使用多模超导谐振器进行微波损耗表征

Chan U Lei, [1,2], Suhas Ganjam, [1,2], Lev Krayzman, [1,2], Archan Banerjee, [1,2], Kim Kisslinger, [3], Sooyeon Hwang, [3], Luigi Frunzio, [1,2], 和 Robert J. Schoelkopf, [1,2]* 耶鲁大学物理与应用物理系，美国康涅狄格州纽黑文 06511[2] 耶鲁大学耶鲁量子研究所，美国康涅狄格州纽黑文 06520, 以及[3] 布鲁克海文国家实验室功能纳米材料中心，美国纽约州厄普顿 11973（日期：2023年5月4日）

测量不同材料与界面产生的损耗，对于提高超导量子电路的相干性至关重要。尽管这一问题早已受到关注，但现有研究要么只能给出这些损耗的界限，要么需要使用多个器件才能完成表征。在本研究中，我们提出了一种利用单个多模超导谐振器测量材料与界面微波损耗的方法。我们展示了分析多模系统损耗灵敏度的形式体系，并讨论了用于材料损耗研究的多模谐振器设计策略。我们介绍了两种用于研究块体超导体的多模超导谐振器：叉形回音壁模谐振器（FWGMR）和椭球腔。我们利用这些谐振器测量高纯铝（5N5）和铝合金（6061）的表面介电损耗、导体损耗与接缝损耗，并研究化学蚀刻、金刚石车削和薄膜涂层对这些损耗的影响。我们发现，化学蚀刻和金刚石车削能够降低高纯铝的表面介电损耗和导电损耗，但对接缝损耗没有明显改善。在金刚石车削铝合金表面涂覆电子束蒸发或溅射铝薄膜，可显著降低所研究的三种损耗。此外，我们使用透射电子显微镜（TEM）研究了化学蚀刻对高纯铝表面的影响，发现化学蚀刻工艺形成了更薄、更均匀的氧化层，这与观察到的表面介电损耗改善相一致。

arXiv:2305.01872v1 [quant-ph] 3 May 2023

I. 引言

提高超导量子电路的相干性对于提升量子计算机的性能至关重要。许多研究表明，超导量子电路的相干性受到其组成材料耗散的限制 [1–12]。理解这些损耗的机制对于提高相干性至关重要。实现这一目标的重要一步是在相关功率与温度范围内量化微波损耗，并将其与材料的物理性质联系起来。为此，超导微波谐振器和超导量子比特等器件是非常有用的工具，因为它们的损耗可以通过极高精度进行测量，并且对材料本征损耗高度敏感。此外，通过改变谐振器的几何结构，可以设计其对特定损耗通道的敏感性。利用经过精心设计几何结构的器件，可以根据不同损耗通道中的能量参与度与器件弛豫时间之间的相关性，提取材料的微波损耗。这种方法已被广泛用于研究超导电路中的各种微波损耗[1–19], , 例如衬底和材料界面产生的介电损耗[2, 3, 6–9, 20, 21],、超导体的表面电阻 [1, 14], 、超导体之间的接头产生的损耗 [5, 22], 等。

在此，我们介绍一种利用多模超导微波谐振器量化材料微波损耗的替代方法。我们不再使用几何结构各异的多个器件来提取损耗，而是利用单个谐振器的多个模式，一次性提取所有相关损耗通道的微波损耗。由于所有模式均来自同一器件，并在同一个热循环中测量，该方法消除了样品间差异以及不同热循环可能引入的变化所带来的不确定性，例如不同的环境磁场或热化条件，从而提高了系统的测量灵敏度。

我们介绍两种多模谐振器：叉形回音壁模谐振器（FWGMR）和椭球腔。这些器件具有多种模式，对表面导电损耗、表面介电损耗和接缝损耗等损耗机制的敏感度各不相同。我们通过测量高纯度（5N5）铝和铝合金（6061）的微波损耗，展示了利用多模方法进行损耗表征的做法；这两种材料常用于制造超导量子器件中的超导腔和外壳 [23–26]。借助这项技术，我们分析了这些本征损耗如何随不同表面处理而变化，例如化学蚀刻 [1, 9, 26],、金刚石车削和铝薄膜涂层 [27–29]。此外，我们利用透射电子显微镜（TEM）识别损耗的物理特征，并将其与化学蚀刻带来的微波品质提升联系起来。

本文的提纲如下。我们首先在第二节介绍多模腔体谐振器的损耗模型，并描述如何使用多模系统表征材料的微波损耗。在第三节和第四节中，我们介绍 FWGMR 和椭球形

腔体，分别使用，并采用第二节中所述的方法分析其测量灵敏度。随后，我们使用这些多模腔体谐振器表征不同表面处理下高纯铝和铝合金的微波损耗。这些测量结果以及透射电子显微镜研究的结果将在第五节中讨论。

II. 多模式腔体谐振器中的损耗模型

超导腔谐振模式的内品质因数主要受超导体的表面导电损耗、表面氧化层的介电损耗以及接缝的接缝损耗所支配。由于同一腔体中的谐振模式受到相同材料耗散的影响，因此其品质因数与材料损耗特性之间满足矩阵方程

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1/Q_{\mathrm{int}}^{(1)} \\ \vdots \\ 1/Q_{\mathrm{int}}^{(m)} \end{bmatrix}}_{\vec{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1/\mathcal{G}^{(1)} & p_{\mathrm{MA}}^{(1)} & y_{\mathrm{seam}}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1/\mathcal{G}^{(m)} & p_{\mathrm{MA}}^{(m)} & y_{\mathrm{seam}}^{(m)} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{P}} \underbrace{\begin{bmatrix} R_s \\ \tan\delta \\ r_{\mathrm{seam}} \end{bmatrix}}_{\vec{x}} \tag{1}$$

其中，m 为模式索引，$\vec{y}$ 为包含谐振模式内品质因数倒数的向量，$\vec{x}$ 为包含材料损耗因子的向量。这些因子包括超导体的表面电阻 R_s、表面氧化层的缩放损耗角正切 $\tan\delta$，以及接缝的单位长度接缝电阻 r_{seam}；后者是文献 [5, 22], 中单位长度接缝电导 g_{seam} 的倒数，即 $r_{\mathrm{seam}} = 1/g_{\mathrm{seam}}$。$\boldsymbol{P}$ 为系统的参与矩阵，其各行表示谐振模式的损耗参与因子，其中包括几何因子倒数[1, 14]

$$\frac{1}{\mathcal{G}} = \frac{\int_{\mathrm{surf}} \left|\vec{H}_{\parallel}\right|^2 d\sigma}{\omega\mu_0 \int_{\mathrm{vol}} \left|\vec{H}\right|^2 dv}, \tag{2}$$

金属-空气（MA）表面介电参与度 [1, 2,30]

$$p_{\mathrm{MA}} = \frac{\int_{\mathrm{diel}} \vec{E}\cdot\vec{D}dv}{\int_{\mathrm{All}} \vec{E}\cdot\vec{D}dv} \simeq \frac{t_{\mathrm{MA}}}{\epsilon_r} \frac{\int_{\mathrm{surf}} \epsilon_0 \left|\vec{E}_{\mathrm{vac}}\right|^2 d\sigma}{\int_{\mathrm{All}} \vec{E}\cdot\vec{D}dv}, \tag{3}$$

以及单位长度接缝导纳 [22]

$$y_{\mathrm{seam}} = \frac{\int_{\mathrm{seam}} \left|\vec{J}_s \times \hat{l}\right|^2 dl}{\omega\mu_0 \int_{\mathrm{vol}} \left|\vec{H}\right|^2 dv}, \tag{4}$$

其中，$\vec{H}$、$\vec{E}$、$\vec{D}$和 $\vec{J}_s$ 分别为谐振模式的磁场、电场、电位移和表面电流密度。t_{MA} 和 ϵ_r 分别为表面氧化层的厚度和相对介电常数。式3中的简化通过假设 t_{MA}远小于腔体的尺寸，并应用边界条件$\epsilon E_{\mathrm{diel},\perp} = \epsilon_0 E_{\mathrm{vac},\perp}$ 于$\vec{}$MA界面处得到，其中 E_{vac} 和 E_{diel} 分别为真空区域和表面氧化层中的电场。对于简单几何结构，损耗参与因子可以进行解析计算。对于具有复杂几何结构的谐振器，例如本研究所研究的多模式腔体谐振器，则使用有限元仿真进行数值计算。

需要注意的是，p_{MA} 与 t_{MA}成正比，与 ϵ_r成反比；t_{MA}和 ϵ_r均为表面氧化层的材料特性。在本工作中，计算 p_{MA}时，我们假设$t_{\mathrm{MA}} = 3\mathrm{nm}$和 $\epsilon_r = 10$，这些是天然金属氧化物的典型值，并已广泛用于文献中计算表面介电参与度 [2, 21, 30]。因此，式1中的缩放损耗角正切$\tan\delta$ 与表面氧化层的实际损耗角正切$\tan\delta_0$ 之间的关系为

$$\tan\delta = \frac{t_{\mathrm{MA},0}}{t_{\mathrm{MA}}} \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{r,0}} \tan\delta_0. \tag{5}$$

其中 $t_{\mathrm{MA},0}$ 和 $\epsilon_{r,0}$ 分别为表面氧化层的实际厚度和相对介电常数。要确定实际损耗角正切 $\tan\delta_0$，需要分别测量 $t_{\mathrm{MA},0}$和 $\epsilon_{r,0}$。

由于谐振模式的内品质因数与各种损耗通道相关的损耗呈线性关系，如果参与矩阵的秩大于或等于损耗通道的数量，就可以求解式（1），采用线性最小二乘法提取损耗因子，从而得到以下解：

$$\vec{x} = \boldsymbol{C}\widetilde{\boldsymbol{P}}^T\vec{b}, \tag{6}$$

其中，b 是一个向量，其分量为$b_i = y_i/\sigma_{y,i}$,~ $\boldsymbol{P}^T$ 是误差加权参与度矩阵的转置矩阵，其元素定义为 $P_{ij} = P_{ij}/\sigma_{y,i}$，而$\sigma_{y,i}$ 是 y_i的标准差。实验精度决定了测量损耗率的相对不确定度，即$\epsilon_{y,i} = \sigma_{y,i}/y_i$。提取出的材料损耗因子的uncertainties可以利用协方差矩阵计算。

$$\boldsymbol{C} = (\widetilde{\boldsymbol{P}}^T\widetilde{\boldsymbol{P}})^{-1}. \tag{7}$$

协方差矩阵的对角元素表示材料损耗因子的方差，即$\sigma_{\underline{x}}^2$ C_{ii} $\boldsymbol{P}$ $\vec{\sigma}_y$ (,), 非对角元素则描述损耗通道之间的相关误差。请注意，材料损耗因子均为正数，但式（6）中的解析解没有这一限制。为加入这一约束，我们使用非负最小二乘算法对式（1）进行数值求解，并通过蒙特卡洛分析估算材料损耗因子的不确定性 [6, 7]。在本研究中，这两种方法在大多数情况下都得出

一致的解；分析详情见补充材料。

式 (6) 表明，可以通过设计特定的多模超导腔、测量其谐振模式的内品质因数，并将其转换为材料损耗因子，来表征超导体的微波损耗。原则上，只要参与矩阵的秩大于或等于损耗通道的数量，就可以求解材料损耗因子 $\vec{x}$。然而，如果参与矩阵中的各行近似线性相关，解 $\vec{x}$ 就会对 $\vec{y}$ 的变化非常敏感，多模系统对材料损耗因子的测量灵敏度也会很低。换言之，要获得较高的材料损耗因子测量灵敏度，多模系统中的谐振模式需要对不同的损耗具有敏感性。

用于量化系统测量灵敏度的一个重要参数是材料损耗因子的相对不确定度

$$\frac{\sigma_{x,i}}{x_i} = \frac{\sqrt{C_{ii}(\boldsymbol{P}, \vec{\epsilon}_y, \vec{x})}}{x_i} \tag{8}$$

对于给定的参与矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和相对测量不确定度 $\vec{\epsilon}_y$，通过在 $\vec{x}$ 空间中感兴趣的区域评估方程（8），可以估算系统的测量灵敏度。由于材料损耗 x_i 为正值，当$\sigma_{x,i}/x_i \geq 1$时，系统无法分辨材料损耗 x_i；它只能给出损耗的上限。该上限由 $\sqrt{C_{ii}(\boldsymbol{P}, \vec{\epsilon}_y, \vec{x})} = x_i$的解确定，这些解将 $\vec{x}$空间划分为~~可分辨区~~与不可分辨区，从而确定系统的测量灵敏度。

在接下来的章节中，我们将介绍两种多模腔体谐振器：叉形回音壁模式谐振器（FWGMR）和椭球腔。我们使用这些谐振器表征超导体中的微波损耗，并运用本节介绍的形式体系分析它们对材料损耗因子的测量灵敏度。

III. 叉形回音壁模谐振器（FWGMR）

用于表征超导体微波损耗的多模腔体谐振器的首个实例是叉形回音壁模谐振器。这是一种腔体谐振器，由两个平面部件组成，二者以特氟龙垫片隔开，使用尼龙螺钉组装，并封装在一个截顶圆柱形腔体内。图 1 展示了 FWGMR 的爆炸图，图 2a 展示了腔体封闭前组装好的 FWGMR 照片。两个平面部件和腔体均采用所研究的超导体，通过常规加工工艺制成。两个平面部件与腔体之间由特氟龙垫片实现电隔离。其形状

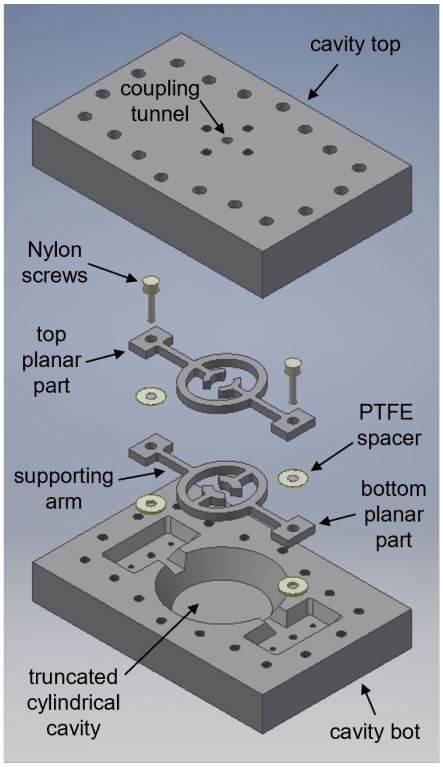

图 1. FWGMR 的分解视图示意图

经过精心设计，以调控谐振模式的频率和损耗参与因子。每个平面部件由一个椭圆环、一对连接在椭圆环内侧的叉形结构，以及两条连接在椭圆环外侧、用于提供机械支撑的臂组成，如图 2c 所示。两个平面部件相距约 $100\,\mu\mathrm{m}$，以形成对表面损耗敏感的谐振模式。理想情况下，两个平面部件之间的间隙尺寸由特氟龙垫片的厚度决定。实际上，由于机械加工工艺存在误差，平面部件并非完全平整。此外，器件冷却过程中的热收缩可能改变部件尺寸。因此，室温下的间隙尺寸可能偏离间隔柱的厚度。本文根据 FWGMR 中间隙敏感模式的频率推断间隙尺寸（详情见补充材料）。

平面部件上的两个椭圆环构成一个回音壁模式谐振器（WGMR）[14]，它支持差分回音壁模式（DWGM）和共模回音壁模式（CWGMs）。两个椭圆环上的差分回音壁模式具有相反的电荷和电流分布（图 2c），将电场和磁场都限制在两环之间的真空间隙内。因此，这些模式对超导体的表面导电损耗和来自表面氧化层的介电损耗非常敏感，但对来自腔体接缝的接缝损耗不太敏感。

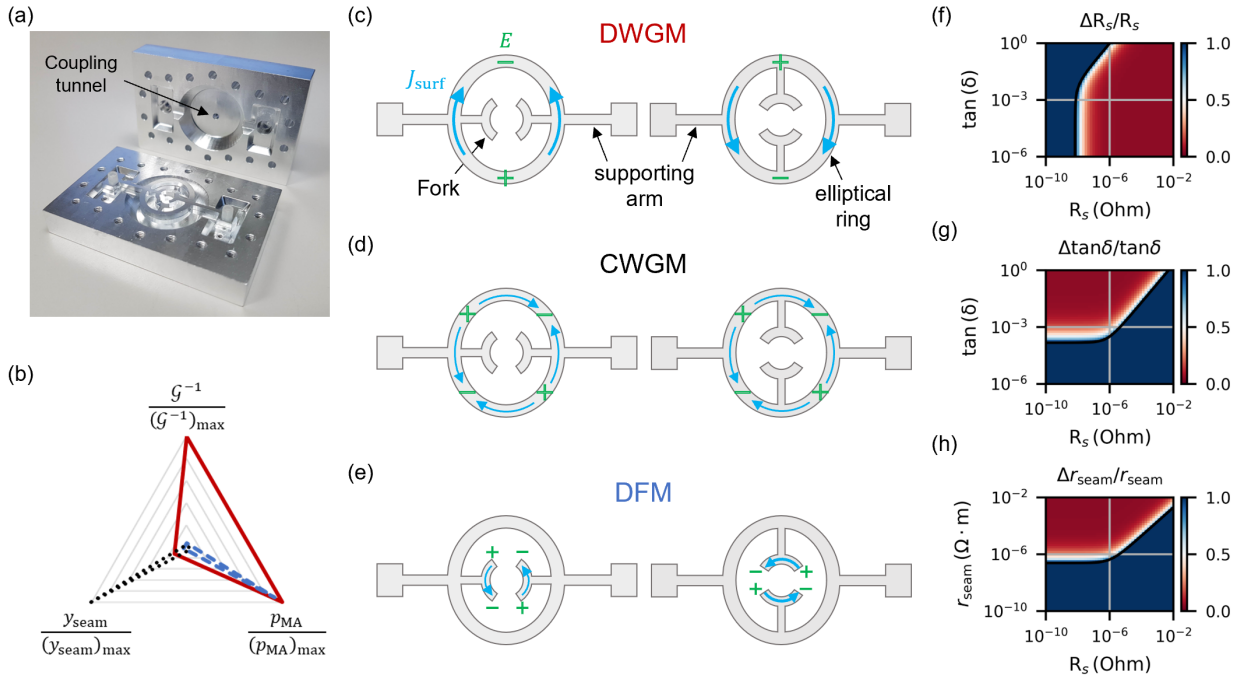

图 2。（a）经过化学蚀刻后，由高纯度（5N5）铝制成的 FWGMR 照片。（b）两个平面部件之间的间隙为 $100\,\mu\text{m}$ 时，FWGMR 中差分回音廊模式（DWGM）（红色实线）、差分叉模（DFM）（蓝色虚线）和共模回音廊模式（CWGM）（黑色点线）的归一化参与因子。参与因子以三个模式中损耗参与因子最高者为基准进行归一化。（c、d、e）顶部和底部平面部件的示意图，以及 DWGM（c）、CWGM（d）和 DFM（e）的表面电流与电场分布。蓝色箭头和绿色符号分别表示表面电流和电场。（f、g、h）间隙为 $100\,\mu\text{m}$ 的 FWGMR 中，由 DWGM、DFM 和 CWGM 构成的多模系统的灵敏度图。（f）和（g）分别为 $r_{\text{seam}} = 10^2\,\mu\Omega\cdot\text{m}$ 处表面电阻和缩放损耗角正切的灵敏度图。（h）为 $\tan\,\delta = 5\times10^{-2}$ 时单位长度接缝电阻的灵敏度图。

表面氧化层，但对来自腔体接缝的接缝损耗不太敏感。相比之下，共模回音壁模式在椭圆环上具有相同的电荷和电流分布（图 2d）；真空间隙内不存在电磁场。这些模式的电磁场在整个腔体内分布得更加广泛，模式体积也大得多，因此对表面损耗极不敏感，但对来自腔体接缝的接缝损耗更加敏感。

除了椭圆环之外，平面部件上叉形结构之间的电容耦合还会产生集总元件式谐振模式，我们称之为差分叉模（DFM）。DFM 的频率对叉形结构之间的间隙尺寸非常敏感，因此可用于推断平面部件之间的距离。在这些模式中，顶部平面部件和底部平面部件上的叉形结构具有相反的电荷分布（图 2e），使电场集中在两对叉形结构之间的真空间隙内，因此对表面氧化层的介电损耗非常敏感。另一方面，由于两个平面部件上的两对叉形结构相互正交，这些模式的表面电流不会使磁场集中在真空间隙内，因此与 DWGM 相比，它们对表面导电损耗的敏感度较低。

对于间隙尺寸为 $100\,\mu\text{m}$ 的 FWMGR，DWGM、DFM 和 CWGM 构成一个参与矩阵为

$$\boldsymbol{P}_{\text{FWGMR}} = \begin{bmatrix} 0.28\,(\frac{1}{\Omega}) & 3.8\times10^{-6} & 2.7\times10^{-4}\,(\frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}) \\ 8.9\times10^{-3}\,(\frac{1}{\Omega}) & 3.5\times10^{-6} & 7.1\times10^{-5}\,(\frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}) \\ 5.5\times10^{-3}\,(\frac{1}{\Omega}) & 1.5\times10^{-7} & 2.1\times10^{-3}\,(\frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}) \end{bmatrix}, \tag{9}$$

其中各列对应损耗机制（几何因子的倒数、表面介质参与度和单位长度接缝导纳），各行对应模式（DWGM、DFM 和 CWGM）。

图 2b 比较了 DWGM（红色实线）、DFM（蓝色虚线）和 CWGM（黑色点线）的损耗参与因子，并以三个模式中损耗参与因子最高者为基准进行归一化。图中清晰地显示，DWGM 和 DFM 更容易受到来自表面的损耗影响，

而 CWGM 更容易受到来自腔体接缝的接缝损耗的影响。这也表明，与 DWGM 相比，DFM 受到的表面导电损耗影响要小得多。

图2(f、g、h)展示了 FWGMR 的测量灵敏度。这些灵敏度图是通过在材料损耗空间选定的二维投影中，使用参与矩阵$\boldsymbol{P}_{\mathrm{FWGMR}}$ (Eq.(9))评估提取的材料损耗因子（Eq.(8)）的相对不确定度而生成的。这里，对于系统中的所有模式，我们均采用 $\epsilon_y = 5\%$，其数值由内品质因数的测量不确定度确定。请注意，要完整描述材料损耗空间中某一点的测量灵敏度，需要对每个损耗通道分别进行三种投影；为简洁起见，这里仅展示三种相关投影。完整的灵敏度图见补充材料。

灵敏度图中的颜色表示材料损耗因子的相对不确定度。红色区域表示系统能够分辨材料损耗（$\sigma_{x,\ i}/x_i < 1$），蓝色区域则表示系统无法分辨材料损耗（$\sigma_{x,\ i}/x_i >$1）；此时只能确定材料损耗的上限。两个区域之间的边界（$\sigma_{x,\ i}/x_i = 1$）定义了系统的测量灵敏度，在灵敏度图中以实线表示。

损耗通道的测量灵敏度并非在整个材料损耗空间中都保持恒定，而是取决于其他材料损耗因子的取值。以缩放损耗角正切（图 2g）为例，在 $R_s > 10^{-6}\Omega$ 的区域中，分隔这两个区域的等值线是一条对角线。这是因为该区域内谐振模式的品质因数主要受表面导电损耗限制；减小 R_s 会提高 $\tan\delta$ 的测量灵敏度。另一方面，当 $R_s \leq 10^{-6}\Omega$ 时，模式的品质因数主要受接缝损耗限制；减小 R_s 不再能提高 $\tan\delta$ 的测量灵敏度，等值线也变为一条水平线，并对应一个最小可分辨的 $\tan\delta = 1.5\times10^{-4}$。同样，图 2f 显示了固定 r_{seam} 时最小可分辨的 $R_s = 7.0\,\mathrm{n\Omega}$，图 2h 显示了固定 $\tan\delta$ 时最小可分辨的 $r_{\mathrm{seam}} = 240\,\mathrm{n\Omega\cdot m}$。

除 DWGM、共模回音壁模式和 DFM 外，腔体及其机械支撑结构（支撑臂、间隔柱和螺钉）也会与电磁场相互作用，并形成各自特有的谐振，其中许多谐振具有复杂的电磁场分布。例如，叉形结构与椭圆环之间的导电连接为二者提供了电感耦合，从而产生将电磁场限制在叉形结构与椭圆环之间间隙内的模式，我们将其称为差分叉形回音壁模式（DFWGM）。截短圆柱形腔体与平面部件之间的电容耦合会产生类腔共振模式（CAV），这类模式较不易受表面损耗影响，但对腔体接缝造成的接缝损耗非常敏感。所有这些模式均可纳入多模系统，以提取材料损耗因子。FWGMR 中谐振模式及其损耗参与因子的详细信息见补充材料。

IV. 椭球腔

虽然 FWGMR 对超导体表面电阻和表面氧化层损耗角正切的测量灵敏度极高，但对腔体接缝的接缝电阻灵敏度相对较低。此外，其复杂的几何结构使其无法测量薄膜材料的微波损耗，因为要在不引入额外界面和额外损耗的情况下，均匀覆盖所有部件并涂覆薄膜非常困难。本文介绍另一种多模超导腔谐振器——椭球腔。该谐振器专为实现极高的接缝电阻灵敏度而设计，并且兼容薄膜材料。

椭球腔由两部分组成，通常通过机械加工制成椭球的两半（图3a）。更具体地说，它是一个扁球体，长轴为 28 mm，短轴为 22.4 mm。构成腔体的两部分通过二十颗铝螺钉连接固定。顶部包含一个用于反射测量的耦合通道。与 FWGMR 相比，椭球腔的几何结构更简单，并且兼容金刚石车削和薄膜涂层等表面处理工艺。

椭球腔的模式可分为三种类型。第一种是接缝损耗敏感模式（SEAM）（图3c），例如 TM_{n10} with $n \geq 0$ 等。这些模式的表面电流垂直于接缝流动，因此对腔体接缝产生的接缝损耗非常敏感。第二种是接缝损耗不敏感模式（NON-SEAM）（图3d），例如 $\mathrm{TE}_{n11}$with $n \geq 1$ 等。与接缝损耗敏感模相比，它们的表面电流平行于接缝流动，且朝向接缝时强度减弱，因此对接缝损耗不敏感。第三种是导电损耗敏感模式（COND）（图 3e），例如 TE_{011}。与接缝损耗不敏感模式类似，它们对接缝损耗不敏感，因为其表面电流平行于接缝流动，且朝向接缝时强度减弱。此外，这些模式的电场呈方位向取向（图3e），因而平行于腔体表面。因此，这些模式在腔体表面没有电场，对表面介电损耗不敏感（式3）。这些模式仅易受超导体产生的表面导电损耗影响。由于椭球腔中的所有模式都具有很大的模式体积，因此它们对表面氧化层产生的介电损耗不敏感。

椭球腔的对称性可保护接缝不敏感模式——

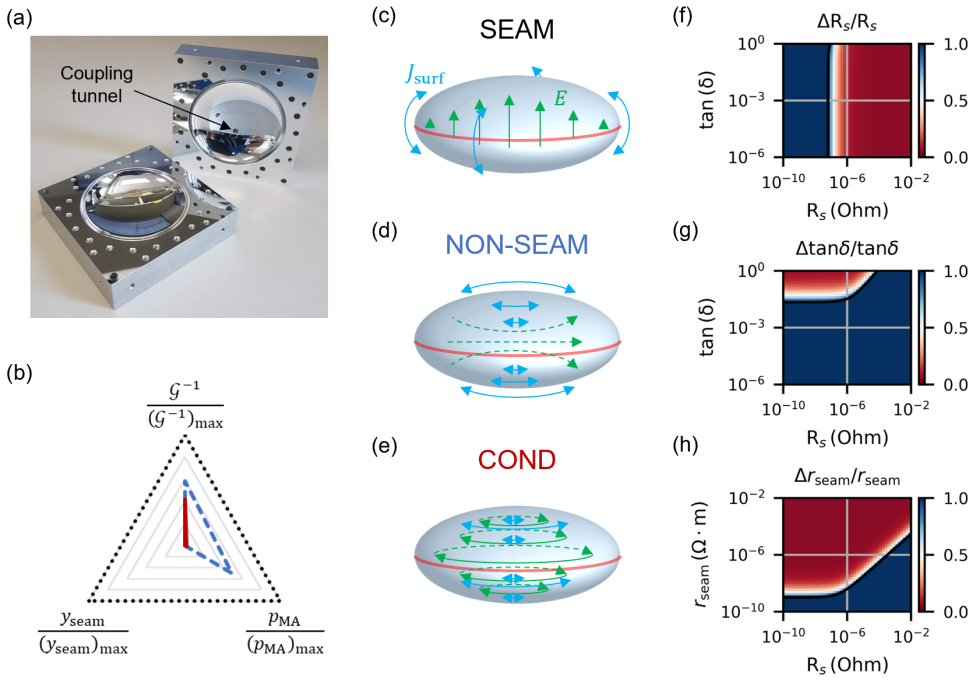

图3。（a）金刚石车削6061铝椭球腔两半部分的照片。（b）椭球腔中接缝损耗敏感模（黑色点线）、接缝损耗不敏感模（蓝色虚线）和导电损耗敏感模（红色实线）的归一化参与因子。参与因子以三个模式中损耗最高的参与因子进行归一化。（c、d、e）接缝损耗敏感模（SEAM）、接缝损耗不敏感模（NON-SEAM）和导电损耗敏感模（COND）的示意图。红色实线表示接缝，蓝色箭头表示表面电流，绿色箭头表示电场。（f、g、h）由椭球腔中的接缝损耗敏感模、接缝损耗不敏感模和导电损耗敏感模构成的多模系统的灵敏度图。（f）和（g）分别是 $r_{\text{seam}} = 10^2\,\mu\Omega\cdot\text{m}$处的表面电阻和缩放损耗角正切的灵敏度图。（h）显示了tan $\delta = 5\times10^{-2}$处单位长度接缝电阻的灵敏度图。

免受接缝损耗影响，也可保护导电损耗敏感模式免受接缝损耗影响；但腔体中的耦合隧道或两部分之间错位等缺陷会破坏对称性、扰动电磁场，并增加接缝不敏感模式和导电损耗敏感模式的单位长度接缝电导。为考虑这些影响，我们在计算参与因子时，将耦合隧道纳入有限元仿真，并考虑腔体两部分之间存在 $100\,\mu\text{m}$ 的偏移。接缝损耗敏感模式、接缝损耗不敏感模式和导电损耗敏感模式构成一个多模系统，其参与矩阵为

$$\boldsymbol{P}_{\text{ellip}} = \begin{bmatrix} 4.3\times10^{-3}\,(\frac{1}{\Omega}) & 3.3\times10^{-8} & 1.3\times10^{-1}\,(\frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}) \\ 2.5\times10^{-3}\,(\frac{1}{\Omega}) & 1.6\times10^{-8} & 5.2\times10^{-5}\,(\frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}) \\ 1.8\times10^{-3}\,(\frac{1}{\Omega}) & 6.7\times10^{-10} & 1.6\times10^{-5}\,(\frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中，列表示损耗机制（几何因子倒数、表面介电参与度和单位长度接缝导纳），行表示模式(SEAM、NON-SEAM 和 COND)。

与 FWMGR 相比，椭球腔的表面介电参与因子小了几个数量级。因此，它对表面氧化层引起的介电损耗不太敏感。图3b比较了接缝损耗敏感模式（黑色点划线）、接缝损耗不敏感模式（蓝色虚线）和导电损耗敏感模式（红色实线）的归一化参与因子。图中清楚表明，即使考虑耦合端口和错位造成的不完美，接缝损耗不敏感模式和导电损耗敏感模式对接缝损耗的敏感性也显著低于接缝损耗敏感模式。图中还表明，导电损耗敏感模式对表面氧化层引起的介电损耗不敏感。

图3(f, g, h)展示了椭球腔的测量灵敏度。由于椭球腔中的模式均不易受到金属-空气表面介电损耗的影响，因此在材料损耗空间的关注区域内，表面电阻的测量灵敏度不受缩放损耗角正切的影响。可分辨的最小值为 $R_s = 64\text{n}\Omega$，此时导电损耗敏感模式受限于

腔体两半之间的错位所导致的接缝损耗（图3f）。与 FWGMR 相比，椭球腔对金属-空气表面介电损耗的灵敏度较低，其最小可分辨 $\tan\delta = 2.2 \times 10^{-2}$（图3g）。另一方面，它对腔体接缝的接缝损耗灵敏得多。最小可分辨值为 $r_{\mathrm{seam}} = 1.0\mathrm{n\Omega \cdot m}$（图3h），比 FWGMR 低两个数量级。

V. 测量与结果

我们使用 FWGMR 和椭球腔研究铝的微波损耗，以及化学蚀刻、金刚石车削和铝薄膜涂层对其的影响。本研究所用的 FWGMR 和椭球腔采用高纯度（5N5）铝和6061铝合金制成，先经过常规加工工艺，再进行所研究的表面处理。FWGMR 和椭球腔的材料与表面处理组合分别列于表 I 和表 II 中。

FWGMR 和椭球腔中的谐振模式可通过腔体顶部耦合隧道内的针式耦合器激励（图2(a)和图3(a)）。模式的耦合强度由耦合隧道的位置和耦合针的长度决定。耦合强度的选取使其与所关注的模式接近临界耦合或处于欠耦合状态。

多模谐振器安装在稀释制冷机中，并冷却至 20 mK 进行测量（见补充材料）。我们测量谐振模式的反射谱，并使用圆拟合法提取内品质因数 [31]。在测量 FWGMR 中差分模式（即 DWGM、DFM 和 DF WGM）的频谱时，我们观察到明显的频率波动，这是由于微波与平面部件机械谐振之间的机电耦合所致，而这些机械谐振由稀释制冷机的脉管制冷机引起的振动驱动。为消除频率波动，在测量这些模式的频谱时，我们关闭脉管制冷机；测量期间未观察到明显的温度变化。

测量内品质因数后，我们采用第二节讨论的方法提取材料损耗因子。图 4 比较了 FWGMR（器件 F4）和椭球腔体（器件 E3(eb)）中各模式的内品质因数预测值与测量值。斜率为 1 的对角线表示预测值与测量值相等的理想情况。红色圆圈表示用于提取材料损耗因子的模式。蓝色圆圈表示未用于材料损耗分析的模式。

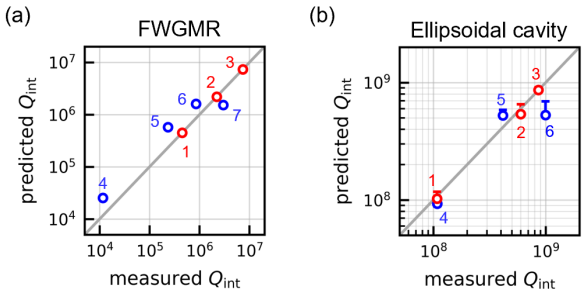

图 4. 模式实测内品质因数与预测内品质因数的比较。红色（蓝色）圆点表示用于（未用于）材料损耗分析的模式。部分误差线小于数据点的尺寸，因此在图中不可见。（a）FWGMR（器件 F4）：1. DWGM-1，2. DFM-2，3. CWGM，4. CAV-2，5. DWGM-2，6. DFWGM，7. DFM-1。（b）椭球腔（器件 E3(eb)）：1. TM310，2. TE211，3. TE011，4. TM210，5. TE111，6. TE311。

预测的内品质因数总体上与测量值一致。不过，我们观察到某些模式存在显著偏差，这可能是参与矩阵不准确，或损耗模型未考虑其他因素所致。例如，制造和装配工艺中的缺陷可能导致实际几何形状偏离标称几何形状，从而使参与矩阵不准确。此外，损耗模型假设在实验频率范围（3 GHz 至 12 GHz）内，材料特性与频率无关，且在器件各处均匀分布；这一假设可能并不完全准确。例如，原材料中的缺陷或机械加工工艺中的瑕疵可能导致材料特性出现空间变化。因此，电磁场分布不同的谐振模式会经历不同的平均损耗。最后，损耗模型未纳入的未知损耗通道也可能导致预测的品质因数出现额外变化。

材料损耗分析中所涉及模式的内品质因数、参与因子以及提取出的材料损耗因子，分别列于表 I 和表 II 中，对应于 FWGMR 和椭球形腔体。图 5(a–c) 比较了经过各种表面处理的高纯铝和铝合金的表面电阻、缩放损耗角正切以及单位长度接缝电阻。圆形和方形分别表示从 FWGMR 和椭球形腔体中提取出的材料损耗因子。向下箭头表示相应材料损耗因子的上限。

未经处理的铝合金（6061Al）与未经处理的高纯铝（5N5Al）在微波损耗方面没有显著差异，但我们观察到高纯铝器件的表面电阻存在显著的样品间差异。表面

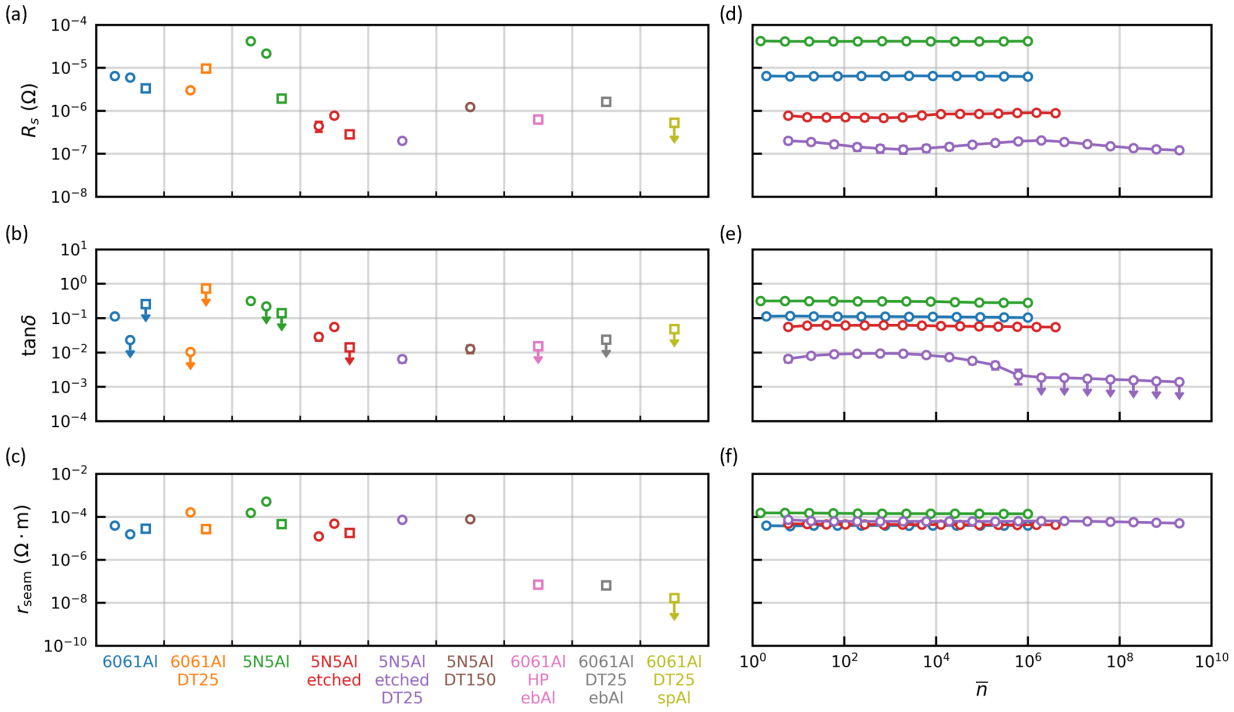

图5. 提取的材料损耗因子及其功率依赖性。未经处理的铝合金（6061Al）、通过金刚石车削去除 25 μm 表面材料的铝合金（6061Al DT25）、未经处理的高纯铝（5N5Al）、经化学蚀刻的高纯铝（5N5Al etched）、通过金刚石车削去除 25 μm 表面材料的经化学蚀刻高纯铝（5N5Al etched DT25）、通过金刚石车削去除 150 μm 表面材料的高纯铝（5N5Al DT150）、表面涂覆了600 nm电子束蒸发铝的手工抛光铝合金（6061Al HP ebAl）、表面涂覆了600 nm电子束蒸发铝的金刚石车削铝合金（6061Al DT25 ebAl），以及表面涂覆了1.6 μm直流磁控溅射铝的金刚石车削铝合金（6061Al DT25 spAl）的表面电阻（a）、表面氧化层的缩放损耗角正切（b）和接缝的单位长度接缝电阻（c）。圆形和方形标记分别表示 FWGMR 和椭球形腔体的测量结果。带向下箭头的点表示上限。（d、e、f）从 FWGMR 中提取的表面电阻（d）、表面氧化层的缩放损耗角正切（e）和单位长度接缝电阻（f）的光子数依赖性。标记符号和颜色方案与（a、b、c）相同。

从 FWGMR 中提取的表面电阻比椭球形腔体高出一个数量级，这可能是由材料质量或机械加工工艺的差异造成的。化学蚀刻工艺显著减小了这种材料质量差异。高纯铝器件在 50 °C 下使用 Transene A型铝蚀刻液蚀刻 2 小时，以去除约 100 μm 的铝，随后用去离子水冲洗以去除蚀刻液，再用氮气吹干 [1]。该工艺使铝表面的材料质量更加一致，并显著降低了铝的表面电阻（经化学蚀刻的 5N5Al）。高纯铝的平均表面电阻提高了 44 倍，其差异则从 92% 降至 50%。其他研究中也观察到了类似现象 [1, 9]。此外，化学蚀刻工艺使铝表面氧化层的缩放损耗角正切降低了 5 倍。值得注意的是，这种降低由于 DFM 对表面介电损耗极为敏感，只有 FWGMR 能够测量到该损耗。

为研究化学蚀刻工艺改善材料质量的物理起源，我们使用与本研究中所研究的高纯度铝谐振器相同批次的高纯度（5N5）铝，并采用相似的机械加工工艺和处理流程，制备了两块平面方形样品。其中一块采用与高纯度铝谐振器相同的配方进行化学蚀刻。我们将这些样品作为高纯度铝器件的替代样品，并利用透射电子显微镜（TEM）对其表面进行表征。

图6a显示了未经处理的5N5铝样品的横截面。该样品的晶粒尺寸从数百纳米到几微米不等。此外，我们观察到样品表面以下约100纳米处存在损伤（图6b），这可能是在机械加工工艺过程中产生的 [32, 33]。观察到的

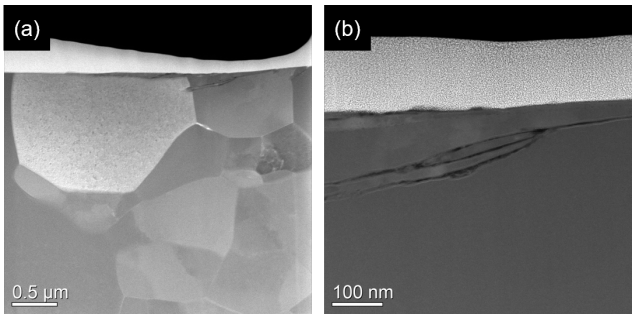

图6. 未处理的5N5铝样品的横截面高角环形暗场扫描透射电子显微镜（HAADF-STEM）图像。在透射电子显微镜样品制备过程中，样品表面沉积了一层铂。(a) 块体铝中的晶粒。(b) 铝中的次表面损伤。

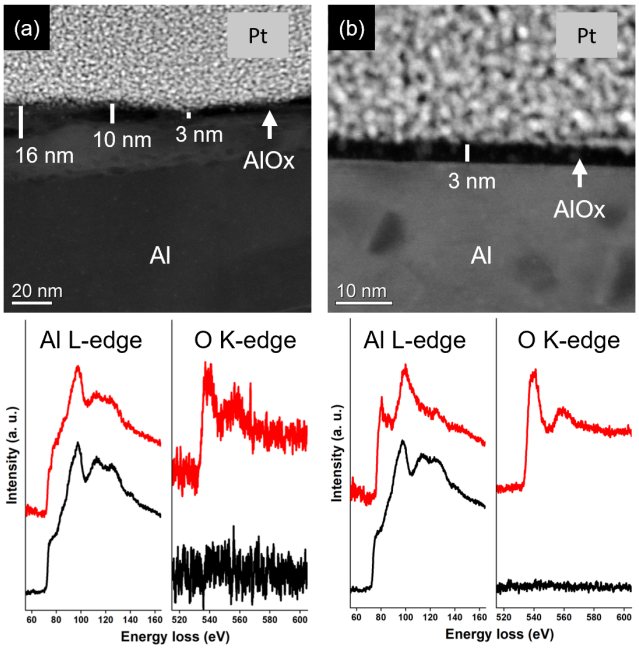

图7. (a) 裸露5N5铝和 (b) 蚀刻后的5N5铝的截面高角环形暗场扫描透射电子显微镜图像，以及来自氧化铝的Al L边和氧K边电子能量损失谱（红色）与来自铝的电子能量损失谱（黑色）。两幅图像上部的颗粒状材料是在透射电子显微镜样品制备过程中添加的一层铂。

5N5 铝器件的表面电阻大幅波动可能源于次表面损伤的空间变化，这些损伤可通过化学蚀刻工艺去除，从而提升材料质量并使其更加一致。这也意味着，其他能够减少次表面损伤的机械加工或表面处理技术，也可能改善材料质量。

如第二节所述，缩放损耗角正切的降低可能是由于表面氧化层变薄，也可能是由于氧化物质量提高。为了了解性能改善的原因，需要独立测量实际氧化物厚度。在此，我们使用透射电子显微镜测量未经处理和经化学蚀刻的高纯铝样品表面氧化铝层的厚度（图7）。分别采集了 AlOx（红色）和 Al（黑色）的电子能量损失谱（EELS），证实了 Al 的表面氧化。未经处理的铝表面氧化层厚度不均匀，范围为 3 nm 至 16 nm，平均厚度为 $t_{\mathrm{MA},\,0} = 8.82$nm（图7a），对应于 $\tan\delta_0 = 0.109$。另一方面，蚀刻后的铝表面氧化层厚度均匀，为 $t_{\mathrm{MA},\,0} = 3$ nm（图7b），对应于 $\tan\delta_0 = 0.055$。这些结果表明，观测到的缩放损耗角正切改善，既源于氧化物厚度减小，也源于氧化物质量提高。请注意，本研究测得的缩放损耗角正切是腔体表面的平均值，而透射电子显微镜图像测得的氧化物厚度仅对应样品的一小块区域。为量化表面氧化层损耗角正切的变化，还需进一步确认大范围内的氧化物厚度。

正如透射电子显微镜研究所示，改善材料的表面质量有望降低其微波损耗，并使材料损耗特性更加一致。除了化学蚀刻外，改善材料表面质量的另一种方法是金刚石车削。这是一种精密加工工艺，使用精密数控车床和金刚石刀具均匀去除材料。该工艺无需化学试剂，能够加工出表面质量一致的镜面表面（平均粗糙度约为 10 nm）。在这里，我们对多模谐振器的表面进行金刚石车削，以研究其对铝微波损耗的影响。经金刚石车削的铝表面平均粗糙度约为 20 nm，比未经处理的铝表面小约 50 倍（见补充材料）。图3a展示了经过金刚石车削的铝椭球腔。

尽管通过金刚石车削去除 $25\,\mu$m 材料后，铝合金的性能并未改善（6061Al DT25），但高纯铝经过 a $150\,\mu$m 金刚石车削后，微波损耗显著改善（5N5Al DT150）（图 5）。其表面电阻和缩放损耗角正切均降低至与化学蚀刻后的高纯铝大致相同的水平，这表明金刚石车削可能是高纯铝蚀刻的一种无化学品替代方法。为评估化学蚀刻与金刚石车削结合使用的效果，我们对经过化学蚀刻的高纯铝 FWGMR 进行了 a $25\,\mu$m 金刚石车削。车削后，表面电阻降低至原来的 1/2.2，缩放损耗角正切降低至原来的 1/4.4（5N5Al etched DT25）。

除了金刚石车削之外，薄膜涂层也是制备高品质超导表面的另一种方法

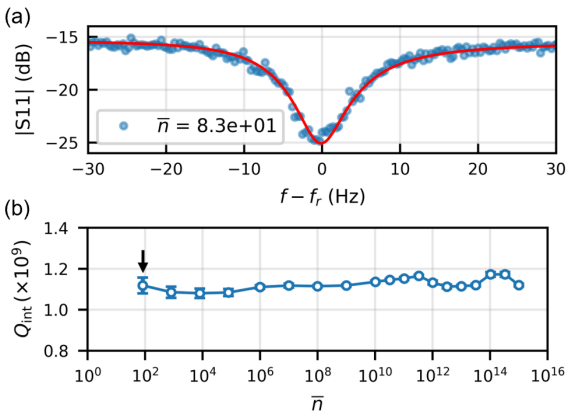

图 8. 覆有电子束蒸发铝的手工抛光椭球腔中 TM_{311} 模式的反射光谱（器件 E3(eb)）（a），以及其内品质因数随平均光子数的变化关系（b）。(a) 中的红色曲线为圆拟合结果，其内品质因数在 (b) 中以黑色箭头标示。

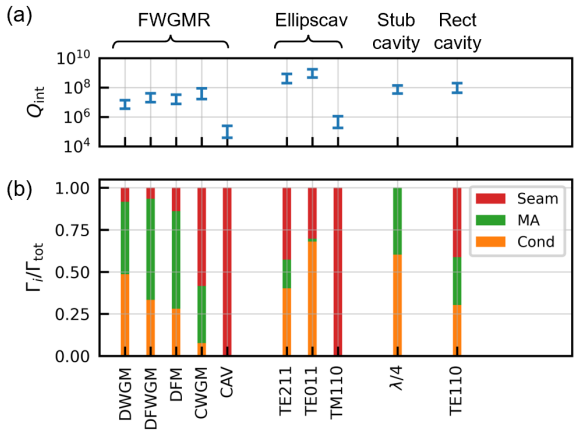

图 9. (a) 使用化学蚀刻高纯铝的平均表面电阻、缩放后的损耗正切和单位长度接缝电阻 $R_s = 500 \pm 250$ nΩ、tan $\delta = 0.033 \pm 0.021$ 和 $r_{\text{seam}} = 26 \pm 19\,\mu\Omega$ m，预测 FWGMR、椭球腔（Ellipscav）、同轴 Stub cavity 和矩形腔（Rect cavity）中谐振模式的品质因数。(b) (a) 中各模式的表面导电损耗（COND）、表面介电损耗（MA）和接缝损耗（Seam）的相对贡献。

。 [27–29]在此，我们使用椭球形腔体，表征沉积在抛光铝合金表面和金刚石车削铝合金表面上的铝薄膜的微波损耗。进行薄膜涂层之前，腔体经过手工抛光（HP）（器件 E3）或金刚石车削（DT）（器件 E4），以将平均表面粗糙度改善至几十纳米的水平。腔体上涂覆了 600 nm 的电子束蒸发铝（6061Al HP ebAl 和 6061 Al DT25 ebAl）。首次测量后，在器件 E4 上已电子束蒸发的 600 nm 铝层之上再涂覆 1.6 μm 磁控溅射铝（6061Al DT spAl）。

薄膜镀膜工艺改善了三个椭球腔体的微波损耗。它们的表面电阻降至与化学蚀刻高纯铝相同的水平。它们的缩放损耗角正切降低至系统测量灵敏度以下，其上限与化学蚀刻高纯铝处于同一水平。此外，薄膜镀膜产生的接缝电阻比其他任何表面处理方式低两个数量级以上。尤其是，溅射镀膜法产生的接缝电阻低于系统的测量灵敏度。因此，由于损耗参与因子较小且微波损耗得到改善，这些器件中模式的内品质因数非常高。器件 E3(eb)的接缝损耗不敏感模（TE_{311}）的内品质因数超过十亿，且没有明显的功率依赖性（图 8），其表现与化学蚀刻铝椭球腔的导电损耗敏感模（TE_{011}）相当。因此，薄膜镀膜法为实现高相干性提供了一条途径，无需使用成本高昂且难以获得的块体高纯铝

致机器。

最后，通过提取材料损耗因子随循环光子数的变化关系，我们可以研究 FWGMR 的微波损耗功率依赖性，如图 5（d-f）所示。对于所有器件，表面电阻和单位长度接缝电阻均未表现出明显的功率依赖性；而金刚石车削、化学蚀刻高纯铝的缩放损耗角正切（紫色圆圈）在平均光子数超过临界光子数 $n_c = 10^4$ 后开始下降，并在 ($\bar{n} \geq 10^6$) 时继续下降至系统测量灵敏度以下。这表明，其表面氧化层的微波损耗受临界电场为 $E_c \simeq 3$V/m 的双能级系统（TLS）限制，该临界电场与在 [9]（$E_c \simeq 2$ V/m）中观测到的临界电场处于同一数量级。另一方面，其他器件的缩放损耗角正切在达到 $\bar{n} \simeq 10^6$ 之前均未表现出明显的功率依赖性，这清楚地表明，金刚石车削改变了高纯铝表面氧化层的性质。

提取出的材料损耗因子可用于估算各种损耗通道的损耗贡献，并预测采用相同材料和制造工艺制成的其他器件的内品质因数。在此，我们分析了化学蚀刻的高纯度铝超导腔中的损耗（图 9），包括本研究中考察的多模腔，以及在超导量子电路中广泛用作量子存储器的同轴短截线腔 [9, 34] 和矩形腔 [1, 22], [23–25]。请注意

，计算接缝损耗时，我们假设腔体两半之间存在 $100\,\mu$m 的错位。预测的内品质因数与本研究及其他研究中的实验观测结果一致 [1, 9, 20, 22, 34]（图 9a）。图 9b 展示了这些器件中表面导电损耗（Cond）、表面介电损耗（MA）和接缝损耗（Seam）的占比。

如第二节所述，FWGMR中的差分模式（DWGM、DFWGM、DFM）对接缝损耗不敏感，其损耗来自接缝的比例低于20%（图 9b）。尤其是，DFM和DFWGM的损耗中，超过50%来自MA界面。另一方面，椭球腔中的模式仅有不到20%的损耗来自MA界面，这与FWGMR对缩放损耗角正切具有更高的测量灵敏度相一致。

尽管同轴短截线腔中的四分之一波长模式与矩形腔中的TE_{110} 模式具有相近的内品质因数（图 9a），但它们的损耗来源不同。四分之一波长模式对接缝损耗不敏感：其损耗的60%来自超导体中的剩余电阻，40%来自表面氧化层中的微波吸收。相比之下，TE_{110} 模式的损耗约有41%来自接缝，30%来自超导体中的剩余电阻，只有29%来自表面氧化层中的微波吸收。这表明，如果能够消除接缝损耗，TE_{110}模式的品质因数还可以进一步提高；这可以通过改善接缝质量 [5, 17], 或采用无接缝结构 [26]制造腔体来实现。

值得注意的是，尽管我们在 20 mK 下运行铝超导腔，这一温度远低于其超导转变温度，但仍观测到超导体存在显著的表面导电损耗。相应的表面电阻远高于 BCS理论的预测，而观测到的剩余表面电阻的来源仍不明确。对于本研究中所研究的化学蚀刻高纯铝，平均表面电阻为 $500 \pm 250\,\mathrm{n\Omega}$，高于晶化衬底上铝薄膜的表面电阻；后者通常低于 250 nΩ [14]。

除了具有优异的表面电阻外，超导薄膜还可形成接缝损耗极低的接缝 [5, 22]。这表明，采用晶体基底和超导薄膜构建三维超导谐振器，可通过降低材料损耗因子进一步提高品质因数。这种方法已通过蒸镀铟薄膜和微加工硅基底得到验证 [5, 22]。

另一种有望提高超导谐振器相干性的方案，是构建混合型三维超导谐振器，将传统或微机械加工的三维超导腔体与采用晶体衬底和超导薄膜制成的片上组件相结合。片上组件的材料质量优于块体超导体，而且可用于设计谐振模式的电磁场分布。精心设计混合结构，可优化腔体和片上组件的损耗参与因子，从而显著提升器件相干性 [35, 36]。

VI. 结论

我们介绍了一种利用多模谐振器测量材料微波损耗的方法。我们介绍了两种用于研究块体超导体微波损耗的多模超导腔体谐振器：FWGMR 和椭球腔体。这些损耗包括超导体的表面电阻、表面氧化层的缩放损耗角正切，以及接缝的单位长度接缝电阻。我们使用这些多模谐振器测量了铝合金和高纯铝的微波损耗，并量化了化学蚀刻、金刚石车削和铝薄膜涂层对微波损耗的影响。

我们发现，化学蚀刻工艺不仅改善了高纯铝的表面电阻，也降低了其表面氧化层的缩放损耗角正切。我们利用透射电子显微镜（TEM）研究了高纯铝及其化学蚀刻工艺。我们在未处理的铝样品中观察到次表面损伤和厚度不均的表面氧化层，而经化学蚀刻的铝样品表面则具有更均匀的表面氧化层。除了化学蚀刻，我们还研究了金刚石车削的影响。虽然铝合金的微波损耗没有改善，但对高纯铝进行金刚石车削可将表面电阻和缩放损耗角正切降至与化学蚀刻相近的水平。此外，我们发现，金刚石车削后，化学蚀刻高纯铝的缩放损耗角正切会随着腔内平均光子数的增加而改善，这表明其表面介电损耗受双能级系统（TLS）限制，且金刚石车削工艺改变了表面氧化层中双能级系统的性质。

此外，经过抛光并涂覆电子束蒸发的铝薄膜后，铝合金椭球腔中 TM_{311}模式的内品质因数提升至十亿以上。我们发现，在抛光或经金刚石车削加工的表面上涂覆铝薄膜，不仅能改善表面电阻和缩放损耗角正切，还能将单位长度接缝电阻显著降低三个数量级以上。与会降低零件尺寸精度的化学蚀刻工艺不同

，金刚石车削和薄膜涂层能够制造出尺寸精度极高、表面加工效果出色的零件。更重要的是，能够制造出高品质接缝，有助于实现几何形状更复杂的超导腔和外壳，这对于扩大基于腔体的超导量子器件的规模至关重要 [5, 22]。

最后，本文介绍的方法并不限于研究块体超导体中的微波损耗。类似的理念可用于设计片上超导器件，以测量超导薄膜和衬底材料中的微波损耗，并量化制造工艺的影响；这些对于开发高相干性的超导量子器件至关重要。

七、致谢

我们感谢 Benjamin Chapman、Alexander Read 和 Ignace Jarrige 提供宝贵的讨论；感谢 Yong Sun、Sean Rinehart 和 Kelly Woods 协助器件制造。本研究由美国陆军研究办公室（ARO）通过拨款 W911NF-18-1-0212 提供支持。本文所载观点和结论仅代表作者观点，不应被解读为代表 ARO 或美国政府明示或暗示的官方政策。美国政府有权为政府用途复制和分发本文的重印本，且不受本文任何版权声明的限制。耶鲁纳米科学与量子工程研究所（YINQE）和耶鲁工程与应用科学学院洁净室为制造设施的使用提供了支持。本研究使用了布鲁克海文国家实验室功能纳米材料中心（CFN）的电子显微镜设施。该中心是美国能源部科学办公室用户设施，依据合同编号 DE-SC0012704 运营。L.F. 和 R.J.S. 是 Quantum Circuits, Inc. 的创始人和股东。

[1] M. Reagor, H. Paik, G. Catelani, L. Sun, C. Axline, E. Holland, I. M. Pop, N. A. Masluk, T. Brecht, L. Frunzio, *et al.*, 《应用物理快报》**102**, 192604 (2013). [2] C. Wang, C. Axline, Y. Y. Gao, T. Brecht, Y. Chu, L. Frunzio, M. Devoret, and R. J. Schoelkopf, 《应用物理快报》**107**, 162601 (2015). [3] Y. Chu, C. Axline, C. Wang, T. Brecht, Y. Y. Gao, L. Frunzio, and R. J. Schoelkopf, 《应用物理快报》**109**, 112601 (2016). [4] T. Brecht, Y. Chu, C. Axline, W. Pfaff, J. Z. Blumoff, K. Chou, L. Krayzman, L. Frunzio, and R. J. Schoelkopf, 《物理评论应用》**7**, 044018 (2017). [5] C. U. Lei, L. Krayzman, S. Ganjam, L. Frunzio, and R. J. Schoelkopf, 《应用物理快报》**116**, 154002 (2020). [6] G. Calusine, A. Melville, W. Woods, R. Das, C. Stull, V. Bolkhovsky, D. Braje, D. Hover, D. K. Kim, X. Miloshi, *et al.*, 《应用物理快报》**112**, 062601 (2018). [7] W. Woods, G. Calusine, A. Melville, A. Sevi, E. Golden, D. K. Kim, D. Rosenberg, J. L. Yoder, and W. D. Oliver, 《物理评论应用》**12**, 014012 (2019). [8] A. Melville, G. Calusine, W. Woods, K. Serniak, E. Golden, B. M. Niedzielski, D. K. Kim, A. Sevi, J. L. Yoder, E. A. Dauler, *et al.* **117**, , 《应用物理快报》( ). [9] M. Kudra, J. Bizn´arov´a, A. Fadavi Roudsari, J. Burnett, D. Niepce, S. Gasparinetti, B. Wickman, and P. Delsing, 《应用物理快报》**117**, 070601 (2020). [10] C. R. H. McRae, R. Lake, J. Long, M. Bal, X. Wu, B. Jugdersuren, T. Metcalf, X. Liu, and D. P. Pappas, 《应用物理快报》**116**, 194003 (2020). [11] P. Heidler, C. M. Schneider, K. Kustura, C. Gonzalez-Ballestero, O. Romero-Isart, and G. Kirchmair, 《物理评论应用》**16**, 034024 (2021). [12] M. V. P. Alto´e, A. Banerjee, C. Berk, A. Hajr, A. Schwartzberg, C. Song, M. Alghadeer, S. Aloni, M. J. Elowson, J. M. Kreikebaum, *et al.* **3**, , PRX Quantum（）。[13] D. P. Pappas, M. R. Vissers, D. S. Wisbey, J. S. Kline, and J. Gao, 《IEEE应用超导汇刊》**21**, 871（2011年）。[14] Z. Minev, I. Pop, and M. Devoret, 《应用物理快报》**103**, 142604（2013）。[15] C. Quintana, A. Megrant, Z. Chen, A. Dunsworth, B. Chiaro, R. Barends, B. Campbell, Y. Chen, I.-C. Hoi, E. Jeffrey, *et al.*, 《应用物理快报》**105**, 062601（2014）。[16] J. M. Gambetta, C. E. Murray, Y.-K.-K. Fung, D. T. McClure, O. Dial, W. Shanks, J. W. Sleight, and M. Steffen, 《IEEE应用超导汇刊》**27**, 1（2016年）。[17] A. Romanenko, R. Pilipenko, S. Zorzetti, D. Frolov, M. Awida, S. Belomestnykh, S. Posen, and A. Grassellino, 《物理评论应用》**13**, 034032（2020）。[18] C. McRae, A. McFadden, R. Zhao, H. Wang, J. Long, T. Zhao, S. Park, M. Bal, C. Palmstrøm, and D. Pappas, 《应用物理杂志》**129**, 025109（2021年）。[19] M. Checchin, D. Frolov, A. Lunin, A. Grassellino, and A. Romanenko, arXiv预印本 arXiv:2108.08894（2021年）。[20] A. P. Read, B. J. Chapman, C. U. Lei, J. C. Curtis, S. Ganjam, L. Krayzman, L. Frunzio, and R. J. Schoelkopf, arXiv预印本 arXiv:2206.14334（2022）。[21] K. D. Crowley, R. A. McLellan, A. Dutta, N. Shumiya, A. P. Place, X. H. Le, Y. Gang, T. Madhavan, N. Khedkar, Y. C. Feng, *et al.*, arXiv预印本 arXiv:2301.07848（2023年）。[22] T. Brecht, M. Reagor, Y. Chu, W. Pfaff, C. Wang, L. Frunzio, M. H. Devoret, and R. J. Schoelkopf, 《应用物理快报》**107**, 192603（2015年）。[23] N. Ofek, A. Petrenko, R. Heeres, P. Reinhold, Z. Leghtas, B. Vlastakis, Y. Liu, L. Frunzio, S. Girvin, L. Jiang, *et al.*, 《自然》**536**, 441（2016年）。

[24] K. S. Chou, J. Z. Blumoff, C. S. Wang, P. C. Reinhold, C. J. Axline, Y. Y. Gao, L. Frunzio, M. Devoret, L. Jiang, and R. Schoelkopf, 《自然》**561**, 368（2018年）。[25] C. Zhou, P. Lu, M. Praquin, T.-C. Chien, R. Kaufman, X. Cao, M. Xia, R. Mong, W. Pfaff, D. Pekker, *et al.*, arXiv预印本 arXiv:2109.06848（2021年）。[26] S. Chakram, A. E. Oriani, R. K. Naik, A. V. Dixit, K. He, A. Agrawal, H. Kwon, and D. I. Schuster, 《物理评论快报》**127**, 107701（2021年）。[27] S. Kuhr, S. Gleyzes, C. Guerlin, J. Bernu, U. B. Hoff, S. De ́leglise, S. Osnaghi, M. Brune, J.-M. Raimond, S. Haroche, *et al.*, 《应用物理快报》**90**, 164101（2007年）。[28] C. Benvenuti, S. Calatroni, I. Campisi, P. Darriulat, M. Peck, R. Russo, and A.-M. Valente, Physica C：超导性 **316**, 153（1999年）。[29] W. Roach, D. Beringer, J. Skuza, W. Oliver, C. Clavero, C. Reece, and R. Lukaszew, 《物理评论特别专题：加速器与束流》**15**, 062002（2012年）。[30] J. Wenner, R. Barends, R. Bialczak, Y. Chen, J. Kelly, E. Lucero, M. Mariantoni, A. Megrant, P. O'Malley, D. Sank, *et al.*, 《应用物理快报》**99**，113513（2011年）。[31] S. Probst、F. Song、P. A. Bushev、A. V. Ustinov 和 M. Weides, 《科学仪器评论》**86**，024706（2015年）。[32] K. Mouralova、L. Benes、R. Zahradnicek、J. Bednar、P. Hrabec、T. Prokes、R. Matousek 和 Z. Fiala, 《高级制造技术国际期刊》**99**，2309（2018年）。[33] B. Zhang 和 J. Yin, 《极端制造国际期刊》**1**，012007（2019年）。[34] M. Reagor、W. Pfaff、C. Axline、R. W. Heeres、N. Ofek、K. Sliwa、E. Holland、C. Wang、J. Blumoff、K. Chou、M. J. Hatridge、L. Frunzio、M. H. Devoret、L. Jiang 和 R. J. Schoelkopf, 《物理评论B》**94**，014506（2016年）。[35] L. Krayzman、C. U. Lei、S. Ganjam、L. Frunzio 和 R. J. Schoelkopf，准备中。（2023年）。[36] S. Ganjam、Y. Wang、Y. Lu、A. Banerjee、C. U. Lei、L. Krayzman、K. Kisslinger、C. Zhou、Y. Jia、M. Liu、L. Frunzio 和 R. J. Schoelkopf，准备中。（2023年）。

表 I. FWGMR 数据。5N5Al：高纯度（99.9995%）铝。6061Al：6061铝合金。化学蚀刻：在 50 ℃ 下使用 A型铝蚀刻液进行化学蚀刻，持续 2 小时。DT25：对腔体表面进行 25 μm 金刚石车削。DT150：对腔体表面进行深度为 150 μm 的金刚石车削。间隙表示两个平面部件之间的距离，该距离由模式频率决定（见补充材料）。

器件 (间隙)	材料	Mode	Freq (GHz)	Q_c ($\times 10^6$)	Q_{int} ($\times 10^6$)	$1/\mathcal{G}$ (1/Ω)	p_{MA}	y_{seam} (/Ω/m)	R_s (μΩ) $\tan\delta$ r_{seam} (μΩ · 米)
F1 (65 μ米)	5N5Al	DWGM-1	5.590	3.2	0.047	0.46	6.4×10^{-6}	2.4×10^{-4}	41.8 ± 2.4
		DFM-2	7.997	0.36	0.43	1.1×10^{-2}	5.9×10^{-6}	8.0×10^{-5}	0.32 ± 0.02
		CWGM-1	10.862	6.4	1.74	5.5×10^{-3}	1.5×10^{-7}	2.0×10^{-3}	153 ± 16
F1(e) (80 μ米)	5N5Al 化学蚀刻	DWGM-1	5.756	7.0	3.2	0.37	5.1×10^{-6}	4.0×10^{-4}	0.44 ± 0.11
		DFWGM-1	6.465	1.5	12	6.9×10^{-2}	1.8×10^{-6}	2.2×10^{-4}	0.029 ± 0.006
		CWGM-1	10.879	12	59	5.6×10^{-3}	1.6×10^{-7}	8.0×10^{-4}	12.5 ± 1.3
F2 (155 μ米)	5N5Al	DWGM-1	6.043	0.44	0.17	0.16	2.2×10^{-6}	4.0×10^{-4}	21.5 ± 1.1
		DFM-1	3.696	1.6	0.96	4.5×10^{-2}	1.5×10^{-6}	6.3×10^{-4}	≤ 0.22
		CWGM-1	10.873	5.7	0.88	5.4×10^{-3}	2.0×10^{-7}	1.8×10^{-3}	512 ± 32
F2(e) (150 μ米)	5N5Al 化学蚀刻	DWGM-1	6.040	4.1	3.5	0.17	2.3×10^{-6}	5.7×10^{-4}	0.78 ± 0.10
		DFM-2	10.562	1.1×10^{2}	8.7	7.0×10^{-3}	1.9×10^{-6}	1.2×10^{-4}	0.055 ± 0.003
		CAV-1	8.698	1.1×10^{-2}	3.6×10^{-2}	6.2×10^{-3}	2.3×10^{-7}	0.58	47.8 ± 2.4
F2(ed) (68 μ米)	5N5Al 化学蚀刻 DT25	DWGM-1	5.790	5.5	6.0	0.46	6.2×10^{-6}	4.7×10^{-4}	0.20 ± 0.03
		DFM-1	3.208	9.0	13	5.8×10^{-2}	4.1×10^{-6}	5.4×10^{-4}	0.0065 ± 0.0013
		CWGM-1	10.881	37	19	5.3×10^{-3}	1.4×10^{-7}	6.9×10^{-4}	72.8 ± 3.9
F5(d) (88 μm)	5N5Al DT150	DWGM-1	5.734	3.3	2.1	0.34	4.6×10^{-6}	1.4×10^{-4}	0.95 ± 0.11
		DFM-2	3.281	23	5.0	5.3×10^{-2}	3.3×10^{-6}	3.4×10^{-4}	0.030 ± 0.004
		CAV-1	8.631	7.8×10^{-3}	2.4×10^{-2}	6.1×10^{-3}	2.4×10^{-7}	0.28	152 ± 8
F3 (100 μ米)	6061Al	DWGM-1	5.802	7.3	0.56	0.28	3.8×10^{-6}	2.7×10^{-4}	5.96 ± 0.21
		DFM-1	3.417	15	3.4	5.1×10^{-2}	2.7×10^{-6}	6.4×10^{-4}	≤ 0.023
		CAV-2[a]	11.081	2.1×10^{-2}	6.5×10^{-2}	3.8×10^{-6}	8.2×10^{-7}	1.0	15.4 ± 3.6
F3(d) (72 μm)	6061Al DT25	DWGM-1	5.784	0.86	0.77	0.42	5.7×10^{-6}	1.7×10^{-4}	3.01 ± 0.17
		DFM-1	3.183	3.0	3.67	5.7×10^{-2}	4.2×10^{-6}	5.7×10^{-4}	≤ 0.010
		CWGM-1	10.865	26	7.97	5.8×10^{-3}	1.6×10^{-7}	6.6×10^{-4}	162 ± 10
F4 (100 μ米)	6061Al	DWGM-1	5.858	1.6	0.45	0.28	3.8×10^{-6}	2.7×10^{-4}	6.48 ± 0.43
		DFM-2	9.199	14	2.2	8.9×10^{-3}	3.5×10^{-6}	7.1×10^{-5}	0.11 ± 0.01
		CWGM-1	10.863	5.7	7.4	5.5×10^{-3}	1.5×10^{-7}	2.1×10^{-3}	39.1 ± 3.5

[a] 为考虑螺钉和垫圈的体介电损耗所带来的额外不确定度，该模式下测得的损耗率 ϵ_y 的相对不确定度设定为 20%（见补充材料）。

表 II. 椭球形腔体的数据。5N5Al：高纯度（99.9995%）铝。6061Al：6061铝合金。etched：在 50 ℃ 下使用 A型铝蚀刻液进行化学蚀刻，持续 2 小时。HP：使用砂纸进行手工抛光，并使用氧化铝基金属抛光剂（Pikal Care）进行最后处理。DT25：对腔体表面进行 25 μm 金刚石车削。ebAl：腔体表面镀有通过电子束蒸发沉积的 600 1 6 nm 铝薄膜。spAl：腔体表μ面镀有通过磁控溅射沉积的 . m 铝薄膜。

器件	材料	Mode	Freq (GHz)	Q_c ($\times 10^6$)	Q_{int} ($\times 10^6$)	$1/\mathcal{G}$ (1/Ω)	p_{MA}	y_{seam} (/Ω/m)	R_s (μΩ) tan δ r_{seam} (μΩ · 米)
E1	5N5Al	TM_{310} TE_{111} TE_{011}	11.556 8.450 10.723	0.12 46 2.4×10^4	0.21 183 195	3.0×10^{-3} 2.8×10^{-3} 1.8×10^{-3}	4.3×10^{-8} 0.8×10^{-8} 6.7×10^{-10}	0.10 1.5×10^{-5} 1.6×10^{-5}	1.93 ± 0.08 ≤ 0.14 45.9 ± 2.3
E1(e)	5N5Al 化学蚀刻	TM_{110} TE_{211} TE_{011}	7.225 10.216 10.731	0.44 92 7.0×10^3	0.43 644 1.2×10^3	4.3×10^{-3} 2.5×10^{-3} 1.8×10^{-3}	3.3×10^{-8} 1.6×10^{-8} 6.7×10^{-10}	0.13 5.2×10^{-5} 1.6×10^{-5}	0.29 ± 0.02 ≤ 0.014 18.0 ± 0.90
E2	6061Al	TM_{020} TE_{111} TE_{011}	10.001 8.479 10.756	0.1 37 1.1×10^3	0.29 91 150	3.3×10^{-3} 2.8×10^{-3} 1.8×10^{-3}	3.9×10^{-8} 0.8×10^{-8} 6.7×10^{-10}	0.12 1.5×10^{-5} 1.6×10^{-5}	3.32 ± 0.20 ≤ 0.26 28.0 ± 1.4
E3(eb)	6061Al HP ebAl	TM_{310} TE_{211} TE_{011}	11.588 10.267 10.783	121 795 4.7×10^3	108 600 863	3.0×10^{-3} 2.5×10^{-3} 1.8×10^{-3}	4.3×10^{-8} 1.6×10^{-8} 6.7×10^{-10}	0.10 5.2×10^{-5} 1.6×10^{-5}	0.63 ± 0.028 ≤ 0.015 0.070 ± 0.005
E4(d)	6061Al DT25	TM_{010} TE_{111} TE_{011}	4.839 8.482 10.759	4.4×10^{-2} 17 51	0.25 32 55	6.1×10^{-3} 2.8×10^{-3} 1.8×10^{-3}	2.8×10^{-8} 0.8×10^{-8} 6.7×10^{-10}	0.15 1.5×10^{-5} 1.6×10^{-5}	9.65 ± 0.56 ≤ 0.73 26.9 ± 1.4
E4(eb)	6061Al DT25 ebAl	TM_{310} TE_{311} TE_{011}	11.573 12.002 10.759	3.8×10^3 3.6×10^4 1.4×10^4	87 302 249	3.0×10^{-3} 2.4×10^{-3} 1.8×10^{-3}	4.3×10^{-8} 2.5×10^{-8} 6.7×10^{-10}	0.10 7.0×10^{-5} 1.6×10^{-5}	1.62 ± 0.06 ≤ 0.024 0.065 ± 0.006
E4(sp)	6061Al DT25 spAl	TM_{210} TE_{311} TE_{011}	9.457 12.002 10.758	2.6×10^3 2.9×10^3 4.5×10^3	536 443 424	3.6×10^{-3} 2.4×10^{-3} 1.8×10^{-3}	3.9×10^{-8} 2.5×10^{-8} 6.7×10^{-10}	0.11 7.0×10^{-5} 1.6×10^{-5}	≤ 0.52 ≤ 0.048 ≤ 0.017

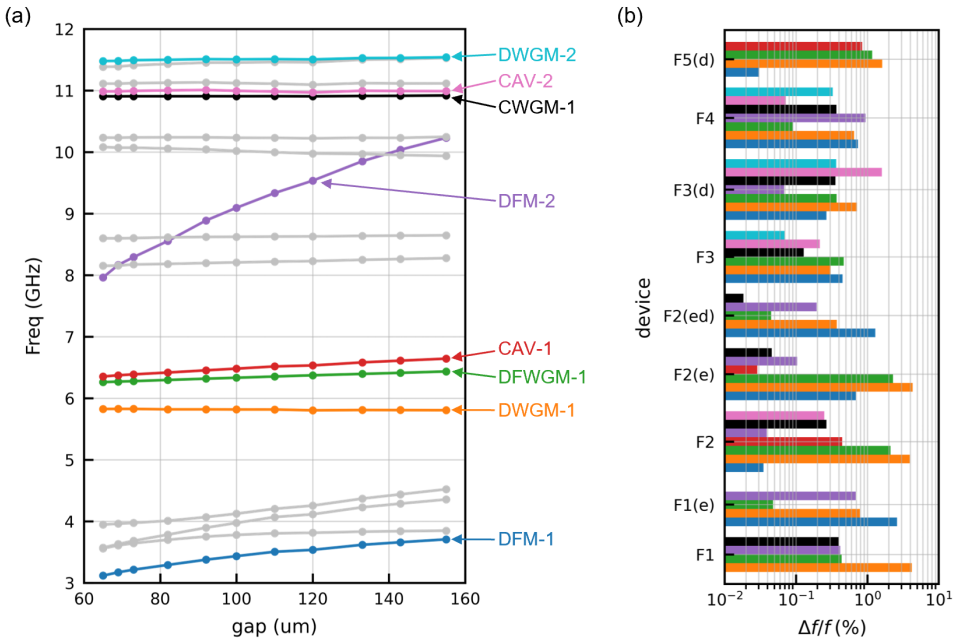

图 S1. (a) FWGMR 的谐振模式频率随两个平面部件之间间隙的变化关系。彩色曲线和符号表示本研究中用于材料损耗表征的模式。(b) 本研究中所有受测 FWGMR 的实测谐振频率与模拟谐振频率之间的相对差值。模式的颜色编码与 (a) 相同。

补充材料：使用多模超导谐振器进行微波损耗表征

S-I. FWGMR 中的谐振模式

在本工作中，我们使用有限元电磁仿真计算 FWGMR 中谐振模式的频率和电磁场。图 S1(a) 显示了模式的谐振频率随间隙尺寸的变化关系。DFM 的频率对间隙尺寸非常敏感，而 DWGM、CWGM 和腔体模式的频率与间隙尺寸无关。正如正文第三节所述，我们通过将测得的谐振频率与仿真的谐振频率进行匹配来确定器件的间隙尺寸；对于本工作中研究的 FWGMR，这两者的匹配误差在 5% 以内（图 S1(b)）。

图 S2 展示了间隙为 $100\ \mu\mathrm{m}$ 的 FWGMR 中选定模式的电磁场。表 S1 列出了这些模式的损耗参与因子，其中 p_{diel} 是组装中所用介电螺钉和垫圈的体介电参与因子；我们将它们近似为腔体中的单个介电物体。图 S2 清楚地表明，差分回音壁模式（DWGM）将电场和磁场都局限在平面部件之间的间隙内，而差分叉形模式（DFM）则主要将电场局限在间隙内。另一方面，共模回音壁模式（CWGM）和类腔体模式（CAV）的电磁场在截短圆柱腔内分布得更广。这些模式的电磁场分布迥异，因此对腔体中不同类型的微波损耗敏感，使多模方法能够表征材料的微波损耗。图 S3 展示了在所关注的材料损耗因子范围内，间隙为 $100\ \mu\mathrm{m}$ 的 FWGMR 中由 DWGM、DFM 和 CWGM 构成的多模系统的灵敏度图的全部九个投影。

除了用于材料损耗表征的模式外，还有一些模式会使电场集中在介电螺钉和垫圈中（CAV-2、DIEL-1 和 DIEL-2）。这些模式的体介电参与因子非常大（p_{diel} 约为 10^{-1}），可用于确定介质部件损耗角正切的上限。本研究观测到的最低上限对应于器件 F2(e) 的 DIEL-2 模式，其内品质因数在 $\bar{n} = 6$ 时为 1.2×10^{6}，对应的损耗角正切小于 6.9×10^{-6}。这一损耗角正切上限可用于估算介质

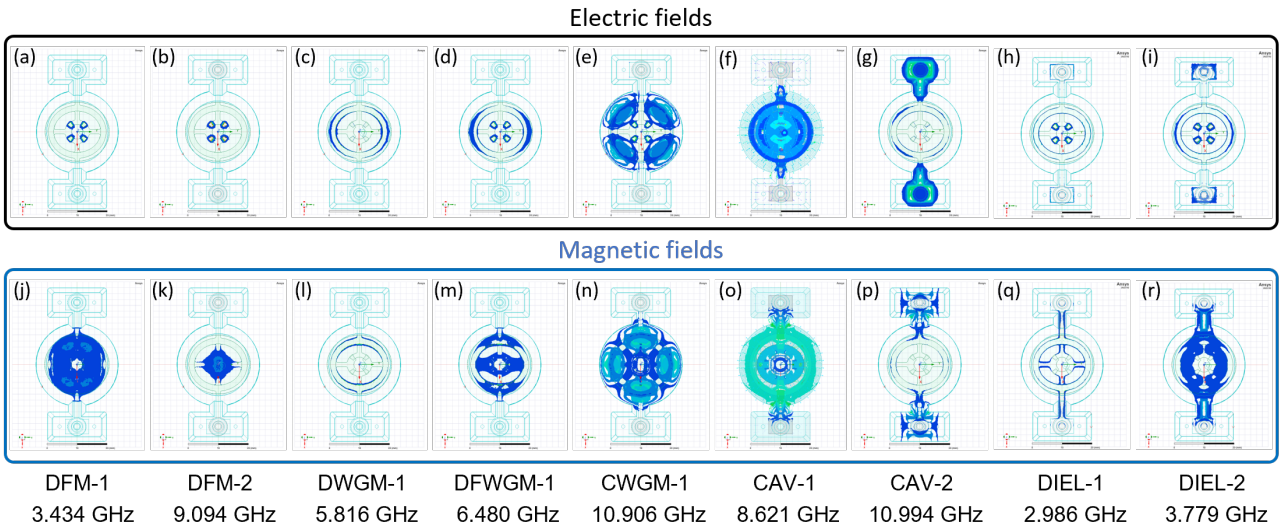

图 S2. 有限元仿真得到的间隙为 100 μm 的 FWGMR 中选定共振模式的电场和磁场。(a-i) 中的等值面表示电场的幅值。(j-r) 中的等值面表示磁场的幅值。

部件产生的体介电损耗贡献。对于本研究中用于材料损耗表征的大多数模式，例如 DWGM、DFM、CWGM 和 CAV-1，介质部件产生的体介电损耗占其总内部损耗的比例不到 1%。唯一的例外是器件 F3 中的 CAV-2 模式，介质部件产生的体介电损耗占其总内部损耗的比例最高可达 14%。需要注意的是，本研究使用的损耗模型未计入介质部件产生的体介电损耗；这一额外损耗通道的不确定度相当于增加了测得损耗率的不确定度。为考虑这一影响，器件 F3 中 CAV-2 模式的测得损耗率 ϵ_y 的相对不确定度设为 20%。

S-II. 椭球腔中的谐振模式

与 FWGMR 类似，我们通过有限元电磁仿真计算椭球腔中谐振模式的频率和电磁场。接缝损耗敏感模式、接缝损耗不敏感模式以及导电损耗敏感模的电场如图 S4 所示。选定模式的损耗参与因子见表 S2。由接缝损耗敏感模式、接缝损耗不敏感模式和导电损耗敏感模构成的多模系统的灵敏度图的全部九个投影为

表 S1. 间隙为 100μm 的 FWGMR 中选定模式的频率和参与因子。这里，$1/\mathcal{G}$ 是腔体的几何因子倒数，p_{MA} 是金属-空气 (MA) 界面的表面介质参与因子，y_{seam}是腔体接缝的单位长度接缝导纳，且 p_{diel} 是组件中介电螺钉和垫圈的体介质参与度。

Mode	频率（GHz）	$1/\mathcal{G}$ (1/Ω)	p_{MA}	y_{seam} (/Ω/m)	p_{diel}
DFM-1	3.434	5.1×10^{-2}	2.7×10^{-6}	6.4×10^{-4}	1.7×10^{-7}
DFM-2	9.094	8.9×10^{-3}	3.5×10^{-6}	7.1×10^{-5}	2.3×10^{-8}
DWGM-1	5.816	2.8×10^{-1}	3.8×10^{-6}	2.7×10^{-4}	8.2×10^{-8}
DWGM-2	11.506	1.8×10^{-1}	5.0×10^{-6}	1.7×10^{-4}	7.9×10^{-6}
DFWGM-1	6.480	6.7×10^{-2}	1.6×10^{-6}	2.0×10^{-4}	3.2×10^{-7}
CWGM-1	10.906	5.5×10^{-3}	1.5×10^{-7}	2.1×10^{-3}	5.3×10^{-5}
CAV-1	8.621	6.7×10^{-3}	2.7×10^{-7}	3.2×10^{-1}	1.5×10^{-3}
CAV-2	10.994	2.1×10^{-2}	8.2×10^{-7}	1.0	3.1×10^{-1}
DIEL-1	2.986	5.2×10^{-1}	3.7×10^{-6}	2.8×10^{-2}	2.7×10^{-1}
DIEL-2	3.779	1.1×10^{-1}	1.6×10^{-6}	1.2×10^{-2}	1.1×10^{-1}

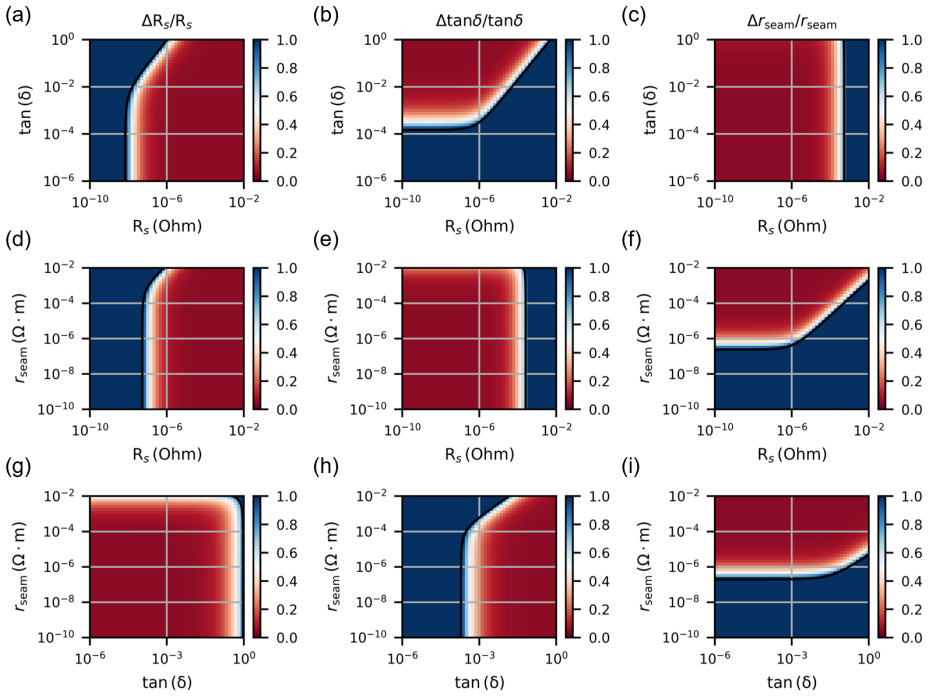

图 S3. FWGMR 中由 DWGM、DFM 和 CWGM 构成的多模系统的灵敏度图，其间隙为 100 μm。（a、b、c）显示了该系统在 $R_s - \tan\delta$ 平面内对材料损耗因子的测量灵敏度，评估时取 $r_{\text{seam}} = 10^2\,\mu\Omega\cdot\text{m}$。（d、e、f）显示了该系统在 $R_s - r_{\text{seam}}$ 平面内对材料损耗因子的测量灵敏度，评估时取 $\tan\delta = 5\times10^{-2}$。（g、h、i）显示了该系统在 $\tan\delta - r_{\text{seam}}$ 平面内对材料损耗因子的测量灵敏度，评估时取 $R_s = 1\,\mu\Omega$。

如图 S5 所示。

表 S2。椭球腔中选定模式的参与因子。

Mode	频率（GHz）	$1/\mathcal{G}\,(1/\Omega)$	p_{MA}	$y_{\text{seam}}\,(/\Omega/\text{m})$
TM010	4.843	6.1×10^{-3}	2.8×10^{-8}	1.5×10^{-1}
TM110	7.252	4.6×10^{-3}	3.5×10^{-8}	1.3×10^{-1}
TM210	9.475	3.6×10^{-3}	3.9×10^{-8}	1.1×10^{-1}
TM020	10.017	3.3×10^{-3}	3.9×10^{-8}	1.2×10^{-1}
TM011	10.464	2.8×10^{-3}	2.7×10^{-8}	6.3×10^{-5}
TE111	8.513	2.8×10^{-3}	0.8×10^{-8}	1.5×10^{-5}
TE211	10.260	2.5×10^{-3}	1.6×10^{-8}	5.2×10^{-5}
TE011	10.778	1.8×10^{-3}	6.7×10^{-10}	1.6×10^{-5}

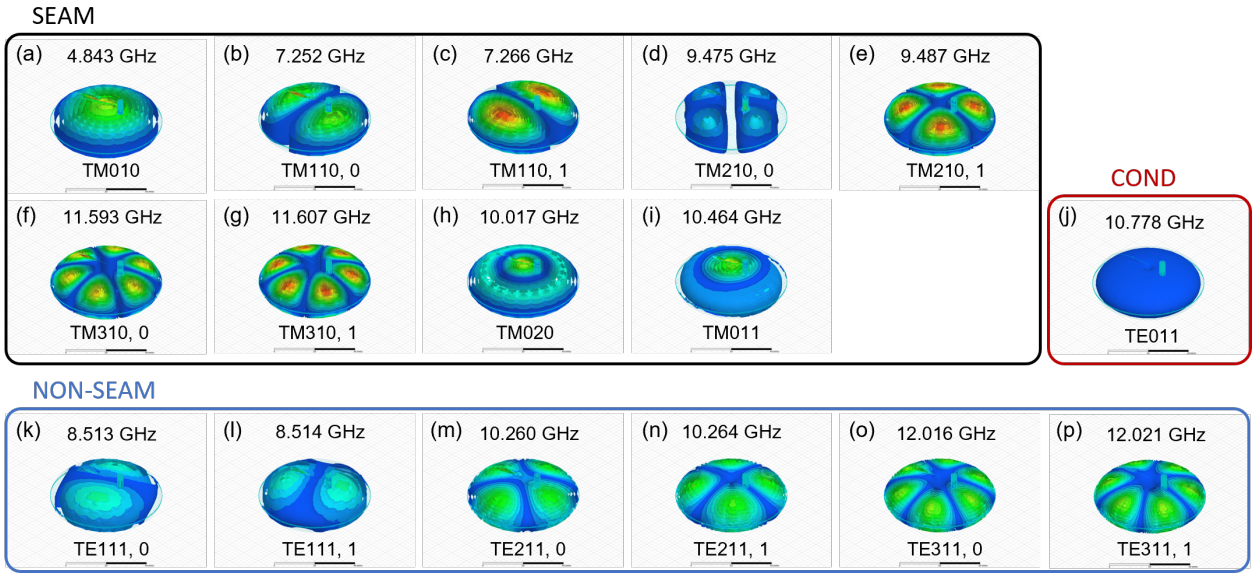

图 S4. 所选接缝敏感模式（SEAM）、接缝不敏感模式（NON-SEAM）和导电损耗敏感模（COND）的电场。等值面表示电场的幅值。

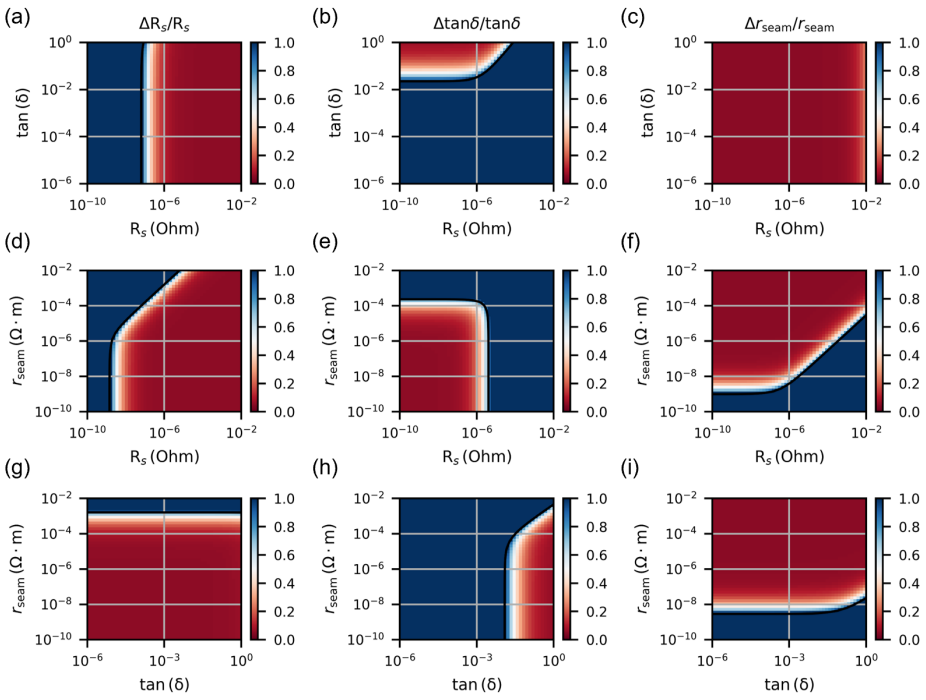

图 S5. 椭球腔中由接缝敏感模式、接缝不敏感模式和导电损耗敏感模构成的多模系统的灵敏度图。(a, b, c) 显示了该系统在 $r_{\mathrm{seam}} = 10^2\ \mu\Omega\ \cdot \mathrm{m}$ 处对 $R_s - \tan\ \delta$ 平面内材料损耗因子的测量灵敏度。(d, e, f) 显示了该系统在 $\tan\ \delta = 5 \times 10^{-2}$ 处对 $R_s - r_{\mathrm{seam}}$ 平面内材料损耗因子的测量灵敏度。(g, h, i) 显示了该系统在 $R_s = 1\ \mu\Omega$ 处对 $\tan\delta - r_{\mathrm{seam}}$ 平面内材料损耗因子的测量灵敏度。

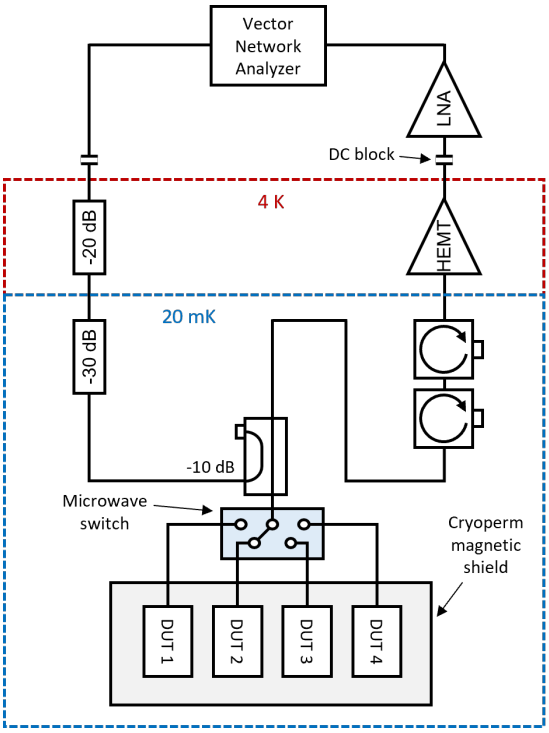

图 S6. 测量装置。

S-III. 测量装置

图 S6 展示了谐振器测量的测量装置。谐振器安装在稀释制冷机内部的 Cryoperm 磁屏蔽罩中，该稀释制冷机为无制冷剂制冷机，基级温度为 20 mK。输入微波信号依次通过稀释制冷机 4 K级和基级上的 20 dB 与 30 dB 衰减器，然后进入定向耦合器的 -10 dB 耦合端口，并通过微波开关传输至样品的耦合端口。样品的反射信号经微波开关和定向耦合器的传输端口传出，随后通过位于 20 mK 处的两个隔离器，并由位于 4 K 处的低温 HEMT放大器进行放大，之后再由室温低噪声放大器进一步放大，以供分析。

S-IV. 数值求解与蒙特卡洛分析

正如正文第 II 节所述，解析线性最小二乘算法无法确保提取出的材料损耗因子为非负。为施加这一约束，我们采用数值非负最小二乘算法，并结合蒙特卡洛分析来提取损耗因子并估算其方差。对于每个模式，我们使用正态分布生成内品质因数的分布，其均值和标准差分别设为测量值和测量不确定度。我们从每个分布中抽取 5000 个样品，并使用非线性最小二乘法从每组样品中提取损耗因子，从而得到材料损耗因子的分布。图 S7 显示了本研究中选定器件的材料损耗因子分布。彩色直方图是蒙特卡洛数值方法的结果，点线曲线则是根据线性最小二乘解预测的分布；这些分布为正态分布，其均值等于解 Eq.(6)，方差等于协方差矩阵 Eq.(7) 的对角元素。当材料损耗因子处于系统测量灵敏度范围内或略低于该范围时，两种方法得出的结果一致（图 S7a、b）。另一方面，当某一材料损耗因子远低于系统的测量灵敏度时，解析解 Eq.(6) 可能会给出负值，而数值方法始终能确保解为非负值（图 S7c、d 中损耗角正切的分布）。

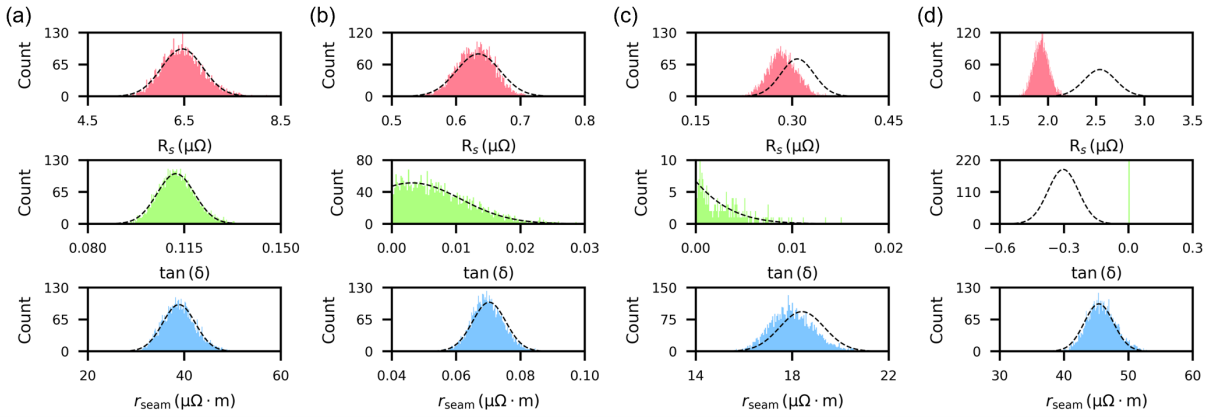

图 S7. 器件 F4 (a)、E3(eb) (b)、E1(e) (c) 和 E1 (d) 的材料损耗因子的统计分布。直方图为采用非负最小二乘解进行蒙特卡洛分析所得的结果。黑色虚线曲线为线性最小二乘解析解的结果。

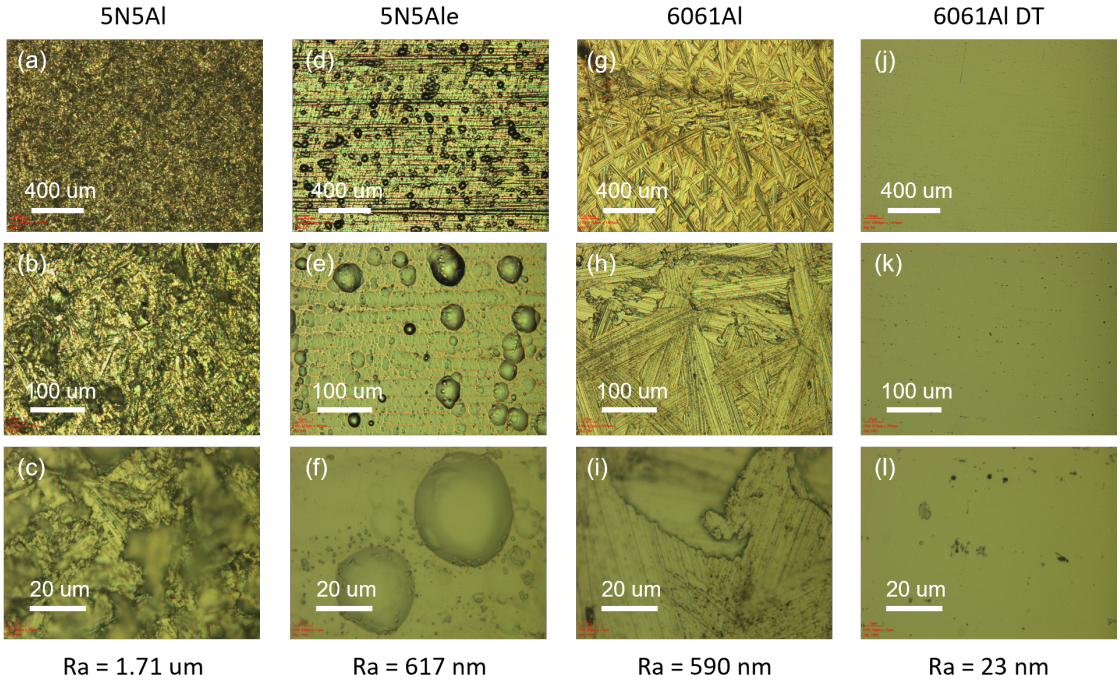

图 S8. 原始加工态 5N5 铝（5N5Al）（a、b、c）、经 Transene A 型铝蚀刻剂在 50 °C 下化学蚀刻 2 小时后的 5N5 铝（5N5Ale）（d、e、f）、原始加工态 6061 铝合金（6061Al）（g、h、i）以及经金刚石车削后的 6061 铝合金（j、k、l）表面的光学图像。使用扫描长度为 2 mm 的触针式轮廓仪测量这些样品的平均表面粗糙度（Ra）。

S-V. 不同表面加工的表面粗糙度

图 S8 比较了5N5铝（5N5Al）、经Transene A型铝蚀刻液在 50 °C下化学蚀刻2小时后的5N5铝（5N5Ale）、6061铝合金（6061Al）以及经金刚石车削后的6061铝合金（6061Al DT）表面的光学图像和平均表面粗糙度（Ra）。平均表面粗糙度（Ra）使用触针式轮廓仪测量，扫描长度为2 mm。在这些样品中，未经处理的机加工5N5铝（5N5Al）表面表面加工质量最差。其表面的平均粗糙度为 1.71 μm。化学蚀刻工艺去除了机加工铝表面约 100 μm的材料，并将平均表面粗糙度改善至617 nm。同时，它还在铝表面生成了不规则的微腔。

表面（图 S8（e、f）），这可能是由于化学蚀刻工艺中化学反应期间气泡形成不均匀所致。另一方面，未经加工的6061铝合金比 5N5铝具有更好的表面光洁度。其平均表面粗糙度为 590 nm，略优于经过化学蚀刻的 5N5铝。通过金刚石车削去除表面的 $25\,\mu m$ 材料后，其平均表面粗糙度进一步降至 23 nm，最终获得镜面表面。