的智能体，以便在急弯轨迹跟踪过程中取得更好的效果。

参考文献

[1] Z. Feng, G. Hu, Y. Sun, and J. Soon, “多机器人系统中的协作机器人操作综述,” *Annual Reviews in Control*, 第49卷，第113–127页，2020. [2] O. Khatib, K. Yokoi, K. Chang, D. Ruspini, R. Holmberg, and A. Casal, “多台移动操作机器人的协调与分布式协作,” *Journal of Robotic Systems*, 第13卷，第11期，第755–764页，1996.

[3] P. Song and V. Kumar, “基于势场的多机器人操作方法,” 载于《2002年IEEE机器人与自动化国际会议论文集（目录号02CH37292）》，第2卷。IEEE，2002年，第1217–1222页。 [4] C. Alford and S. Belyeu, “两条机器人手臂的协调控制,” 载于《1984年IEEE机器人与自动化国际会议论文集》，第1卷。IEEE，1984年，第468–473页。 [5] D. Rus, B. Donald, and J. Jennings, “由自主机器人团队搬运家具,” 载于《1995年IEEE/RSJ智能机器人与系统国际会议论文集：人机交互与协作机器人》，第1卷。IEEE，1995年，第235–242页。 [6] K. B¨ohringer, R. Brown, B. Donald, J. Jennings, and D. Rus, “分布式机器人操作：极简主义实验,” 载于《实验机器人学IV：第四届国际研讨会，斯坦福大学，加利福尼亚州，1995年6月30日至7月2日》。Springer，1997年，第11–25页。 [7] B. Donald, L. Gariepy, and D. Rus, “使用绳索对多个物体进行分布式操作,” 载于《2000年ICRA论文集：千禧年会议，IEEE国际机器人与自动化会议，专题论文集（目录号00CH37065）》，第1卷。IEEE，2000年，第450–457页。 [8] A. Marino, “联网协作移动操作机器人的分布式自适应控制,” IEEE控制系统技术汇刊，第26卷，第5期，第1646–1660页，2017。 [9] G. Habibi, Z. Kingston, W. Xie, M. Jellins, and J. McLurkin, “多机器人系统集体运输的分布式质心估计与运动控制器,” 载于《2015年IEEE机器人与自动化国际会议（ICRA）》。IEEE，2015年，第1282–1288页。 [10] E. L. Zhu, Y. R. St¨urz, U. Rosolia, and F. Borrelli, “使用分布式学习模型预测控制对非线性多智能体系统进行轨迹优化,” 载于《2020年第59届IEEE决策与控制会议（CDC）》。IEEE，2020年，第6198–6203页。 [11] J. Fink, M. A. Hsieh, and V. Kumar, “在存在障碍物的环境中通过围笼实现多机器人操作,” 载于《2008年IEEE机器人与自动化国际会议》。IEEE，2008年，第1471–1476页。 [12] J. Alonso-Mora, R. Knepper, R. Siegwart, and D. Rus, “可变形物体协作式多机器人操作的局部运动规划,” 载于《2015年IEEE机器人与自动化国际会议（ICRA）》。IEEE，2015年，第5495–5502页。 [13] J. Alonso-Mora, S. Baker, and D. Rus, “通过序列凸规划实现多机器人编队导航,” 载于《2015年IEEE/RSJ智能机器人与系统国际会议（IROS）》。IEEE，2015年，第4634–4641页。 [14] A. Abbaspour, K. Alipour, H. Z. Jafari, and S. A. A. Moosavian, “协作轮式移动机器人的最优编队与控制,” Comptes Rendus M´ecanique，第343卷，第5–6期，第307–321页，2015。 [15] R. F. Carpio, L. Di Giulio, E. Garone, G. Ulivi, and A. Gasparri, “用于杆状多智能体系统的分布式群集聚合算法,” 载于《2018年IEEE/RSJ智能机器人与系统国际会议（IROS）》。IEEE，2018年，第4303–4308页。 [16] M. Bujarbaruah, Y. R. St¨urz, C. Holda, K. H. Johansson, and F. Borrelli, “协作机器人学中的环境约束学习：一种分布式领导者-跟随者方法,” 载于《2021年IEEE/RSJ智能机器人与系统国际会议（IROS）》。IEEE，2021年，第1636–1641页。 [17] K. S. Chong and L. Kleeman, “移动机器人的精确里程计与误差建模,” 载于《国际机器人与自动化会议论文集》，第4卷。IEEE，1997年，第2783–2788页。 [18] P. T. Boggs and J. W. Tolle, “序列二次规划,” Acta numerica，第4卷，第1–51页，1995。 [19] S. A. Murtaugh and H. E. Criel, “比例导航基础,” IEEE spectrum，第3卷，第12期，第75–85页，1966。 [20] M. Neunert, C. de Crousaz, F. Furrer, M. Kamel, F. Farshidian, R. Siegwart, and J. Buchli, “用于统一轨迹优化与跟踪的快速非线性模型预测控制,” 载于《2016年IEEE机器人与自动化国际会议（ICRA）》。IEEE，2016年，第1398–1404页。 [21] C. Feller and C. Ebenbauer, “基于松弛对数障碍函数的线性系统模型预测控制,” IEEE自动控制汇刊，第62卷，第3期，第1223–1238页，2017年3月。[在线]。可访问：https://doi.org/10.1109/tac.2016.2582040