arXiv:2305.02017v1 [cs.CV] 3 May 2023

基于深度学习的多频带信号融合三维SAR超分辨率

*IEEE*航空航天与电子系统汇刊 （已接收）

约西亚·W.·史密斯
电气与计算机工程系德克萨斯大学达拉斯分校
理查森，得克萨斯州
75080josiah.smith@utdallas.edu

Murat Torlak*
电气与计算机工程系，达拉斯德克萨斯大学，
理查森，得克萨斯州 75080，
torlak@utdallas.edu

摘要

三维（3-D）合成孔径雷达（SAR）广泛应用于许多安全和工业领域，这些应用需要对被隐藏或遮挡的物体进行高分辨率成像。分辨复杂的三维目标对于此类应用的性能至关重要，并且直接取决于系统带宽。然而，高带宽系统面临若干难以克服的障碍，因此一种替代方案是采用多个工作于不同频段的雷达，并融合多频带信号。现有的多频段信号融合方法假设目标模型简单且点反射体数量较少，这对于实际安检和工业成像场景并不适用，因为这些场景中的目标模型实际上由大量反射体构成。据我们所知，本研究首次将深度学习用于多频带信号融合。所提出的网络名为 kR-Net，采用混合双域复值卷积神经网络（CV-CNN），用于融合多频带信号并补全子频带之间频率间隙中的缺失样本。通过利用波数域和波数谱域中的关系，该框架克服了现有多频带成像技术在实际场景中的缺陷，且计算时间仅为现有多频带融合算法的一小部分。我们的方法能够对以往传统技术无法成像的复杂目标实现高分辨率成像，并在无需更先进硬件的情况下，利用多频段信号实现更精细的分辨能力，用于隐蔽武器探测和遮挡物体分类。此外，我们使用市售毫米波（mmWave）雷达开发了一套完全集成的多频段成像系统，以实现高效的多频带成像。该系统使用两部毫米波雷达，每部带宽为 4 GHz，分别工作于 60 GHz 和 77 GHz；通过稳健地估计全频带信号，所提出的 kR-Net 可实现 21 GHz 的有效带宽。此外，我们还展示了所提出技术在毫米波和太赫兹（THz）频段多频带感知场景中的泛化能力。我们进行了大量数值仿真和实证实验，以说明该方法在各种实际三维 SAR 成像场景中优于现有方法。

关键词 深度神经网络 · 毫米波（mmWave） · 多频段信号 · 雷达分辨率 · 信号融合 · 合成孔径雷达（SAR）

1 引言

近场合成孔径雷达（SAR）成像因其在无损检测、隐蔽武器探测、医学成像和遥感领域的应用而日益受到关注。由于毫米波（mmWave）和太赫兹（THz）频段的电磁波（EM）具有非电离特性，因此被认为是安全的。

*Murat Torlak（在 NSF 任职期间）的工作得到了 NSF 的支持。

©2023 IEEE。允许个人使用本材料。对于所有其他用途，无论是在当前还是未来的媒体中，包括为广告或促销目的重印/再版本材料、创作新的合集作品、转售或重新分发至服务器或列表，或在其他作品中重复使用本作品的任何受版权保护部分，均须事先获得 IEEE 的许可。doi:10.1109/TAES.2023.3270111

适用于人体应用。因此，毫米波设备已用于许多传感和成像应用。图像分辨率是近场合成孔径雷达成像的一项关键特性。尤其是，由于纵深向分辨率与系统带宽成反比，超宽带收发器持续面临提升带宽的挑战，因为要实现厘米级和亚厘米级分辨率，需要吉赫兹级带宽 [1]。尽管先进的实验室设备能够满足某些应用的带宽需求 [2], ，终端用户应用却受到成本、尺寸和测量速度的限制，因此，这类实验室实现无法用于实际应用。为克服这些不足，一种解决方案是在较大的带宽范围内，以不同子频带运行多个雷达，并融合雷达数据以提高传感分辨率。然而，采用市售毫米波雷达的实用多频带系统面临若干实现挑战，且缺乏关于近场合成孔径雷达成像的研究。

过去几十年来，人们从诸多方面研究了利用多频带信号融合进行雷达成像的算法 [3–11]。研究人员采用自回归（AR）模型进行信号融合 [3] ，通过根多重信号分类（MUSIC） [4] 或矩阵铅笔法 [5, 6] 估计信号极点。近期方法利用贝叶斯学习算法 [7] 和支持向量回归 [8]计算 AR 模型的信号极点。此外，有研究提出了全相位快速傅里叶变换（FFT）与迭代自适应方法，用于去斜线性调频（LFM）信号的信号级融合 [9]。研究人员还探索了数据级融合算法，这类算法要求在融合前进行预聚焦，可用于频率-波数域中的信号融合 [6, 10]。文献 [10], 详细介绍了一种矩阵傅里叶变换（MFT）方法，用于在 k域中进行简单的信号融合；然而，该方法在距离域或 R域中会产生不理想的旁瓣。为解决这一局限， [6] 提出了一种k域融合算法，并采用迭代矩阵铅笔算法（MPA） [5, 11] 改善微波成像效果。然而，MPA 假设目标模型过于简单，对于自动目标识别（ATR）和隐蔽物品检测等应用中常见的复杂或精细目标，其性能会下降。另一方面，稀疏表示算法不适用于大多数多频段场景，因为这类算法要求进行随机非均匀采样。稀疏步进频率雷达通过在指定范围内随机选取频率进行采样，满足这一要求 [12], ；而多频段成像场景通常没有足够的子频带，难以利用传统稀疏恢复算法实现足够稳健的重建 [7]。

数据级多频段信号融合要求各子频带之间具有相位相干性，这给实际应用带来了挑战。为确保各子频带之间相互相干， [9] 详细介绍了一种利用全相位FFT估计非相干相位（ICP）并补偿子频带间ICP的算法。在 [4], 中，提出了一种根MUSIC方法来估计ICP；然而，该方法未考虑频率间隙引起的相位影响，且该算法在噪声条件下表现较弱。随后，研究人员提出了一种基于MPA的方法，用于ICP估计与补偿，该方法在低信噪比（SNR）场景下表现出更优的性能 [5, 6]。

在计算机视觉领域占据主导地位的数据驱动算法 [13], ，特别是卷积神经网络（CNN）架构，在毫米波和太赫兹成像应用中正受到越来越多的关注。多种方法在图像域中采用CNN架构，以实现不同任务中的近场SAR超分辨率 [14–18]。研究人员开发了一种实值卷积神经网络（RV-CNN），用于近场成像，以提高 [16]中的手部跟踪分辨率。Zhang等人提出了一种用于穿墙雷达成像的编码器-解码器生成对抗网络（GAN） [18]。研究人员在 [14] 中采用CNN来减轻多输入多输出（MIMO）伪影，从而增强图像。研究人员还利用CNN-GAN框架开发了一种用于减轻不规则SAR扫描模式所引起伪影的技术 [17]。复值CNN（CV-CNN）的首次应用是远场极化SAR（PolSAR）图像分类 [19]。随后， [20] 证明，在图像级PolSAR处理中，CV-CNN优于RV-CNN架构；而在 [15], 中，研究人员提出了一种用于处理毫米波图像的CV-CNN，从而提高了图像质量和传感分辨率。CNN架构还与压缩感知（CS）技术相结合，用于稀疏采样条件下的近场毫米波成像 [21, 22]。在信号级，研究人员已采用数据驱动算法实现线谱超分辨率，并将其应用于远场雷达成像 [23, 24]。与MUSIC等传统线谱超分辨率技术相比 [25], ，此类技术具有显著优势，因为它们高度并行化且可逆，这一特性对于在近场成像算法（如距离徙动算法（RMA））中实现相关技术至关重要 [1]。尽管多频段信号融合与线谱超分辨率是相似的问题，但此前的研究尚未探索基于深度学习的融合技术。

本文提出了一种新型多频带信号融合算法 kR-Net，该算法采用混合双域 CV-卷积神经网络方法，以改进三维 SAR 成像。在散射场的 Born 近似下，我们将波数域信号建模为在每个子频带采样的阻尼/非阻尼复指数函数之和。因此，多频段信号的频谱表示由各子频带频谱之和构成。恢复子频带之间频率间隙中的缺失数据，是波数频谱增强的一个对偶问题。由于有效感受野相对于子频带之间的采样点数量增长缓慢，因此将传统卷积架构应用于波数域中的多频段信号具有挑战性，正如.....中所述。

第5节.2.1. 因此，网络的许多层缺乏恢复等效宽带宽 [26] 所必需的全局上下文。然而，放弃在波数域中的处理忽略了已知子频带与频率间隙中的预测样本之间的积分关系。

为克服这些局限性，我们提出了一种新颖的复值卷积神经网络架构，同时在波数域和波数谱域中运行，其性能优于仅在单一域中运行的同类方法。近年来，傅里叶变换已应用于深度学习，以提升Transformer架构的效率 [27] ，并在傅里叶域中实现卷积，从而获得全局感受野 [28]。在 [29], 中，研究人员开发了一种混合频域/图像域网络，用于磁共振（MR）图像重建；该网络利用二维快速傅里叶变换（FFT）在MR图像的图像域和频域之间交替转换。类似地， kR-Net采用一种混合技术，在卷积神经网络架构的卷积层之间交替执行正向和逆向快速傅里叶变换。这使模型能够学习波数域（即 k域）及其谱域（即 R域）中的特征。据我们所知，本研究首次利用多正弦信号在这两个域中的关系进行基于深度学习的信号处理。通过这种混合技术，所提出的复值卷积神经网络架构在波数域中融合多频段数据，形成等效的宽带信号。该模型架构还采用了简化的残差块 [30]和改进的复值参数化激活函数 [15]。融合各子频带的数据后，可使用高效的基于傅里叶变换的算法 [1]恢复三维合成孔径雷达图像。

本文的主要技术贡献如下：

1) 一种新颖的双域复值卷积神经网络架构，可在 k 域进行多频带信号融合，并在 R 域实现频谱超分辨率；与仅在任一域中运行的网络相比，该架构具有更快的收敛速度和更优的性能。2) 与以往的多频带融合技术不同， kR-Net 不假设反射体数量较少，并且在复杂扩展目标的超分辨率处理中表现出更强的鲁棒性。3) 一种多频段成像原型系统，采用两台市售雷达，每台雷达的带宽均为 4 GHz，分别工作在 60 GHz 和 77 GHz；并采用类似于 [1] 的同步技术，实现实时多雷达同步。4) 大量实验结果，包括仿真研究以及使用所提出的双雷达原型系统进行的验证，证实所提出的算法能够实现高保真度的多频带信号融合，优于现有技术 [6, 10], , 同时保持高效率。此外，我们还展示了所提出技术在毫米波和太赫兹频谱中对不同频率范围和子频带配置的泛化能力。

本文其余部分的组织如下。在第2节中，构建了波数域（或 k-域）和波数谱域（或 R-域）中的多频段雷达信号传输信号模型。在第3节中，介绍了所提出的 kR-Net，并讨论了相关细节。第4节概述了多频段成像系统的开发，该系统利用多设备同步方法进行实时测量和高精度空间采样。在第5节中进行了仿真和实证实验，并对结果进行了分析，随后给出结论。

2 多频段信号模型

本节构建多频段雷达信号传输的信号模型。在多频段传感场景中，采样分布在多个子频带上，子频带之间由频率间隙隔开，如图1所示，其中雷达子频带表示雷达的工作频率范围。需要注意的是，后续分析和所提出的算法假设，在子频带覆盖的整个带宽范围内，散射特性与频率之间的关系较弱或保持恒定。为达到所需的分辨率，采用多频段信号融合方法恢复未占用的频率单元，并获得覆盖全部子频带的等效宽带信号。

在本研究的其余部分中，我们聚焦于现有文献 [3–11]所强调的双子频段场景。不过，以下分析和提出的解决方案也适用于图1所示的广义多频带融合问题，详见第5.2.2节。此外，尽管以往技术已提出对最高和最低子频带频率之外的信号进行外推 [7, 8], , 但我们专注于开发一种算法，以可靠地补全频率间隙中缺失的信号。

在一般的近场合成孔径雷达或逆合成孔径雷达（ISAR）场景中，两部雷达安装在一个平台上，对目标场景进行扫描以实现高分辨率成像。因此，在系统设计得当的情况下，两部雷达的合成孔径阵元可以重叠，从而生成一个工作于两部雷达频率范围内的虚拟单基地阵元。此外，还可以通过其他方式实现以下融合信号模型，例如，采用单基地宽带系统并对多个子频带进行采样以降低采样带宽，采用各子频带虚拟阵元彼此重叠的MIMO双频带系统，

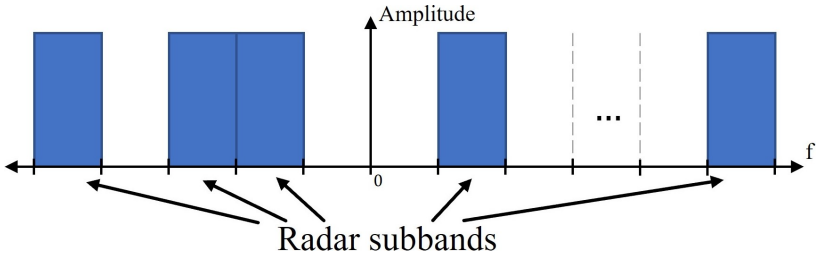

图 1：多频段雷达信号传输的基带表示，其中样本采集自多个由频率间隙隔开的子频带。多频带信号融合的目标是恢复覆盖所有子频带的等效宽带信号。

或者将该问题建模为角度空间波数域中的融合 [6], , 前提是扫描过程中两部雷达彼此足够接近。

假设两个子频带分别起始于频率 f_1 和 f_2，并照射笛卡尔空间 x-y-z 中的一个目标，其中 z 表示纵深向或距离向，而 x-y 则称为横向方向。考虑一个在两个子频带下均工作的单基地阵元，其位置为 (x', y', z')，用于照射由点散射体建模的 N_t 个目标，其中第 i 个目标的位置为 (x_i, y_i, z_i)，其反射率为 α_i。对于第一个和第二个雷达，啁啾信号在波数域（即 k 域）中的响应可表示为

$$s_1(n) = \sum_{i=0}^{N_t-1} \alpha_i e^{-j2(k_1+\Delta_k n)R_i},\ n = 0, \ldots, N_k - 1, \tag{1}$$

$$s_2(n) = \sum_{i=0}^{N_t-1} \alpha_i e^{-j2(k_2+\Delta_k n)R_i},\ n = 0, \ldots, N_k - 1, \tag{2}$$

其中， k_1 和 k_2 分别为与起始频率 f_1 和 f_2对应的波数， $k = 2\pi f/c$、Δ_k 为波数采样间隔， n 为时间采样索引， N_k 为每个子频带中的采样点数，R_i 为雷达到第 i个散射体的距离，其表达式为

$$R_i = \left[(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2 + (z' - z_i)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{3}$$

尽管为简化起见，假设各子频带的采样条件、采样率 Δ_k 和采样数量 N_k均相同，但这并非严格必要的条件，因为不同子频带可以具有不同的采样条件。虽然 N_k 的不同取值会引发一个显而易见的问题，但各子频带之间不同的采样率需要进行补偿，以确保频谱域保持一致。此外，所提出的信号模型假设散射参数 α_i与频率无关。然而，在实际场景中，目标场景中各种材料的散射特性会随子频带而变化，这种现象可能无法通过公式（1）和（4）充分建模，具体取决于材料特性以及子频带的频率范围。由于所提出的训练数据方案假设 α_i 与频率无关，因此基于这些数据训练的网络也受到这一假设的限制，相关讨论见第3.2节。

$s_1(\cdot)$ 和 $s_2(\cdot)$ 都被视为多正弦信号，因为它们由缩放复指数函数的叠加构成，其频率由距离 R_i决定。因此，波数谱域，即距离域或 R 域，在与距离 R_i 对应的位置处呈现峰值。定义$\Delta_B \triangleq k_2 - k_1$为起始波数之差，第二个子频带中的信号可相对于 k_1 并采用不同的索引重写为

$$s_2(n') = \sum_{i=0}^{N_t-1} \alpha_i e^{-j2(k_1+\Delta_k n')R_i},\ n' = \tilde{N}, \ldots, N, \tag{4}$$

因此， $\tilde{N} \triangleq \Delta_B/\Delta_k$ 是子频带 1 和 2 之间的偏移量，其中 $N \triangleq \tilde{N} + N_k - 1$、 $n' = n + \tilde{N}$ 和 $\tilde{N} > N_k$。˜我们假设 N 是整数，这是基于 Δ_k 和 Δ_B的选择，尽管无论如何推导均成立。

根据式（1）和式（4），多频段场景可理解为：在若干彼此分离的˜区域中采样多正弦信号，这些区域之间的偏移量为 N。如图2a所示，我们将包含两个子频带的场景称为非连续双频段。由于

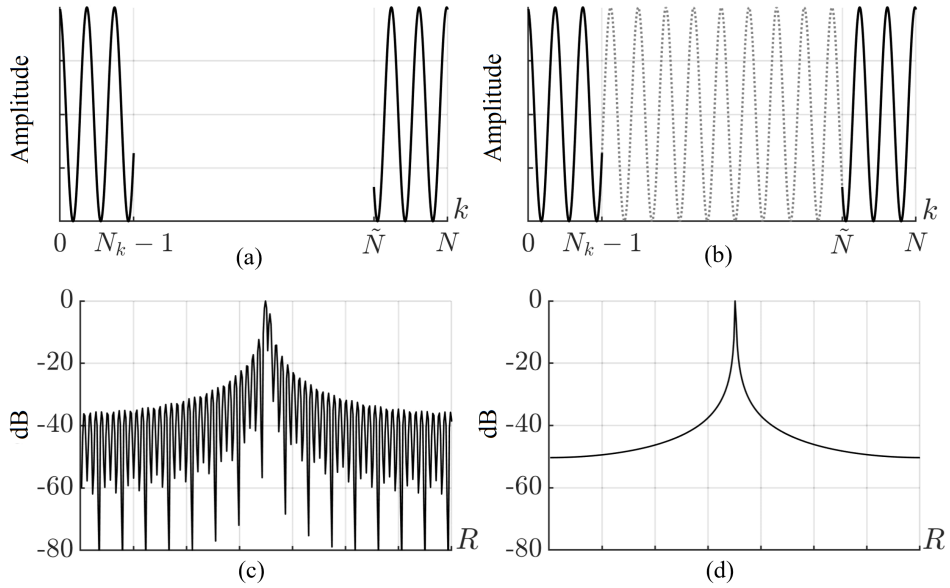

图2： k域和 R域中包含两个子频带的多频段场景。(a) k域中的非连续双频带信号，(b) k域中的理想全频带信号，(c) 对非连续双频带信号进行零填充后的 R域频谱，(d) R域中的理想全频带信号频谱。

在实际实现中，两个子频带并不相干，因此我们采用 [6] 中提出的算法，高效估计 ICP 并相应地补偿每个子频带。有关子频带间互相干性的更多细节，请参见 [4–6, 9]。信号可通过傅里叶变换，从 k域表示到 R域，即波数谱域。将每个子频带的采样限制为 N_k ，相当于在 R域中与宽度为 $1/N_k$的离散 sinc 函数或狄利克雷核卷积，从而使频谱信息扩散，并导致间距较近的峰值弯曲并合 [23]。鉴于多频段信号的结构，若忽略频率间隙，R域频谱就是各子频带频谱之和。由于 sinc 效应˜，以及每个 N_t 反射体在 k域发生 N 采样偏移时对应的 R域相移，忽略子频带间的频率间隙 [6], 会使非连续双频带信号在 R域中出现伪影/旁瓣，如图2c所示。这一分析与 MFT [10], 完全相同，其结果是图像在距离向上的旁瓣增大，导致图像质量下降。相比之下，理想全频带信号的 R域频谱（图2d）不含会使融合信号重建图像失真的虚假峰值，因此与各子频带及 MFT 方法相比，可获得更高的分辨率。

2.1 多频段信号融合的现有方法 on

多频带信号融合的目标是在 k-域中填补各子频带之间的带宽（在子频带之间进行插值或对缺失样本进行外推），以获得图2b所示的理想全频带信号，其中虚线部分表示频率间隙中的信号。从 N_k 到 $N-1$ 恢复缺失的˜波数域数据的方法，采用 MUSIC [4] 或 MPA [5, 6] 在全极点模型中估计信号极点。然而，这些方法假设估计的 $s_1(\cdot)$ 和 $s_2(\cdot)$ 的模型阶数 $N_t \approx N_t$相对于 N_k较小。根据 [11]、 N_t中的分析，场景中估计的目标数量必须满足 ˆ ˆ$N_t <$ round($N_k/3$)，才能应用 MPA [6]。计算出 N_t 信号极点与系数后，即可估计缺失样本。然而，高分辨率近场 SAR 通常需要对复杂的连续物体进行成像，这些物体由数千或数百万个点散射体建模，或表示为 $N_t \gg N_k$ [2, 31]。因此，MPA 等传统方法假设目标过于简单，从而忽略了目标的高频特征，无法忠实地恢复多频带信号。

为便于理解本文后续内容，我们提出了一套新的术语，用于描述雷达目标场景的频谱组成，其依据是反射信号所占用的基带带宽比例。在指定频率范围内，反射体数量少于频率采样点数量（$N_t < N_k$）的目标，其相对于系统带宽具有低带宽特性。低带宽目标具有较低的模型阶数和低秩样本协方差矩阵，因此，传统算法能够对信号极点与系数进行充分近似。

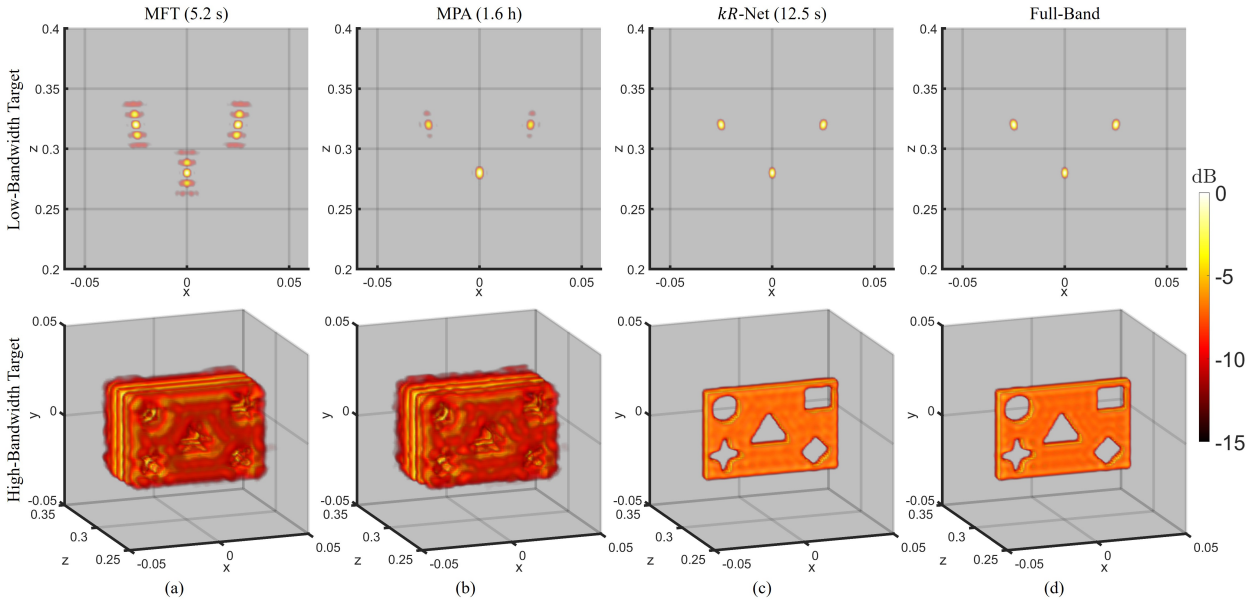

图 3：仿真中使用两个目标演示矩阵傅里叶变换（MFT）和矩阵铅笔算法（MPA）在多频段信号融合中的局限性：(上) 三个点目标；(下) 带有各种挖空形状的矩形。(a) 矩阵傅里叶变换（MFT）耗时 5.2 s，由于未补偿频率间隙中的缺失样本，因此受到明显旁瓣的影响。(b) 尽管图形处理器实现的矩阵铅笔算法（MPA）耗时 1.6 h，且对低带宽目标（上）实现了良好重建，但其对高带宽目标（下）的性能有所下降。(c) 所提出的 kR-Net 耗时 12.5 s，重建出的图像与 (d) 全频带场景下对应的理想参考图像十分相似，如图 2b 和 2d 所示。

相比之下，相对于频率采样（$N_t \gg N_k$）而言，由大量反射体组成的目标属于高带宽目标，这在近场合成孔径雷达成像的大多数安防和工业应用中十分常见。高带宽目标包含复杂精细的高频空间特征，而以往的研究尚未针对这类目标开展多频带信号融合研究。

为说明这一现象，我们考虑两种情况：（1）由3个点反射体组成的低带宽目标；（2）矩形三维模型，其包含多种挖空形状，从而构成高带宽目标，如图3的第一行和第二行所示。所有图像均使用距离徙动算法 [1, 32–34] 重建，合成孔径雷达扫描参数详见第5.1.3节。采用 MFT [10] 融合多频段数据，得到左列中的图像（图3a）。正如预期，由于 MFT 未考虑子频带之间的频率间隙，沿 z方向可观察到旁瓣增强。然而，使用 MPA [6] 恢复的图像质量差异显著。对于顶行中的简单低带宽目标（$N_t = 3,\ N_k = 64$），与 MFT 相比，MPA 能以极少的有害旁瓣恢复各个点。然而，尽管 MPA 的性能优于 MFT，但对于高带宽目标，其性能却大幅下降，因为该目标的高带宽特征未能通过 MPA 得到充分建模，而 N_t 数量级为数千，且 $N_t \gg N_k$。为确保比较公平，我们采用了 MPA 的并行图形处理器实现 [5, 6]。因此，对于本例，图形处理器实现的 MPA 仍需 1.6 小时的计算时间，这使其不适用于许多要求快速成像的应用，例如包装检测和安检。相比之下，MFT 和 kR-Net 的计算时间分别仅为 5.2 秒和 12.5 秒，可满足许多常见的毫米波成像方案需求。右列（图3c）中的结果显示，所提出的 kR-Net 对两种目标均表现出稳健性，其聚焦性能与理想的全频带场景相当。值得注意的是，高带宽目标的复杂特征得以保留，且与 MFT 和 MPA 相比，z方向的分辨率显著提高。

多频带信号融合可视为 R域中的谱超分辨率/恢复问题，与 k域中的插补问题互为对偶。如图 2c 和 2d 所示，对 N_t 峰值进行 R域超分辨率，相当于对全带宽 [35]进行插补。基于深度学习的解决方案已成功应用于雷达图像 [14–18] 和多正弦线谱 [23, 24], 中的类似谱增强问题，实现了超越理论极限的分辨率。然而，数据驱动方法尚未应用于多频带信号，以

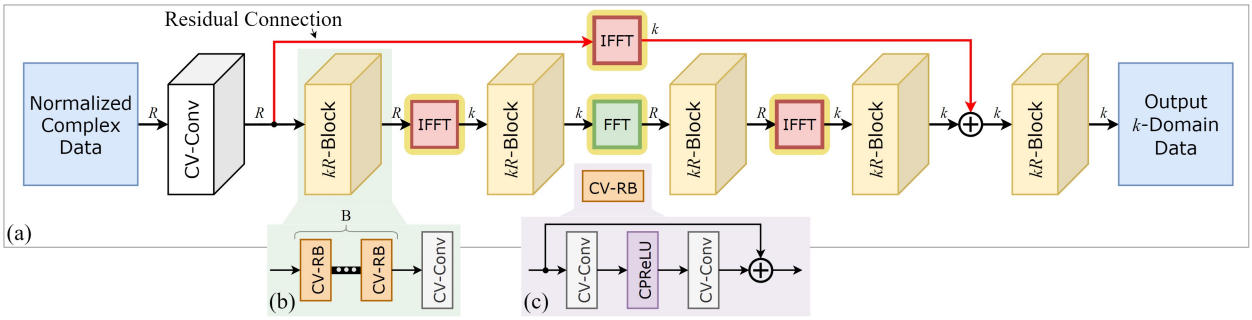

图4: （a）混合双域 kR-Net的架构。新增的域变换模块（突出显示：FFT和IFFT）使网络能够学习信号在 k域和 R域中的重要特征，从而优于传统的卷积神经网络方法。该新颖的混合方法在整个网络中使用FFT和IFFT模块，与不含傅里叶运算的模型相比，实现了更优的多频带信号融合和谱超分辨率。（b） kR-Block和（c）复值残差块的架构。 kR-block由 B 个复值残差块级联组成，后接一个复值卷积层。每个复值残差块都是一个仅含单个CPReLU激活的残差卷积块。

实现联合的 k域插补和 R域超分辨率。由于多频带融合问题在 k域和 R域具有不同特征，我们提出了一种同时在两个域中运行的混合方法。

3 Pr用于提升3-D多频带SAR成像的 kR-Net提出架构 ng

本节介绍一种新颖的双域复值卷积神经网络架构，称为 kR-Net，用于实现高效的多频带融合，从而提升3-D近场合成孔径雷达成像。所提出的框架交替在 k域和 R域中运行，使网络能够学习各个域固有的独特特性。与仅在一个域中学习相比， kR-Net表现出更优的收敛性和定量性能，详见第5节。此外，所提出的算法在低带宽和高带宽成像场景中均具有稳健性，而这类场景在许多实际应用中十分常见。

3.1 kR-Net 的框架

kR-Net 的架构如图4a所示，其中，每个连接处均标注了信号域，分别以 k 和 R 表示波数域和波数谱域，正向和逆快速傅里叶变换分别以 FFT 和 IFFT 表示。输入为波数域采样数据的 R-域频谱，并通过残差 kR-模块在两个域中进行处理。经过残差连接后，额外的 kR-模块和复值卷积（CV-Conv）层对信号进行处理，随后以 k-域形式输出。各模块的具体设计如下所述。

3.1.1 输入层和残差连接

与将信号 [23, 36] 的实部和复部叠加，或采用双路径网络 [21]，不同， kR-Net 的输入是长度为 N 的复值信号。复值输入信号在输入第一个复值卷积层之前，采用幅值最小-最大归一化在 R 域中进行归一化。

$$\mathbf{z} = \frac{\mathbf{x} - ||\mathbf{x}||_{\min}}{||\mathbf{x}||_{\max} - ||\mathbf{x}||_{\min}}, \tag{5}$$

其中 $||\mathbf{x}||_{\min}$ 和 $||\mathbf{x}||$ 最大值 是$\mathbf{x}$的幅度的最小值和最大值。因此， $\mathbf{x}$ 的相位保持不变。 s
未作修改，而娱乐主管 幅度被缩放，使其始终保持在 0 到 1 之间。

由于网络需要以 R-域中的数据作为输入，因此在将 k-域数据输入网络之前，需先进行快速傅里叶变换，并在子频带之间进行零填充。复值卷积将卷积神经网络所采用的卷积运算扩展到了复数输入数据。要实现复值卷积层，卷积核矩阵必须是复值的。然而，由于深度学习软件通常不支持两个复值张量之间的卷积，我们将输入信号 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + j\mathbf{x}_I$ 分解为实部和虚部。同样，将卷积核表示为 $\mathbf{M} = \mathbf{M}_R + j\mathbf{M}_I$后，忽略偏置项，复值卷积可写为

$$\mathbf{x} \circledast \mathbf{M} = \mathbf{x}_R \circledast \mathbf{M}_R - \mathbf{x}_I \circledast \mathbf{M}_I + j(\mathbf{x}_R \circledast \mathbf{M}_I + \mathbf{x}_I \circledast \mathbf{M}_R), \tag{6}$$

其中， $\circledast$ 表示实值卷积运算。通过这种方式对卷积进行分解，可以利用现有技术，对输入信号和卷积核的实部和虚部进行运算，从而实现复值卷积。根据公式（6），权重矩阵 $\mathbf{M}$ 的实部和虚部可以分别实现为实值矩阵，其数值则按照复值卷积神经网络（CV-CNNs） [15, 20]的惯例，通过复值反向传播确定。

复值卷积层是一种通用的复值卷积层，其卷积核大小为 K ，并采用零填充，以便在输出端保持 N 的信号长度；该层具有 C_{in} 个输入通道和 C_{out} 个输出通道。 kR-Net 的第一层是一个复值卷积层，具有 1 个输入通道和 F 个输出通道，其中 F 表示特征通道数，并在整个网络中保持不变。经过第一个复值卷积层后，中间表示会沿残差前馈连接通过一个逆快速傅里叶变换模块，如图4a中的红色部分所示。残差连接保留了已知子频带的信息；与不使用前馈连接相比，采用所提出配置的网络展现出更优的经验性能。

3.1.2 kR-块与域变换模块

kR-块由一系列复值残差块（CV-RB）和一个复值卷积层组成，如图4b所示。由于信号在整个 kR-Net 中交替处于 k域或 R域，因此每个 kR-块都会在其中一个域中处理信号。此外，由于域变换模块（快速傅里叶变换和逆快速傅里叶变换）完全可微，因此可以将其视为网络中的常规层，并能轻松实现梯度反向传播 [15]。傅里叶运算针对每个激活图执行，并经过归一化，使快速傅里叶变换和逆快速傅里叶变换满足正交归一。根据傅里叶变换的卷积性质，一个域中的卷积可以视为另一个域中的乘法。从这个意义上说，在 k域应用复值卷积层，可视为在 R域中的全连接层。然而，如第5.2.1节所示，与仅在 k域或 R域中运行的网络相比，我们的混合双域方法在收敛和数值性能方面表现更优。因此，与传统卷积神经网络模型相比，在整个网络中加入域变换模块是提升多波段融合性能的关键。

复值残差块架构如图 4c 所示。受 [30], 启发，残差块由两个卷积层组成，中间由一个激活函数——复值参数化整流线性单元（CPReLU） [15]——隔开。与原始残差网络的残差块 [37], 相比，所提出的残差块去除了批归一化，并且在多频带信号融合方面的实测性能优于瓶颈残差架构 [13]。

与复 ReLU（CReLU） [38], 等其他方案相比，本文选择了 CPReLU 激活函数。复 ReLU 会分别对实部和虚部应用 ReLU 操作并求和，而 CPReLU 在复数域中的激活效果更佳。采用式（6）中的记号，CPReLU 可表示为

$$\begin{aligned}\text{CPReLU}(\mathbf{x}) = &\max(0, \mathbf{x}_R) + \eta_R \min(0, \mathbf{x}_R) \\ &+ j\left(\max(0, \mathbf{x}_I) + \eta_I \min(0, \mathbf{x}_I)\right),\end{aligned} \tag{7}$$

其中，参数 η_R 和 η_I 在网络的训练阶段针对每个 CPReLU 实例 [15]进行学习。由于 η_R 和 η_I 是独立学习的，网络的不同层可能会学到信号幅度和相位的不同表示，从而增强网络的鲁棒性。CPReLU 可视为复数域中的参数化整流线性单元（PReLU），它将传统 ReLU 扩展到负输入域，以避免负激活值导致的梯度饱和。在 CPReLU 中， $\mathbf{x}$ 的实部和虚部分别经过 PReLU 处理，输出为复数。在复数域中，这相当于保留了全部四个象限的信息，涵盖实部和虚部激活值正负组合的所有情况，详见 [15]。

经过前四个 kR块后，在 k域中进行残差连接，随后再经过一个 kR块和复值卷积层，然后输出，如图4a所示。通过实证研究了 kR块和域变换的数量，所提出的配置取得了最佳数值性能。不过，进一步研究其他架构和更深层的神经网络，是未来研究的一个有前景的方向。本着 [13], 的思路，研究了多种卷积核尺寸 K ，并通过实证确定最优值为 $K = 5$。网络中的特征图数量设为 $F = 32$，每个 kR块中的复值残差块数量设为 $B = 8$。 kR-Net包含86个复值卷积层和866324个可学习参数。 kR-Net对长度为 N的信号执行多频带信号融合，从而在 k域中生成大小相同的融合信号。如第5.2.2节所述，针对特定的多频带信号融合场景训练网络；若要应用于其他子频带配置（子频带的位置和范围、采样条件、全频带信号的长度 N 等），则必须重新训练。

3.2 训练细节

使用学习率为 1×10^{-4}, $\beta_1 = 0.9$,且$\beta_2 = 0.999$的Adam优化器对网络权重进行校准。训练在单台配备24 GB内存的RTX3090 GPU上进行，批量大小为1024，采用L1损失准则。复值损失项定义为

$$\mathcal{L} = \sum_{\ell=0}^{N-1} \Big[|\hat{s}(\ell)_R - s(\ell)_R| + |\hat{s}(\ell)_I - s(\ell)_I| \Big], \tag{8}$$

其中，$\hat{s}(\ell)$ 是网络输出的预测信号，对应于全频带真实向量 $s(\ell)$，下标表示信号的实部和虚部。复数分量分别进行处理，类似于 [15, 20], 中采用传统 L1 距离度量的方法；实值结果是预测信号与真实信号的实部和虚部对应的两个 L1 损失之和。

我们研究了更高级的损失函数，例如真实信号与网络中间表示之间的 L1/L2 差异，或样本协方差矩阵之间的损失。这些损失函数还与其他配置结合进行了测试，例如改变 kR-块的数量或移除残差连接。然而，图4a所示的架构在使用真实多频带SAR数据进行训练和测试时，均表现出更优的数值性能。尽管如此，未来基于统计信号处理原理开展的神经网络设计研究，可能会为信号处理问题带来更多见解和有前景的成果。将混合的、数据驱动的信号处理方法融入其中，是未来类似研究的一个有前景的方向。

3.2.1 训练和测试数据集

由于没有公开可用的近场多频带SAR成像数据集，我们通过模拟多频带线性调频雷达的响应来生成训练和测试数据集。在 k域中生成跨越两个子频带和频率间隙的理想无噪声全频带信号，具体如下

$$s(\ell) = \sum_{i=0}^{N_t-1} \alpha_i e^{-j2(k_1+\Delta_k \ell)R_i}, \ell = 0, \ldots, N-1, \tag{9}$$

其中， α_i 值选自复正态分布， R_i 值则从覆盖雷达无模糊距离的均匀分布中选取。计算全频带信号 $s(\cdot)$后，通过将频率间隙中的样本置零，得到多频段信号 $\hat{s}(\cdot)$，其方式如下。

$$\hat{s}(\ell) = \begin{cases} s(\ell) & \ell \in [0, N_k - 1] \cup [\tilde{N}, N-1] \\ 0 & \ell \in [N_k, \tilde{N} - 1] \end{cases}. \tag{10}$$

随后，在每个子频带中向多频段信号加入复加性高斯白噪声（加性高斯白噪声）。对含噪多频段信号进行快速傅里叶变换并采用前文详述的归一化过程后，将其用作 kR-Net 的输入。每个含噪多频段信号都被视为一个特征向量，其对应的标签向量由式（9）中的理想全频带信号构成。

为训练网络，独立生成了 1048576 个样本，每个样本包含 N_t 个目标反射体，其中 N_t 在 1 到 200 之间随机选取。每个样本的信噪比从 -10 到 30 dB 的连续均匀分布中选取。使用相同的方法生成包含 2048 个样本的验证集。假设一个由两部雷达组成的现实场景，其起始频率分别为 $f_1 = 60$GHz 和 $f_2 = 77$ GHz，且每部雷达的带宽为 $B = 4\tilde{}$GHz，我们设定 $N_k = 64$ 和 $\Delta_f = 62.5$ MHz。因此， $N = 272$ 和 $N = 336$，并且当目标具有高带宽且包含许多反射体时，MPA 的低秩假设 $\hat{}N_t < \text{round}(N_k/3)$ 通常会失效。尽管本研究采用 60 GHz 和 77 GHz 雷达，所提出的算法也可以轻松扩展到其他多频带配置。在实际应用中，美国联邦通信委员会（FCC）会根据具体应用对某些子频带组合施加许可限制，但本研究提出的算法和概念适用于各种子频带配置。通过在该数据集上训练，所提出的算法能够学会对高带宽目标进行多频带融合。

需要注意的是，所提出的信号模型和数据集生成方案对模型及其泛化能力施加了限制。在实际实现中，（9）中未建模的缺陷，例如散射参数的频率依赖性、 α_i、器件非线性、杂波、非高斯噪声以及不同子频带之间的天线失真，可能会影响重建质量。因此，根据成像场景的不同，在这些数据上训练的网络可能表现出不同的鲁棒性，这进一步凸显了系统设计和的重要性

校准。尽管针对特定多频段场景训练的模型无法很好地泛化到其他子频带配置，但如第5.2.2节所述，所提出的模型架构表明，在使用适当的数据集进行训练时，能够泛化到各种多频段成像方案。

我们还考虑了另一种数据集，其中包含扩展的实体目标，例如图3和图9所示的目标。然而，由于缺乏足够多样化的此类多频带SAR数据集，该网络无法很好地泛化到不同形状。此外，我们先使用随机放置的点反射体数据集（如式（9）所示）训练网络，再使用实体目标数据对其进行微调，但性能并未提升。进一步开发多样化的毫米波数据集，对于推进联合信号处理和数据驱动算法至关重要，也是一个很有前景的未来研究方向。

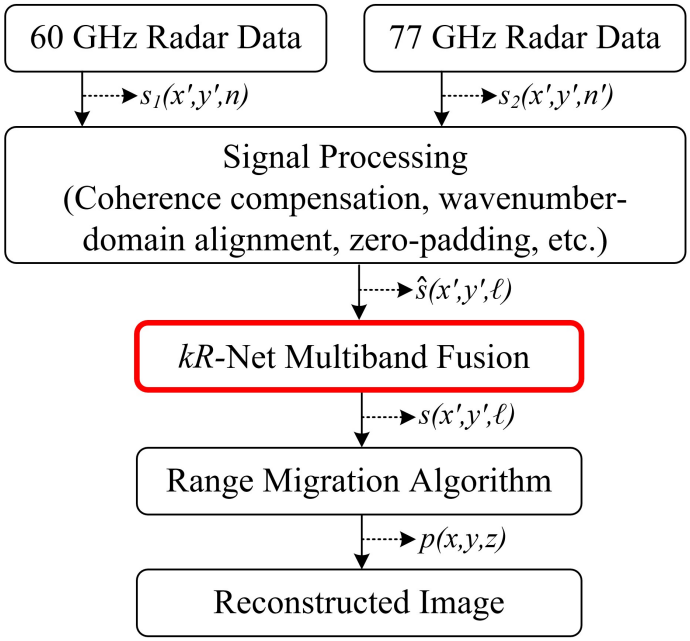

图5：用于高分辨率三维近场成像的多频带信号融合流程。使用所提出的 kR-Net融合两个子频带的数据，从而为低带宽和高带宽目标生成高保真重建结果。

3.3 成像实现

使用 kR-Net完成多频带融合后，根据融合数据重建合成孔径雷达图像。图5展示了成像流程概要。采集两部雷达的数据后，需要进行预处理，以确保信号相干，并在 k域中对齐数据。我们实现了 [6] 中详述的ICP补偿算法，并为各部雷达设置一致的采样参数。如果所有雷达的空间波数域足够一致，则所提出的算法适用于天线共址和非共址的情况，这意味着两部雷达对目标的照射方式相似。与经典信号处理算法相比，将 kR-Net应用于多频段信号具有优势，因为 kR-Net高度并行化，能够高效地对大量样本执行信号融合。信号融合后应用距离徙动算法，以生成高分辨率三维图像 [1, 33, 39]。与传统的基于信号处理的多频带融合算法相比，所提出的kR-Net成像性能更优，并且在高带宽、复杂目标的真实场景下表现出稳健性。

4 多波段成像系统

本节概述了使用商用毫米波雷达实现多频段成像原型系统的方案。以往有关近场多频段雷达成像的研究采用了复杂的实验室设备 [6, 9], ，这类设备不适用于许多实际应用。为此，我们介绍了一套高度集成的系统，使用商用设备进行多频段近场合成孔径雷达成像。所提出的测试平台采用两部工作于不同子频带的毫米波雷达，并提出一种同步策略，以实现高效的数据采集。

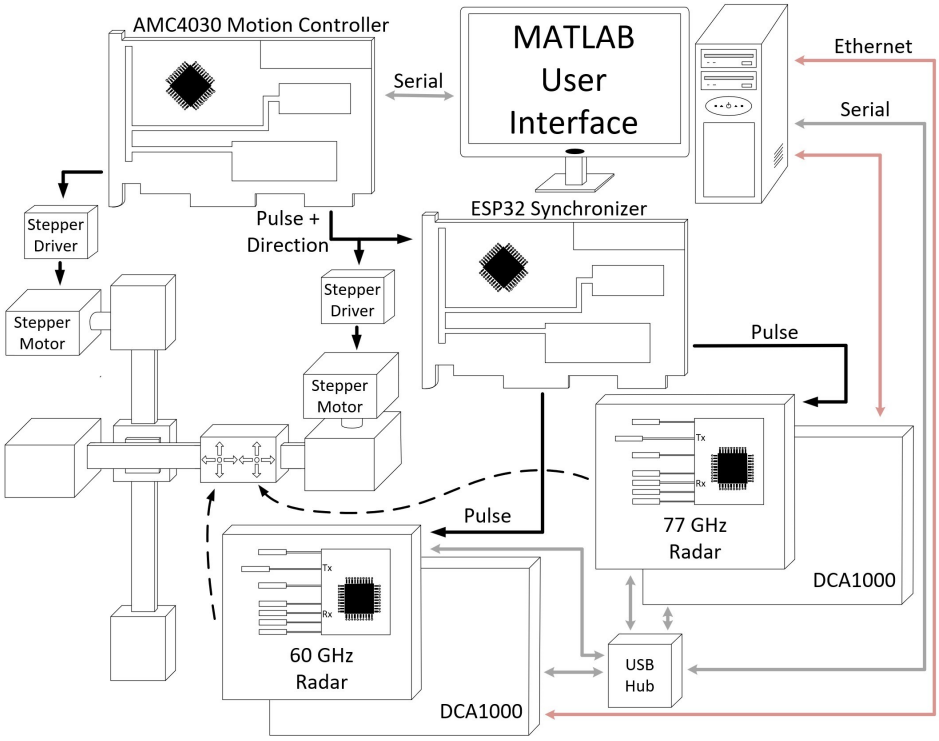

图6：所提出的多频段成像测试平台原型的系统架构。

系统架构概览如图 6 所示。该系统由一个 60 GHz 雷达、一个 77 GHz 雷达、一个双轴机械扫描仪、一个运动控制器、一个同步模块和一台主机 PC 组成。分别选用德州仪器（TI）的 IWR6843ISK 和 IWR1642BOOST 作为单芯片 60 GHz 和 77 GHz 雷达。两部雷达的工作带宽均为 $B = 4$ GHz；因此，子频带分别覆盖 60–64 GHz 和 77–81 GHz。此外，LFM 雷达采用第 3.2 节中详细介绍的参数进行配置。每部雷达的数据均由 TI DCA1000 评估模块实时采集，并通过以太网传输至主机 PC。如图 6 所示，两部雷达均安装在由皮带驱动的双轴机械扫描仪上，使每部雷达最低位置的 Rx 天线相互对齐，且两部雷达在水平方向上相隔 Δ_x 的距离。

双轴机械扫描仪由步进电机驱动，步进电机接收来自运动控制器的脉冲；整个系统则通过运行在主机上的定制 MATLAB 用户界面进行控制。雷达在 x 和 y 方向上以 $\lambda/4$ 的空间采样奈奎斯特速率进行扫描，水平方向和垂直方向均如此 [32, 40]。我们扩展 [1], 中的同步方法，设计了一种新型多雷达同步器，以便在高速扫描时精确定位两部雷达。所提出的原型速度可达 500 mm/s，能够满足安检和包装等应用所需的短扫描时间。然而，在达到这些速度的同时扫描多个实体雷达模块，并实现减轻失真所需的精确合成阵元定位，具有挑战性，且此前的文献中尚未对此进行研究。同步器监测步进驱动器脉冲，以确定安装雷达的平台的位置，并跟踪平台加速和减速时的位置。此外，同步器还跟踪每部雷达的位置，并分别触发雷达，以适应维持均匀合成孔径所需的非均匀定时，并确保两部雷达对目标场景的照明效果相当。有关毫米波成像测试平台的更多硬件细节，请参见 [1]。

5 实验结果

本节通过数值仿真和实证实验展示所提出的 kR-Net的优越性。以下实验采用矩阵傅里叶变换（MFT）算法 [10] 和矩阵铅笔算法（MPA） [5, 6] 作为对比基线。按照第 3.2 节所述流程训练 kR-Net后，我们在合成和实测多频段数据上开展实验，以验证与传统信号处理方法相比， kR-Net的性能。我们考虑一个双频段系统，其雷达信号参数如前文所述。

5.1 仿真结果的视觉比较

首先，我们详细介绍各种 使用所提出的 kR-Net算法进行多频带信号融合所得的仿真结果 .

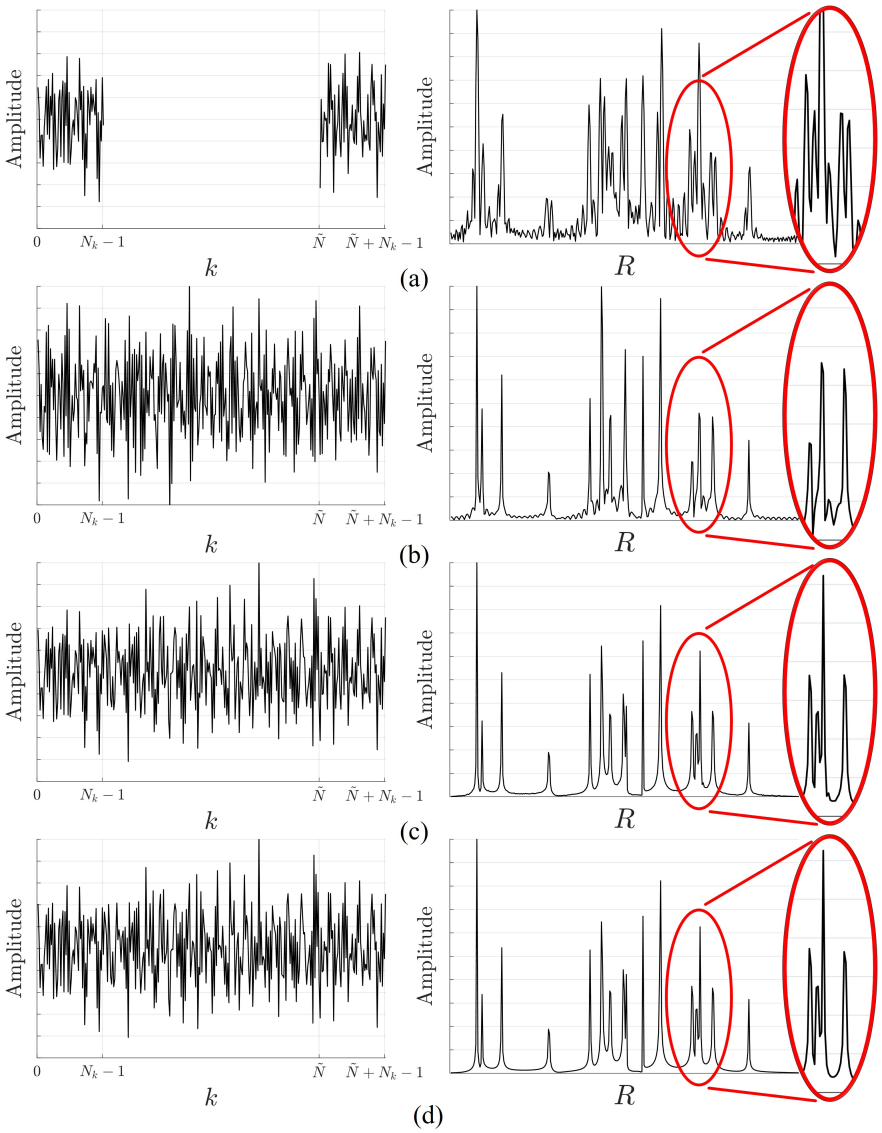

图 7：使用 kR-Net 分辨间距较近的峰值。针对一个由随机放置的点散射体构成的单一模拟信号，对比 (a) MFT、(b) MPA 和 (c) kR-Net 的多频带信号融合性能与 (d) 理想全频带场景下的性能。左： k 域信号的实部。右： R 域频谱的幅度，展示了所提出的 kR-Net 的超分辨率能力。

5.1.1 单频段信号

首先，我们考虑一个简单情况：单个多频段信号是在实验中始终使用的两个子频带上采集的，其目标由随机分布的点组成。MFT、MPA 和 kR-Net 的 k-域信号及 R-域频谱如图 7 所示，并与相应的理想全频带信号进行了比较。每个子频带均受到信噪比为 20 分贝的加性高斯白噪声污染。MPA 对两个子频带之间丢失的信号进行插补，以恢复长度为 N 的信号；然而，由于 MPA 所采用的假设，最终得到的宽带信号与理想信号存在偏差。尽管 MPA 的性能优于 MFT，但它无法恢复 R-域中的所有峰值，而 kR-Net 则实现了最准确的全频带信号重建。

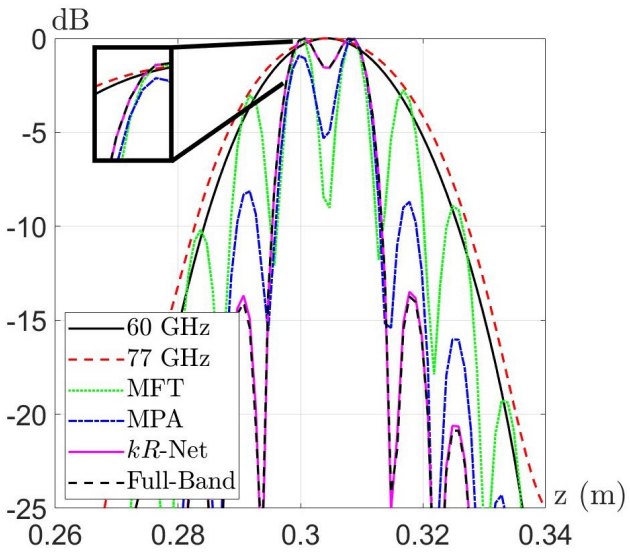

图 8：从不同场景下沿 $y = 0$ m 切片得到的成像结果对比，包含间距为 $\Delta_z = 7.1$ mm 的两个模拟点散射体；对于等效带宽为 21 GHz 的情况，该间距对应于最小可分辨距离。

5.1.2 有效带宽研究

鉴于多频段成像旨在通过合成增大带宽来实现更高的分辨率，我们考察所提出算法的分辨能力及其对应的有效带宽。雷达系统在纵深向的分辨率由 $\delta_z = c/2B$ 给出，它决定了系统区分两个间距较近的反射体的能力。因此，我们比较了多种情况下两个间距较近的峰值的成像结果，以评估算法的分辨极限。我们模拟了一个场景，其中两个点散射体位于距雷达视轴 Z_r 和 $Z_r + \Delta_z$ 处，且加性高斯白噪声的信噪比为 20 分贝。使用 $Z_r = 300$ mm，我们评估了 $\Delta_z = 7.1$ mm 时的性能，该数值对应于 21 GHz 的有效带宽。如图 8 所示，所提出的 kR-Net 得到的响应与理想全频带信号几乎完全相同。由于 60 GHz 和 77 GHz 雷达的子频带 1 和 2 的带宽均为 4 GHz，两个间距较近的反射体模糊成一个峰值。MFT 能够分辨这两个峰值，但与全频带信号相比，其旁瓣显著增大。由于目标由两个信号分量构成，MPA 能够分辨两个峰值，且没有明显失真，但与理想信号相比存在一些轻微偏差。相比之下，kR-Net 得到的信号更准确，旁瓣也更低。因此，由于两个峰值得到了清晰分辨，所提出的算法实现了 21 GHz 的有效带宽。

5.1.3 高带宽目标

为了直观评估 kR-Net 的成像性能，并展示 MFT 和 MPA 在高带宽目标上的不足，在近场多频段场景中考虑了两种形状，使用尺寸为 0.125 m × 0.125 m 的平面阵列，满足空间奈奎斯特准则 [40]。星形位于左侧的平面 $z = 307$ mm 上，菱形位于右侧的平面 $z = 300$ mm 上，合成阵列则位于平面 $z = 0$ m 上。在许多高分辨率成像任务中，必须对物体进行定位、分类或计数，以识别隐藏武器、确保包装正确或检测缺陷。为了定位间距很近的目标，带宽为 4 GHz 的收发器可能不够用，因为较低的距离分辨率会导致图像沿 z 方向拉伸，超出物体的实际尺寸。图 9 展示了三维重建图像以及沿 $z = 300$mm 和 $z = 307$ mm 的切片，以说明沿 z 方向的失真如何污染图像并降低系统性能。由于物体位于不同的 z平面上，第二行和第三行应分别只显示菱形和星形，如图 9e 的理想全带宽情况所示。子频带 1（60–64 GHz）重建的图像如图 9a 所示，体现了低带宽的局限性：两个切片中都清晰可见两种形状。同样，MFT 会产生强烈的旁瓣，如图 8 所示；对于实心目标，这些旁瓣对应于沿 z 方向出现的鬼影形状，如图 9b 所示。因此，MFT 重建的图像不适用于定位或物体计数任务，因为杂散旁瓣会遮蔽图像。对于这一高带宽目标场景，MPA 重建的图像如图 9c 所示，由于多频带融合模型过于简单且假设反射体数量较少，图像保真度有所损失

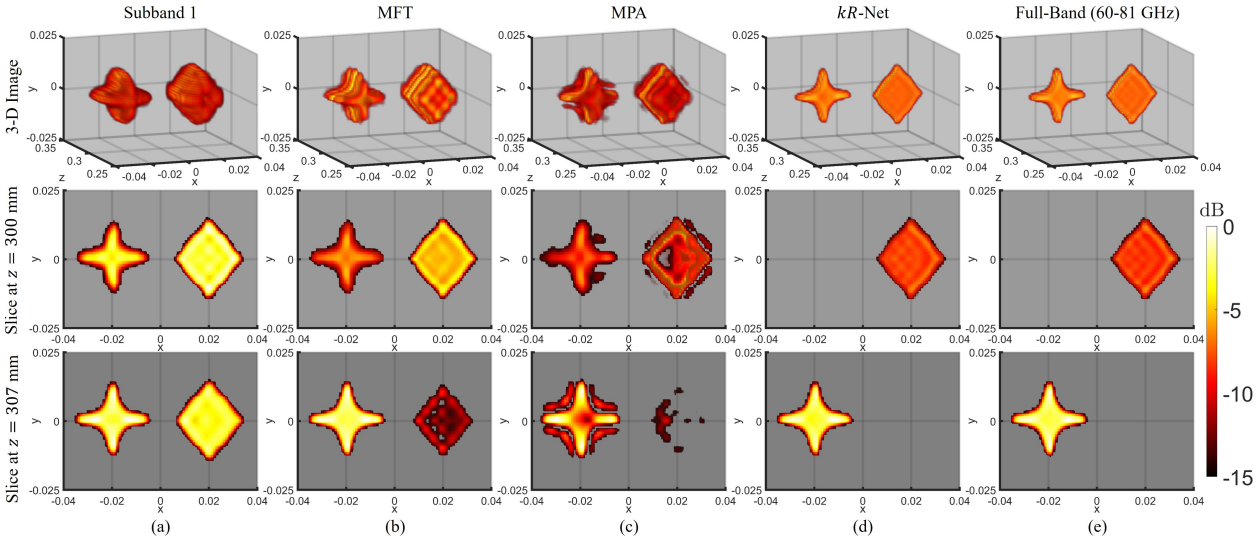

图9：由位于 $z = 300$ mm 处的菱形和位于 $z = 307$mm 处的星形组成的高带宽目标。所提出的 kR-Net 能够将这两种形状分别分离到其对应的 z-平面，展现出与理想全带宽收发机相当的成像性能；而 MFT 和 MPA 图像中不存在特征损失或明显的旁瓣。使用以下方法对仿真高带宽目标进行成像所得的成像结果：（a）子频带1（60–64 GHz），（b）MFT，（c）MPA，（d）kR-Net，（e）理想全带宽（60–81 GHz）。第一行：三维图像。第二行：$z = 300$ mm 处的切片，对应于菱形的所在位置。第三行：$z = 307$mm 处的切片，对应于星形的所在位置。

这是因为多频带融合模型过于简单，并且假设反射体数量较少。因此，MPA 图像不仅受到旁瓣污染，导致与各物体对应的切片质量下降，还无法保留物体的高带宽特征。相比之下，kR-Net 重建的图像（见图 9d）与理想全带宽图像十分相似。这与数值实验得出的结论一致，并表明在实际高分辨率成像任务中，kR-Net 的性能优于现有算法。

5.2 定量研究

首先，我们在数值上比较 MFT、MPA 和 kR-Net 的成像性能，考虑一个采用 200×200 个合成阵元平面孔径的近场合成孔径雷达场景。需要注意的是，MFT 和 MPA 是经典的信号处理方法，而 kR-Net 采用混合方法，将数据驱动技术与信号处理算法相结合。每项实验均进行 50 次蒙特卡罗试验。我们使用结构相似性指数（SSIM）、峰值信噪比（PSNR）和归一化均方根误差（NRMSE）比较各种算法，其中 SSIM 定义为

$$\text{SSIM} = \frac{(2\mu_{\mathbf{x}}\mu_{\mathbf{y}} + C_1)(2\sigma_{\mathbf{xy}} + C_2)}{(\mu_{\mathbf{x}}^2 + \mu_{\mathbf{y}}^2 + C_1)(\sigma_{\mathbf{x}}^2 + \sigma_{\mathbf{y}}^2 + C_2)}, \tag{11}$$

其中，$\mathbf{x}$ 和$\mathbf{y}$ 分别为重建图像和参考图像；$\mu_{\mathbf{x}}$、$\sigma_{\mathbf{x}}$ 和 $\mu_{\mathbf{y}}$、$\sigma_{\mathbf{y}}$ 分别为它们对应的均值和标准差；L 为像素值的动态范围。为保证稳定性，$C_1 = (k_1 L)^2$ 和 $C_2 = (k_2 L)^2$，其中 $k_1 = 0.01$ 和 $k_2 = 0.03$ 默认取值为 [21]。SSIM 用于量化$\mathbf{x}$ 和$\mathbf{y}$之间的相似度，值越大表示性能越好，完美重建时最大值为 1。同样，较高的 PSNR 值（dB） [30]和较低的 NRMSE 值 [21] 表示图像重建更加准确。

采用 MFT、MPA 和 kR-Net 对 60–64 GHz 和 77-81 GHz 两个子频带进行多频段信号融合，并计算图像，再与根据式 (9) 从覆盖整个 60-81 GHz 带宽的理想全频带场景中恢复的图像进行比较。首先，如第 3.2 节所述，分别针对全频带和多频段情况，在信噪比为 20 分贝的条件下生成三维图像。通过改变目标数量 N_t（该数量对应于目标带宽），比较各种算法的鲁棒性。结果如表 1 所示。由于 MFT 未考虑频率间隙，因此会产生更强的旁瓣。正如预期，MPA 在低带宽目标方面表现出卓越的性能，但随着目标带宽和N_t 的增加，其成像质量会受到严重影响。相比之下，与经典算法相比，所提出的 kR-Net 表现出更强的鲁棒性，尤其是在应用于高带宽目标场景时。这是意料之中的，因为 kR-Net 是在一个同时包含两种类型的数据集上训练的。

表 1：使用 MFT、MPA 和kR-Net 对不同目标数量（N_t）下的 SSIM、PSNR 和归一化均方根误差进行比较

N_t	MFT			MPA			kR-Net		
	SSIM	峰值信噪比	归一化均方根误差	SSIM	峰值信噪比	归一化均方根误差	SSIM	峰值信噪比	归一化均方根误差
3	0.9970	48.91	1.145	0.9997	66.92	0.1727	**0.9999**	**90.90**	**0.01779**
10	0.9934	45.81	1.142	0.9959	48.03	0.7904	**0.9997**	**59.36**	**0.2439**
100	0.9703	39.56	1.108	0.9684	39.17	1.160	**0.9809**	**41.60**	**0.8779**
400	0.9220	34.07	1.097	0.9240	33.56	1.164	**0.9425**	**35.44**	**0.9378**
700	0.8989	32.28	1.089	0.9061	31.94	1.130	**0.9250**	**33.72**	**0.9208**
1000	0.8874	31.39	1.068	0.8902	30.82	1.143	**0.9094**	**32.45**	**0.9488**
1300	0.8678	30.03	1.055	0.8714	29.50	1.122	**0.8922**	**31.14**	**0.9302**
Avg.	0.9338	37.44	1.100	0.9364	40.14	0.9644	**0.9499**	**46.37**	**0.6967**

低带宽和高带宽目标。表 1 中以粗体显示了最佳评估结果，这表明在真实的三维成像场景中，kR-Net 优于 MFT 和 MPA。

表 2：使用 MFT、MPA 和 kR-Net 时，不同信噪比下 SSIM、PSNR 和归一化均方根误差的比较

SNR	MFT			MPA			kR-Net		
	SSIM	PSNR	归一化均方根误差	结构相似性指数	峰值信噪比	归一化均方根误差	结构相似性指数	峰值信噪比	归一化均方根误差
20 分贝	0.95414	33.64	1.089	0.9743	39.72	0.5510	**0.9839**	**42.39**	**0.4064**
15 分贝	0.9487	33.08	1.153	0.9733	38.72	0.6138	**0.9801**	**41.06**	**0.4680**
10 分贝	0.9465	32.324	1.150	0.9560	37.41	0.6580	**0.9816**	**41.47**	**0.4129**
5 dB	0.9485	34.32	1.109	0.9573	37.25	0.8203	**0.9800**	**41.00**	**0.5375**
0 dB	0.9457	32.48	1.131	0.9610	37.61	0.6880	**0.9780**	**40.76**	**0.5009**
Avg.	0.9487	33.17	1.1265	0.9644	38.14	0.6662	**0.9807**	**41.34**	**0.4651**

接下来，为评估性能，生成了包含 200 个随机分布点散射体以及一个实心物体的图像；该物体从圆形、正方形、三角形等 10 种基本形状中选取。表 2 展示了在信噪比从 0 分贝到 20 分贝、每次递增 5 分贝的范围内，对不同算法进行评估所得的结果。由于 $N_t > 200$ 对于每幅图像而言，目标都被视为高带宽目标，因此 MPA 无法充分建模目标的细节。在本实验中，由于加入了实心目标，MPA 的表现优于 MFT：MPA 略微降低了实心目标产生的旁瓣，而这些旁瓣的功率贡献大于点散射体。不过，kR-Net 在低信噪比和高信噪比下均表现出稳健性，同时实现了较高的结构相似性指数和峰值信噪比，以及较低的归一化均方根误差。

这些分析验证了所提出的算法在低带宽和高带宽目标场景下的优越性。kR-Net 克服了 MPA 的缺陷：由于模型过于简单，MPA 被认为不适用于许多近场成像应用，而这些应用需要对复杂物体进行高分辨率成像且不丢失特征。此外，由于kR-Net 高度并行化，其单幅图像的计算时间为 12.5 s，显著短于迭代式 MPA [5, 6], 进行三维成像所需的 1.6 h。如第 2.1 节所述，三个算法均使用相同的图形处理器硬件实现。尽管采用了高效的并行化 MPA 实现，其计算时间仍然过长。另一方面，尽管 MFT 仅需 5.2 s 即可恢复图像 [10], , 但它未考虑子频带之间的频率间隙，并且在图像质量方面始终逊于kR-Net。

5.2.1 消融实验

为展示混合双域方法的有效性，我们将两个基线网络与 kR-Net 进行比较。首先，我们从网络中移除快速傅里叶变换和逆快速傅里叶变换模块，使其仅在 k-域中运行。与图4a不同，输入信号位于 k-域，并在整个网络中始终保持在 k-域。对于插补问题，例如图像补全或多频带信号融合，利用输入信号（在我们的例子中即每个子频带上的信号）中分布的各处信息来补全缺失区域，对卷积神经网络而言颇具挑战。卷积神经网络中间表示（即卷积层的输出）的每个像素，都取决于前一卷积层表示中的一个区域。因此，给定表示中的像素取决于输入信号中的特定区域，这称为有效感受野。然而，由于卷积核尺寸较小，有效感受野通常增长缓慢，这意味着直到网络较深层时，频率间隙中推断出的信号才会受到子频带信号的影响 [41]。这对多频带融合而言是个问题，因为要稳健地估计子频带之间的样本，就需要依赖子频带信号。因此，称为 k-Net 的波数域网络，其性能在频率间隙中心附近会下降 [26] ，因为子频带信号中的信息未能充分影响对频率间隙的预测。

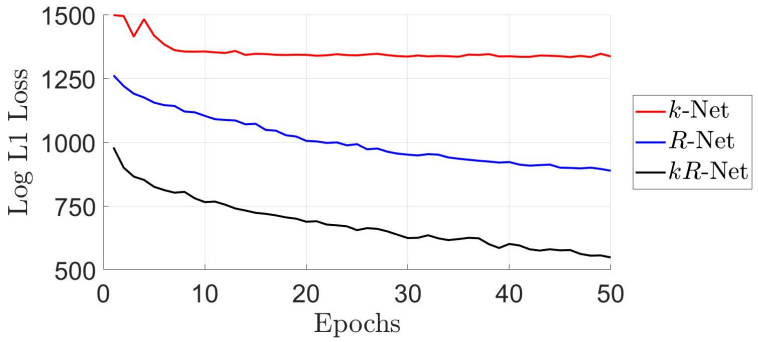

图10：对于训练收敛和最终性能，所提出的双域 kR-Net架构优于处理 k域或R域信号的传统卷积神经网络模型。训练期间2048个样本的对数尺度验证损失对比。

另一种基线采用与 k-Net 相同的架构，但在R-域中进行信号融合。这种技术称为 R-Net，代表一种用于多频带信号融合的谱超分辨率方法，类似于数据驱动的线谱超分辨率算法 [23,24]。然而，尽管训练和验证所用的信号相同，由于每个网络在不同域中运行，性能仍存在明显差异。

首先，如图10所示，我们比较了 kR-Net与基线网络 k-Net和 R-Net在训练过程中的收敛情况。三个算法在相同数据集上训练50个epoch，并使用相同的数据集进行验证。我们观察到， kR-Net的双域架构加快了网络训练速度，并提升了最终性能。相比之下， k-Net的收敛速度明显较慢，并且 R-Net的信号融合性能不如 kR-Net。

表 3：使用 k-Net、 R-Net 和kR-Net 对不同目标数量（N_t）的 SSIM、峰值信噪比和归一化均方根误差进行比较

N_t	k-网络			R-网络			kR-网络		
	SSIM	峰值信噪比	归一化均方根误差	SSIM	峰值信噪比	归一化均方根误差	SSIM	峰值信噪比	归一化均方根误差
3	0.9972	50.05	1.01	0.9995	69.98	0.1026	**0.9999**	**90.90**	**0.01779**
10	0.9946	47.15	0.9809	0.9994	56.65	0.3308	**0.9997**	**59.36**	**0.2439**
100	0.9780	40.92	0.9475	0.9780	41.00	0.9411	**0.9809**	**41.60**	**0.8779**
400	0.9380	35.13	0.9715	0.9351	34.76	1.015	**0.9425**	**35.44**	**0.9378**
700	0.9168	33.23	0.9746	0.9167	33.05	0.9955	**0.9250**	**33.72**	**0.9208**
1000	0.9035	32.17	0.9767	0.8999	31.75	1.029	**0.9094**	**32.45**	**0.9488**
1300	0.8863	30.96	0.9500	0.8816	30.40	1.012	**0.8922**	**31.14**	**0.9302**
Avg.	0.9449	38.52	0.9732	0.9444	42.51	0.7751	**0.9499**	**46.37**	**0.6967**

我们针对三个网络分别重复了在不同目标数量 N_t 下比较性能的实验，结果如表 3 所示，其中最佳评估结果以粗体标出。尽管 R-Net 在此实验中优于 MPA，但其数值性能仍无法与 kR-Net 相媲美。随着 N_t 增加，R-Net 的性能开始下降。这可能是因为在 R 域中，间距较近的峰值出现的可能性增加，从而导致频谱模糊。另一方面，与两种基线方法相比， kR-Net 的性能有所提升，证实了混合方法在克服频谱模糊方面的优越能力。结果表明， kR-Net 凭借其混合双域方法具有优越性，并验证了在 k 域和 R 域进行学习能够提升多频带信号融合的定量性能。

5.2.2 泛化能力研究

为研究所提出技术的泛化能力，我们考虑了三种不同的多频段场景，它们的频率范围、子频带范围和子频带数量各不相同。由于每种配置都需要针对相应子频带的数据重新训练网络，因此我们按照第 3.2.1 节所述的相同参数，为每种配置模拟数据集。配置 $\mathcal{A}$ 包含两个子频带，带宽均为 2 GHz，起始频率分别为 30 GHz 和 38 GHz，对应的全带宽范围为 30 GHz 至 40 GHz。在配置 $\mathcal{B}$中，使用两个带宽不同的子频带，带宽分别为 6 GHz 和 10 GHz，起始频率分别为 180 GHz 和 210 GHz，对应的全带宽范围为 180 GHz 至 220 GHz。最后，配置 $\mathcal{A}$ 使用三个子频带，带宽分别为 8 GHz、10 GHz 和 6 GHz，起始频率分别为 400 GHz、428 GHz 和 454 GHz，从而实现 400 GHz 至 460

在配置 $\mathcal{C}$ 中，通过使用三个子频带实现了 GHz 级带宽，其带宽分别为 8 GHz、10 GHz 和 6 GHz，起始频率分别为 400 GHz、428 GHz 和 454 GHz。

表4：使用 MFT、MPA 以及针对相应配置训练的 kR-Net，在不同 N_t 值和信噪比下，各种多频带配置的平均峰值信噪比和成像时间对比。

	配置 $\mathcal{A}$			配置 $\mathcal{B}$			配置 $\mathcal{C}$		
	MFT	MPA	kR-Net$_{\mathcal{A}}$	MFT	MPA	kR-网络$_{\mathcal{B}}$	MFT	MPA	kR-Net$_{\mathcal{C}}$
N_t	31.60	34.12	**43.57**	31.10	37.41	**48.50**	32.67	34.07	**40.52**
SNR	33.50	38.82	**43.82**	33.64	35.18	**47.86**	33.48	39.19	**44.79**
时间（秒）	**4.412**	4362	9.468	**4.632**	5276	9.673	**5.086**	8773	11.39

针对每种多频段场景对应的数据集，分别训练了三个不同的网络，并将其命名为 kR-Net$_{\mathcal{A}}$, kR-Net$_{\mathcal{B}}$,kR-Net$_{\mathcal{C}}$。为评估这些网络的数值性能，我们通过比较每种配置在不同目标数量 N_t和信噪比下的表现，重复进行了实验。各配置下跨N_t 和信噪比的平均结果，以及每种算法的计算时间，均列于表4中，其中最佳结果以粗体标出。对于所有三种配置，所提出的方法均取得了最佳数值性能，展现了所提出网络在各种实际条件下的泛化能力。此外，MFT 的计算时间最短，但图像聚焦最不稳健；而采用图形处理器实现的 MPA 需要超过 1 小时才能插补全频带信号，且重建效果逊于所提出的算法。由于 MPA 仅能在两个子频带的情况下进行多频带融合，因此对于配置 $\mathcal{C}$，必须运行两次才能估计两个频率间隙中的信号。然而，这使得该配置下 MPA 对每幅合成孔径雷达图像所需的计算时间增加到 2.4 小时。相比之下，所提出的算法只需运行一次即可实现更稳健的重建，配置 $\mathcal{C}$ 所需时间为 11.4 秒。所提出的 kR-Net 展现了泛化能力，可应对跨越多种频率范围和子频带配置的各种多正弦信号插补问题。只要系统设计合理，且硬件能够生成与预先设计的数据集相一致的多正弦信号，我们的技术便可针对不同芯片设计、供应商、合成孔径雷达扫描模式等进行训练，以实现稳健融合。然而，如第 2 节所述，频率无关的散射特性这一假设可能并不适用于所有应用，并且根据工作频率下预期目标的材料光谱特性，可能会限制所提出方法的稳健性。



(a) (b) (c)

图11：各种实验目标：(a) 金属球目标，(b) 带锯齿刃且手柄附近有缺口的大型刀具，以及 (c) 纸板箱内的隐藏物体。

5.3 实证结果

利用第 4 节中详细介绍的多频段成像系统，我们采集了若干目标在上述两个子频带下的雷达数据，并比较了各种多频段融合算法的成像结果。

首先，如图11a所示，将三个直径为1.5 cm的金属球放置在阵列中心前方。距离平面扫描仪最近的球与另外两个球在 z方向上相距3 cm。较远的两个球相距6 cm，并以近处的球为中心沿水平方向对称分布。图像在横向方向上分辨良好且聚焦清晰；然而，距离分辨率因方法而异。对尺寸为0.125 m $\times$ 0.125 m的平面阵列进行采样后，恢复出的

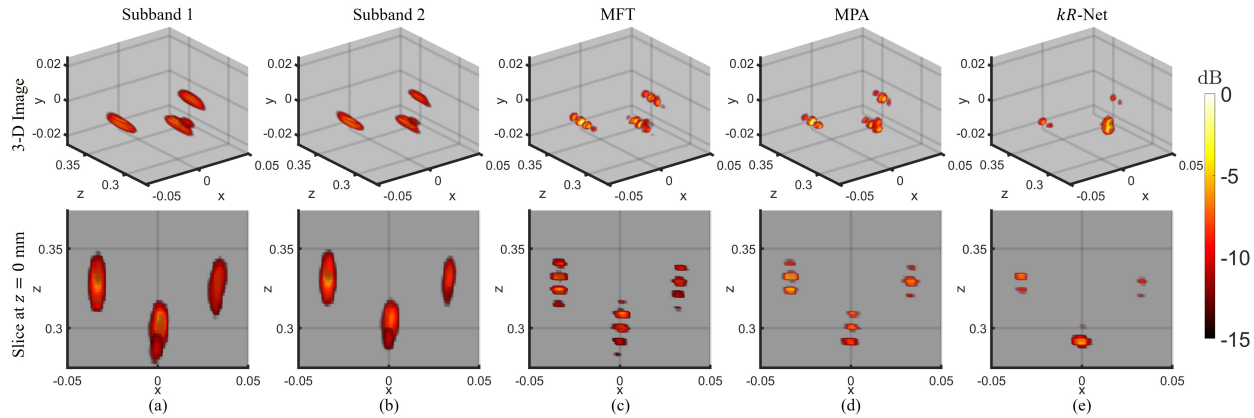

图12：MFT 和 MPA 在距离向产生了鬼影伪影，而 kR-Net 能以极少的旁瓣分辨出三个峰值。图11a所示金属球形目标的成像结果，分别采用 (a) 子频带1（60–64 GHz）、(b) 子频带2（77–81 GHz）、(c) MFT、(d) MPA、(e) kR-Net。

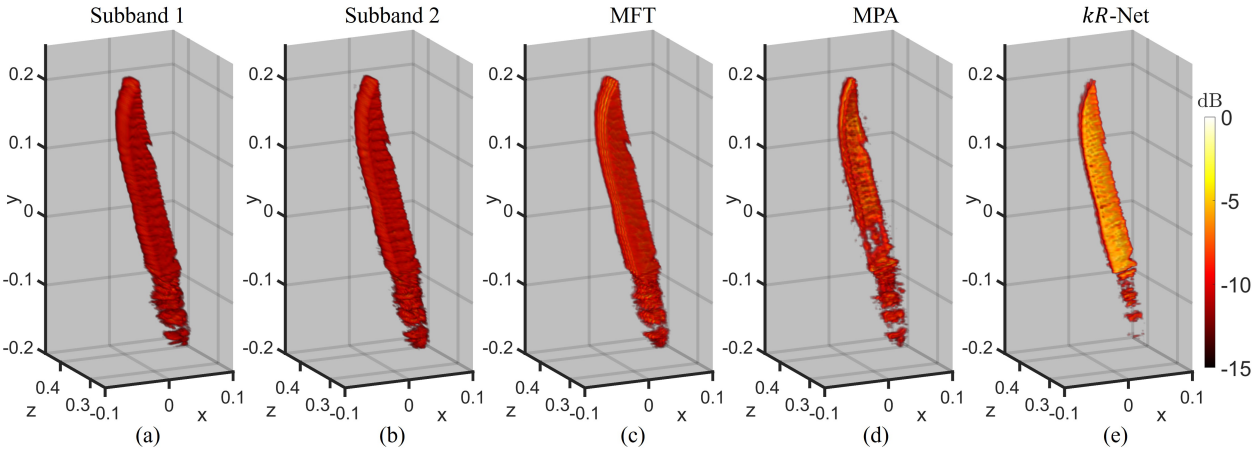

图13： kR-Net 可恢复刀具的高保真图像，以高深度分辨率还原纤薄的刀刃，同时保留刀具的形状；而使用 MPA 时，刀具形状会丢失。图11b所示大型刀具的实测成像结果，分别采用 (a) 子频带1（60–64 GHz）、(b) 子频带2（77–81 GHz）、(c) MFT、(d) MPA、(e) kR-Net。

如图12所示，计算得到图像。第一和第二个子频带恢复的图像分别如图12a和图12b所示，由于带宽为4 GHz，它们在 z 方向上的分辨率较低。

对采集的数据应用 MFT，得到的图像如图12c所示。MFT 图像受到 z方向旁瓣的严重影响，这些旁瓣遮蔽了各个金属球的位置。这是因为 MFT 在信号融合过程中未考虑缺失的 k域数据。相比之下，MPA 尝试填补频率间隙，并且取得了相对较好的效果，因为目标数量相对于每个子频带的采样点数量较少。通过应用 kR-Net，恢复了图12e所示的高分辨率图像。与使用 MPA 重建的图像相比， kR-Net 图像中三个球体各自的旁瓣均有所降低。即使在简单的目标场景下，与传统的 MFT 和 MPA 方法相比，所提出的方法仍表现出更优越的聚焦性能。

接下来，我们考虑一把大型刀具，如图11b所示。我们合成了一个尺寸为0.45 m $\times$ 0.8 m的大型阵列来扫描这把刀。采集到的数据经 MFT、MPA 和 kR-Net 处理，以提高分辨率，结果如图13所示。同样，各子频带的图像呈现出相近的聚焦性能，但由于带宽有限，距离向的分辨率较差。未对频率间隙中的缺失数据进行处理时，MFT 图像存在明显的旁瓣，如图13c所示，其外观与图13a和图13b中的单雷达图像相似。尽管与 MFT 相比，MPA 能够适度降低旁瓣，如图13d所示，但由于 MPA 采用的模型过于简单，刀具的结构未能保留

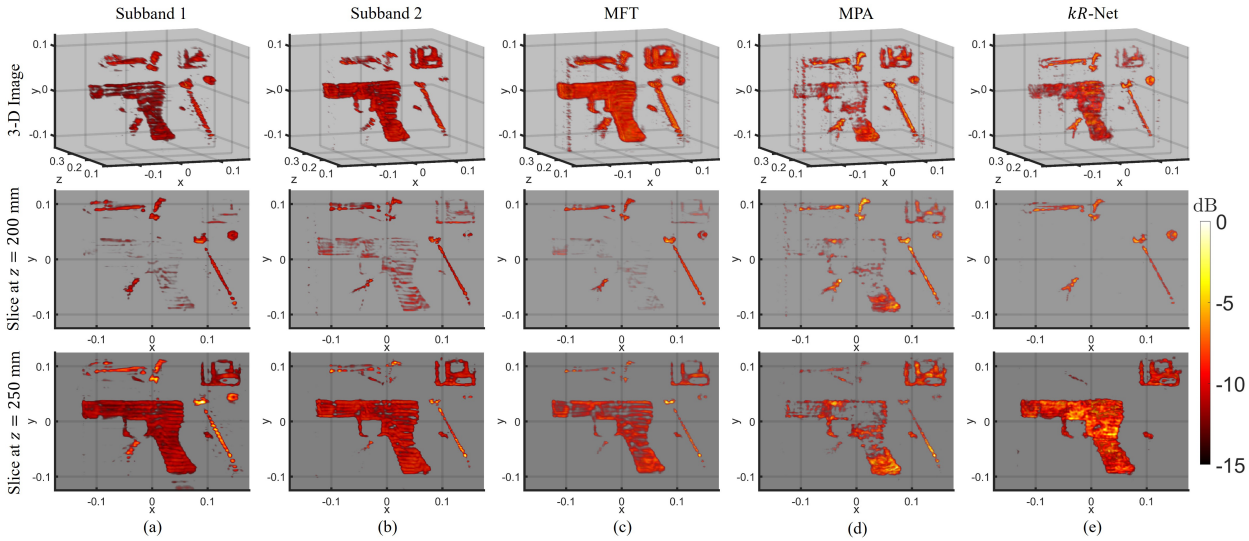

图14：所提出的 kR-Net将箱子前部和后部的物品区分开来，展示了在真实隐藏物品场景中实现高保真超分辨率的能力，且性能优于MFT和MPA。图11c所示隐藏物体目标的实测成像结果，分别使用(a)子频带1（60–64 GHz）、(b)子频带2（77–81 GHz）、(c)MFT、(d)MPA、(e) kR-Net。第一行：三维图像。第二行：$z = 200$ mm处的切片，对应箱子前部的位置。第三行： $z = 250$ mm处的切片，对应箱子后部的位置。

。因此，刀刃发生了变形，距离向也出现了鬼影。对于隐蔽武器探测或遮挡物品识别，MPA 对这类高带宽目标（如这把刀）的重建质量较差，可能会严重降低系统性能。然而， kR-Net 展现出最佳的聚焦性能，在保留目标复杂特征的同时，实现了 z向的高分辨率。恢复图像中清晰可见刀具的锯齿刃和缺口，如图13e所示；刀柄的尺寸也与图11b所示的实物尺寸十分接近。

最后，我们考虑一个纸板箱内装有多件物品的隐藏物体场景，如图11c所示。纸板箱的摆放位置使其前部距雷达视轴200 mm，并与合成阵列平行。贴在箱子前部的物品与后部物品相隔5 cm，箱子由尺寸为0.25 m $\times$ 0.125 m的阵列照射。若沿 z方向的间距进一步缩小，成像结果预计会进一步恶化。图14展示了重建的三维图像，以及位于 $z = 200$mm和 $z = 250$mm处的切片，分别对应箱子的前部和后部。为获得准确的高分辨率成像， $z = 200$ mm处的切片应仅包含箱子前部的物体，而 $z = 250$ mm处的切片应仅包含箱子后部的物体。

对于带宽为 4 GHz 的两个子频带，重建后的图像沿 z方向分布，且如图14a和14b所示，所展示的两个切片均受到来自前方和后方物体的干扰。位于箱体后部的小扳手和钥匙受到较弱反射和遮挡的影响，所测试的算法无法对其进行良好的分辨。在存在遮挡的情况下，采用圆柱合成孔径雷达方法 [31, 42] 或图像增强算法 [14–18, 43, 44] 可能有助于提高图像质量。使用MFT恢复的图像如图14c所示，其表现符合预期：沿距离向的旁瓣会产生鬼影，导致物体同时出现在两个距离切片中。类似地，与MFT相比，MPA能够适度降低旁瓣，如图14d所示。然而，正如先前实验和MPA固有局限性所预期的那样，旁瓣并未得到有效抑制，且物体的部分特征有所丢失。使用 kR-Net恢复的图像如图14e所示，在两个关键方面展现出更优的性能。首先， kR-Net图像保留了目标的高保真特征，这对于包括图像分割和物体分类在内的众多应用至关重要。扳手的图像质量尤为突出，与现有方法恢复的图像相比，每把扳手的钳口都更加清晰可见。其次，沿 z方向的鬼影显著减少，箱体前侧的物体仅出现在 $z = 200$ mm切片中。同样，箱体后侧的物体仅出现在 $z = 250$ mm切片中。由于不存在使用MFT或MPA时观察到的干扰，因此能够更轻松地对物体进行定位和分类，从而为众多成像应用实现超分辨率。所提出的混合方法，

双域算法能够在不丢失特征的情况下生成高分辨率、高保真图像，并且在真实场景中展现出优于现有技术的性能。

通过数值仿真和实证分析，所提出的算法在效率和图像质量方面均优于 MFT 和 MPA。除了在低信噪比条件下表现出色外，所提出的 kR-Net 在低带宽和高带宽目标场景中也具有更强的鲁棒性。对于复杂精细目标的实际成像， kR-Net 通过改进多频段信号融合实现空间超分辨率，同时保留目标的精细特征。因此， kR-Net 更适用于高分辨率多频段成像应用。

6 结论

本文介绍了一种新颖的基于深度学习的算法，用于多频段信号融合以实现三维 SAR 超分辨率。从波数域角度处理信号融合问题后，我们发现，对k域信号进行插补等同于在波数谱域中实现超分辨率。因此，所提出的网络采用混合双域残差架构，利用 k域和 R域中的关系来提升性能。我们开发了一种新颖的残差 CV-CNN 框架，在网络中穿插域变换模块，其性能优于传统卷积神经网络模型。与假设场景中反射体数量较少或目标带宽较低的 MPA 相比，所提出的 kR-Net 在包含由多个反射体构成的复杂目标的成像场景中具有良好的鲁棒性。通过仿真和实证验证， kR-Net 在低带宽和高带宽目标的多频段信号融合方面均展现出优异的成像性能。该混合架构优于分别在 k域或 R域中运行的等效单域网络。大量数值研究验证了 kR-Net 在信号融合方面优于传统 MFT 和 MPA 以及单域卷积神经网络模型。我们使用商用毫米波雷达搭建了定制的多雷达机械原型，并对各种目标进行了成像实验，结果发现， kR-Net 在图像聚焦和效率方面的性能显著提升。

参考文献

[1] M. E. Yanik、D. Wang 和 M. Torlak，“MIMO-SAR 毫米波成像测试平台的开发与演示”，*IEEE Access*，第 8 卷，第 126 019–126038 页，2020 年 7 月。[2] A. Batra、J. Barowski、D. Damyanov、M. Wiemeler、I. Rolfes、T. Schultze、J. C. Balzer、D. Göhringer 和 T. Kaiser，“从 GHz 到 THz 波的短距离 SAR 成像”，*IEEE J. Microw.*，第 1 卷，第 2 期，第 574–585 页，2021 年 4 月。[3] K. M. Cuomo、J. E. Pion 和 J. T. Mayhan，“超宽带相干处理”，*IEEE Trans. Antennas Propag.*，第 47 卷，第 6 期，第 1094–1107 页，1999 年 6 月。[4] B. Tian、Z. Chen 和 S. Xu，“基于几何绕射理论模型参数估计的稀疏子带融合成像”，*IET Radar, Sonar Navigat.*，第 8 卷，第 4 期，第 318–326 页，2014 年 7 月。[5] Y. Q. Zou、X. Z. Gao、X. Li 和 Y. X. Liu，“一种基于矩阵铅笔算法的多频段迭代融合成像方法”，*Sci. Rep.*，第 6 卷，第 1 期，第 1–10 页，2016 年 1 月。[6] J. Wang、P. Aubry 和 A. Yarovoy，“采用矩阵铅笔法的波数域多频段信号融合高分辨率成像”，*IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*，第 56 卷，第 7 期，第 4037–4049 页，2018 年 4 月。[7] H. H. Zhang 和 R. S. Chen，“基于快速稀疏贝叶斯学习算法的多频段雷达数据相干处理与超分辨率技术”，*IEEETrans. Antennas Propag.*，第 62 卷，第 12 期，第 6217–6227 页，2014 年 12 月。[8] Y. Zhang、T. Wang、H. Zhao、Y. Zhang 和 H. Zhao，“复杂噪声环境下基于支持向量回归的多雷达子频带融合算法”，*IEEETrans. Antennas Propag.*，第 66 卷，第 1 期，第 381–392 页，2018 年 1 月。[9] J. Tian、J. Sun、G. Wang、Y. Wang 和 W. Tan，“采用 IAA 和 apFFT 的多频段雷达信号相干融合处理”，*IEEE Signal Process. Lett.*，第 20 卷，第 5 期，第 463–466 页，2013 年 5 月。[10] Z. Li、S. Papson 和 R. M. Narayanan，“多视逆合成孔径雷达图像的数据级融合”，*IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*，第 46 卷，第 5 期，第 1394–1406 页，2008 年 4 月。[11] T. Sarkar 和 O. Pereira，“使用矩阵铅笔法估计复指数和的参数”，*IEEE Antennas Propag. Mag.*，第 37 卷，第 1 期，第 48–55 页，1995 年 2 月。[12] L. Zhang、Z.-j. Qiao、M. Xing、Y. Li 和 Z. Bao，“采用稀疏步进频率波形的高分辨率 ISAR 成像”，*IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*，第 49 卷，第 11 期，第 4630–4651 页，2011 年 6 月。

[13] Z. Liu、H. Mao、C.-Y. Wu、C. Feichtenhofer、T. Darrell 和 S. Xie，“面向 2020 年代的卷积网络”，arXiv 预印本 arXiv:2201.03545，2022 年 1 月。[14] Y. Dai、T. Jin、H. Li、Y. Song 和 J. Hu，“基于 MIMO 虚拟阵列雷达的卷积神经网络成像增强”，IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.，第 59 卷，第 9 期，第 7449–7458 页，2021 年 11 月。[15] H. Jing、S. Li、K. Miao、S. Wang、X. Cui、G. Zhao 和 H. Sun，“通过复值全卷积神经网络增强毫米波三维成像”，Electronics，第 11 卷，第 1 期，第 147 页，2022 年。[16] J. W. Smith、O. Furxhi 和 M. Torlak，“基于全卷积神经网络的超分辨率毫米波雷达框架：用于非接触式乐器交互界面”，IEEE Trans. Multimedia，第 1–1 页，2021 年 5 月。[17] C. Vasileiou、J. Smith、S. Thiagarajan、M. Nigh、Y. Makris 和 M. Torlak，“高效的基于卷积神经网络的毫米波移动雷达成像超分辨率算法”，发表于 IEEE ICIP 会议论文集，法国波尔多，2022 年 10 月，第 3803–3807 页。[18] H. Zhang、R. Song、S. Chen、G. Wang、Y. Jia 和 C. Yan，“基于生成对抗网络的穿墙雷达成像目标成像”，发表于 IEEE ICCAIS 会议论文集，中国成都，2019 年 10 月，第 1–6 页。[19] R. Haensch 和 O. Hellwich，“用于 PolSAR 数据目标检测的复值卷积神经网络”，发表于欧洲合成孔径雷达会议论文集，德国亚琛，2010 年 6 月，第 1–4 页。[20] Z. Zhang、H. Wang、F. Xu 和 Y.-Q. Jin，“复值卷积神经网络及其在极化 SAR 图像分类中的应用”，IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.，第 55 卷，第 12 期，第 7177–7188 页，2017 年 9 月。[21] M. Wang、S. Wei、J. Liang、Z. Zhou、Q. Qu、J. Shi 和 X. Zhang，“TPSSI-Net：用于三维 SAR 稀疏成像的快速增强型双路径迭代网络”，IEEE Trans. Image Process.，第 30 卷，第 7317–7332 页，2021 年 8 月。[22] M. Wang、S. Wei、J. Liang、X. Zeng、C. Wang、J. Shi 和 X. Zhang，“RMIST-Net：联合距离徙动与稀疏重建的三维毫米波成像网络”，IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.，第 1–17 页，2021 年 4 月。[23] G. Izacard、S. Mohan 和 C. Fernandez-Granda，“正弦频率的数据驱动估计”，发表于 NeurIPS 会议论文集，第 32 卷，加拿大温哥华，2019 年 12 月。[24] P. Pan、Y. Zhang、Z. Deng 和 G. Wu，“复值频率估计网络及其在雷达距离像超分辨率中的应用”，IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.，第 1–12 页，2021 年 10 月。[25] A. B. Baral 和 M. Torlak，“所用噪声特征向量数量对 MUSIC 分辨概率的影响”，IEEE Access，第 7 卷，第 20 023–20 039 页，2019 年 1 月。[26] W. Luo、Y. Li、R. Urtasun 和 R. Zemel，“理解深度卷积神经网络中的有效感受野”，发表于 NeurIPS 会议论文集，西班牙巴塞罗那，2016 年 12 月。[27] J. Lee-Thorp、J. Ainslie、I. Eckstein 和 S. Ontanon，“FNet：使用傅里叶变换混合词元”，arXiv 预印本 arXiv:2105.03824，2021 年 9 月。[28] L. Chi、B. Jiang 和 Y. Mu，“快速傅里叶卷积”，发表于 NeurIPS 会议论文集，加拿大温哥华，2020 年 12 月，第 4479–4488 页。[29] R. Souza、R. M. Lebel 和 R. Frayne，“用于磁共振图像重建的混合双域级联卷积神经网络”，发表于 MIDL 会议论文集，英国伦敦，2019 年 7 月，第 437–446 页。[30] B. Lim、S. Son、H. Kim、S. Nah 和 K. Mu Lee，“用于单幅图像超分辨率的增强型深度残差网络”，发表于 IEEE计算机视觉与模式识别会议会议论文集，美国夏威夷州檀香山，2017 年 7 月，第 136–144 页。[31] J. W. Smith、M. E. Yanik 和 M. Torlak，“近场 MIMO-ISAR 毫米波成像”，发表于 IEEE RadarConf 会议论文集，意大利佛罗伦萨，2020 年 9 月，第 1–6 页。[32] D. M. Sheen、D. L. McMakin 和 T. E. Hall，“用于隐蔽武器探测的三维毫米波成像”，IEEE Trans. Microw. Theory Techn.，第 49 卷，第 9 期，第 1581–1592 页，2001 年 9 月。[33] J. W. Smith 和 M. Torlak，“适用于不规则扫描几何的高效三维近场 MIMO-SAR 成像”，IEEE Access，第 10 卷，第 10 283–10 294 页，2022 年 1 月。[34] V. T. Vu、M. I. Pettersson、A. Batra 和 T. Kaiser，“SAR 数据立方体的傅里叶变换与三维距离徙动算法”，IEEE航空航天与电子系统汇刊，第 58 卷，第 3 期，第 2584–2591 页，2022 年 12 月。[35] X. Wang 和 T. Jiang，“基于压缩感知的宽带雷达多频段合成”，发表于 IEEE ACES 会议论文集，中国南京，2019 年 8 月，第 1–2 页。[36] J. W. Smith、S. Thiagarajan、R. Willis、Y. Makris 和 M. Torlak，“采用新型无污染训练技术改进深度卷积神经网络中的静态手势分类”，IEEE Access，第 9 卷，第 10 893–10 902 页，2021 年 1 月。

[37] K. He、X. Zhang、S. Ren 和 J. Sun，“用于图像识别的深度残差学习”，载于*IEEE*计算机视觉与模式识别会议论文集，美国内华达州拉斯维加斯，2016年6月，第770–778页。[38] J. Gao、B. Deng、Y. Qin、H. Wang 和 X. Li，“利用复值卷积神经网络增强雷达成像”，*IEEE*地球科学与遥感快报，第16卷，第1期，第35–39页，2018年9月。[39] M. E. Yanik、D. Wang 和 M. Torlak，“利用多芯片级联毫米波传感器进行三维MIMO-SAR成像”，载于*IEEE*全球信号与信息处理会议论文集，加拿大安大略省渥太华，2019年11月，第1–5页。[40] M. E. Yanik 和 M. Torlak，“利用稀疏采样孔径数据进行近场MIMO-SAR毫米波成像”，*IEEE Access*，第7卷，第31 801–31819页，2019年3月。[41] S. Iizuka、E. Simo-Serra 和 H. Ishikawa，“全局和局部一致的图像补全”，*ACM*图形学汇刊，第36卷，第4期，第1–14页，2017年7月。[42] J. Gao、B. Deng、Y. Qin、H. Wang 和 X. Li，“考虑球面波前的高效太赫兹宽角度基于NUFFT的逆合成孔径成像”，传感器，第16卷，第12期，第2120页，2016年12月。[43] J. W. Smith、Y. Alimam、G. Vedula 和 M. Torlak，“一种在阵列扰动条件下实现高效近场SAR超分辨率的视觉Transformer方法”，载于*IEEE*太赫兹科学与无线通信研讨会论文集，美国得克萨斯州韦科，2022年4月。[44] X. Yin、Z. Hu、J. Zheng、B. Li 和 Y. Zuo，“基于深度学习算法的遮挡区域雷达回波填补研究”，遥感，第13卷，第9期，第1779页，2021年。