arXiv:2305.02462v1 [physics.optics] 3 May 2023

可扩展的低延迟光学相位传感器阵列

ZhanghaoSun[1], SunilPai[1], Carson Valdez[1], Maziyar Milanizadeh[2], AndreaMelloni[2], Francesco Morichetti[2], David A. B. Miller[1], Olav Solgaard[1], *[1]*Ginzton Laboratory, Stanford University, 348 Via Pueblo Mall, Stanford, CA 94305, USA*

[2]*Department of Electronics, Information and Bioengineering, Politecnico di Milano, via Ponzio 34/5, 20133, Milano, Italy*

光学相位测量对许多应用至关重要，而传统方法通常会受到机械不稳定性、时间延迟和计算复杂性的影响。在本文中，我们介绍了基于集成光子学的紧凑型相位传感器阵列，可通过少量测量步骤实现准确且可扩展的无参考相位传感。这是通过将多个双端口相位传感器连接成图，以测量相邻及远距离空间位置之间的相对相位来实现的。我们提出了一种高效的后处理算法以及电路设计规则，以减少随机误差和偏置误差的累积。我们通过光子集成电路中的仿真和实验，展示了该系统的有效性。所提出的系统无需外部参考或空间光调制器即可直接测量光学相位，从而为显微镜成像和光学相控阵等应用带来显著优势。

I. 引言

光学相位测量在成像 [1、环境传感 [6, 7], 、光通信 [8–11], 和光学神经网络 [12–15] 中至关重要。以往的光学相位测量方法可分为两类：基于参考信号和无参考信号。第一类方法基于检测到的光场与从光源直接引出的参考信号之间的零差/外差干涉 [16, 17]。这类系统受益于检测信噪比的提升，但也会受到参考臂不稳定性的影响 [17–20]。无参考信号方法通过让入射光场的不同分量相互干涉，避免了对外部参考信号的需求 [21–23]。相衬显微术利用相移孔径使入射光场与平面波发生干涉，从而获取透明样品的近似相位分布 [1]。现代无参考波前测量通常使用可编程空间光调制器（SLM），并结合相位恢复算法进行后处理，但这会带来显著的计算成本 [23–25]。在一种特殊情况下，Shack-Hartmann（SH）波前传感器 [26] 使用微透镜阵列取代 SLM。

近期，已有研究提出并演示了一种基于光子集成电路（PIC）的无参考光场测量方法 [27, 28]。运行过程中，通过最小化功率逐步配置 PIC 中的马赫-曾德尔干涉仪（MZI），并根据相位设置计算所有输入端之间的相对输入光学相位。这种方法不易受到振动影响 [29], ，但要求使用高精度模拟电压控制 MZI，而且，依次进行最小化的逐步特性会造成显著的时间延迟。

本文提出了一种紧凑型光子相位传感器阵列，仅需少量测量即可实现无需参考的相位传感。该方案通过将多个双端口相位传感器连接成图，测量相邻和远距离空间位置之间的相对相位（相位梯度）。得益于灵活多样的光子集成电路平台，所有测量均可在单个光子学焦平面 [3] 上并行进行。与渐进式光子集成电路相位测量相比，我们的系统延迟更低，所需硬件也更少。

为尽可能减小传感器噪声引起的测量误差，我们加入了后处理步骤，并将其表述为一个最小二乘问题。与非凸相位恢复算法相比，我们系统中的后处理速度更快，也更稳健。我们分析了相位传感器阵列在大量输入端口情况下对噪声和硬件误差的鲁棒性。结果表明，相位传感精度取决于光子学电路的连通性。通过（1）引入远距离相对相位测量，（2）在相位传感器中合理布置移相器，以及（3）引入冗余相对相位测量，可以显著降低误差。我们通过仿真和实验展示了这些设计的有效性。所提出的系统在多种应用中前景广阔，包括显微术中的相位成像以及光学相控阵（OPA）。 [30]。

II. 集成相位传感器

我们首先介绍一个单个双端口相位传感器，该传感器用于检测通过单模波导进入相位传感器的两个输入光场 x_1, x_2 之间的相对相位。近期，类似器件已应用于基于参考的检测系统 [3, 29]。如图1 (a)所示，一种直接的实现方

* zhsun@斯坦福.edu

式是采用带有 50/50 分束器和可调移相器的同相与正交（I/Q）干涉检测 [29] 。该系统可建模为一个具有传输矩阵 H的双输入、双输出线性系统：

$$H = BR(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\zeta} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

这里， B、 R 是 50/50分束器和移相器的传输矩阵。当相移 ζ设为 0（b_+ 和 b_- 输出）以及 $\pi/2$ （h_+ 和 h_-）时，两个光电探测器检测到的光功率为：

$$\begin{aligned} h_\pm &= (|x_1|^2 + |x_2|^2 \pm 2|x_1||x_2|\cos\gamma)/2, \\ b_\pm &= (|x_1|^2 + |x_2|^2 \pm 2|x_1||x_2|\sin\gamma)/2 \end{aligned} \tag{2}$$

其中， γ 是 x_1与 x_2之间的相对相位。公式 2 给出了估计值 $\gamma = \arctan((b_+ - b_-)/(h_+ - h_-))$。这种有源传感器设计需要两个测量步骤，并使用一个移相器，其相位延迟在 0 和 $\pi/2$ 之间切换。为避免主动调节移相器所带来的延迟，我们采用图1 (b) 所示的无源传感器，在一个步骤中测量 $h_\pm$ 和 $b_\pm$ ，但每个光电探测器中的光功率会减半（我们假设电路中的所有定向耦合器都是 50/50 分束器，而两侧的两个耦合器可设计为具有相同的分光比，且该分光比不同于 50/50）。无源相位传感器的一个优点是占用面积更小[1]，因为无需使用较长的有源移相器，也不需要控制电路。

为简化后续讨论和可视化，我们将相位传感器抽象为一个图，不考虑其物理实现细节[2]。如图1(c)所示，图中的每个顶点代表一个输入端口，每条边代表一个相位传感器。由于传感器中的移相器仅施加于一条臂上，因此相位传感器以及代表它的边都是非对称的。我们将移相器所在一侧的输入端口，或具有 $\pi/2$ 相移路径一侧的输入端口定义为正极性（即黑白边的白色端点）[3]。

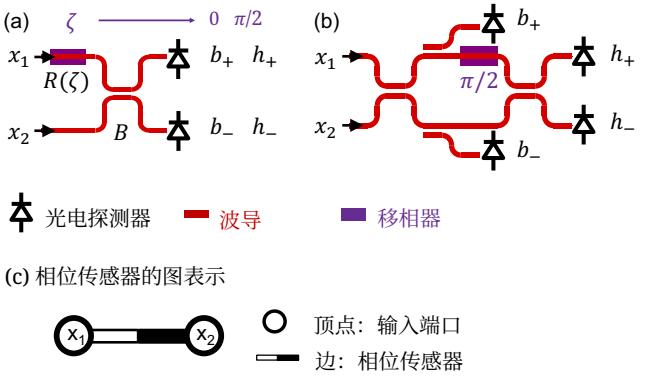

图1。(a) 使用移相器后接分束器的有源相位传感器。(b) 无源相位传感器。(c) 单个相位传感器的图表示。顶点（圆圈）表示输入端口，而边表示相位传感器。边的极性表示移相器在传感器中的位置。具体而言，(c) 中边的白色一端对应于相位传感器上安装移相器的一侧或端口，如 (a) 所示；或者对应于具有 $\pi/2$ 相移的一侧，如 (b) 所示。

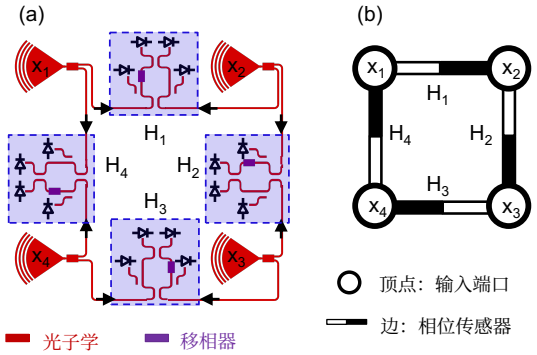

图2。（a）具有4个输入端口和4个相位传感器的相位传感器阵列简单示例（未按比例绘制）；（b）相应的图表示。（a）中的黑色箭头表示光功率传播方向，（b）中的黑白边表示带有极性的相位传感器。为处理测量误差，采用最小二乘法根据相位传感器测量值计算相位分布。

III. 相位传感器阵列

多个相位传感器可以集成到一个阵列中，以测量多个输入端口上的相位分布，如图2 (a)所示。当该系统用于测量自由空间光场时，需要一个光学接口通过光栅耦合器、光子灯笼或其他自由空间光学接口，将自由空间入射光转换为相位传感器所需的光。 [32–34]（更多讨论请参阅补充材料）。在传感器的每个输入端口，接收到的光信号会被分配到多个单模波导 [35] 中，然后馈入相位传感器，如图2（a）中的黑色箭头所示。遵循第二节中定义的约定，我们还在图2（b）中展示了相应的图表示。每个相位传感器都可独立访问，输入光被路由至光电探测器并转换为电子信号。电子读出电路可与常见图像传感器的读出电路类似 [36]。

从光电探测器的读数中，相位测量-

[1] 图1中的器件并非按比例绘制。[2] 有关图论概念的介绍，请参阅 [31] 图论中更标准

[3] 的概念是有向边。不过，为避免与光功率传播方向混淆，我们使用极性来表示这种非对称性。

每个相位传感器的测量值使用公式 2 计算。对于图2所示的示例，传感器阵列有 4 个输入端口 $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$（一般而言，我们选择 x_1 为 0 相位）。我们需要找出相对于 x_1 相位的 3 个未知相位差，$\mathbf{p} = \{p_2, p_3, p_4\}$，阵列中有 4 个相位传感器$\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$，其测量结果为$\mathbf{p}_H = \{p_{H_1}, p_{H_2}, p_{H_3}, p_{H_4}\}$。测量过程可以表示为矩阵 M

$$\begin{matrix} \mathbf{p}_H \\ \begin{bmatrix} p_{H_1} \\ p_{H_2} \\ p_{H_3} \\ p_{H_4} \end{bmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} M \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} \mathbf{p} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} \end{matrix} + \begin{matrix} \mathbf{e}_H \\ \begin{bmatrix} e_{H_1} \\ e_{H_2} \\ e_{H_3} \\ e_{H_4} \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{3}$$

其中$\mathbf{e}_H = \{e_{H_i}\}$ 为相位测量误差。当相位传感器的数量比输入端口的数量少一个时（我们在第 V A 节将其称为“非冗余”阵列），可通过代数计算从$\mathbf{p}_H$ 恢复$\mathbf{p}$ 。然而，在更一般的情况下（例如图2），相位测量的数量超过了未知相位的数量。在这些情况下，我们通过求解最小二乘问题来更好地考虑测量误差，并使用测量矩阵 $M^+ =(M^T M)^{-1} M^T$ [37]的伪逆。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{p}} = \text{argmin}_{\mathbf{p}} |\mathbf{p}_H - M\mathbf{p}|^2 = M^+ \mathbf{p}_H \\ \mathbf{p} = (0, p_2, p_3, p_4)^T \\ \mathbf{p}_H = (p_{H_1}, p_{H_2}, p_{H_3}, p_{H_4})^T \end{cases} \tag{4}$$

其中$\hat{}\mathbf{p}$ 为估计相位分布。在我们的系统中，M 中的每一行都对应一个相位传感器进行的测量。测量矩阵的每一行包含一个值为 1 的元素和一个值为 -1 的元素，其余元素均为 0。在相位传感器中，将移相器从一条臂移至另一条臂，会导致矩阵M中对应行的符号改变。由于矩阵 M 在器件制造完成后即已确定，其伪逆 M^+ 也随之确定（可通过 M的奇异值分解求得）。因此，求解该最小二乘问题只需对 M^+ 与测量向量$\mathbf{p}_H$进行简单的矩阵-向量乘法。

注意，由于相位的 2π 歧义，公式 4 的第一行应表示为 $\hat{}\mathbf{p} = \text{argmin}_{\mathbf{p}} |\text{mod}[(\mathbf{p}_H - M\mathbf{p}) \; 2\pi]|^2$，其中 $\text{mod}[\,, 2\pi]$ 是取模运算。这与普通的最小二乘问题不同。不过，只需进行简单处理即可将其转换为普通的最小二乘问题（详情请参阅补充材料）。因此，为简洁起见，我们仍使用普通的最小二乘优化公式。

IV. 相位感测误差

相位测量中有两个主要的误差来源。第一种是光电探测中的噪声，包括光子散粒噪声 [38, 39], 暗电流 [40], 和放大器读出噪声 [41]。第二种来源是系统性硬件误差，包括不正确的分光比和相移 [42, 43], 以及不均匀的光电探测器增益 [20]。此类系统性误差可以通过校准部分消除（有关校准过程的更多详情，请参阅补充材料）。文献中报告的典型分光比残差为 $\sim$ 1%至 10% [12, 42]。请注意，硬件误差可能是随机的，也可能是有偏的。随机硬件误差意味着系统中的每个独立元件都存在不同的不完美之处 [44, 45], ，而有偏硬件误差意味着系统中的所有元件都偏向同一个错误状态。这种偏置误差可能由温度、光学波长、制造工艺或其他全局因素引起。下文中，我们仅讨论分光误差，但所有结论都可以直接应用于其他类型的硬件误差（详情请参阅补充材料）。

我们通过仿真评估噪声和硬件误差对相位传感精度的影响。我们首先考虑单相传感器。在特定的噪声和硬件误差下，我们使用测得的相对相位 $\mathbb{E}[\text{RMS}] = \mathbb{E}[||\hat{} p - p||]$ 的绝对误差期望来表征平均相位传感误差。按照 [42], 中的约定，该期望是在一组随机输入场上取得的。

$$\begin{gathered} x \sim (\mathcal{N}(0,1) + i\mathcal{N}(0,1))/\sqrt{2}, \;\; \mathbb{E}[|x|^2] = 1 \\ h'_{\pm} = h_{\pm} + \sigma_n \mathcal{N}(0,1), \;\; b'_{\pm} = b_{\pm} + \sigma_n \mathcal{N}(0,1) \\ \text{SNR} := \mathbb{E}[|x|^2]/\sigma_n = 1/\sigma_n \end{gathered} \tag{5}$$

其中，$\mathcal{N}(0,1)$ 表示均值为 0、标准差为 1 的正态分布，$h'_{\pm}$ 而 $b'_{\pm}$ 和 σ_n 分别为含噪测量值和测量噪声的幅度。为简单起见，我们采用简单的噪声模型，并将系统的总体信噪比（SNR）定义为 $1/\sigma_n$。对于硬件误差，我们仿真随机的和有偏的分束器误差（BSE）。类似于公式 1，具有不均匀分束比的不完美分束器被建模为

eled by the 2×2 matrix $B' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{1+\epsilon} & i\sqrt{1-\epsilon} \\ i\sqrt{1-\epsilon} & \sqrt{1+\epsilon} \end{bmatrix}$,

其中 ϵ 是 t d 误差。对于随机l误差情况，我们假设 $\epsilon \sim \sigma_\epsilon \mathcal{N}(0,1)$。对于偏置误差情况，所有分束器使用相同的 ϵ。对于所有硬件误差仿真，我们仍然包含光电探测噪声。

图 3 (a)-(c) 中模拟的平均相位传感误差显示了几项重要结果。首先，除信噪比极低的情况外，在不存在硬件误差时，平均相位传感误差与信噪比成反比。其次，硬件误差会显著增加

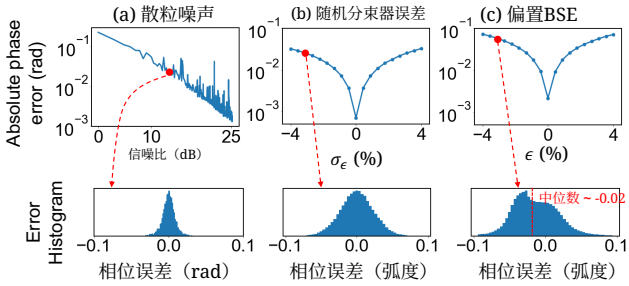

图 3. 单传感器相位测量误差（对 1000 次随机输入场仿真结果取绝对值平均）：(a) 光电探测噪声，(b) 随机分束器误差，(c) 有偏分束器误差。第二行：红点所示设置下对应的测量误差直方图（基于 1000 次随机输入场仿真）。

相位传感误差。第三，有偏硬件误差会导致相位传感误差产生偏差（如图 3(c) 所示，中位数为 ~ -0.02）。

V. 阵列中的相位感测误差

我们将相位传感器 i 处的相位感测误差记为e_{Hi}。根据图 3 中的仿真结果，我们可以将相位感测误差的统计分布分解为标准差 σ_e 和偏差 e_0。由于传感器阵列中的相位分布由公式 4 估计，我们用期望均方根误差（RMSE）$\mathbb{E}[\mathrm{RMS}] = \mathbb{E}[||\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}||]$来表征平均估计的相位传感精度。与第 IV 节类似，期望值是对遵循公式 5 的随机输入场取平均得到的。

图4左侧（“一维链”配置）展示了相位传感器阵列的一个示例。具有 N 个输入端口的相位传感器阵列的相位 RMSE 期望值可表示为

$$\mathbb{E}[(\hat{p}_i - p_i)^2] = \sum_{j=1}^{i} \mathbb{E}[e_{Hi}^2] = i\sigma_e^2 + i^2 e_0^2 \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\mathrm{RMS}] &= \sqrt{\mathbb{E}[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-1}(\hat{p}_i - p_i)^2]} \\ &= \sqrt{\sigma_e^2(N-1)/2 + e_0^2(N+1)(2N+1)/6} \\ &= \sqrt{\mathrm{E}_r^2 + \mathrm{E}_b^2}\end{aligned}$$

我们可以将 $\mathbb{E}[\mathrm{RMS}]$ 分解为每个传感器中的随机误差 σ_e (E_r，随 $O(\sqrt{N})$变化)和偏差误差 e_0 (E_b，随 $O(N)$变化)的贡献。随着 N 适度增加，这种误差会变得难以容忍，从而阻碍规模扩展。

式6还表明，第 i个端口的期望误差（$\mathbb{E}[(\hat{p}_i - p_i)^2]$）取决于该端口与参考端口之间的中间连接数量（图论中的路径长度）



图4。左：“一维链”配置。右：“一维链 + 翻转”配置。随机误差累积保持不变，而偏置误差累积则被消除。

如图4所示。路径越短，累积误差就越小。随机误差与偏置误差的关键区别在于它们对相位传感器极性的依赖性。连接的极性变化时，E_r 不会改变，而E_b 在很大程度上取决于极性。通过翻转一维链式配置中边（相位传感器）的极性，可在“1D chain +flip”配置（图4右侧）中实现 $\mathrm{E}_b = e_0$ （相对于 N为常量）。

对于更复杂的电路配置，很难获得 N 与 E_r、E_b 之间的解析关系。尽管如此，根据公式 4，我们可以建立 RMSE 与 M^+（测量矩阵 M 的伪逆）之间的简单关系（推导过程见补充材料）

$$\begin{cases} \mathrm{E}_r = \sigma_e\sqrt{\sum_{ij} M^+[ij]^2} \\ \mathrm{E}_b = e_0\sqrt{\sum_{ij}(M^{+T}M^+)[ij]} \end{cases} \tag{7}$$
$$M^+ = (M^T M)^{-1} M^T$$

注意，$\sqrt{\sum_{ij} M^+[ij]^2}$和 $\sqrt{\sum_{ij}(M^{+T}M^+)[ij]}$分别是矩阵 M^+ 的 Frobenius 范数和 $L_{2,1}$ 范数，并且与图论中的“图谱” [46]有关。根据公式 7，我们再次观察到，翻转矩阵 M 各行的符号不会改变 E_r，但会影响 E_b。因此，这两个指标相互解耦，可以在电路配置设计中分别考虑：首先，我们忽略电路图中的极性，通过将边（相位传感器）放置在适当的位置来最小化 E_r 。具体而言，我们希望最小化从参考端口到电路图中其他端口的路径长度。然后，我们翻转部分边的极性，以最小化 E_b。基于这一解耦的设计规则，在下文讨论 E_r 时，我们忽略相位传感器的极性，并始终假设存在一种相位传感器极性配置，使 E_b最小化。

A. 非冗余阵列

使用 N 个输入端口测量完整相位分布所需的最少相位传感器数量为 $N-1$。我们将这类电路称为非冗余电路。图 5(a) 展示了几个示例（如上文所述，此处忽略相位传感器的极性）。由于从相位参考输入到任何其他输入之间仅存在一条路径，

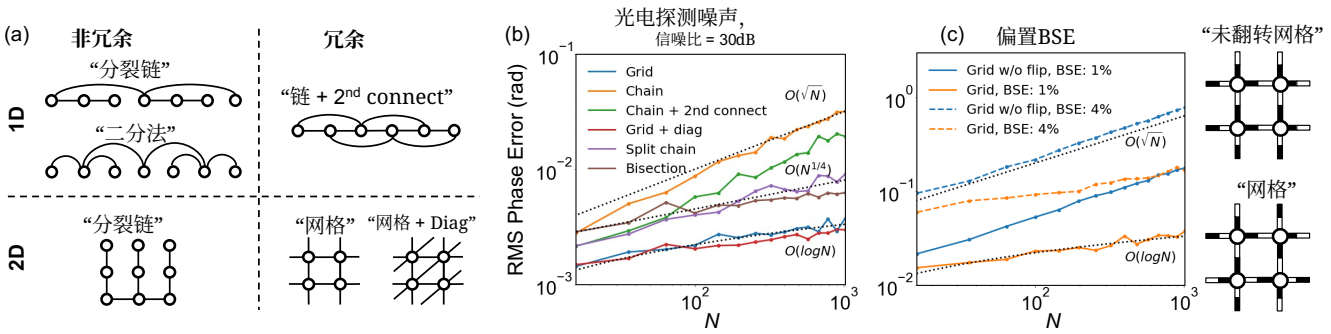

图5。（a）按一维、二维、非冗余和冗余进行分类的配置。（b）存在光电探测噪声时，均方根相位传感误差随输入端口数量 N 的变化情况（信噪比为 $= 30$ dB）。遵循设计规则的设计（例如“分裂链”和“网格”）相比朴素链式配置具有更好的可扩展性。（c）存在偏置误差时，相位传感器极性选择的影响。通过翻转“未翻转网格”配置中的边极性，网格配置实现了更好的可扩展性。

“路径越短，误差越低”这一设计规则依然成立。最朴素的链式配置具有 $\mathrm{E}_r \sim O(\sqrt{N})$，在 N 适中时，这一误差便变得难以接受。通过将长路径拆分为较短的路径，在“分裂链”配置中，E_r 降至 $O(N^{1/4})$。在 $N = 1000$ 条件下，这比图4所示的简单一维链式配置小 $\sim 6\times$。类似的配置也可以通过将输入端口排列成二维形式来实现。通过对长路径进行二分，“二分”配置实现了 $O(\sqrt{\log N})$ 的均方根误差。然而，这种配置需要复杂的波导布线，会显著增加占用面积。在所有这些配置中，通过翻转边的极性，E_b 可以降至 $O(1)$（常数）。

我们模拟了存在光电探测噪声时的平均相位传感精度（图5 (b)），信噪比为 $= 30$ dB。仿真结果与理论分析吻合良好。

B. 冗余阵列

可以按照图 5(a) 所示，将冗余相位传感元件引入电路。在冗余阵列中，相位参考输入端与其他未知相位输入端之间存在多条路径，因此最小二乘优化实际上是在对沿所有路径累积的相位估计结果进行平均。冗余越多，参与平均的路径就越多，因此估计结果也越准确。另一方面，冗余越多，每个输入端口连接的相位传感器也越多，每个相位传感器接收的光功率越低，导致信噪比下降。

我们在图5 (b)中展示了两个具有代表性的案例。在最佳情况下，在具有翻转边的网格配置中可实现 $O(\log N)$。与网格配置相比，“grid +diag”配置的边（相位传感器）多出 50%。然而，由于上述权衡，相位传感精度相近。我们还展示了一个存在偏置分束器误差的示例（图5 (c)）。与单个相位传感器仿真类似，我们在此仿真中使用偏置BSE $= 1\%, 4\%$。可以看出，正确翻转边时，相位感测误差保持 $O(\log N)$ 可扩展性；未能正确翻转则会导致相位感测误差 $\sim O(\sqrt{N})$。

C. 实验结果

我们在制备的硅光子集成电路平台上展示了冗余相位传感器阵列的有效性（如图 6 (a) 所示） [47]。我们使用片上电路检测光功率，并模拟相位传感器之间的不同连接配置（详细硬件实现请参阅补充材料）。我们采用抽头光栅耦合器（抽头 GC）作为集成光电探测器的替代方案，设计参照 [47]。抽头 GC 从波导中耦合出 3% 的光功率，并将其射向放置在器件上方的红外相机。我们的电路包含 5 个输入端口；非冗余配置包含 4 个相位传感器（图 6 (b) 上图），而冗余相位传感器阵列则使用 6 个相位传感器（图 6 (b) 下图）。我们按照公式 5 生成 1000 个随机输入光场，并按照公式 4 测量相位分布。尽管每个相位传感器的光功率较低，冗余设计仍将平均相位感测误差降低了 $\sim 2\times$。如图 6 (c) 所示，在这项概念验证演示中，冗余电路设计具有优势，这与第 V B 节讨论的仿真结果一致。随着光子集成电路规模扩大，冗余电路配置的优势预计将更加显著。

需要注意的是，冗余过多也可能不利。如图 6 (b)(d) 所示，我们测试了另一种具有 8 个连接的配置（相对相位测量的冗余度更高）。然而，与 6 个连接的配置相比，8 个连接的配置准确度略低。这是系统冗余与每个相位传感器的信噪比之间权衡的结果。

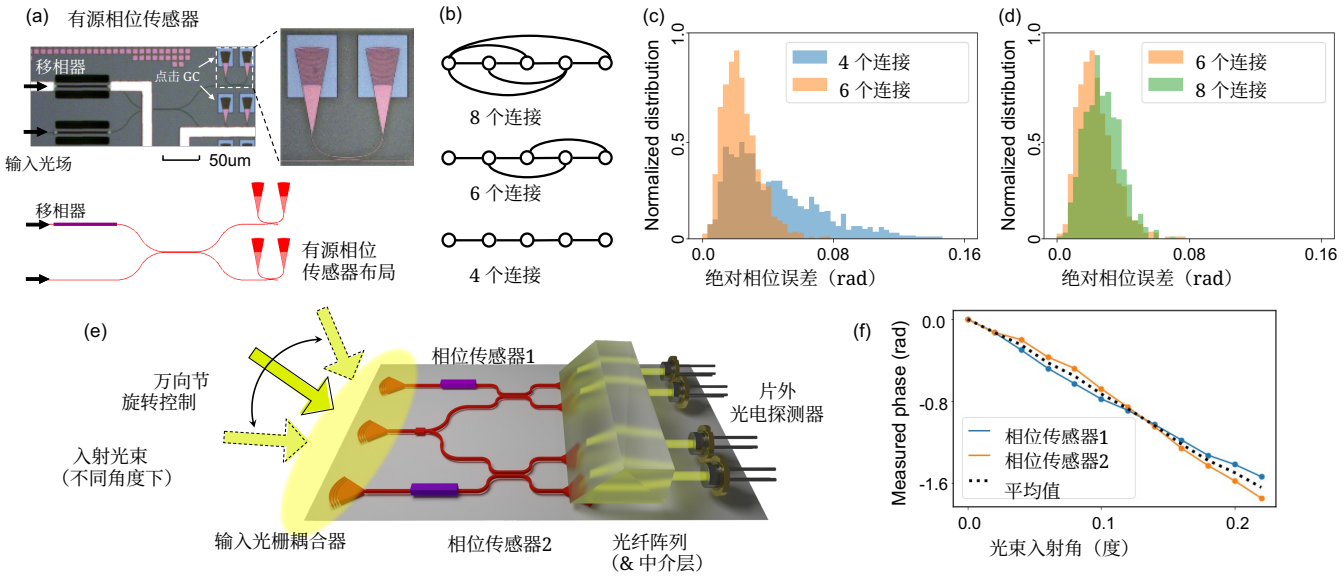

图 6. 采用 5 个输入端口的冗余相位传感器阵列实验演示。(a) 在硅光子集成电路上制备的有源相位传感器，带有热光移相器和抽头光栅耦合器（抽头 GC） [47]。(b) 采用 4 个相位传感器的非冗余电路配置，以及采用 6 个相位传感器的冗余配置。(c)、(d) 随机输入光场下，1000 次实验的绝对相位感测误差分布。与非冗余的 4 个连接配置相比，6 个连接配置将误差降低了 $\sim 2\times$；而 8 个连接配置的准确度略差，这是因为在端口数量较少时，系统冗余与每个传感器的信噪比之间存在权衡。(e)、(f) 在三个输入端口（两个相位传感器）处对入射平面波的相位进行实验测量。我们使用万向节控制光束的入射角。我们的装置呈现出相对相位测量与光束入射角之间良好的线性关系。

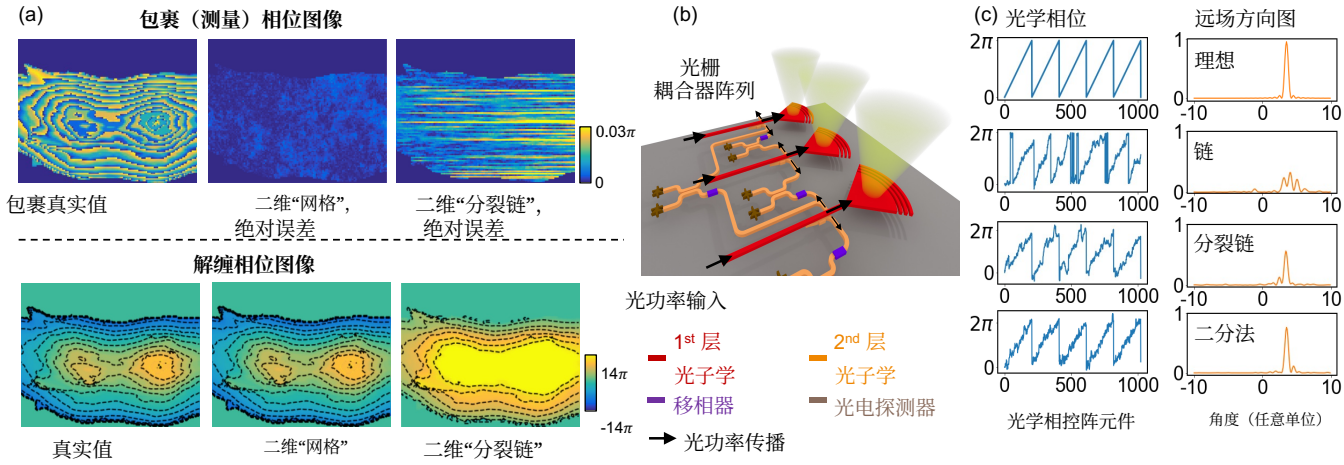

图 7. (a) 在存在光电探测噪声的情况下，对 128×128 分辨率相位成像与解缠绕进行比较。冗余二维网格传感器阵列实现了更稳健的性能。(b) 所提出的相位传感阵列在光学相控阵（OPA）相位监测中的应用示意图。采用双层光子学电路，以简化布线。从第一层抽取少量功率至第二层，用于相位监测。我们使用黑色箭头表示光功率的传输。(c) $N = 1024$ 1D OPA 中的光学相位分布和远场方向图，采用“链”、“分裂链”和“二分法”相位传感器阵列进行相位监测。通过更优的相位监测设计，可显著降低相位误差，并使远场方向图具有更好的旁瓣抑制效果。

在冗余过多时，输入光功率分散得过于严重，导致每个相位传感器的信噪比较低。当输入端口数量较少时，这种影响会盖过相位分布鲁棒性带来的益处估计过程，从而导致性能较差。

在图 6 (e)、(f) 中，我们进一步展示了使用光子集成电路测量自由空间入射光的相位分布

相位传感器阵列。我们将平面波照射到三个输入端口（两个相位传感器）上，并使用万向节控制入射光束的角度。我们使用光纤阵列将光耦合出芯片，并用片外光电探测器测量光功率，以避免入射光束产生的杂散光。如图 6 (f) 所示，我们的系统实现了相对相位测量值与光束入射角之间良好的线性关系，尤其是在通过平均处理消除硬件误差引起的畸变后。考虑到手动调节万向架旋转时存在误差，我们的结果表明，所提出的无参考相位传感器在测量自由空间光场时具有良好的准确性和稳定性。

D. 应用1：相位成像

相位传感器阵列最自然的应用示例是显微相位成像。相位解缠是一项重要技术，用于解决测得相位中的 2π 相位模糊（相位被限制在 $[0, 2\pi]$ 之间）。在没有测量误差（噪声）的理想系统中，这一过程可以基于简单的微分得到准确解决。然而，原始测量中的微小误差会在解缠过程中被放大 [48, 49]。例如，我们在图 7(a) 中模拟了一个 128×128 分辨率的场景，其信噪比为 $= 20$ dB。二维“分裂链”传感器阵列和二维网格传感器阵列均获得了接近真实值的包裹相位图像。我们使用基于非连续路径算法的相位解缠库 [50]。二维“分裂链”测量中的微小误差会导致解缠相位图像严重偏离真实值。另一方面，冗余二维网格设计的相位测量在解缠过程中仍保持稳健。

E. 应用2：片上相位监测

除了测量自由空间光场的光学相位外，所提出的系统还可应用于片上相位监测。这里我们展示了光学相控阵（OPA） [30]]中的一个仿真实例。光学相控阵广泛应用于通信 [10, 11], 、遥感 [3–5], 和增强现实 [51]领域。光学相控阵由多个发光天线组成，通过调节每个天线的相位和振幅，可将光功率分布（方向图）投射到远场。为了生成所需的远场方向图，需要进行精确的相位监测。我们在图 7 (b) 中展示了一个示例。这里提出的相位监测方案拟通过以下方式实现。

采用双层光子电路 [52] ，以简化波导布线。少量功率从第一层分流至第二层，用于相位监测；我们用黑色箭头表示光功率的流向。此前，已有研究展示了用于此应用的链式配置相位传感器阵列，

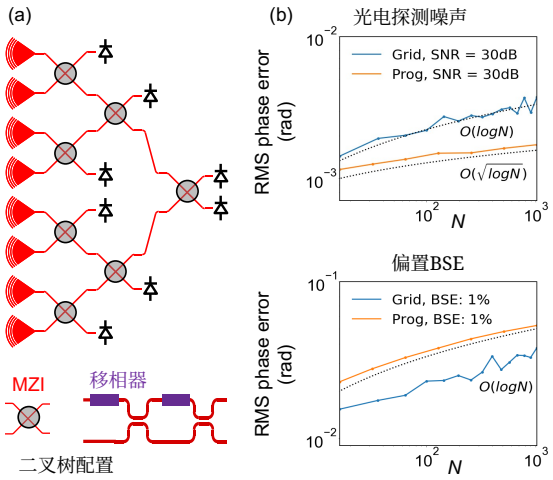

图 8. 渐进式方法 [27] 与所提出的相位传感器阵列方法的比较。(a) 渐进式相位测量方法 [27] 的光子学电路示意图，采用二叉树架构。(b) 渐进式方法与所提出的相位传感器阵列（网格配置）的可扩展性比较。

应用于规模相对较小的光学相控阵 [53, 54]。随着天线单元数量增加，误差累积会愈发显著。我们模拟了一个包含 $N = 1024$ 个天线单元的一维光学相控阵。我们假设每个相位传感器的信噪比为 $= 7$ dB，因为只分流少量光功率用于相位监测，以保持光学相控阵的高光学效率。如图 7 (c) 所示，与朴素链式配置相比，采用更稳健的相位传感器阵列配置（“分裂链”和“二分法”）时，相位分布和远场图样的质量都显著更高。

VI. 讨论

在此，我们对渐进式自配置方法 [27]（最相关的现有技术）进行了类似的相位传感精度分析，并在图 8 和表 I 中总结了其与所提出方法的比较结果。渐进式方法所采用架构的示意图如图 8(a) 所示。该电路由 $\log N$ 层马赫-曾德尔干涉仪组成，每层包含两个可调移相器和两个 $50/50$ 分束器。

我们假设将光电探测器曝光时间设置为t_0 ，以达到特定的信噪比，而由于电子/热带宽限制，移相器调谐时间为 t_1 。所提出的低延迟相位传感器所需的测量时间为$2(t_0 + t_1)$（主动式）或 t_0 （被动式）。在渐进式方法中，通过逐步消除每个电路层中的光功率来进行相位测量过程 [27]。单次消除过程可通过移相器扫描 +局部反馈控制 [55]来实现。尽管这一过程能够

生成准确的测量结果，但至少需要进行数十次或数百次移相器调谐和光电探测器曝光。为进行公平比较，我们为每次消除过程采用五个测量步骤。此外，由于每次消除步骤后光功率都会累积，因此可以相应缩短下一层所使用的曝光时间（为简单起见，我们假设曝光时间可以任意短）。这使总时间复杂度为 $\sim 2t_0+5t_1\log N$。当 t_1 较长或与 t_0 相当时（这在当前系统中很常见），与所提出的相位传感器阵列相比，延迟会显著增加。

其他重要指标包括计算成本和电子学复杂度。由于渐进式方法依赖可调马赫-曾德尔干涉仪，因此很难减小外形尺寸，尤其是对于可调移相器而言，正如第二节所述。此外，还需要以足够高的精度对相移进行模拟控制。另一方面，所提出的相位传感器阵列可以完全无源运行，也可以采用二进制移相器控制（在 0 和 $\pi/2$ 之间切换）。渐进式方法需要进行一次光场反向传播仿真，其计算成本为 $O(N)$，而所提出的相位传感器阵列需要进行一次矩阵-向量乘法，其计算成本为 $O(N^2)$。由于数字域中的计算成本相对较低，这一缺点相对而言并不严重。

如图5(b)所示，当仅存在光电探测器噪声时，渐进式方法的可扩展性可达到 $O(\sqrt{\log N})$，优于所设计的配置。而在存在有偏硬件误差时，其可扩展性与所提出的相位阵列相当（两者均为 $O(\log N)$），但系数略高。渐进式方法具有良好可扩展性的原因在于二叉树架构中的误差累积路径长度较短（类似于图5中的“二分法”配置），以及渐进式编程过程中光功率的累积。集中的光功率可在每个元件中带来较高的信噪比和较低的相位传感误差。关于将低延迟、无源相位传感器应用于此类二叉树架构，我们将在补充材料中进行更详细的讨论。尽管路径长度仍然较短，但如果没有渐进式的光功率累积，该系统将无法实现令人满意的准确度和可扩展性。

除了硬件误差和测量噪声分析之外，在相位传感器阵列中采用冗余元件还有另一项优势。例如，假设 supposed 假设图8(a)中最右侧的马赫-曾德尔干涉仪节点发生故障，则整个测量会失败，而且无法轻易判断电路中哪一部分导致了错误。然而，冗余相位传感器阵列（如图5所示）不会受到少数故障/损坏元件的影响。此外，通过最小二乘求解过程（公式 4），可以根据残差轻松识别故障元件。我们在补充材料中展示了，即使有 $>10\%$ 的元件发生故障/损坏，该系统仍然具有鲁棒性。

	渐进式 [27]	相位传感器阵列
冗余	No	Yes
时间复杂度	$8t_0+5t_1\log N$	$2(t_0+t_1)$ 或 t_0
可扩展性	$O(\log N)$	$O(\log N)$
计算成本	$O(N)$	$O(N^2)$
电子学复杂度	需要数模转换器	仅数字或无源

表 I. 指标总结。红色表示较差，绿色表示较好。

VII. 结论

快速、简便的光学相位测量对于光通信和传感至关重要。本文提出了一种基于集成光子学、低延迟且无需参考的光学相位传感器阵列。我们展示了后处理算法和电路设计规则（例如连接路径长度、冗余以及相位传感器元件的极性），这些方法能够在存在测量噪声和硬件误差的情况下实现高准确度和可扩展性。这有助于提升跨学科应用的准确度和稳健性，包括显微镜、遥感、光计算和光通信。

VIII. 致谢

本研究获得美国空军科学研究办公室资助，资助项目编号为 FA9550- 17-1-0002、FA9550-18-1-0186 和 FA9550-21-1-0312。

[1] GabrielPopescu, *Quantitative phase imaging of cells and tissues* 2011 (麦格劳-希尔教育，)。[2]YongKeun Park、Christian Depeursinge 和 Gabriel Popescu，“生物医学中的定量相位成像”，《自然·光子学》**12**，578–589（2018）。[3]Christopher Rogers、Alexander Y Piggott、David J Thomson、Robert F Wiser、Ion E Opris、Steven A Fortune, Andrew J Compston, Alexander Gondarenko, Fan- fan Meng, Xia Chen, *et al.*，《基于硅光子平台的通用 3D 成像传感器》，《自然》**590**，256–261（2021）。[4] Christopher V Poulton、Ami Yaacobi、David B Cole、Matthew J Byrd、Manan Raval、Diedrik Vermeulen 和 Michael R Watts，《采用硅光子平台的相干固态激光雷达

光子光学相控阵，”Optics letters **42**, 4091– 4094 (2017).[5]Youmin Wang、Guangya Zhou、Xiaosheng Zhang、Kyungmok Kwon、Pierre-A Blanche、Nicholas Triesault、Kyoung-sik Yu 和 Ming C Wu，“利用大规模 MEMS 光学相控阵进行二维宽带波束转向，”Opt- ica **6**, 557–562 (2019).[6] Zhongwen Zhan、Mattia Cantono、Valey Kamalov、Antonio Mecozzi、Rafael M¨uller、Shuang Yin 和 Jorge C Castellanos，“基于光偏振的跨洋海底电缆地震与水波传感，”Science **371**, 931 936 2021– ( ).[7] Antonio Mecozzi、Mattia Cantono、Jorge C Castellanos、Valey Kamalov、Rafael Muller 和 Zhongwen Zhan，“利用海底光缆进行偏振传感，”Optica **8**, 788–795 (2021).[8]David AB Miller，“自动建立最优波通信信道，”Journal of Lightwave Technology **31**, 3987–3994 (2013).[9]Karthik Choutagunta、Ian Roberts、David AB Miller 和 Joseph M Kahn，“在直接检测模式复用链路中调整马赫–曾德尔网格均衡器，”Journal of Lightwave Technology **38**, 723–735 (2019).[10]Christopher Vincent Poulton、Matthew J Byrd、Pe- ter Russo、Erman Timurdogan、Murshed Khandaker、Diedrik Vermeulen 和 Michael R Watts，“利用高性能光学相控阵进行远距离激光雷达探测和自由空间数据通信，”IEEE Journal of Se- lected Topics in Quantum Electronics **25**, 1–8 (2019).[11] Jingwen He、Tao Dong 和 Yue Xu，“空间光通信用光子集成光学相控阵综述，”IEEE Access **8**, 188284–188298 (2020).[12]Sunil Pai、Zhanghao Sun、Tyler W Hughes、Tae- won Park、Ben Bartlett、Ian AD Williamson、Mom- chil Minkov、Maziyar Milanizadeh、Nathnael Abebe、Francesco Morichetti、 *et al.*，“在纳米光子神经网络中实验实现用于深度学习的原位反向传播，”arXiv 预印本 arXiv:2205.08501 (2022).[13] Sunil Pai、Ben Bartlett、Olav Solgaard 和 David AB Miller，“通用幺正光子器件上的矩阵优化，”Physical Review Applied**11**, 064044 (2019).[14] Ian AD Williamson、Tyler W Hughes、Momchil Minkov、Ben Bartlett、Sunil Pai 和 Shanhui Fan，“用于光神经网络的可编程电光非线性激活函数，”IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **26**, 1–12 (2019).[15]Yichen Shen、Nicholas C Harris、Scott Skirlo、Mihika Prabhu、Tom Baehr-Jones、Michael Hochberg、Xin Sun、Shijie Zhao、Hugo Larochelle、Dirk Englund、 *et al.*，“利用相干纳米光子电路进行深度学习，”Nature Photonics**11**, 441–446 (2017).[16] Bonny L Schumaker，“零差检测中的噪声，”Optics letters **9**, 189–191 (1984).[17]Ezra Ip、Alan Pak Tao Lau、Daniel JF Barros 和 Joseph M Kahn，“光纤系统中的相干检测，”Optics express **16**, 753–791 (2008).[18] Wenmei Hou 和 G¨unter Wilkening，“外差干涉仪非线性的研究与补偿，”Precision engineering **14**, 91–98 (1992).[19] TaeBong Eom、TaeYoung Choi、KeonHee Lee、HyunSe- ung Choi

，和 SunKyu Lee ，“一种简单的方法，用于

异频干涉仪中非线性的补偿，”Measurement Science and Technology **13**，222（2002）。[20] Christer J Karlsson 和 Fredrik ˚AA Olsson，“调频连续波半导体激光雷达频率扫描的线性化及其测距性能，”Applied Optics **38**，3376–3386（1999）。[21] S´ebastien M Popoff、Geoffroy Lerosey、R´emi Carminati、Mathias Fink、Albert Claude Boccara 和 Sylvain Gigan，“测量光学中的传输矩阵：研究和控制无序介质中光传播的一种方法，”Physical Revie w Letters **104**，100601（2010）。[22]Ang´elique Dr´emeau、Antoine Liutkus、David Martina、Ori Katz、Christophe Sch¨ulke、Florent Krzakala、Sylvain Gigan 和 Laurent Daudet，“利用数字微镜器件和相位恢复技术对强散射材料的传输矩阵进行无参考测量，”Optics Express **23**，11898–11911（2015）。[23] Yicheng Wu、Manoj Kumar Sharma 和 Ashok Veer-araghavan，“Wish：具有高分辨率的波前成像传感器，”Light: Science & Applications**8**，1–10（2019）。[24] Ben-Yi Wang、Lu Han、Yang Yang、Qing-Yang Yue 和 Cheng-Shan Guo，“基于空间光调制器和增量二进制随机采样的波前传感，”Optics Letters **42**，603–606（2017）。[25] Congli Wang、Xiong Dun、Qiang Fu 和 Wolfgang Hei-drich，“超高分辨率编码波前传感器，”Optics Express **25**，13736–13746（2017）。[26] Ben C Platt 和 Roland Shack，“Shack–Hartmann波前传感的历史与原理，”（2001）。[27] David AB Miller，“使用自配置网络分析和生成多模光场，”Optica **7**，794–801（2020）。[28] Johannes B¨utow、J¨org S Eismann、Maziyar Milanizadeh、Francesco Morichetti、Andrea Melloni、David AB Miller 和 Peter Banzer，“利用可重构光子集成电路对光的振幅和相位进行空间分辨，”Optica **9**，939–946（2022）。[29] Aroutin Khachaturian、Reza Fatemi 和 Ali Hajimiri，“用于具有可扩展孔径的相干成像的IQ光子接收器，”IEEE Open Journal of the Solid-State Circuits Society **1**，263–270（2021）。[30]Paul F McManamon、Terry A Dorschner、David L Corkum、Larry J Friedman、Douglas S Hobbs、Michael Holz、Sergey Liberman、Huy Q Nguyen、Daniel P Resler、Richard C Sharp、 *et al.*，“光学相控阵技术，”Proceedings of the IEEE **84**，268–298（1996）。[31]Reinhard Diestel、Alexander Schrijver 和 Paul Seymour，“图论，”Oberwolfach Reports **4**，887–944（2008）。[32] Dirk Taillaert、Peter Bienstman 和 Roel Baets，“用于绝缘体上硅波导的紧凑型高效宽带光栅耦合器，”Optics Letters **29**，2749–2751（2004）。[33]Attila Mekis、Steffen Gloeckner、Gianlorenzo Masini、Adithyaram Narasimha、Thierry Pinguet、Subal Sahni 和 Peter De Dobbelaere，“光栅耦合器赋能的CMOS光子学平台，”IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **17**，597–608（2010）。[34]Sergio G Leon-Saval、Alexander Argyros 和 Joss Bland-Hawthorn

，“光子灯笼 ，” 纳米光子学 **2** ，

429–440（2013）。[35]Min Zhang、Radu Malureanu、Asger Christian Kr¨uger 和 Martin Kristensen，“基于光子晶体波导中自成像现象的 te 极化 1x3 分束器”，Optics Express **18**，14944–14949（2010）。[36]Gerald C Holst，“CMOS/CCD传感器和相机系统”，CMOS/CCD传感器和相机系统/Gerald C. Holst（2007）。[37]Stephen Boyd 和 Lieven Vandenberghe，*Introduction to applied linear algebra: vectors matrices and least ,, squares* 2018（剑桥大学出版社，）。[38] Samuel W Hasinoff，“光子，泊松噪声。”（2014）。[39] Molly Piels 和 John E Bowers，“硅光子集成电路用光电探测器”，光电探测器，3–20（2016）。[40]Hongtao Chen、P Verheyen、P De Heyn、G Lep¨age、J De Coster、S Balakrishnan、Ph Absil、G¨unther Roelkens 和 J Van Campenhout，“高速锗 pin 波导光电探测器的暗电流分析”，应用物理学杂志 **119**，213105（2016）。[41]FN Hooge、TGM Kleinpenning 和 Lode KJ Van[42] damme，“1/f噪声的实验研究”，Reports on progress in Physics **44**，479（1981）。[42]Saumil Bandyopadhyay、Ryan Hamerly 和 Dirk En[42]glund，“可编程光子学的硬件纠错”，Optica **8**，1247–1255（2021）。[43] David AB Miller，“用不完美元件实现完美光学”，Optica **2**，747–750（2015）。[44]Tsui-Wei Weng、Zheng Zhang、Zhan Su、Youssef Mar[44]zouk、Andrea Melloni 和 Luca Daniel，“具有相关非高斯随机参数的硅光子器件不确定性量化”，Optics express **23**，4242–4254（2015）。[45]Zeqin Lu、Jaspreet Jhoja、Jackson Klein、Xu Wang、Amy Liu、Jonas Flueckiger、James Pond 和 Lukas Chrostowski，“考虑版图相关的相关制造变异的硅光子集成电路性能预测”，Optics express**25**，9712–9733（2017）。[46] Fan RK Chung，*Spectral graph theory*，第92卷（美国数学会，1997）。[47] Sunil Pai、Zhanghao Sun、Tyler W Hughes、Tae-won Park、Ben Bartlett、Ian AD Williamson、Momchil Minkov、Maziyar Milanizadeh、Nathnael Abebe、Francesco Morichetti、*et al.*，“在纳米光子神经网络中实验实现用于深度学习的原位反向传播”，arXiv 预印本 arXiv:2205.08501（2022）。[48]Weiqiang Zhu 和 Gregory C Beroza，“PhaseNet：基于深度神经网络的地震到时拾取方法”，Geophysical Journal International **216**，261–273（2019）。[49] GE Spoorthi、Rama Krishna Sai Subrahmanyam Gorthi 和 Subrahmanyam Gorthi，“PhaseNet 2.0：基于深度学习方法的含噪数据相位解缠”，IEEE图像处理汇刊 **29**，4862–4872（2020）。[50]Miguel Arevallilo Herr´aez、David R Burton、Michael J Lalor 和 Munther A Gdeisat，“基于沿非连续路径按可靠性排序的快速二维相位解缠算法”，Applied optics **41**，7437 7444 2002–（）。[51]Jelena Notaros、Manan Raval、Milica Notaros 和 Michael R Watts，“基于集成相控阵的可见光近眼全息投影仪”，载于*2019 Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*（IEEE，2019），第 1–2 页。[52] Pengfei Wang、Guangzhen Luo、Yang Xu、Yajie Li、Yan- mei Su、Jianbin Ma、Ruiting Wang、Zhengxia Yang、Xu- liang Zhou、Yejin Zhang、*et al.*，“硅氮化硅双层光学相控阵芯片的设计与制造”，Photon- ics Research**8**，912–919（2020）。[53] Antˆonio Ribeiro Alves J´unior、K Miura、Thijs Spuesens 和 Wim Bogaerts，“利用主动反馈进行相移控制”，载于*Proceedings Symposium IEEE/Photonics Society Benelux* 2016 291 294（）第–页。[54]Joonsup Shim 、 Jong-Bum You 、 Hyun-Woo Rhee 、 Hyeonho Yoon、Seong-Hwan Kim、Kyoungsik Yu 和 Hyo-Hoon Park，“在基于硅的光学相控阵中使用平面衍射器进行远场图样的芯片上监测”，Optics Letters**45**，6058–6061（2020）。[55]Antonio Ribeiro、Alfonso Ruocco、Laurent Vanacker 和 Wim Bogaerts，“ 4× 4端通用线性电路的演示”，Optica**3**，1348–1357（2016）。[56] L Verslegers、A Mekis、T Pinguet、Y Chi、G Masini、P Sun、A Ayazi、KY Hon、S Sahni、S Gloeckner、*et al.*，“低损耗偏振分束光栅耦合器的设计”，载于*Integrated Photonics Research Silicon and Nanophotonics* 2014（美国光学学会，）第 JT4A–2 页。[57] Amit Agrawal、Rama Chellappa 和 Ramesh Raskar，“一种从梯度场进行表面重建的代数方法”，载于*Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'05) Volume 1* 1，第 卷（IEEE，2005），第 174–181 页。[58] Iacopo Mochi 和 Kenneth A Goldberg，“从梯度进行模态波前重建”，Applied Optics**54**，3780–3785（2015）。[59]Neil V Sapra、Dries Vercruysse、Logan Su、Ki Youl Yang、Jinhie Skarda、Alexander Y Piggott 和 Jelena Vu˘ckovi'c，“宽带光栅耦合器的逆向设计与演示”，IEEE《量子电子学精选主题期刊》**25**，1–7（2019）。[60]Zeqin Lu、Han Yun、Yun Wang、Zhitian Chen、Fan Zhang、Nicolas AF Jaeger 和 Lukas Chrostowski，“利用基于非对称波导的相位控制实现宽带硅光子定向耦合器”，Optics ex- press**23**，3795–3808（2015）。

附录 A：公式 7 的推导

根据公式 4，$\hat{\mathbf{p}}$ 可表示为 M^+，即测量矩阵 M 的伪逆。均方根（RMS）相位感测误差 RMS_p 定义为估计相位分布 $\hat{\mathbf{p}}$ 与真实值$\mathbf{p}$之间差值的均方根。

$$\hat{\mathbf{p}} = M^+\mathbf{p}_H \quad M^+ = (M^TM)^{-1}M^T \tag{A1}$$
$$\mathbb{E}[\text{RMS}] = ||\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}|| = ||M^+\mathbf{e}_H||$$

其中 $\mathbf{e}_H$ 是测量误差 $\mathbf{p}_H$。请注意，我们始终选择第一个输入端口作为相位参考，并始终手动将其相位设为零。因此，计算 $\mathbb{E}[\text{RMS}]$，时，$M^+\mathbf{e}_H$ 的第一个元素】【。

不包括在内。如第二节所述，单次相位测量中的误差可以是随机的，也可以是偏置的。在推导中，我们利用了随机测量误差的统计特性 $\mathbb{E}[e_{Hi}e_{Hj}] = \sigma_e^2\delta_{ij}$ （δ_{ij}是克罗内克δ函数）以及偏置测量误差的统计特性 $\mathbb{E}[e_{Hi}e_{Hj}] = e_0^2$。

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\mathrm{RMS}]^2 &= \sum_i [\sum_j M_{ij}^+ e_{Hj}]^2 \\ &= \sum_i (\sum_j M_{ij}^+ e_{Hj})(\sum_k M_{ik}^+ e_{Hk}) \\ &= \sum_{ijk} M_{ij}^+ M_{ik}^+ e_{Hj} e_{Hk} \\ &= \begin{cases} \text{Random: } \sigma_e^2 \sum_{ijk} M_{ij}^+ M_{ik}^+ \delta_{jk} = \sigma_e^2 \sum_{ij} M^+[ij]^2 \\ \text{Biased: } e_0^2 \sum_{ijk} M_{ij}^+ M_{ik}^+ = e_0^2 \sum_{ij} (M^{+T} M^+)[ij] \end{cases}\end{aligned} \tag{A2}$$

该方程建立了平均相位传感精度与测量矩阵 M 的矩阵范数之间的简单关系。

附录B：关于硬件误差的更多讨论

1. 相位传感器阵列校准

自由空间干涉仪也会遇到与本文讨论的集成式相位传感器类似的硬件误差。为减轻这些误差，需要进行校准。这里简要概述校准过程；更详细的讨论请参阅 [19, 20] 。如图 9 (a) 所示，我们定义 $\Delta h = h_+ - h_-$ 和 $\Delta b = b_+ - b_-$。对于理想的相位传感器，当两个输入端口的相对相位从 0 变为 2π 时， Δh 和 Δb 会形成一个完美的圆。然而，存在硬件误差时，例如分束比误差、相移误差和光电探测器误差， $\Delta h - \Delta b$ 曲线会变成一般的椭圆。校准的目标是在椭圆上至少测量六个点（越多越好），以确定其形状，并用仿射变换矩阵表示。运行过程中，可利用该矩阵校正每个单个相位传感器的误差。

2. 相移误差

图 9 (b) 展示了存在有偏或随机相移误差时单个相位传感器的测量误差（我们假设 $\pi/2$ 相移的实际值为 $\pi/2+\delta$）。我们采用与正文图 3 相同的仿真设置。在这种情况下，平均绝对相位误差和误差直方图与存在分束比误差时观察到的结果相似。因此，从分束比误差分析中得出的所有结论都可直接推广到相移误差的处理。

3. 阵列元件损坏

在正文中，我们假设电路中的每个相位传感器元件都相同。然而，某些元件可能发生故障，或者某些输入端口可能接收到非常低的信号电平，从而违背这一假设。从数学上讲，这些情况可以抽象为电路图中的某些边断开，如图 9 (c) 所示。如果电路是非冗余的，则完整的相位分布测量将失败。然而，电路中的冗余越多，对这一问题的鲁棒性就越强。为证明这一点，我们仿真了“网格”相位传感器阵列在 6.25% 和 12.5% 元件断开的情况下，同时存在 1% 分束器误差和信噪比为 $= 30$ dB 的光电探测噪声时的性能。如图 9 (c) 所示，系统在这些极端条件下仍保持鲁棒。

附录 C：偏振态传感

所提出的系统测量多个单模波导中光场之间的相对相位。如 [27], 所述，这些光学模式可通过光学接口由自由空间光场转换而来。在正文中，我们使用传统的光栅耦合器作为该接口。另一个例子是使用偏振敏感光栅耦合器 [56]。如图 10 所示，入射光场中的不同偏振分量被分离到两个单模波导中。借助相位传感器，可以测量这两个偏振分量之间的相对相位。

附录 D：硬件实现

我们使用与 [47] 相同的光子集成电路（PIC）平台。PIC 示意图和我们的硬件实现如图 11(a) 所示。PIC 是一个 6×6 三角网格 [12]。使用单模光纤，我们将激光功率输入其中一个输入端口，并通过分布在整个网格中的光栅耦合器抽头和一台移动红外相机检测波导中的光功率（详情请参阅 [47]）。我们在图 11(c)、(d) 中展示了相位测量实验过程。我们对网格进行编程，使其在 5 个波导中生成所需的光场（以红点表示）。然后，我们将这些端口两两配对，并将网格的一部分（蓝色边框框出）编程为有源相位传感器，以测量相对相位。我们使用多个测量步骤来测量所有所需的端口对。在图 11 中，我们展示了测量相位分布的完整测量过程（两个步骤），涉及 4 个连接；测量更多端口对之间的相位也很简单（例如正文图 6 中的 6 个连接和 8 个连接配置）。在测量步骤2中，我们对网格进行编程，将 4 个较低位置的光场（红色箭头）路由至

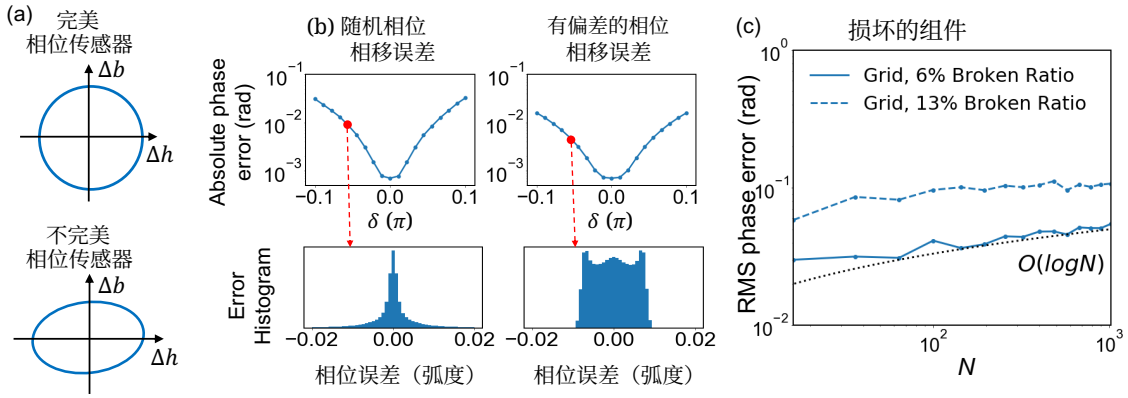

图9。（a）当两个输入端口之间的相对相位范围为 0 至 2π 时，具有理想（上图）和非理想（下图）相位传感器的 $\Delta h - \Delta b$ 曲线。校准的目标是测量并存储 $\Delta h - \Delta b$ 曲线（一般为椭圆）的形状。（b）存在相移误差时的平均绝对相位误差和误差直方图，其表现与正文中讨论的分束比误差相似。因此，所有结论均可直接扩展到相移误差情况。（c）存在损坏/故障元件时的相位传感精度。即使有 13% 的元件损坏，冗余二维网格相位传感器阵列仍保持良好的可扩展性；而这在非冗余相位传感器阵列或自配置系统中是不可行的 [27]。

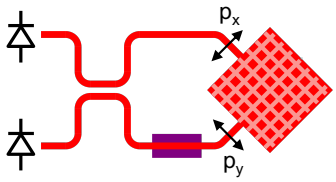

图 10。所提出的相位传感器实现偏振态传感的示意图。

网格中的另一层。请注意，为了公平比较不同配置，我们控制输入激光功率和光场生成，以模拟不同配置下的光功率分布，同时保持输入总功率固定。

附录 E：相位测量中的 2π 二义性

这种差异使得无法使用原生最小二乘求解器（例如采用 QR 矩阵分解 [37]）。从表面法线场 [57, 58]，进行 3D 重建时也会遇到类似问题，而严格的数学解法涉及求解……，或将问题视为具有已知边界条件的泊松方程。一个更简单的替代方案是，在冗余相位传感器阵列中使用非冗余部分（连接所有输入端口且无冗余的路径）来初始化相位分布估计；通过这一初始化，可确定每个输入端口处相位的大致范围。随后，最小二乘法利用冗余阵列中的所有相位测量来细化相位估计。

附录 F：与夏克-哈特曼传感器的关系

这里简要讨论所提出的技术与传统夏克-哈特曼波前传感器（SHWS）之间的关系。通常，这两种系统均用于测量相位梯度。然而，在 SHWS 中，相位梯度通过空间位移进行编码，因此存在空间分辨率与相位分辨率之间的权衡。在我们的系统中，相位梯度通过 I/Q 检测直接测量，因此具有更高的精度，并支持更高的空间分辨率和可扩展性。此外，光子集成电路（PIC）能够更灵活地测量非相邻邻点之间的相位梯度（例如，图 5(a) 中的“Grid+Diag”配置）。借助这种冗余设计，整体传感鲁棒性得到了进一步增强。另一方面，SHWS 的主要优势在于能够轻松应用于宽波长范围，甚至白光，而光子集成电路相位传感器的光学带宽则受到光子学构建模块的限制。然而，通过采用宽带光子学组件设计（例如，光栅耦合器 [59]，分束器 [60]）并进行校准（详见补充材料），可以实现更宽的波长范围。

附录 G：采用二叉树架构的非渐进式相位传感

如正文第VI节所述，我们分析了渐进式自配置方法的可扩展性。结果表明，由于二叉树架构中的错误传播链较短，且渐进编程过程中存在功率累积，该方法具有很高的鲁棒性。因此，一个自然的扩展方向是将单次相位传感器集成到这种架构中。

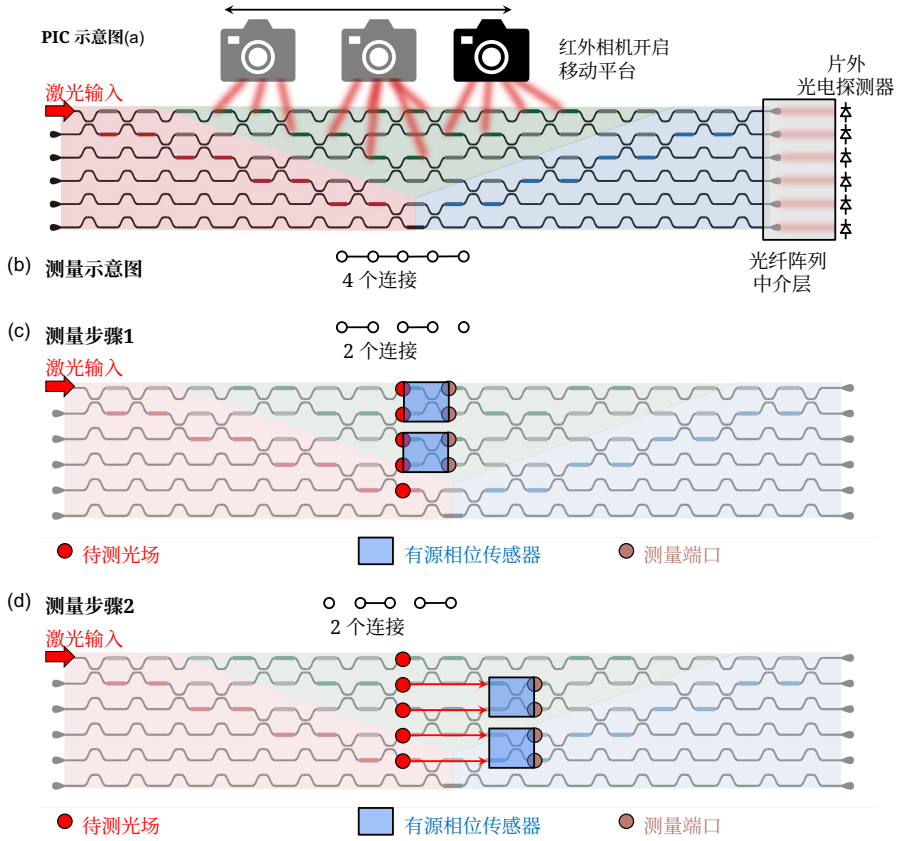

图 11. 使用通用光子集成电路网格 [47] 进行片上相位传感的电路图及硬件实现。

然而，正如我们将在下文讨论中所展示的，由于缺少光功率累积能力，这种组合无法提供令人满意的鲁棒性。

如图12 (a)所示，非渐进式二叉树相位传感器阵列具有与渐进式方法相同的高层架构。然而，每个节点都是一个有源或无源相位传感器元件，而非马赫-曾德尔干涉仪。在运行过程中，如果节点为无源节点，相位传感器树仅需进行一次测量；如果节点为有源节点，则需进行四次测量（由于只有一个光电探测器连接到节点输出端，因此我们将相移设为 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 以实现 I/Q 检测）。

根据测量结果，采用递归算法估计输入光场的相位。我们将第 n 个输入端口处的全局相位记为 θ_n。在递归算法开始时，所有 θ_n 均初始化为 0。在递归过程中，对于具有上端口 u_m、下端口 d_m 和相位测量结果 $b_{\pm,\,m}$, $h_{\pm,\,m}$ 的相位传感器节点 m，局部相对相位 γ_m 按照正文中的方法计算。

$$\gamma_m = \arctan((b_{+,m} - b_{-,m})/(h_{+,m} - h_{-,m})) \qquad \text{(G1)}$$

该局部相对相位会在以上端口为根的子树内所有输入端口（如图12中的 Q_{u_m} 所示）与以下端口为根的子树内所有输入端口之间产生全局相位差，其中the下端口为根（如图12中的 Q_{d_m} 所示）。更具体地说，给定在更深层递归步骤中计算得到的输入场 y_{u_m},y_{d_m}，该全局相位差可计算为

$$\phi_m = \gamma_m - \arg\left(\frac{y_{u_m}}{y_{d_m}}\right) \qquad \text{(G2)}$$

其中，arg() 表示复数的角度。对于 Q_{u_m} 中的所有节点，我们通过 ϕ_m 为其添加全局相位 θ_n。我们进一步将输出场 y_m 计算为

$$y_m = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{i\phi_m} y_{u_m} + y_{d_m}\right). \qquad \text{(G3)}$$

该输出场被传递至相位传感器节点 m' 处的较浅层递归步骤，并作为输入场$y_{u_{m'}}$ 或$y_{d_{m'}}$。在递归的最深层，即对应于输入相位传感器的层级，Q_{u_m} 和 Q_{d_m}仅包含一个输入端口，而 y_{u_m}，y_{d_m} 被设定为输入场幅值 $|x_{u_m}|$, $|x_{d_m}|$。整个递归过程总结于算法1中。

我们采用与正文中详述的相同随机入射光场设置，对非渐进式二叉树架构进行了仿真。图12（b）所示结果表明，即使误差累积路径较短（$O(\sqrt{\log N})$），存在光电探测噪声时，相位传感

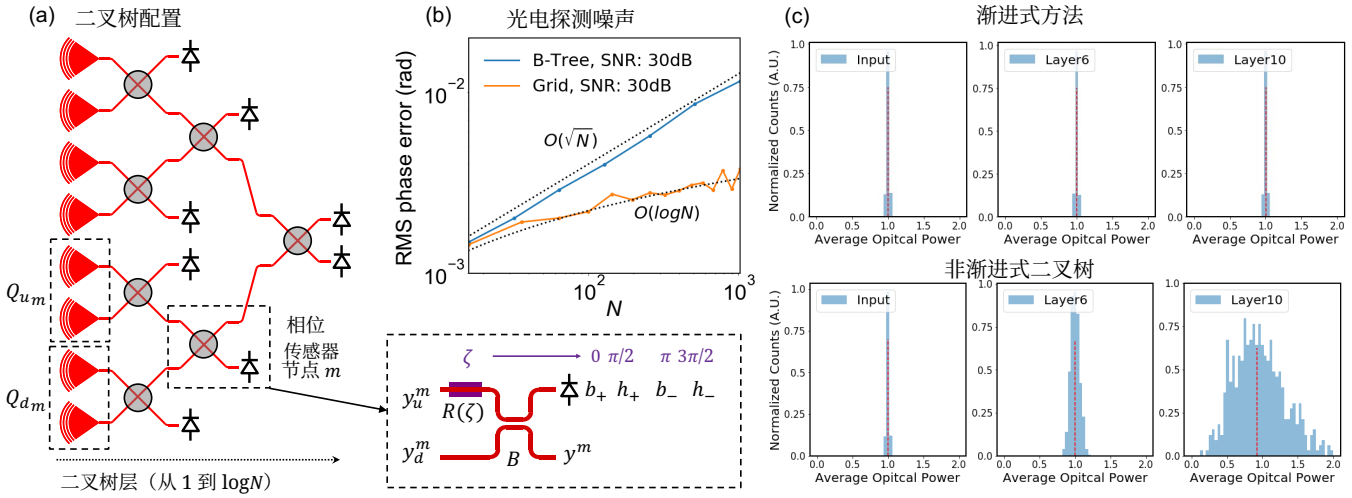

图12. 二叉树架构下的非渐进式相位测量。(a) 光子电路配置，每个节点都是有源或无源相位传感器，而非马赫-曾德尔干涉仪。(b) 存在光电探测噪声时的均方根（RMS）相位感测误差。尽管误差累积路径较短，非渐进式二叉树配置的误差缩放仍为 $O(\sqrt{N})$。(c) 这种不利的误差缩放归因于传播过程中的光功率损耗，这与渐进式方法不同。

误差仍按 $O(\sqrt{N})$ 缩放。这是由于光在传播过程中发生了光功率损耗。为简化起见，我们为二叉树架构中的每一层（列）分配一个层级索引，并将更靠近树根的层称为“较高层”。如图12（c）上图所示，对于渐进式方法[4]，，光从第一层传播到较高层时，平均光功率不会改变。需要注意的是，我们计算的是同一层所有马赫-曾德尔干涉仪节点的平均光功率。这是因为每一层的马赫-曾德尔干涉仪都设置为将全部光功率集中到单个输出端口。这种光功率累积能力，加上按指数衰减的曝光时间，确保传播过程中平均光功率保持恒定，不受入射光场影响。另一方面，在由有源相位传感器构成的非渐进式二叉树中，较高层的平均光功率存在较大波动，如图12（c）下图所示。这表明，对于某些入射光场，较高层的平均光功率可能非常低，从而导致信噪比（SNR）低，并使相位测量产生较大误差。此外，由于较高层的相位测量结果会影响 θ_n更多输入端口（当节点 m 位于较高层时，Q_{u_m}中的输入端口更多），这种不准确的相位测量会导致估计相位出现较大误差

剖面。

算法 1 相位计算

函数 UpdateTheta($|\boldsymbol{x}|$, $|\boldsymbol{h}|$, $|\boldsymbol{b}|$, $\mathcal{M}$, m, $\boldsymbol{\theta}$)
  获取 Q_{u_m}, Q_{d_m} 来自 $\mathcal{M}$。
  if $|Q_{u_m}| > 1$ **then**
    $y_{u_m} \leftarrow$ UpdateTheta($|\boldsymbol{x}|$, $|\boldsymbol{h}|$, $|\boldsymbol{b}|$, $\mathcal{M}$, u_m, $\boldsymbol{\theta}$)
  else
    $y_{u_m} \leftarrow |x|_{u_m}$
  结束 if
  如果 $|Q_{d_m}| > 1$ **则**
    $y_{d_m} \leftarrow$ UpdateTheta($|\boldsymbol{x}|$, $|\boldsymbol{h}|$, $|\boldsymbol{b}|$, $\mathcal{M}$, d_m, $\boldsymbol{\theta}$)
  else
    $y_{d_m} \leftarrow |x|_{d_m}$
  结束如果
  $\Delta h \leftarrow |h_{+,m}|^2 - |h_{-,m}|^2$
  $\Delta b \leftarrow |b_{+,m}|^2 - |b_{-,m}|^2$
  $\gamma_m \leftarrow \gamma(\Delta h, \Delta b)$ ▷公式 G1
  对于 $n \in Q_{u_m}$, **执行**
    $\theta_n \leftarrow \theta_n + \phi(\gamma_m, y_{u_m}, y_{d_m})$ ▷公式 G2
  结束循环
  返回 $y_m(\gamma_m, y_{u_m}, y_{d_m})$ ▷公式 G3
结束函数

<escape>**function** GetPhases($|\boldsymbol{x}|$, $|\boldsymbol{h}|$, $|\boldsymbol{b}|$, $\mathcal{M}$)</escape>
  $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \mathbf{0}^N$
  <escape>UpdateTheta</escape>(<escape>$|\boldsymbol{x}|$, $|\boldsymbol{h}|$, $|\boldsymbol{b}|$, $\mathcal{M}$, </escape>1<escape>, $\boldsymbol{\theta}$</escape>)
  return $\boldsymbol{\theta}$
结束函数

[4] 如正文中所述，我们假设较高层的曝光时间更短