可重构智能表面辅助系统中的信道相关性

Kuang-Hao (Stanley) Liu，*IEEE*会员

arXiv:2305.02125v1 [cs.IT] 3 May 2023

摘要

本文探讨了可重构智能表面（RIS）辅助通信系统中的信道相关性。在这类系统中，由许多相位可调的无源元件构成的RIS会将发射机的信号反射至接收机。由于多个接收机可能共享发射机-RIS链路，两个接收机的级联信道可能会经历相关衰落，从而对系统性能产生负面影响。本文以平均相关系数为度量，分析了两个级联信道之间的相关性，并推导出精确的闭式近似。此外，本文还考虑RIS 元件数量趋于无穷大的极端情形，并得出了一个收敛结果。仿真结果验证了本文分析的准确性，并揭示了RIS辅助衰落信道的相关性特征。

索引词

相关系数、相移、瑞利衰落、可重构智能表面、莱斯衰落。

1 引言

近年来，可重构智能表面（RIS）作为一种新型无线通信范式，受到了广泛关注 [1]–[5]。RIS 是一种由大量低成本无源反射元件组成的超表面。每个元件的相位均可通过电子方式进行调节，从而按照期望的方式反射无线电信号。在多用户场景中，RIS 可用于辅助基站（BS）为多个用户提供服务。由于基站与 RIS 之间的信道为所有用户所共享，因此，经 RIS 反射的信号可能会经历相关衰落，从而降低衰落信道中的自由度。因此，刻画 RIS 辅助通信中的信道相关性至关重要。

近期已有一些研究探讨了 RIS 辅助通信中的相关衰落问题。考虑到 RIS 单元集中排列所导致的空间相关性， [6] 研究了 RIS 辅助通信中的信道估计问题。 [7], 研究了 RIS 辅助通信中的相移设计，并表明空间相关性的存在可能会简化相位配置。 [8], 从理论上分析了 RIS 单元之间的空间相关性对无线信息与能量同传（SWIPT）性能的影响。其研究结果揭示了空间相关性对平均收集能量和中断概率的不同影响。 [9] 中的研究还评估了采用多个 RIS 的空间相关 RIS 辅助通信性能。现有研究主要关注 RIS 反射单元之间的空间相关性。当同一个 RIS 用于反射不同用户的信号时，不同 RIS 辅助信道之间还会产生另一层相关性。在多用户场景中，由于低秩信道矩阵会降低复用增益，信道相关性会对系统性能产生不利影响。

本文研究两个可重构智能表面辅助的级联信道之间的相关性，每个级联信道均由基站与可重构智能表面之间的用户无关信道，以及可重构智能表面与用户之间的用户专属信道组成。由于每个级联信道经历的衰落各不相同，因此通过计算各个衰落分量上的相关系数并取其平均值来评估它们之间的相关性。对于不同用户共享的基站-RIS信道，是否存在视距（LoS）可能会以不同方式影响平均相关系数，因此将用户无关信道建模为莱斯信道。另一方面，将可重构智能表面与用户之间的用户专属信道建模为瑞利信道。所考虑的信道模型刻画了实际部署场景：无源可重构智能表面安装在能够清晰看到基站的位置，而用户很可能处于密集散射体环绕、无视距的环境中。基于所考虑的信道模型，我们以闭式形式推导出两个级联可重构智能表面信道的平均相关系数。所得表达式使我们能够识别主导信道相关性的关键因素，以及RIS单元数量较大时的渐近行为。另一个相关问题是可重构智能表面的信道硬化效应，即对于单个用户而言，需要多少个RIS单元才能减轻衰落造成的信道变化 [10]。与此不同，我们的分析直接揭示了与同一可重构智能表面关联的两个用户之间的相关性，分别随基站天线数量和RIS单元数量增加而衰减的速度。我们的工作可以扩展至Nakagami衰落分布，但所得的收敛结果不会随底层衰落模型而改变。这一点可以解释为，Nakagami模型在其均值附近的表现与莱斯模型近似相同。

K-H. Liu 任职于台湾新竹 *300044* 国立清华大学通信工程研究所。电子邮箱：khliu@ee.nthu.edu.tw

此外，本研究得出的关键结果适用于任何给定的相移配置，与相移设计所采用的底层优化算法无关。

本文其余部分的组织如下。第 2 节介绍所考虑的可重构智能表面系统和信道模型。为便于理论分析，第 3 节给出一些预备结果，随后第 4 节给出主要结果。第 5 节讨论数值结果。最后，第 6 节对本文进行总结。

符号说明：在本文中，斜体字母表示标量，向量和矩阵用粗体字母表示。对于复值向量 $\mathbf{x}$，$\|\mathbf{x}\|$ 表示其欧几里得范数。如果 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{y}$ 是维数相同的两个复值向量，则它们的内积表示为 $\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}^H$。对于复值标量 a，a^* 表示其共轭。对于矩阵 $\mathbf{A}$，$\mathbf{A}^T$和$\mathbf{A}^H$分别表示其转置和共轭转置。$\mathbf{I}_N$表示一个 $N\times N$单位矩阵。$\mathbb{E}[\cdot]$ 表示统计期望。最后，$\mathbb{C}^{m\times n}$ 表示 $m\times n$ 复值矩阵空间。

2 系统模型

如图 1 所示，我们考虑一种由可重构智能表面辅助的通信场景，其中可重构智能表面部署在基站（BS）与用户设备（UE）之间。基站在均匀线性阵列（ULA）中配备 M 根有源天线，可重构智能表面在均匀平面阵列（UPA）中配备 N 个反射单元 [11]。每个用户设备均配备单根天线。由于严重的传播损耗或遮挡，忽略基站与用户设备之间的直达链路。在下行链路中，第 k 个用户设备接收到的信号可表示为

$$y_k = \mathbf{h}_k\mathbf{\Theta}\mathbf{G}\mathbf{x} + n_k \tag{1}$$

其中，$\mathbf{x}$ 表示发射信号，$\mathbf{h}_k\in\mathbb{C}^{1\times N}$ 和 $\mathbf{G}\in\mathbb{C}^{N\times M}$ 分别表示可重构智能表面-用户设备信道和基站-RIS信道；n_k 表示噪声项；$\mathbf{\Theta}=\mathrm{diag}(e^{j\varphi_1},\cdots,e^{j\varphi_N})$ 是一个对角矩阵，其中 $\varphi_n\in[0,2\pi]$ 表示可重构智能表面上第 n 个反射单元的相移。根据式（1），基站经由可重构智能表面到第 k 个用户设备的级联信道可写为

$$\mathbf{h}_k\mathbf{\Theta}\mathbf{G}\triangleq\mathbf{H}_k. \tag{2}$$

由于RIS本质上是无源的，因此部署时使其与视距路径对准有利于增强反射信号强度 [1]。因此，基站-RIS链路建模为莱斯衰落信道，表示为

$$\mathbf{G}=\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\mathbf{G}_{\text{LOS}}+\sqrt{\frac{1}{\kappa+1}}\mathbf{G}_{\text{NLOS}} \tag{3}$$

其中，κ 表示莱斯因子，$\mathbf{G}_{\text{LOS}}$ 和$\mathbf{G}_{\text{NLOS}}$ 分别表示视距和非视距（NLoS）分量。令$\psi_1\in(-\pi/2,\ \pi/2)$ 和 $\theta_1\in(-\pi/2,\ \pi/2)$ 分别表示基站-RIS信道中视距路径的方位角和俯仰角到达角（AoA）。对于具有 N_1 个水平单元和 N_2 个垂直单元的UPA，基站-RIS信道的 $N_1\cdot N_2\times 1$ 导向向量表示为

$$\mathbf{b}_R(\psi_1,\theta_1)=\frac{1}{\sqrt{N_1}}\left[e^{j2\pi n_1\frac{d_R}{\lambda}\cos(\theta_1)\sin(\psi_1)}\right]^T_{n_1\in\mathcal{I}(N_1)}\otimes\frac{1}{\sqrt{N_2}}\left[e^{j2\pi n_2\frac{d_R}{\lambda}\sin(\theta_1)}\right]^T_{n_2\in\mathcal{I}(N_2)} \tag{4}$$

其中，d_R为相邻两个RIS单元之间的距离，λ为波长，$\mathcal{I}(n)=\{0,\cdots,n-1\}$。对于基站处的ULA，基站-RIS信道的导向向量表示为

$$\mathbf{a}_T(\psi^{\text{AoD}})=\frac{1}{\sqrt{M}}\left[e^{j2\pi n_1\frac{d_B}{\lambda}\sin(\psi^{\text{AoD}})}\right]^T_{m\in\mathcal{I}(M)} \tag{5}$$

其中，$\psi^{\text{AoD}}\in(-\pi/2,\ \pi/2)$表示出发角（AoD），$d_B$ 表示天线间距。随后，基站与可重构智能表面之间的视距路径可建模为

$$\mathbf{G}_{\text{LOS}}=\mathbf{b}_R(\psi_1,\theta_1)\mathbf{a}_T^H(\psi^{\text{AoD}}). \tag{6}$$

另一方面，$\mathbf{G}_{\text{NLOS}}$ 是一个 $N\times M$ 矩阵，其中每个元素均服从均值为零、方差为一的复正态分布。为对用户特定的 RIS-用户设备信道进行建模，所考虑的空间域模型如下：

$$\mathbf{h}_k=\sum_{p=1}^{L_k}\alpha_{p,k}\mathbf{b}_T^H(\psi_{2,k,p},\theta_{2,k,p}) \tag{7}$$

其中，L_k 和 $\alpha_{p,k}$ 分别表示第 k 个 RIS-用户设备信道的可分辨路径数，以及第 p 条路径的复增益，其复数元素服从独立同分布（i.i.d.）复高斯分布；$\psi_{2,k,p}\in(-\pi/2,\pi/2)$ 和 $\theta_{2,k,p}\in(-\pi/2,\pi/2)$ 分别表示第 p 条路径的方位角和仰角出发角（AoD），而 $\mathbf{b}_T(\psi_{2,k,p},\theta_{2,k,p})$ 是 $N\times 1$ 导向向量，定义为

$$\mathbf{b}_T(\psi_{2,k,p},\theta_{2,k,p})=\frac{1}{\sqrt{N}}\left[e^{j2\pi n_1\frac{d_R}{\lambda}\cos(\theta_{2,k,p})\sin(\psi_{2,k,p})}\right]^T_{n_1\in\mathcal{I}(N_1)}\otimes\frac{1}{\sqrt{N}}\left[e^{j2\pi n_2\frac{d_R}{\lambda}\sin(\theta_{2,k,p})}\right]^T_{n_2\in\mathcal{I}(N_2)}. \tag{8}$$

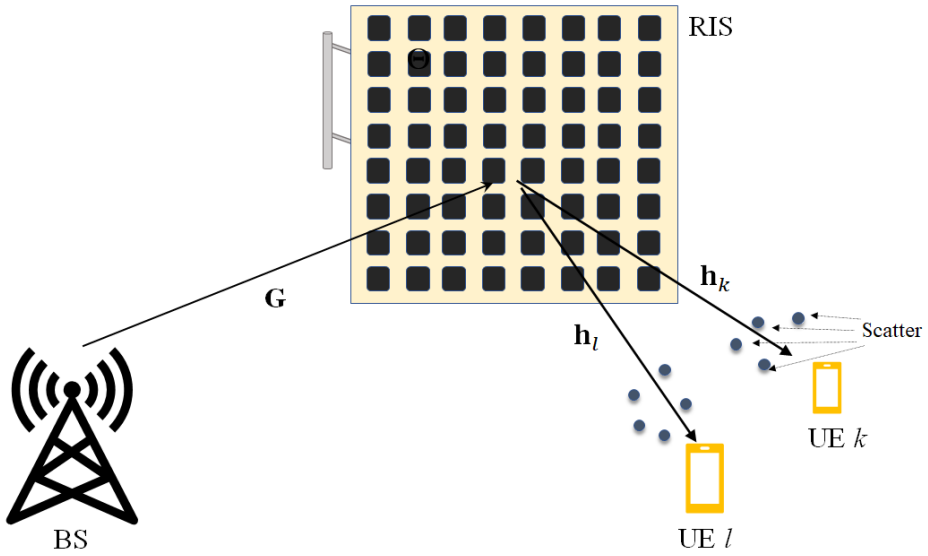


图 1. RIS 辅助系统的系统配置。

3 预备知识

为便于分析，将空间信道模型表示为归一化空间频率的形式更为方便。令 ϕ_i，$\frac{d_R}{\lambda}\cos(\theta_i)\sin(\psi_i) \in (-d_R/\lambda, d_R/\lambda)$ 和 ϑ_i，$\frac{d_R}{\lambda}\sin(\theta_i) \in (-d_R/\lambda, d_R/\lambda)$，其中 $i = 1, 2$。于是，式（4）和（8）中的导向向量也可表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{b}_R(\psi_1, \theta_1) &= \frac{1}{\sqrt{N}}\mathbf{b}(\phi_1, \vartheta_1),\\ \mathbf{b}_T(\psi_{2,k,p}, \theta_{2,k,p}) &= \frac{1}{\sqrt{N}}\mathbf{b}(\phi_{2,k,p}, \vartheta_{2,k,p})\end{aligned} \tag{9}$$

其中$\mathbf{b}(\phi, \theta)$ 定义为

$$\mathbf{b}(\phi, \vartheta) = [e^{jb_{n_1\cdot N_2+n_2}(\phi,\vartheta)}]^T_{n_1\in\mathcal{I}(N_1), n_2\in\mathcal{I}(N_2)} \tag{10}$$

其中 $b_{n_1\cdot N_2+n_2}(\phi, \vartheta) = 2\pi(n_1\phi + n_2\vartheta)$。归一化空间频率为 ϕ^{AoD}，$\frac{d_B}{\lambda}\sin(\psi^{\text{AoD}}) \in (-d_B/\lambda, d_B/\lambda)$时，(5) 可表示为

$$\mathbf{a}(\phi^{\text{AoD}}) = \frac{1}{\sqrt{M}}[e^{j2\pi m\phi^{\text{AoD}}}]^T_{m\in\mathcal{I}(M)}. \tag{11}$$

由于基站-RIS信道是具有不同衰落统计特性的视距和非视距分量的叠加，$\mathbf{H}_k$ 可表示为

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{H}_{k,\text{LOS}} + \mathbf{H}_{k,\text{NLOS}} \tag{12}$$

其中

$$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\boldsymbol{p}^T\text{diag}(\mathbf{h}_k^T)\mathbf{G}_{\text{LOS}} \tag{13a}$$

$$\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}} = \sqrt{\frac{1}{\kappa+1}}\boldsymbol{p}^T\text{diag}(\mathbf{h}_k^T)\mathbf{G}_{\text{NLOS}} \tag{13b}$$

其中，$\boldsymbol{p}$ 为 RIS 的反射系数向量，由 $\boldsymbol{p}^T = [e^{j\varphi_n}]^T_{n\in\mathcal{I}(N)}$ 给出。(13a) 和 (13b) 是根据对角矩阵的性质对式 (2) 进行改写得到的。利用式 (9) 和 (11)，可将 (13a) 改写为

$$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}} = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\sum_{p=1}^{L_k}\alpha_{k,p}\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1 - \phi_{2,k,p}, \vartheta_1 - \vartheta_{2,k,p})\mathbf{a}^H(\phi^{\text{AoD}}) \tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1 - \phi_{2,k,p}, \vartheta_1 - \vartheta_{2,k,p})$ 是一个复系数，其表达式为

$$\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1 - \phi_{2,k,p}, \vartheta_1 - \vartheta_{2,k,p}) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1}\chi_{k,p,n_1\cdot N_2+n_2} \tag{15}$$

其中 $\chi_{k,p,n_1\cdot N_2+n_2}=e^{j[\varphi_{n_1\cdot N_2+n_2+1}+b_{n_1\cdot N_2+n_2}(\phi,\vartheta)]}$。那么 $\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}$ 可表示为

$$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}=\frac{1}{N}\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\sum_{p=1}^{L_k}\alpha_{k,p}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1}\chi_{k,p,n_1\cdot N_2+n_2}\mathbf{a}^H(\phi^{\text{AoD}}). \tag{16}$$

同样，用户专属信道$\mathbf{h}_k$ 可以表示为

$$\mathbf{h}_k=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{p=1}^{L_k}\alpha_{p,k}\mathbf{b}^H(\phi_{2,k,p},\vartheta_{2,k,p}) \tag{17}$$

注释 ***1.*** $\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1-\phi_{2,k,p},\vartheta_1-\vartheta_{2,k,p})$ 的确切值取决于针对给定的基站-RIS信道 $\mathbf{G}$ 和RIS-用户设备信道 $\mathbf{h}_k$如何调整RIS单元。为了提高接收信号质量，反射系数向量 $\boldsymbol{p}$ 中的每个元素都应进行相长调整，以补偿由基站-RIS信道和RIS-用户设备信道衰落引起的接收信号相位偏移。或者，也可以进行相消调整，以抑制目标信号的干扰 [1] ，或向窃听者隐藏私人信息 [12]。在不失一般性的情况下，以下分析适用于任意给定的RIS反射系数配置。

在分析中，小尺度衰落系数的平均功率将被频繁用到。对于第 k 个用户设备，RIS-用户设备信道的不同路径经历独立衰落，因此

$$\mathbb{E}[\alpha_{k,p}\alpha_{k,p'}^*]=\begin{cases}1, & p=p'\\ 0, & p\neq p'.\end{cases} \tag{18}$$

类似地，基站-RIS信道中的不同RIS单元经历独立衰落。因此，

$$\mathbb{E}[g_{n,m}g_{n',m}^*]=\begin{cases}1, & n=n'\\ 0, & n\neq n',\end{cases} \tag{19}$$

其中，$g_{n,m}$ 表示$\mathbf{G}_{\text{NLOS}}$的第(n,m)个元素。另一方面， ϕ_1、 $\phi_{2,k,p}$、 $\vartheta_{2,k,p}$ 相互独立，且在$(-d_R/\lambda,d_R/\lambda)$上服从均匀分布。因此，

$$\mathbb{E}[\chi_{k,p,n}\chi_{k,p,n'}^*]=\begin{cases}1, & n=n'\\ 0, & n\neq n'.\end{cases} \tag{20}$$

由（20）式可直接得到

$$\mathbb{E}[|\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1-\phi_{2,k,p},\vartheta_1-\vartheta_{2,k,p})|^2]=N. \tag{21}$$

4 平均相关系数分析

Th两个信道向量$\mathbf{H}_k$ 和$\mathbf{H}_l$ 之间的相关系数定义为 [13]

$$\rho_{k,l}=\frac{|\mathbf{H}_k\cdot\mathbf{H}_l^H|}{\|\mathbf{H}_k\|\,\|\mathbf{H}_l\|}. \tag{22}$$

为了求得ρ_k、$_l$的平均值，需要用户无关信道G与用户特定信道h_k 和h_l的联合分布。然而，由于G、h_k 和h_l 是均值非零的随机矩阵（向量），因此难以获得其精确的联合分布。此外，（22）式中的分子和分母包含公共信道G，因而二者相关。在分析中，我们忽略分子与分母之间的依赖关系，分别对分子和分母取期望，从而得到ρ_k、$_l$ 的近似值。将通过数值结果检验该近似的准确性。此外，由于 $|\mathrm{H}_k\cdot\mathrm{H}_l^H|^2$可计算为（$\mathrm{H}_k\cdot\mathrm{H}_l^H$）（$\mathrm{H}_l\cdot\mathrm{H}_k^H$），因此分子中求 $|\mathrm{H}_k\cdot\mathrm{H}_l^H|^2$ 的平均值比求$|\mathrm{H}_k\cdot\mathrm{H}_l^H|$更容易。相应地，（22）式中的分母应替换为 $\|\mathbf{H}_k\|^2\|\mathbf{H}_l\|^2$，但由于$\mathbf{H}_k$和$\mathbf{H}_l$共享相同的基站-RIS信道，二者相关，因此难以计算其期望值。同样地，忽略这种依赖关系，可得到均方相关系数的以下近似值。

$$\mathbb{E}[\rho_{i,j}^2]=\mathbb{E}\left[\frac{|\mathbf{H}_k\cdot\mathbf{H}_l^H|^2}{\|\mathbf{H}_k\|^2\|\mathbf{H}_l\|^2}\right] \tag{23a}$$

$$\approx\frac{\mathbb{E}\left[|\mathbf{H}_k\cdot\mathbf{H}_l^H|^2\right]}{\mathbb{E}\left[\|\mathbf{H}_k\|^2\right]\mathbb{E}\left[\|\mathbf{H}_l\|^2\right]}. \tag{23b}$$

由于平方根函数是　　凹函数，可利用詹森不等式求得所需的平均相关系数。

as

$$\mathbb{E}[\rho_{i,j}]=\mathbb{E}\left[\sqrt{\rho_{i,j}^2}\right]\leq\sqrt{\mathbb{E}[\rho_{i,j}^2]} \tag{24}$$

接下来，我们推导式 (23b)，并从平均信道功率 $\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_k\|^2]$ 开始。

4.1 单个级联信道的平均功率

根据式 (12)，每个级联信道都包含视距和非视距分量的贡献。因此，每个用户的级联信道平均功率可表示为

$$\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_k\|^2] = \mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\|^2] + \mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\|^2] + \mathbb{E}[\mathbf{H}_{k,\text{LOS}} \cdot \mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}^H] + \mathbb{E}[\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}} \cdot \mathbf{H}_{k,\text{LOS}}^H]. \tag{25}$$

（25）式右端的每一项均可按如下方式求得。

定理*1.* 级联可重构智能表面信道中视距分量的平均功率为 by

$$\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\|^2] = \frac{L_k}{N}\frac{\kappa}{\kappa+1}. \tag{26}$$

证明：由式 (14) 可知，并且 由于$\mathbf{a}^H(\phi^{\text{AoD}}) \cdot \mathbf{a}(\phi^{\text{AoD}}) = 1$，可以得到视距分量的平均功率 a s

$$\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\|^2] = \frac{\kappa}{\kappa+1}\frac{1}{N^2}\sum_{p=1}^{L_k}\mathbb{E}[|\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}|^2]. \tag{27}$$

然后利用式（21），我们得到式（26）。 □

Th*定理 *2. 级联可重构智能表面信道中非视距分量的平均功率为 y

$$\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\|^2] = \frac{ML_k}{\kappa+1}. \tag{28}$$

证明： 根据（13b），非视距等效信道的平均功率为

$$\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\|^2] = \frac{1}{\kappa+1}\boldsymbol{p}^T\mathbb{E}_{\mathbf{h}_k,\mathbf{G}_{\text{NLOS}}}\left[\text{diag}(\mathbf{h}_k^T)\mathbf{G}_{\text{NLOS}}\mathbf{G}_{\text{NLOS}}^H\text{diag}(\mathbf{h}_k^*)\right]\boldsymbol{p}^*. \tag{29}$$

$\mathbf{h}_k$ 与$\mathbf{G}_{\text{NLOS}}$ 之间的独立性表明，我们可以先求$\mathbf{G}_{\text{NLOS}}\mathbf{G}_{\text{NLOS}}^H$ 的期望。由于$\mathbf{G}_{\text{NLOS}}$ 中的每个元素均服从均值为零、方差为一的复高斯分布，因此有

$$\mathbb{E}[\mathbf{G}_{\text{NLOS}}\mathbf{G}_{\text{NLOS}}^H] = M\mathbf{I}_N. \tag{30}$$

接下来，$\text{diag}(\mathbf{h}_k^T)\text{diag}(\mathbf{h}_k^*)$ 仍为对角矩阵，因此其期望可表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{E}[\text{diag}(\mathbf{h}_k^T)\text{diag}(\mathbf{h}_k^*)] = \frac{1}{N}\text{diag}\Big(&\sum_{p=1}^{L_k}\sum_{p'=1}^{L_k}\mathbb{E}[\alpha_{k,p}\alpha_{k,p'}^*]\cdot\mathbb{E}[e^{jb_0(\phi_{k,2,p}-\phi_{k,2,p'},\vartheta_{k,2,p}-\vartheta_{k,2,p'})}],\\ &\cdots,\sum_{p=1}^{L_k}\sum_{p'=1}^{L_k}\mathbb{E}[\alpha_{k,p}\alpha_{k,p'}^*]\cdot\mathbb{E}[e^{jb_{N-1}(\phi_{k,2,p}-\phi_{k,2,p'},\vartheta_{k,2,p}-\vartheta_{k,2,p'})}]\Big)\end{aligned} \tag{31}$$

其中， b_n对于 $n=0,\cdots,N-1$的定义见（10）。根据（18），当 $p=p'$时，$\mathbb{E}[\alpha_{k,p}\alpha_{k,p'}^*]$等于一，此时$e^{jb_n(\phi_{k,2,p}-\phi_{k,2,p'},\vartheta_{k,2,p}-\vartheta_{k,2,p'})}=1$。对于 $p\neq p'$， $\mathbb{E}[\alpha_{k,p}\alpha_{k,p'}^*]$等于零。因此，

$$\mathbf{E}[\text{diag}(\mathbf{h}_k^T)\text{diag}(\mathbf{h}_k^*)] = \frac{L_k}{N}\mathbf{I}_N \tag{32}$$

将 (30) 和 (32) 代入 (29)，可得

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\|^2] &= \frac{ML_k}{N(\kappa+1)}\boldsymbol{p}^T\mathbf{I}_N\boldsymbol{p}^*\\ &= \frac{ML_k}{\kappa+1}\end{aligned} \tag{33}$$

利用 $\boldsymbol{p}^T\boldsymbol{p}^* = N$ 这一事实。 □

定理 *3*。 期望值 对于内积， $\mathbb{E}[\mathbf{H}_{k,\text{ LOS}}\cdot\mathbf{H}_{k,\text{ NLOS}}^H]$ 和 $\mathbb{E}[\mathbf{H}_{k,\text{ NLOS}}\cdot\mathbf{H}_{k,\text{ LOS}}^H]$均等于零。

证明：回顾可知，$\mathbf{H}_{k,\text{ LOS}}$ 和$\mathbf{H}_{k,\text{ NLOS}}$ 均为 $1\times M$ 向量。根据（16），$\mathbf{H}_{k,\text{ LOS}}$ 的第 m个元素可表示为

$$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}(m) = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\sum_{p=1}^{L_k}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1}\alpha_{k,p}\chi_{k,p,n_1\cdot N_2+n_2}e^{-j2\pi(m-1)\phi^{\text{AoD}}} \tag{34}$$

对于 $m=1,\ \cdots,\ M$。根据式（13b），$\mathbf{H}_{k,\text{ NLOS}}$的第 m 个元素可表示为

$$\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}(m) = \sqrt{\frac{1}{\kappa+1}}\sum_{n=1}^{N}g_{n,m}\sum_{p=1}^{L_k}\alpha_{k,p}e^{j(\varphi_n+b_{n+1})}. \tag{35}$$

表1 （37）的分解。

① $\lvert\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}\rvert^2$	② $\mathbf{H}_k$，视距$\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}$，视距$\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}$
③ $\mathbf{H}_k$，视距$\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}$，非视距$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}$	④ $\mathbf{H}_k$，视距$\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}$，非视距$\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}$
⑤ $\mathbf{H}_k$，视距$\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^{H}$，视距$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}$	⑥ $\mathbf{H}_k$，视距$\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^{H}$，视距$\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}$
⑦ $\lvert\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^{H}\rvert^2$	⑧ $\mathbf{H}_k$，视距$\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^{H}$，非视距$\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}$
⑨ $\mathbf{H}_k$，非视距$\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}$，视距$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}$	⑩ $\lvert\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}\rvert^2$
⑪ $\mathbf{H}_k$，非视距$\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}$，非视距$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}$	⑫ $\mathbf{H}_k$，非视距$\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}$，非视距$\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}$
⑬ $\mathbf{H}_k$，非视距$\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^{H}$，视距$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}$	⑭ $\mathbf{H}_k$，非视距$\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^{H}$，视距$\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}$
⑮ $\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^{H}$，非视距$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}$	⑯ $\lvert\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^{H}\rvert^2$

然后，乘积 $\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}(m)\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}^{*}(m)$表示为

$$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}(m)\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}^{*}(m)=\frac{1}{N}\sqrt{\frac{\kappa}{(\kappa+1)^2}}\sum_{p=1}^{L_k}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1}\sum_{n'=1}^{N}\sum_{p'=1}^{L_k}\alpha_{k,p}\alpha_{k,p'}g_{n',m}^{*}\chi_{k,p,n_1\cdot N_2+n_2}e^{-j[2\pi(m-1)\phi^{\text{AoD}}+\varphi_{n'}+b_{n'+1}]}. \tag{36}$$

由于在式（36）中，$g_{n',m}$ 与其他变量相互独立，且其均值为零，因此 $\mathbb{E}[\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}(m)\cdot\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}^{*}(m)]$ 等于零。结合$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}^{H}=\sum_{m=1}^{M}\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}(m)\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}^{*}(m)$这一事实，可得 $\mathbb{E}[\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}^{H}]=0$。同理，可证明 $\mathbb{E}[\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\cdot\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}^{H}]=0$。

□

4.2 两个级联信道内积的平均功率

接下来，我们推导式（23b）中出现的两个级联信道内积的平均功率，即 $\mathbb{E}\left[|\mathbf{H}_k\cdot\mathbf{H}_l^H|^2\right]$。

首先，$|\mathbf{H}_k\cdot\mathbf{H}_l^H|^2$ 可表示为

$$|\mathbf{H}_k\cdot\mathbf{H}_l^H|^2=\mathbf{H}_k\mathbf{H}_l^H\mathbf{H}_l\mathbf{H}_k^H \tag{37}$$

由于每个级联信道都包含具有不同衰落统计特性的视距和非视距部分，$|\mathbf{H}_k\cdot\mathbf{H}_l^H|^2$ 可展开为 $2^4=16$ 项之和，如表1所示。其中许多项互为共轭，包括 ② 和 ⑨、③ 和 ⑤、④ 和 ⑬、⑥ 和 ⑪、⑧ 和 ⑮、⑫ 和 ⑭ 以及 、 、 和 。容易证明，每对项之和的均值为零。因此，剩余四项有待确定，推导如下。

定理*4*。 $\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}$ 的平均功率（见表1）为

$$\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}|^2]=\frac{L_kL_l}{N^2}\left(\frac{\kappa}{\kappa+1}\right)^2. \tag{38}$$

证明：根据式（14），$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}$ 可展开为

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}&=\frac{1}{N^2}\frac{\kappa}{\kappa+1}\sum_{p=1}^{L_k}\alpha_{k,p}\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1-\phi_{2,k,p})\mathbf{a}^H(\phi^{\text{AoD}})\mathbf{a}(\phi^{\text{AoD}})\sum_{p'=1}^{L_l}\alpha_{l,p'}^{*}\mathbf{b}^H(\phi_1-\phi_{2,l,p'})\boldsymbol{p}^{*}\\&=\frac{1}{N^2}\frac{\kappa}{\kappa+1}\sum_{p=1}^{L_k}\sum_{p'=1}^{L_l}\alpha_{k,p}\alpha_{l,p'}^{*}\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1-\phi_{2,k,p})\mathbf{b}^H(\phi_1-\phi_{2,l,p'})\boldsymbol{p}^{*}\end{aligned} \tag{39}$$

利用以下事实：$\mathbf{a}^H(\phi^{\text{AoD}})\mathbf{a}(\phi^{\text{AoD}})=1$。因此，$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}|^2]$ 的平均功率可表示为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}|^2]=\frac{1}{N^4}\Big(\frac{\kappa}{\kappa+1}\Big)^2\mathbb{E}\Big[&\boldsymbol{p}^T\sum_{p=1}^{L_k}\sum_{p'=1}^{L_l}\alpha_{k,p}\alpha_{l,p'}^{*}\mathbf{b}(\phi_1-\phi_{2,k,p})\mathbf{b}^H(\phi_1-\phi_{2,l,p'})\boldsymbol{p}^{*}\\&\times\boldsymbol{p}^T\sum_{q=1}^{L_k}\sum_{q'=1}^{L_l}\alpha_{l,q}\alpha_{k,q'}^{*}\mathbf{b}(\phi_1-\phi_{2,l,q})\mathbf{b}^H(\phi_1-\phi_{2,k,q'})\boldsymbol{p}^{*}\Big].\end{aligned} \tag{40}$$

将与每个用户相关的项分组后，我们得到

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\cdot\mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^{H}|^2]=\frac{1}{N^4}\Big(\frac{\kappa}{\kappa+1}\Big)^2\mathbb{E}\Big[&\underbrace{\sum_{p=1}^{L_k}\sum_{q'=1}^{L_l}\alpha_{k,p}\alpha_{k,q'}^{*}\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1-\phi_{2,k,p})\mathbf{b}^H(\phi_1-\phi_{2,k,q'})\boldsymbol{p}^{*}}_{T_k}\Big]\\&\times\mathbb{E}\Big[\underbrace{\sum_{p'=1}^{L_l}\sum_{q=1}^{L_k}\alpha_{l,p'}\alpha_{l,q}^{*}\boldsymbol{p}^T\mathbf{b}(\phi_1-\phi_{2,l,p'})\mathbf{b}^H(\phi_1-\phi_{2,l,q})_{T_l}\boldsymbol{p}^{*}}_{T_l}\Big].\end{aligned} \tag{41}$$

由（18），独立性　　不同路径的衰落意味着，与第 k 个用户设备相关的 T_k 可以降低　　to

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[T_k] &= \sum_{p=1}^{L_k} \mathbb{E}\Big[|\boldsymbol{p}^T \mathbf{b}(\phi_1 - \phi_{2,k,p})|^2\Big] \\ &= NL_k \end{aligned} \tag{42}$$

其中，第二行由（21）得出。类似地，我们可以得到 $\mathbb{E}[T_l] = NL_l$。将所得的 $\mathbb{E}[T_k]$ 和 $\mathbb{E}[T_l]$ 的表达式代入（41）

□

.定理*5*. 的$\mathbf{H}_k$平均功率　　，即可得到所需结果　　，非视距 ·$\mathbf{H}_l^H$，非视距（⑦ 见表1)以及$\mathbf{H}_k$　　，非视距 ·$\mathbf{H}_l^H$，视距（⑩ 见表1)相同　　，as 给定为

$$\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H|^2] = \mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^H|^2] = \frac{L_k L_l}{N} \frac{\kappa}{(\kappa+1)^2}. \tag{43}$$

证明：我们首先将 $|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H|^2$ 改写为 $\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}^H$，因此，

$$\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H|^2] = \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}}\Big[\mathbf{H}_{k,\text{LOS}} \cdot \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}}[\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H \cdot \mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}] \cdot \mathbf{H}_{k,\text{LOS}}^H\Big]. \tag{44}$$

根据（13b），内层期望可表示为

$$\mathbb{E}_{\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}}[\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H \cdot \mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}] = \frac{1}{\kappa+1}\mathbb{E}_{\mathbf{G}_{\text{NLOS}},\mathbf{h}_l}[\|\mathbf{G}_{\text{NLOS}}^H \text{diag}(\mathbf{h}_l^*)\boldsymbol{p}^*\|^2]. \tag{45}$$

由式（17）可知，$\text{diag}(\mathbf{h}_l^*)\boldsymbol{p}^*$ 是一个由下式给出的 $N \times 1$ 向量。

$$\text{diag}(\mathbf{h}_l^*)\boldsymbol{p}^* = \frac{1}{\sqrt{N}}\Big[\sum_{p=1}^{L_l} \alpha_{l,p}^* e^{j(a_{l,p,1}-\varphi_1)}, \cdots, \sum_{p=1}^{L_l} \alpha_{l,p}^* e^{j(a_{l,p,N}-\varphi_N)}\Big]^T \tag{46}$$

其中，$a_{l,\ p,\ n_1\cdot N_2+n_2+1} = 2\pi\ (n_1 \cdot \phi_{2,\ l,\ p} + n_2 \cdot \vartheta_{2,\ l,\ p})$ 适用于 $n_1 = \{0, 1, \cdots, N_1 - 1\}$ 和 $n_2 = \{0, 1, \cdots, N_2 - 1\}$。因此，式（45）中的 $\mathbf{H}_{l,\ \text{NLOS}}^H \in \mathbb{C}^M$ 可以写为

$$\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H = \frac{1}{\sqrt{\kappa+1}}\mathbf{G}_{\text{NLOS}}^H \text{diag}(\mathbf{h}_l^*)\boldsymbol{p}^* = \frac{1}{\sqrt{N(\kappa+1)}}\Big[\sum_{n=1}^{N} g_{n,1}^* \sum_{p=1}^{L_l} \alpha_{l,p}^* e^{j(a_{l,p,n}-\varphi_n)}, \cdots, \sum_{n=1}^{N} g_{n,M}^* \sum_{p=1}^{L_l} \alpha_{l,p}^* e^{j(a_{l,p,n}-\varphi_n)}\Big]^T. \tag{47}$$

因此，$\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}$ 是一个 $M \times M$ 矩阵，其(i,j)项（其中 $i = 1, \cdots, M$ 且 $j = 1, \cdots, M$）由下式给出。

$$\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}(i,j) = \frac{1}{N(\kappa+1)} \sum_{n=1}^{N}\sum_{n'=1}^{N} g_{n,i}^* g_{n',j} \sum_{p=1}^{L_l}\sum_{p'=1}^{L_l} \alpha_{k,p}^* \alpha_{l,p'} e^{j(a_{l,p,n}-a_{l,p,n'})+j(\varphi_{n'}-\varphi_n)}. \tag{48}$$

根据 (18) 和 (19)，不同多径分量的独立衰落假设表明，当 $i \neq j$ 时，$\mathbb{E}[\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}]$ 的第 (i,j) 个元素为零，即非对角元素。对于 $i = j$，(48) 可简化为

$$\mathbb{E}[\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}(i,i)] = \begin{cases} \frac{L_l}{N(\kappa+1)}, & n = n' \text{ and } p = p', \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{49}$$

因此，$\mathbb{E}[\mathbf{H}_{l,\ \text{NLOS}}^H\mathbf{H}_{l,\ \text{NLOS}}] = \frac{L_l}{N(\kappa+1)}\mathbf{I}_M$。结合式（14），式（44）可整理为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\text{LOS}}\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H|^2] &= \frac{\kappa L_l}{N^2(\kappa+1)^2}\mathbb{E}\Big[\sum_{p=1}^{N_k}\sum_{p'=1}^{N_k} \alpha_{k,p}\alpha_{k,p'}^* \boldsymbol{p}^T \mathbf{b}^H(\phi_1 - \phi_{2,k,p}, \varphi_1 - \varphi_{2,k,p'})\mathbf{a}^H(\phi^{\text{AoD}})\mathbf{a}(\phi^{\text{AoD}}) \\ &\quad \times \mathbf{I}_M \mathbf{b}(\phi_1 - \phi_{2,k,p'}, \varphi_1 - \varphi_{2,k,p'})\boldsymbol{p}^*\Big] \\ &= \frac{\kappa L_k}{N^2(\kappa+1)^2}\sum_{p=1}^{L_k}\mathbb{E}[|\boldsymbol{p}^T \mathbf{b}(\phi_1 - \phi_{2,k,p}, \varphi_1 - \varphi_{2,k,p'})|^2]. \end{aligned} \tag{50}$$

同理，$\mathbf{a}^H(\phi^{\text{AoD}})\mathbf{I}_M\mathbf{a}(\phi^{\text{AoD}}) = 1$ 并利用式（21），可得式（43）。至于$\mathbf{H}_{k,\ \text{NLOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\ \text{LOS}}^H$，其结构与$\mathbf{H}_{k,\ \text{LOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\ \text{NLOS}}^H$对称，因此具有相同的平均功率。证毕。 □

定理*6*。 $\mathbf{H}_{k,\ \text{NLOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\ \text{NLOS}}^H$（⑯ （见表1）的平均功率为

$$\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\text{NLOS}}\mathbf{H}_{l,\text{NLOS}}^H|^2] = M\frac{L_k L_l}{(\kappa+1)^2}. \tag{51}$$

证明：利用（47），$\mathbf{H}_{k,\ \text{LOS}}$ 与 $\mathbf{H}_{l,\ \text{LOS}}$ 之间的内积可表示为

$$\mathbf{H}_{k,\text{LOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\text{LOS}}^H = \frac{1}{N(\kappa+1)}(x_1 + \cdots + x_M) \tag{52}$$

其中

$$x_m = \sum_{n=1}^{N}\sum_{p=1}^{L_k}\sum_{n'=1}^{N}\sum_{p'=1}^{L_l}\sum_{m=1}^{N}\sum_{q=1}^{L_k}\sum_{m'=1}^{N}\sum_{q'=1}^{L_l}\alpha_{k,p}\alpha_{k,q}^{*}\alpha_{l,p'}\alpha_{l,q'}^{*}h_{n,1}h_{m,1}^{*}g_{n',1}^{*}g_{m',1} \times e^{j(\vartheta_n - a_{k,p,n} + a_{l,p',n'} - \vartheta_{n'})}e^{-j(\vartheta_m - a_{k,q,m} + a_{l,q',m'} - \vartheta_{m'})},\ m = 1, \cdots, M. \tag{53}$$

则$\mathbf{H}_{k,\mathrm{NLOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\mathrm{NLOS}}^{H}$ 的平均功率为

$$\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\mathrm{NLOS}} \cdot \mathbf{H}_{l,\mathrm{NLOS}}^{H}|^2] = \frac{1}{N^2(\kappa+1)^2}\mathbb{E}[(x_1 + \cdots + x_M)\cdot(x_1^{*} + \cdots + x_M^{*})]. \tag{54}$$

根据 (18) 和 (19)，可直接得到

$$\mathbb{E}[x_i \cdot x_{i'}^{*}] = \begin{cases} \frac{L_k L_l}{(\kappa+1)^2}, & n = m, p = q, n' = m', p' = q', \\ 0, & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{55}$$

对于 $i = 1, \cdots, M$。将 (55) 代入 (54)，即可得到 (51)，从而完成证明。 □

4.3 近似平均相关系数与渐近平均相关系数

基于上述结果以及 (25) 中平均相关系数的近似表达式，我们得到两个级联信道之间的近似平均相关系数，并在下文分析其收敛性。定理 ***7.*** 两个级联可重构智能表面信道的近似均方相关系数为

$$\mathbb{E}[\rho_{i,j}^2] \approx 1 - \frac{(M-1)(M+2\frac{\kappa}{N})}{(\frac{\kappa}{N}+M)^2}. \tag{56}$$

证明： 将 (26)、(28)、(38)、(43) 和 (51) 代入 (23b) 即可得到该结果。 □

定理7表明，平均相关系数是莱斯因子、基站天线数量和 RIS 元件数量的函数；它与基站-RIS信道中的路径数量以及可重构智能表面的相位配置无关。我们进一步考虑可重构智能表面具有大量元件的极端情况。

推论***1***。 当 $N \to \infty$ 时，两个级联可重构智能表面信道之间的平均相关系数收敛于一个常数，如下所示：

$$\lim_{N\to\infty}\mathbb{E}[\rho_{i,j}] \to \sqrt{\frac{1}{M}}. \tag{57}$$

当 $\kappa \to 0$ 时，结论同样成立，即基站-RIS信道经历瑞利衰落。

证明： 当 $N \to \infty$ 或 $\kappa \to 0$ 时， $\kappa/N \to 0$，因此，式 (56) 中的 $\mathbb{E}[\rho_{i,j}^2]$ 渐近等于 $1/M$。对 $\mathbb{E}[\rho_{i,j}^2]$ 开平方，即可得到所需结果。 □

推论1表明，当基站-RIS信道中不存在视距路径时，两个级联可重构智能表面信道之间的相关性仅取决于基站天线数量，而与 RIS 元件数量无关。因此，只有当基站-RIS信道中存在视距路径时，才可以通过部署包含大量元件的大型可重构智能表面来降低两个级联可重构智能表面信道之间的相关性。这强调了合理部署可重构智能表面、确保基站-RIS信道中存在视距路径的重要性。

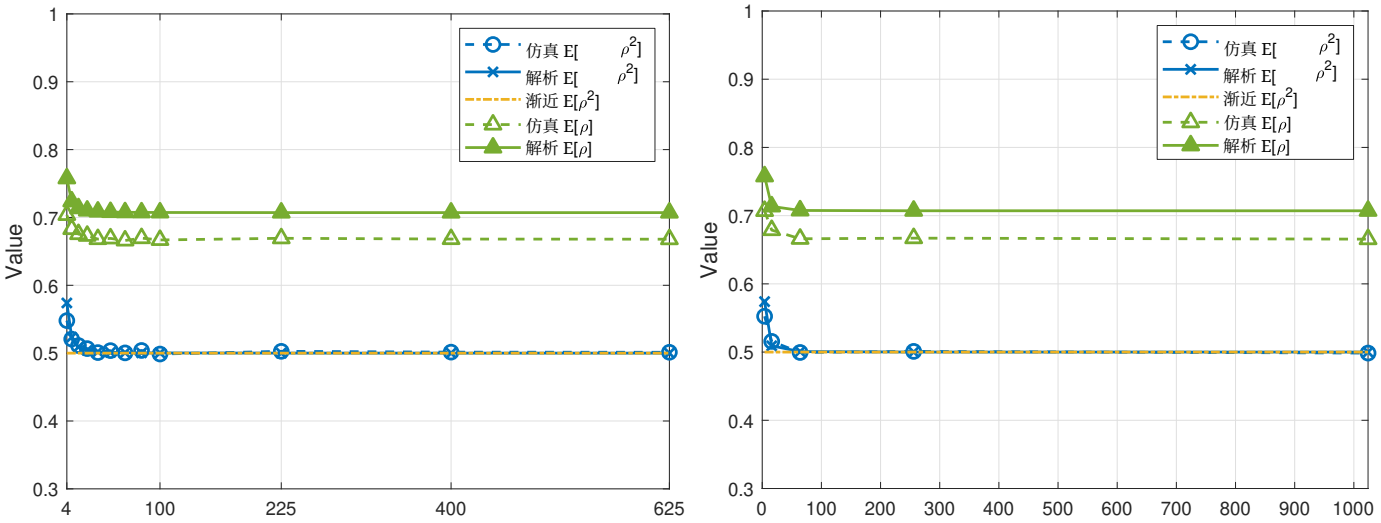
推论***2***。

- 当 $M = 1$时， $\mathbb{E}[\rho_{i,j}] = 1$。
- 当基站-RIS信道以视距分量为主（即 κ 足够大），使得 $\kappa/N \gg M$时， $\mathbb{E}[\rho_{i,j}]$ 是 κ 的增函数，并且

$$\lim_{\kappa/N \gg M}\mathbb{E}[\rho_{i,j}] \to 1. \tag{58}$$

证明：(58)可由(56)直接验证。 □

推论2表明，当基站只有一根天线时，两个级联信道之间的相关性与RIS单元数量无关。此外，如果不同用户共享的基站-RIS信道由视距路径主导，那么经由同一可重构智能表面的两个级联信道可能存在不可忽略的相关性。例如，当 $M = 2$、$N = 25$ 和 $\kappa = 12$ dB 时，平均相关系数约为 0.53。



(a) 等相位。 (b) 不等相位。

图2. 均方相关系数和平均相关系数随 N 变化的情况，针对 $M = 2$ 个基站天线。

5 数值结果

我们通过仿真验证分析的准确性。可重构智能表面采用每个维度元素数量相同的均匀平面阵列，并考虑 10,000 次信道实现。基于（22）和（23a）分别得到仿真的平均相关系数 $\mathbb{E}[\rho]$ 和均方相关系数 $\mathbb{E}[\rho^2]$。其理论值则分别使用（23b）和（24）计算得到。除非另有说明，我们设基站天线数量为 $M = 2$，莱斯因子为 $\kappa = 5$，且 $d_B = d_R = \lambda/2$。

由于两个级联信道之间的平均相关系数是通过先计算其平方值获得的，我们展示并考察解析和仿真的均方相关系数。这里考虑了可重构智能表面的两种不同相位配置。图2a中，所有RIS单元均设置为相同相位 $\varphi_n = \pi/6$。图2b中，根据文献 [14], 提出的基于二叉树的码本，为RIS单元配置不同相位；该码本已在毫米波通信文献中得到广泛研究。码本包含 $k = \log_2(N)$ 层，其中N 表示所考虑的天线数量，每层有 2^k 个码字，用于生成不同的波束指向角和波束覆盖范围。对于我们的研究，N 等于UPA上的RIS单元数量。在所有码字中，选取能使两个级联信道的信道功率之和最大的码字，用以确定每个RIS单元的相位。从图2a和图2b中可以看出，解析均方相关系数与仿真结果非常接近，表明式(23b)中的近似是有效的。如图所示，均方相关系数随 N 增加而减小，并在 N 足够大时收敛至 $1/M = 0.5$，从而验证了推论1。具有大量RIS单元的可重构智能表面可能具有实际应用价值，在这种情况下，我们的分析结果具有说服力。在我们的设置中，当 $N = 400$时，均方相关系数几乎已经收敛。对均方相关系数开平方后，解析平均相关系数仍与仿真结果接近，但由于式(24)中的詹森不等式，二者之间的差距不会随 N 增大而缩小。对比图2a和图2b可知，等相位配置与不等相位配置具有相同的平均相关系数。因此可以得出结论：两个级联信道之间的平均相关系数取决于RIS单元的数量，而非其相位值。

为了理解 RIS 单元数量 N 如何改变各个信道分量的功率，并进而影响信道相关性，图3绘出了与相关系数有关的不同信道分量的平均功率。为便于说明，这里仅展示理论值，且所有平均功率值均归一化为 1。可以看出，$\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{\mathrm{NLOS}}\|^2]$ 和 $\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\mathrm{NLOS}}\mathbf{H}_{l,\mathrm{NLOS}}^H|^2]$ 完全由非视距路径决定，因此不随 N变化。这表明，基站与RIS之间用户无关信道中的非视距功率不受 N 影响，因此不会改变两个级联信道之间的相关性。这也意味着，对于两个用户，如果它们共享的基站-RIS信道仅包含非视距路径（即 $\kappa = 0$），那么它们的平均相关系数不随 N变化，这也验证了推论1。另一方面，$\mathbb{E}[\|\mathbf{H}_{\mathrm{LOS}}\|^2]$ 和 $\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\mathrm{LOS}}\mathbf{H}_{l,\mathrm{NLOS}}^H\|^2]$ 的曲线具有相同的衰减速率，均为 $1/N$；从式（26）和式（43）也可以看出这一点。最后，根据式（38），$\mathbb{E}[|\mathbf{H}_{k,\mathrm{LOS}}\mathbf{H}_{l,\mathrm{LOS}}^H|^2]$ 也随 N 衰减，但衰减速率更高，为 $1/N^2$。上述结果表明，基站-RIS信道中的视距强度在决定两个级联信道之间的相关性方面起着主要作用。

图4展示了基站天线数量对信道相关性的影响，其中 $N = 400$ 个RIS 元件的相位均为 6π。同样，解析均方相关系数与仿真结果一致，这表明

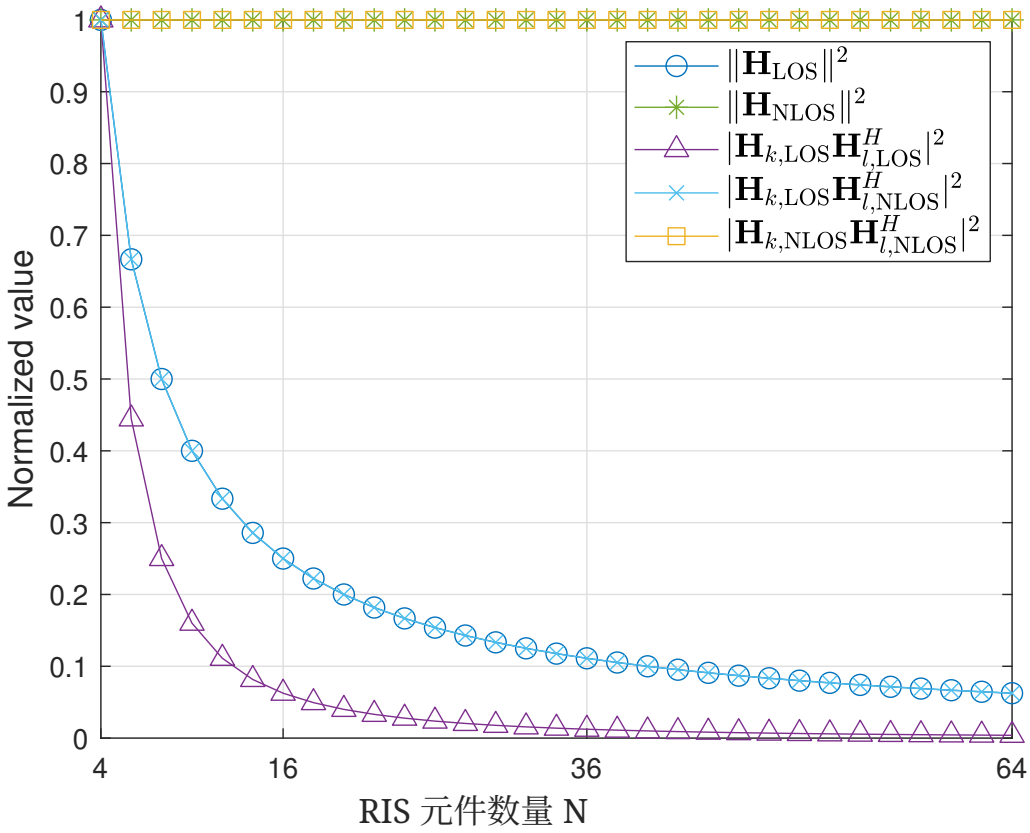


图3. 各种信道分量的归一化平均功率随 N 变化的比较。

(23b)中的近似十分准确。此外，均方相关系数收敛至推论1给出的渐近值。与图2类似，仿真的平均相关系数与理论值之间存在差距，这是由于采用了(24)中的近似。

最后，我们通过将莱斯因子从 $\kappa = 0$ 变化至 $\kappa = 10$，分别针对 $N = 4$ 和64，研究视距主导对两个级联信道之间相关性的影响。 κ 的取值范围是根据28 GHz毫米波信道的测量结果 [15], 选取的，其中 κ 的典型值范围为 $\kappa \in [3, 10]$ dB。从图中可以看出，两个级联可重构智能表面信道之间的相关性受到 κ 的影响，且这种影响因RIS单元数量的不同而有所差异。具体而言，对于较小的 N（例如 $N = 4$），均方相关系数随 κ 的增大而增大；但对于较大的N（例如 $N = 64$），其不再随 κ 变化。这可以通过推论2来解释，该推论表明，只有当RIS单元数量较少，即满足 $\kappa/N \gg M$时，基站-RIS信道中的视距路径才会影响平均相关系数。值得注意的是，当$N = 4$时，随着 κ 增大，解析值与仿真值之间出现了偏差。这种差异主要是由于忽略了式(23b)中分子与分母之间的相关性所致。当 N 较大时，该近似具有较高的精度，而这在实际应用中很可能成立。

6 结论

本文以两个信道向量之间的平均相关系数为度量指标，从理论上分析了可重构智能表面辅助通信系统中两个级联信道之间的相关性。仿真结果表明，我们的分析对于广泛的系统参数均准确。研究发现，级联信道的平均相关系数很大程度上取决于不同用户共享的基站-RIS信道特性。当基站-RIS信道中存在视距路径时，随着 RIS 单元数量 N 增加，平均相关系数会降低，并迅速收敛至 $\sqrt{1/M}$，其中 M 为基站天线的数量。此外，平均相关系数不随 RIS 上的相位配置而变化。实际应用中，考虑到 RIS 的无源特性，基站-RIS信道中的视距路径可能更为理想。在这种情况下，建议在基站部署足够大的天线阵列，以避免共享同一 RIS 的两个用户之间产生较强的相关性；而 RIS 单元的数量无需特别多（超过 100 个）。

参考文献

[1] Q. Wu 和 R. Zhang，“通过联合主动与被动波束成形增强的智能反射表面辅助无线网络”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第 18 卷，第 11 期，第 5394–5409 页，2019 年 11 月。

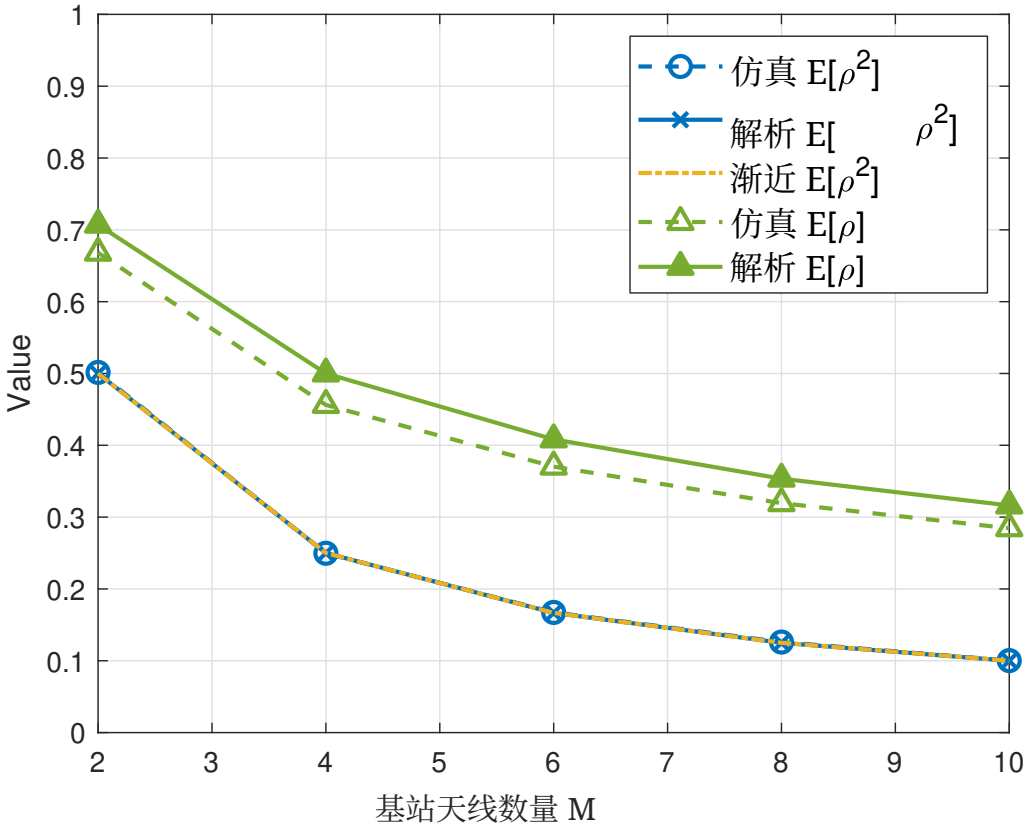


图4. 该　　均方相关系数和平均相关系数随 M （每个RIS单元对应 $N = 400$ ）的变化关系　　s.

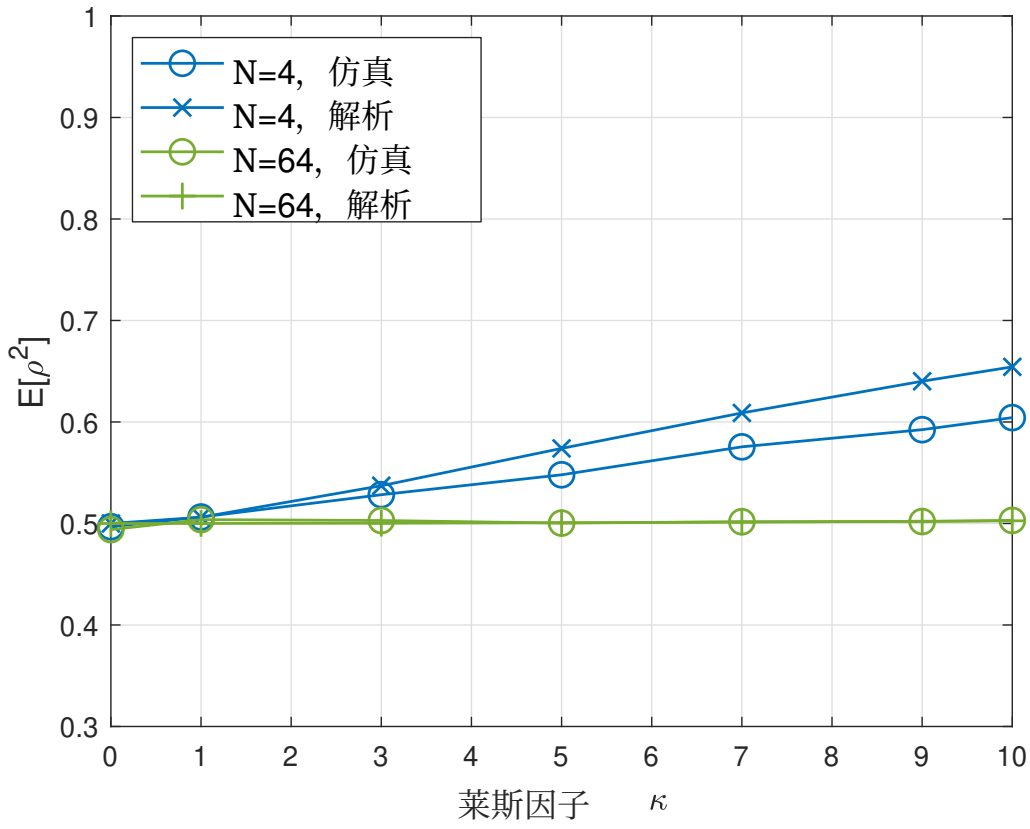


图 5. 均方相关系数与莱斯因子 κ的关系。

[2] W. Tang 等，“通过可重构智能表面进行 MIMO传输：系统设计、分析与实现”，*IEEE*通信领域精选期刊，第 38 卷，第 11 期，第 2683–2699 页，2020年11月。 [3] C. Liaskos、S. Nie、A. Tsioliaridou、A. Pitsillides、S. Ioannidis 和 I. Akyildiz，“通过软件控制的超表面实现一种新的无线通信范式”，*IEEE*通信杂志，第 56 卷，第 9 期，第 162–169 页，2018年9月。 [4] E. Basar、M. D. Renzo、J. D. Rosny、M. Debbah、M. S. Alouini 和 R. Zhang，“通过可重构智能表面实现无线通信”，*IEEE Access*，第 7 卷，第 116 753–116 773 页，2019年。 [5] Q. Wu 和 R. Zhang，“迈向智能可重构环境：智能反射表面辅助无线网络”，*IEEE*通信杂志，第 58 卷，第 1 期，第 106–112 页，2020年1月。 [6] Q.-U.-A. Nadeem、H. Alwazani、A. Kammoun、A. Chaaban、M. Debbah 和 M.-S. Alouini，“智能反射表面辅助多用户 MISO 通信：信道估计与波束成形设计”，*IEEE*开放通信学会期刊，第 1 卷，第 661–680 页，2020年。 [7] T. V. Chien、H. Q. Ngo、S. Chatzinotas、M. D. Renzo 和 B. Ottersten，“空间相关信道下可重构智能表面辅助的无小区大规模MIMO系统”，arXiv:2104.08648。 [8] C. Psomas 和 I. Krikidis，“空间相关条件下智能反射表面辅助的无线信息与能量同传”，*IEEE*无线通信快报，第 10 卷，第 9 期，第 1924–1928 页，2021年9月。 [9] A. Papazafeiropoulos、C. Pan、A. Elbir、P. Kourtessis、S. Chatzinotas 和 J. M. Senior，“空间相关信道下分布式IRS系统的覆盖概率”，*IEEE*无线通信快报，第 10 卷，第 8 期，第 1722–1726 页，2021年8月。 [10] E. Bj¨ornson 和 L. Sanguinetti，“可重构智能表面的瑞利衰落建模与信道硬化”，*IEEE*无线通信快报，第 10 卷，第 4 期，第 830–834 页，2021年4月。 [11] D. Shen 和 L. Dai，“可重构智能表面辅助无线通信的降维信道反馈”，*IEEE Trans. Commun.*，第 69 卷，第 11 期，第 7748–7760 页，2021年11月。 [12] C.-C. Hsu 和 K.-H. Liu，“RIS辅助多用户安全通信中的保密速率循环优化”，载于*IEEE*全球通信大会（*GLOBECOM*）论文集，巴西里约热内卢，2022年12月，第 6402–6407 页。 [13] J. Hoydis、C. Hoek、T. Wild 和 S. ten Brink，“大型天线阵列的信道测量”，载于国际无线通信系统研讨会（*ISWCS*）论文集，法国巴黎，2012年，第 811–815 页。 [14] Z. Xiao、T. He、P. Xia 和 X.-G. Xia，“毫米波通信中波束成形训练的分层码本设计”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第 15 卷，第 5 期，第 3380–3392 页，2016年5月。 [15] M. K. Samimi、G. R. MacCartney、S. Sun 和 T. S. Rappaport，“无线信道中 28 GHz 毫米波超宽带小尺度衰落模型”，载于*IEEE*车辆技术大会（*VTC*春季会议）论文集，中国南京，2016年5月15日至18日，第 1–6 页。