第十三届保加利亚-塞尔维亚天文会议论文集 （第十三届保加利亚-塞尔维亚天文会议）
维灵格勒，保加利亚，2022年10月3日至7日，编辑：Evgeny Semkov、Milan S. Dimitrijević、Momchil Dechev、Zoran Simić
“Rudjer Bošković”天文学会出版物第25期，2023年，97 – 107

总太阳辐照度与大西洋气候的小波相干性

VASIL KOLEV1, 2, *1*YAVOR CHAPANOV信息与通信技术研究所，保加利亚科学院，Georgi Bonchev院士街2号楼，索非亚1113，保加利亚 *2*气候、大气与水研究所，保加利亚科学院，Georgi Bonchev院士街6号楼，索非亚1113，保加利亚电子邮件：kolev_acad@abv.bg, vasil.kolev@iict.bas.bg 电子邮件：yavor.chapanov@gmail.com

谨以此文献给 PROF. MILCHO TSVETKOV 教授

摘要。北大西洋气候参数的振荡对北美洲和欧洲的各种事件发挥着重要作用。若干气候指数与这些振荡相关。大西洋温度异常的长期变化由大西洋年代际振荡（AMO）描述。大西洋年代际振荡也称为大西洋年代际变率（AMV），是北大西洋海表温度（SST）在数十年时间尺度上的变率。AMO 与北半球大部分地区的气温和降雨相关，尤其影响北美洲和欧洲的夏季气候。地表温度的长期变化主要由太阳活动周期驱动，这些周期通过总太阳辐照度（TSI）的变化表现出来。本文利用自公元 800 年至今的千年时间序列，通过小波相干性分析 TSI 与 AMO 之间的频率与振幅依赖关系。采用部分傅里叶近似法，在窄频带内检测到的共同太阳与气候周期，并将其与小波相干性结果进行比较。TSI 与 AMO 之间的长期相干性有助于更好地理解近期气候变化，并可改进长期预测。

关键词：连续小波变换、Morlet小波、小波相干性、时间序列分析、偏傅里叶逼近、总太阳辐照度、大西洋多年代际振荡

1. 引言

许多研究表明，总太阳辐照度与其他重要时间序列参数之间存在相干性（Benevolenskaya 等人，2013）。在（Chapanov，2021年）中，将大西洋年代际振荡（大西洋多年代际振荡）的周期窄频带与总太阳辐照度（总太阳辐照度）对应的振荡进行了比较。通过采用偏傅里叶逼近法（偏傅里叶逼近），研究展示了年际周期与年代际周期之间大西洋多年代际振荡和总太阳辐照度在48至233年周期范围内的相关性。总太阳辐照度与大西洋多年代际振荡之间的相关性也在（Velasco 等人，2008；Swingedouw 等人，2010；Shindell 等人，2001）中进行了探讨。

小波变换是处理时间序列的一种著名方法。小波是基函数，具有正交性、紧支撑、最佳时频分辨率等重要性质。用于时间序列分析时，小波变换能够很好地捕捉频谱中的非平稳性。分析不同类型的信号时，它能够通过不同分辨率的分解，同时提取局部频谱信息和时间信息。因此，小波变换可实现空间-尺度分析或时频分析，是研究时间序列的有用工具。

连续小波变换（CWT）能够在多个尺度上分析非平稳信号，并通过使用连续小波（例如莫雷小波、保罗小波、高斯差分小波、墨西哥帽小波），以良好的时域和频域分辨率分析信号。所得小波系数是尺度和位置的函数，因为它们是将信号与经过缩放和平移的小波版本相乘后，对所有时间点求和得到的。在使用连续小波变换进行时间序列分析时，通常优先选择连续莫雷小波，因为它具有最佳的时频联合集中性。连续小波变换的数学理论最早由 Goupillaud 等人（1984）提出。在时频分析中，连续小波变换具有一定优势，因为它在频域呈高斯函数形状，并能保留信号的时间分辨率。其卷积通过快速傅里叶变换实现，计算效率较高。Xu 等人（2021）使用连续小波构建了总太阳辐照度重建模型，并生成了1907年至1978年的月总太阳辐照度（TSI）时间序列。1979年至2015年期间的连续小波变换结果表明，总太阳辐照度和太阳黑子数均具有显著且稳定的9~13 年振荡周期，并且仅在太阳活动强烈时期出现间歇性的2~6 个月振荡周期。

本文重点关注基于太阳黑子数和 AMO指数的总太阳辐照度重建。首先，我们在第 1.1、1.2 和 2 节介绍两种时间序列处理方法——偏傅里叶逼近法和小波谱估计，以及它们之间的相干性。其次，第 3 和第 4 节简要介绍总太阳辐照度和大西洋多年代际振荡。最后，第 5 节研究如何考察可能与大西洋多年代际振荡相关的太阳周期性（时间范围为 800–2010 年；Wang 等人，2017年），以及它与总太阳辐照度在 850–2010 年时间范围内的相干性（Fröhlich 等人，2018）。

1.1 部分傅里叶近似

时间序列的周期变化由部分傅里叶近似法（偏傅里叶逼近）确定。给定频带内的振荡时间序列由两个相邻傅里叶谐波叠加计算得出，其系数通过最小二乘法（LS）估计。该方法的详细说明见（Chapanov 等人，2015）。简而言之，离散数据的部分傅里叶近似 $()F\ t$ 表示为:

$$F(t) = f_0 + f_1(t-t_0) + \sum_{k=1}^{n} a_k \sin\frac{2\pi k}{P_0}(t-t_0) + \sum_{k=1}^{n} b_k \cos\frac{2\pi k}{P_0}(t-t_0) \quad (1)$$

其中，P_0是第一谐波的周期，t_0- 是观测平均历元，f_0, f_1, a_k 和 b_k 是未知系数，n 是部分和中的谐波数，该部分和涵盖周期介于 P_0/n 和 P_0之间的所有振荡。对傅里叶系数进行最小二乘估计至少需要 2n + 2 个观测值，因此，谐波数 n 的取值远小于采样数据的数量 N（f_i）。谐波数 n 较少，因而可以进行系数误差的最小二乘估计。这是与经典傅里叶近似的一个重要区别。另一项区别是可以任意选择第一谐波的周期 P_0, ，而不必采用观测时间跨度，因此，估计频率可以涵盖所需的实际振荡集合。该方法可以通过以下公式，灵活而简便地将谐波振荡划分到不同频带:

$$B(t) = \sum_{k=m_1}^{m_2} a_k \sin k\frac{2\pi}{P_0}(t-t_0) + \sum_{k=1}^{n} b_k \cos k\frac{2\pi}{P_0}(t-t_0) \quad (2)$$

其中，所需频率 w_k 受带宽限制

$$\frac{2\pi m_1}{P_0} \le \omega_k \le \frac{2\pi m_2}{P_0}, \quad (3)$$

估算傅里叶系数后，可以确定一个具有显著振幅的窄频带，并据此定义一个周期。随后，可在时域中将该周期重建为受相应频带宽度限制的部分和。

1.2 连续小波变换

Morlet 小波是一族由单个参数控制的函数，由高斯函数调制的复指数构成（Cohen，2019），

$$\psi(t) = e^{i2\pi f_0 t} e^{-\frac{4\ln(2)t^2}{h^2}} \quad (4)$$

其中，h 为半高全宽（FWHM），以秒为单位，表示峰值前增益达到 50% 的时刻与峰值后增益达到 50% 的时刻之间的时间间隔。因此，对于时域中的给定平方可积信号 $s(t)\in L^2(R)$，(， ∞ ∞

使用连续小波变换（CWT）进行分析，就是计算信号与一系列子小波函数的内积，其定义方程如下：

$$W(a,b) = < s,\psi > = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\psi(\frac{t-b}{a})dt, \quad (5)$$

其中，$L^2(R)$ 表示由可测且平方可积的一维信号构成的希尔伯特空间，$\psi(t)$ 表示母小波，a 是决定特征频率的伸缩尺度因子，b 表示平移。因此，减小尺度参数 a 可以减小小波在空间中的支撑范围，从而覆盖更高频率，反之亦然。这意味着 $a/1$ 是频率的度量。参数 b 表示小波窗沿空间轴的位置。

小波扩张提高了 CWT 对长时间尺度事件的敏感性，而小波收缩提高了其对短时间尺度事件的敏感性。对参数对 (a, b) 进行这种变化，可以在整个时频平面上计算小波系数 W(a, b)。根据小波系数重构信号可通过以下表达式获得：

$$s(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{0}\int_{0}^{\infty} W(a,b)|a|^{-\frac{1}{2}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)\frac{dadb}{a^2} \quad (6)$$

其中，母小波的傅里叶变换 $\hat{\psi}(\omega)$ 需要满足以下容许条件，

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty,$$

其中，C_ψ 是取决于所选小波的容许常数。由此可知，$\hat{\psi}(\omega)$ 是连续函数，因此，C_ψ 的有限性意味着 $\hat{\psi}(0)=0$，没有零频分量，并且 $\psi(t)$ 在时域中的平均值为零，即 $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0$。小波 $\psi(t)$ 是一种窗函数，它既能实现时频局部化，又具有有限能量

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|dt < +\infty.$$

关于连续小波变换的更多细节，参见（Sadowsky，1994，1996；Najmi 等人，1997）。连续小波变换的绝对值呈现时间和频率的函数，即尺度图。由于尺度为 a 时小波的“有效支撑”与 a 成正比，这些边缘效应也会随 a 增大。受

到这些边缘效应影响的变换区域称为影响锥（COI）。COI 是给定位置和尺度下小波有效支撑),(*aKbaKbsupp*$_{eff}$ $^{+}$中所有 t 的集合。在每个尺度上，COI 确定受指定位置处信号值影响的小波系数集合。通常，COI 包括边界线及从该线边缘延伸至频率（或周期）轴和时间轴的阴影区域，因为它标示了尺度图中可能受边缘效应伪影影响的区域（Mallat，1999）。需要注意的是，这些效应源于伸展后的小波超出观测区间边界的区域。因此，尺度图在白线划定的非阴影区域内提供的数据时间—频率表示是准确的；而在白线外的阴影区域内，尺度图中的信息则应视为可疑。

2. 小波相干性与相位

时间序列之间的小波相干性与时间序列中的周期性现象有关。它类似于双变量相关系数，用于衡量两个时间序列变量在时频域中的协同变化程度和范围。小波相干性能够识别时间序列相关联的频带和时间区间。它通过在时间和尺度上进行平滑来定义，平滑程度取决于小波的选择和尺度。给定两个时间序列 X 和 Y，其小波变换为)(sW_{Xn} 和)($sW^{Y}{}_{n}$，交叉小波谱定义为

$$W_n^{XY}(s) = W_n^{X}(s) W_n^{Y*}(s) \tag{7}$$

其中，n 为时间索引，s 为尺度，(*) 表示复共轭。小波平方相干性定义为平滑后的交叉小波谱的模平方，并以各自的小波功率谱进行归一化（Velasco 等人，2008），

$$R_n^2(s) = \frac{S(s^{-1}\left|W_n^{XY}(s)\right|^2)}{S\langle s^{-1}\left|W_n^{X}(s)\right|^2)S(s^{-1}\left|W_n^{Y}(s)\right|^2)},\ 0 \le R_n^2(s) \le 1 \tag{8}$$

其中 〈·〉 表示在时间和尺度上进行平滑，S 是一个平滑算子。因子 s^{-1} 用于转换为能量密度。最后需要指出，由于小波变换能够保持方差不变，因此小波相干性准确地表示了两个时间序列之间的（归一化）协方差。

小波相干相位差由以下公式给出

$$\phi_n(s) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Re}(s^{-1}W_n^{XY}(s))}{\mathrm{Im}(s^{-1}W_n^{XY}(s))}\right) \tag{9}$$

其中，平滑后的实部和虚部已在（8）中计算得出。)($^{2}_{n}$ $sR$and)($s_n\phi$ 都是时间索引 n 和尺度 s 的函数。（8）和（9）中的平滑是沿时间和尺度两个方向使用加权滑动平均（或卷积）完成的。

需要注意的是，小波相干性取决于任意选定的平滑函数。不过，使用 Morlet 小波函数可以为时间域和傅里叶空间中的平滑函数提供一种“自然”的宽度。时间平滑采用一个滤波器：在每个尺度上取小波函数的绝对值，并将其归一化，使总权重为 1。小波相干性的显著性水平也通过蒙特卡罗模拟确定。

与小波功率相比，小波相干性的优点在于，它仅在相关序列确实具有显著周期的区域显示统计显著性。其缺点可能是，在计算和绘图时需要仔细微调。

3. 总太阳辐照度

总太阳辐照度（Fligge等人，2000；Foukal，2012）是指在日地平均距离（天文单位，AU）处，到达地球大气层顶部的全光谱积分太阳能通量。数学计算和卫星观测均表明，其平均值为 1367 ± 4 W/m^2。太阳辐照度分布到行星大气层后，大气层顶部的平均太阳辐射为这一数值的 1/4：342 W/m^2。地球行星反照率为 0.3，进一步将入射辐射降低至 239 W/m^2。进入大气层后，波长短于 300 nm 的太阳辐照度会在平流层及其上方被吸收。总太阳辐照度的卫星测量始于 1978 年 11 月发射的 NIMBUS-7，此后一直由其后续卫星进行。

总太阳辐照度常被用作太阳变率的特征指标，因为其变化可分为周期性分量和长期分量，而后者的计算以太阳黑子和光斑为主要贡献因素。

4. 大西洋多年代际振荡（AMO）指数

大西洋多年代际振荡（Enfield等人，2001）是一种海洋振荡系统，决定了海洋环境区域变化的特征；它也是北大西洋（NAO）0°至70° N范围内海表温度（SST）变化的一种理论性描述，或一种气候模态，其发生的时间尺度为数十年。其指数用于衡量北大西洋整个海盆海表温度变化，并经过调整以去除人为强迫增暖造成的趋势。

与其他变率模态（如厄尔尼诺—南方涛动）一样，大西洋多年代际振荡会通过大气遥相关对大范围地理区域产生影响，并被推测会影响北大西洋的一系列地区。

渔业和生态系统。大西洋多年代际振荡（AMO）已被确定为一种发生于北大西洋的自然变率一致模态，其估计周期为60–80年。它基于北大西洋盆地海表温度（SST）的平均异常值，通常覆盖0–80°N范围。为了从AMO指数中去除气候变化信号，研究人员通常会对每个网格点的SST数据进行去趋势处理，或对空间平均时间序列进行去趋势处理。

5. 结果

5.1 太阳对总太阳辐照度和大西洋多年代际振荡百年尺度及年代际变化的影响

采用部分傅里叶近似估算的总太阳辐照度和大西洋多年代际振荡变化的所有太阳影响，见（Chapanov，2021年）。850—2011年间大西洋多年代际振荡与总太阳辐照度的相关周期见表1。在1100—2010年的时间区间内，这些振荡对应的时间序列一致性极佳，二者之间具有很高的相关性。

T表1. 850—2011年间大西洋多年代际振荡与总太阳辐照度的相关周期

	相关性	
	年代际，年	百年尺度，年
1	72.4-77.3	193.2-232.8
2	64.4-68.2	144.9-165.6
3	58.0-61.0	115.9-128.8
4	48.3-54.4	

5.2 总太阳辐照度与大西洋多年代际振荡的连续小波变换

所用的总太阳辐照度（TSI）和大西洋多年代际振荡（AMO）长期变化时间序列，分别覆盖 850.0–2011 年和 800.0–2011 年期间，其中重叠时段为 1161 年和 1211 年，如图 1 所示。使用莫雷小波对单独的 AMO 和 TSI 时间序列进行连续小波变换（CWT）所得的功率谱如图 2 所示。纵轴和横轴分别表示尺度（年）区间和周期（年）。显著的共同变化以侧边栏顶部的深红色标示。相比之下，较冷的蓝色表示序列之间的依赖性较低。显著区域之外的冷色区域表示序列中不存在依赖性的时间和频率。细黑线和灰色锥形边界勾勒出影响锥（COI）区域，在该区域内，小波系数的估计在 5% 显著性水平下不具统计显著性。这一显著性通过相位随机化替代序列的蒙特卡洛模拟进行估计。由于可能存在边缘伪影，影响锥内的浅色阴影区域不纳入分析。

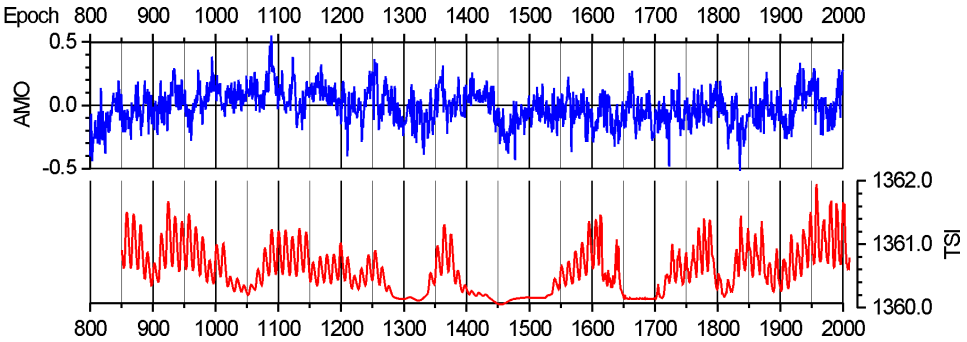


图 1. 大西洋多年代际振荡和总太阳辐照度数据

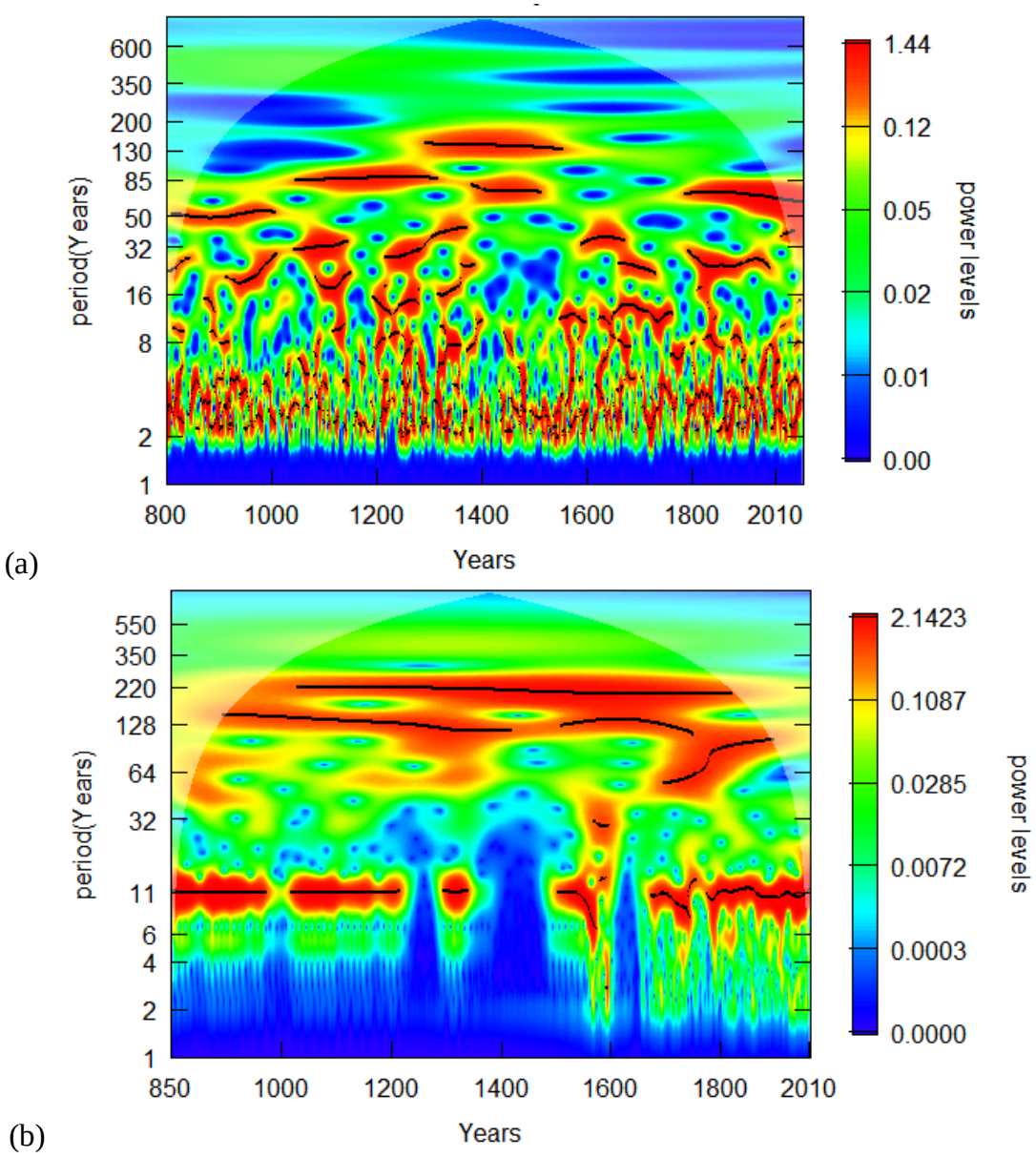


图 2. (a) 大西洋多年代际振荡和 (b) 总太阳辐照度的小波谱

在 COI 之外，统计显著性达到 0.05 水平的区域以粗黑色轮廓线圈出。在 y 轴上，每个序列都分解为 8 个时间尺度，

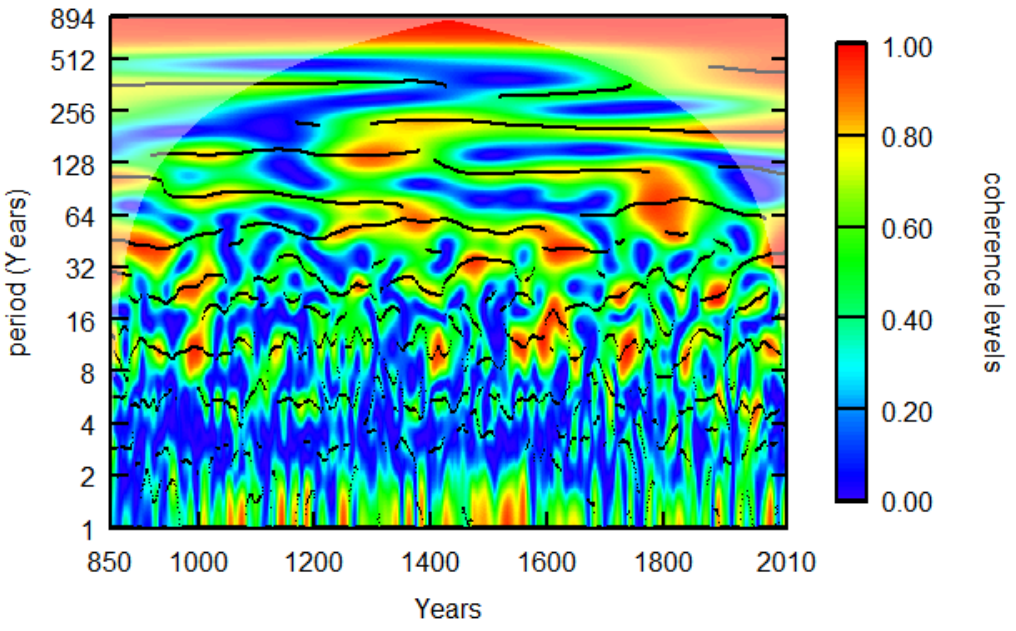
其中，最短周期（即 1/2–1 年）对应最高频带，最长周期（即 256–512 年）对应最低频带。

根据图 2 所示的连续小波变换结果，可以确定所有振幅较小的振荡，并检测振荡振幅显著的时间区间及其频率变化。

其次，大西洋多年代际振荡数据的小波谱揭示了较弱的百年尺度 Suess-de Vries周期，周期为 195–235 年；周期为 70–130 年、变化不定的 Gleisberg周期片段；周期为 50–60 年的太阳自转模态；以及周期为 20–50 年、变化不定的太阳谐波。相比之下，总太阳辐照度数据的小波谱显示，Suess-de Vries周期几乎恒定，周期为 195–235 年；Gleisberg周期变化不定；时间序列前半段的 11 年周期则保持恒定。

5.3 总太阳辐照度与大西洋多年代际振荡的小波相干性

为了寻找 AMO 和总太阳辐照度数据中发现的周期性之间具有统计意义的相关性，我们进行了交叉小波和小波相干性分析。我们使用连续小波变换分析 AMO 和总太阳辐照度信号。与常见的功率谱类似，连续小波变换将时间序列展开到频率空间，同时保留时间信息，因此能够分析时间局部化振荡。为寻找 AMO 与总太阳辐照度之间的关系，我们采用小波相干性（WC）比较两个连续小波变换，并找出两个信号在局部的锁相行为。通过蒙特卡洛模拟检验 WC 的统计显著性水平。对于连续小波变换的每个尺度，我们通过计算每一对数据集的小波相干性来估计显著性水平（Grinsted等，2004）。



Fi图 3. 总太阳辐照度与大西洋多年代际振荡两个时间序列之间的小波相干谱

通过小波相干性计算了850–2011年期间 AMO 和总太阳辐照度年时间序列之间的关系。图3展示了绝对系数。正如我们从（Chapanov，2021年）中所知，两个总太阳辐照度和 AMO 时间序列之间存在表1所示的相关周期。在三维空间中，图3的小波相干性结果显示 AMO 与总太阳辐照度之间具有显著相干性。它用于量化两个非平稳序列在时间–频域中的关联程度。

6. 结论

本文主要关注太阳黑子数与大西洋年代际振荡之间的关系。

首先，结果表明，与能够确定所有小振幅振荡的傅里叶分析不同，连续小波变换能够检测振荡振幅显著的时间区间及其频率变化。

其次，对大西洋多年代际振荡数据进行连续小波变换后，发现了较短周期、变化不定的Gleisberg周期片段、太阳自转模式和变化不定的太阳谐波；而总太阳辐照度数据呈现出几乎恒定的周期，时间序列前半段则呈现出恒定的11年周期。

最后，以相干性表示的大西洋多年代际振荡与总太阳辐照度之间的相关性，在接近2300年哈尔施塔特太阳周期第7次谐波的振荡（其周期为300年）、加速的Suess–de Vries周期以及加速的Gleisberg周期中均显著。

一个重要结论是，傅里叶分析和小波分析的应用都能显著促进跨学科研究。

致谢

本研究得到保加利亚国家科学基金的支持，合同编号为 KP-06-N34/1 /30-09-2020：“气候变化的自然因素与人为因素——全球和局地周期成分分析及长期预测”

数据可用性

本研究中使用的所有数据均可在互联网上免费获取。本研究使用的总太阳辐照度数据可在线获取，网址为 *https://lasp.colorado.edu/lisird/data/nrl2_tsi_P1Y/* ；大西洋多年代际振荡数据可从以下网址获取：

https://www.ncei.noaa.gov/pub/data/paleo/reconstructions/wang2017/wang2017amv-amo.txt

参考文献

Benevolenskaya E. E. 和 Kostuchenko I. G.，《总太阳辐照度、紫外辐射和上一个太阳活动周极小期的磁通量》，2013年。《天体物理学杂志》，第2013卷，文章编号368380。Chapanov Ya.，2020年。保加利亚气温变化及其与太阳活动周的联系，载于：第一届环境保护与灾害风险国际会议论文集，保加利亚索非亚，第22–33页。Chapanov Ya.，2021年。太阳谐波驱动的大西洋年代际振荡，载于：K. Georgieva、B. Kirov 和 D. Danov（编），第十三届“太阳对磁层、电离层和大气的影响”专题讨论会论文集，第183–188页。Cohen M.，2019年。一种更好的莫雷小波定义与描述方法，用于时频分析，《神经影像》，第199卷，第81–86页。Grinsted A.、Moore J.C. 和 Jevrejeva S.，2004年。交叉小波变换和小波相干性在地球物理时间序列中的应用，《地球物理学中的非线性过程》，第11卷，第561–566页。Goupillaud P.、Grossmann A.、Morlet J.，1984年。地震信号分析中的周期—倍频程变换及相关变换，《地球勘探》，第23卷，第1期，第85–102页。Fligge M. 和 Solanki S. K.，2000年。1700年以来的太阳光谱辐照度，《地球物理研究快报》，第27卷，第14期，第2157–2160页。Foukal P.，2012年。重新审视太阳辐照度变化，《太阳物理学》，第279卷，第2期，第365–381页。Fröhlich C.、Lean J.，1998年。总太阳辐照度变化：复合序列的构建及其与模型的比较，《国际天文学联合会专题讨论会》，第185卷，第89–102页。Lean J. L.，2018年。估算公元850年以来的太阳辐照度。《地球与空间科学》，第5卷，第133–149页。Mallat S.，1999年。《信号处理小波之旅》，学术出版社。Sadowsky J.，1994年。连续小波变换：用于信号研究与理解的工具，《约翰斯·霍普金斯应用物理实验室技术文摘》，第15卷，第4期，第306–318页。Sadowsky J.，1996年。使用连续小波变换研究信号特征，《约翰斯·霍普金斯应用物理实验室技术文摘》，第17卷，第3期，第258–269页。Swingedouw D.、Terray L.、Cassou C.、Voldoire A.、Salas-Mélia D.、Servonnat J.，2010年。上千年气候的自然强迫：太阳变率的指纹，《气候动力学》，第36卷，第7–8期，第1349–1364页。Shindell D. T.、Schmidt G. A.、Mann M. E.、Rind D. 和 Waple A.，2001年。蒙德极小期期间太阳强迫对区域气候变化的影响，《科学》，第294卷，第2149–2155页。Najmi S. 和 Sadowsky J.，1997年。连续小波变换与可变分辨率时频分析，《约翰斯·霍普金斯应用物理实验室技术文摘》，第18卷，第1期，第134–140页。Enfield D.B.、Mestas-Nunez A.M. 和 Trimble P.J.，2001年。大西洋年代际振荡及其与美国本土降雨和河流流量的关系，《地球物理研究快报》，第28卷，第2077–2080页。Velasco V.M.、Mendoza B.，2008年。评估太阳活动与若干大尺度气候现象之间的关系，《空间研究进展》，第42卷，第866–878页。

Wang, J., Yang B., Ljungqvist F. C., Luterbacher J., Osborn T. J., Briffa, K. R., 2017年。Zorita E.，，过去1200年大西洋气候年代际变化的内部和外部强迫。《自然·地球科学》，第10卷，512–517页。Xu H., Lei B., & Li Z., 2021年。基于小波分析的总太阳辐照度重建，《地球与空间科学》，第8卷，e2021EA001819。