短分组通信中非相干单输入多输出系统的酉星座设计与检测

Son T. Duong、Ha H. Nguyen、Ebrahim Bedeer 和 Robert Barton

arXiv:2305.02646v3 [cs.IT] 7 Nov 2023

摘要——**本文针对块衰落瑞利信道上的非相干单输入多输出（SIMO）通信，提出一种新颖的多符号酉星座设计。为降低复杂度，实现大型酉星座的设计与检测，所提出的星座由相互独立的幅度向量和相移键控（PSK）向量的笛卡尔积构成，因此可以迭代检测。在短分组传输场景中，幅度向量通过穷举搜索进行检测，其复杂度足够低。对于 PSK 向量的检测，我们在排序判决反馈差分检测（sort-DFDD）中采用后验概率作为可靠性准则，从而在调制阶数相同的情况下，对 PSK 符号实现近乎最优的误差性能。该检测器称为基于后验概率可靠度的排序判决反馈差分检测（PR-sort-DFDD），其复杂度为多项式级。我们还提出一种改进型检测器，称为 improved-PR-sort-DFDD，用于检测更一般的 PSK结构，即调制阶数不相同的 PSK符号。该检测器同样能以多项式级复杂度实现接近最优的误差性能。仿真结果表明，与其他低复杂度酉星座相比，我们提出的多符号酉星座具有显著优势。**

索引词——**星座设计、判决反馈差分检测（DFDD）、非相干检测、短包通信。**

一、引言

超可靠低时延通信（URLLC）是 5G 新空口（5G NR）提供的服务之一，旨在支持远程手术、智能交通和工业自动化等新兴应用 [1]。这些新兴应用要求短消息（即数十字节）的传输块错误率（BLER）为 10^{-5} 至 10^{-9}，时延为 1 ms 至 10 ms。由于时延和可靠度通常相互冲突，在功率和带宽资源有限的情况下，设计高效通信系统面临着挑战。

为满足超可靠低时延通信的严格时延要求，人们针对通信网络的不同层提出了多种技术，并已将其纳入 5G 标准化 [2]。在物理层，通过传输短数据包实现低时延。然而，由于短包传输不支持强大的信道编码，因此需要利用不同的分集资源来提供高可靠度来满足超可靠低时延通信的需求。在各种分集方案中，近年来，人们广泛研究了采用相干检测的单输入多输出（SIMO）或多输入多输出（MIMO）系统中的多天线技术 [3]–[5]。许多物联网（IoT）传输场景可视为单输入多输出系统：终端设备配备单根天线，而典型的基站或网关则可配备多根天线。多天线系统相干检测的性能受信道状态信息（CSI）估计精度的显著影响 [6]。为了在接收机处获得准确的瞬时 CSI，发射机必须发送一串训练符号或导频，其长度可能与短数据包中的符号数量相当。因此，在短包通信（SPC）中使用长序列训练符号来估计 CSI 会降低频谱效率（SE）。

非相干通信方案无需使用导频符号进行信道估计，因此能够减少在 SPC 中使用导频符号所造成的频谱效率（SE）损失 [7]–[11]。在各种非相干通信方案中，针对相干时间短于一个信息符号持续时间的快衰落信道，大规模单输入多输出系统中的基于能量的编码与解码已得到深入研究 [8]–[11]。具体而言，这类方案利用大量接收天线所带来的信道硬化特性来解码信号。然而，非相干的基于能量的方案会造成频谱效率损失，因为只有信号的幅度携带信息。对于相干时间涵盖多个符号持续时间的无线信道，研究人员已对非相干多符号编码与解码进行研究，以在相位中传输额外信息，从而提高频谱效率。在差分相移键控（DPSK）中，信息被编码到两个连续符号之间的相位差中，并在接收机处进行差分检测以估计相位差 [12]。文献中另一种得到广泛研究的多符号编码与解码方案是酉星座。在酉星座中，所有传输的多符号信号具有相同的能量级，且接收信号可通过非相干多符号最大似然（ML）检测器进行解码 [13]。多级酉星座可视为酉星座的广义方案，其中信息被编码到由能量级和酉星座构成的星座中。能量级设计仅在 [14], [15], 中得到研究；然而，这两篇论文均未研究酉星座的设计。

本文聚焦于酉星座的设计与检测。

Son T. Duong 和 Ebrahim Bedeer 任职于加拿大萨斯喀彻温省萨斯卡通萨斯喀彻温大学电气与计算机工程系，邮编 S7N 5A9。电子邮箱：{wve765, e.bedeer}@usask.ca。已故的 Ha H. Nguyen 曾任职于加拿大萨斯喀彻温省萨斯卡通萨斯喀彻温大学电气与计算机工程系，邮编 S7N 5A9。R. Barton 任职于思科系统公司。电子邮箱：robbarto@cisco.com。本研究由 NSERC/Cisco 传感器网络低功耗无线接入工业研究讲席资助。

星座。研究酉星座的合理性在于，已有证明表明，它是在高信噪比区域下最优的非相干传输方案 [13], [16]。文献中提出了多种不同的酉星座设计方法，可分为两大类：结构化酉星座和非结构化酉星座。非结构化酉星座通常通过数值求解最小化成对误差概率（PEP）的优化问题得到。对于 MIMO 通信，研究者考察了多种不同的设计准则，例如 PEP 的高信噪比渐近表达式 [17], 、PEP 的切尔诺夫界 [18], 、两个信号相关矩阵的奇异值 [13], [19], 以及弦距离 [19]。请注意，在单输入多输出系统中， [13], [19] 中基于奇异值的设计准则可简化为弦距离。虽然非结构化酉星座能够实现最优的 PEP 性能，但其设计复杂度呈指数级增长，因此仅适用于较小的星座规模。另一方面，结构化酉星座采用预先确定的结构，主要用于降低设计过程的复杂度，从而能够设计规模更大的酉星座 [19]–[25]。不出所料，与非结构化酉星座相比，结构化酉星座的 PEP 性能较差。此外，有些酉星座结构仅适用于特定的码块长度和星座规模。例如， [25] 中的结构仅适用于码块长度为两个符号的情况，而 [23] 和 [24] 中的结构仅适用于码块长度为二的幂次的情况。

对于具有较大星座规模的非结构化和结构化酉星座，最优最大似然检测器的复杂度都很高 [24]。因此，人们提出了各种方法来降低酉星座的检测复杂度 [22], [24]–[26]。文献 [26]提出了准最大似然检测，以降低求解最大似然检测的复杂度。然而，准最大似然检测需要存储所有可能的星座点，这使得它对于大规模星座而言仍然不切实际。另一种方法是设计酉星座的结构，使其能够实现更低的检测复杂度（以及较低的设计复杂度）。需要注意的是，这种方法不适用于非结构化酉星座以及许多结构化酉星座，例如基于傅里叶的方法 [19],、几何运动 [20], 和互质相移键控星座 [21]。文献 [25], 提出了一种基于相移键控（相移键控）的酉星座，将最大似然检测器的复杂度降低到检测相移键控符号的复杂度。在文献 [22] 和 [24], 中，分别提出了指数映射和立方体分裂映射，将正交幅度调制符号映射为非相干酉序列，从而将酉星座的编码和解码复杂度降低到正交幅度调制符号的编码和解码复杂度。

结构化酉星座的一种特殊情况是由一系列PSK符号构成的星座。对这种结构的非相干检测可分为两大类：(i) 多符号差分检测（MSDD） [27]–[29] 和(ii) 判决反馈差分检测（DFDD） [30]–[32]。MSDD算法等价于最大似然检测器，并且因此，虽然其复杂度呈指数级增长，但可实现最优误差性能。在DFDD算法中，利用已检测出的PSK符号的判决结果作为反馈，按顺序检测下一个PSK符号。DFDD算法复杂度较低，但会因错误传播而导致性能损失：如果某个PSK符号被错误检测，该错误判决仍会被用作反馈来检测下一个PSK符号。 [33], [34]中的排序DFDD算法通过优先检测可靠度最高的PSK符号，再将其用作反馈，从而解决错误传播问题。由于可靠的符号不太可能导致错误，排序DFDD算法能够减轻错误传播的影响。[33]中将可靠性准则定义为量化误差，而 [34]中则将其定义为对数似然比（LLR）。请注意， [33]中的排序DFDD算法仅适用于调制阶数相同且振幅相等的PSK序列；而 [34] 中的排序DFDD算法则进一步限定为仅适用于4-PSK星座。

本文[1]，针对SPC短分组通信中的非相干单输入多输出系统，提出了一种设计和检测复杂度均较低的新型多符号酉星座。本文的主要贡献总结如下：

1）我们提出了一种基于两条设计规则的新型酉星座。根据设计规则1，我们将酉星座限定为幅度向量与相位向量的两两乘积，且幅度向量和相位向量彼此独立，即分别属于独立的星座集合。根据设计规则2，我们将相位向量的符号限制为属于一组PSK星座，这些星座的调制阶数可以相同，也可以不同。2）我们构建了一个优化问题，以最大化所提出酉星座中任意两个向量之间的最小弦距离（MCD）。与 [13]中的一般非结构化酉星座相比，我们利用两条设计规则所限定的结构，以较低的计算复杂度求解酉星座设计问题。

3) 我们利用第一条设计规则，提出一种名为迭代酉幅相检测器（IUAP）的新型检测器，将最大似然检测器对幅度向量和相位向量的联合检测解耦为独立的幅度向量检测和相位向量检测。

4) 对于相位向量检测，我们利用第二条设计规则，提出了排序判决反馈差分检测算法的两种改进版本。受 [34], 启发，我们将后验概率作为可靠性准则，并针对相位向量具有相同调制阶数的情况提出 PR-sort-DFDD 算法。对于相位向量具有不同调制阶数的情况，我们利用尚未检测的低调制阶数 PSK符号所包含的信息，辅助检测高调制阶数的 PSK符号。这就是我们提出的改进PR-sort-DFDD算法。

[1]在 [35], 中，我们仅介绍了所提出酉星座的设计。在本文中，我们还介绍了针对该酉星座提出的低复杂度检测器。

5) 仿真结果表明，与文献中的其他低复杂度酉星座相比，我们提出的酉星座具有更大的 MCD。我们提出的检测器以较低的复杂度实现了接近最优最大似然检测器的误差性能。此外，与低复杂度酉星座以及基于导频的 QAM 和相移键控方案相比，我们提出的酉星座与所提出的检测器相结合，能够获得更好的误差性能。

记号：矩阵、列向量和标量变量分别用大写粗体字母（例如 A）、小写粗体字母（例如 a）和小写字母（例如 a）表示。记号 $(\cdot)^*$、$(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示共轭、转置和共轭转置。我们分别用 $|\cdot|$、$\|\cdot\|$、det(·)、tr(·) 和 $\circ$ 表示绝对值、欧几里得范数、行列式、迹和内积。复标量变量 a 的角度记为 $\angle a$。我们用 $\mathbb{R}_+^{m\times n}$ 和 $\mathbb{C}^{m\times n}$ 分别表示维度为 $m\times n$的非负实矩阵集合和复矩阵集合。矩阵 $\mathbf{I}_K$ 表示 $K\times K$ 单位矩阵，而 $\mathbf{1}_K$ 和 $\mathbf{0}_K$ 分别表示全 1 的 K 维向量和全 0 的 K 维向量。星座集合 Ω 的基数表示为 card{Ω}，而从集合 Ω 中排除元素 b 以及从集合 Ω 中排除子集 $\tilde{\Omega}$ 分别记为 Ω\$b$ 和 Ω\$\tilde{\Omega}$。伽马函数和符号函数分别记为Γ(.) 和 sgn(.)。连续随机变量的概率密度函数（PDF）记为 f(.)，而事件的概率记为 P(.)。均值为 μ 、方差为 σ^2 的圆对称复高斯分布表示为 $\mathcal{CN}(\mu,\sigma^2)$，期望则记为$\mathbb{E}$(·)。

本文其余部分安排如下。第二节介绍系统模型和酉星座概述。第三节提出所设计酉星座的结构及其设计方法。第四节介绍所提出酉星座的检测方法。第五节给出仿真结果及相关讨论。最后，第六节对全文进行总结。

II. 系统模型

我们考虑单输入多输出系统的上行传输，其中单根发射天线与配备 M根天线的基站进行通信。令$\mathbf{h}\in\mathbb{C}^{M\times 1}$ 表示发射机与接收机之间信道系数的向量。我们假设信道对于发射机和接收机均未知，并且服从$\mathbf{h}\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0}_M,\mathbf{I}_M)$ 分布。此外，我们假设信道为块衰落，即信道系数在连续 K 个符号组成的一个块内保持不变，然后在下一个连续 K 个符号组成的块中变为独立实现。令$\mathbf{v}\in\mathbb{C}^{K\times 1}$ 表示从满足约束$\|\mathbf{v}\|^2=1$的酉星座集合Ω_v 中抽取的 K 个发射符号组成的序列。接收信号$\mathbf{Y}\in\mathbb{C}^{M\times K}$ 可写为：

$$\mathbf{Y}=\mathbf{h}\mathbf{v}^T+\mathbf{N}, \tag{1}$$

其中，$\mathbf{N}\in\mathbb{C}^{M\times K}$ 是加性噪声矩阵。$\mathbf{N}$的元素是相互独立、均值为零的圆对称高斯随机变量，其方差为 σ^2。在接下来的两个小节中，我们将分别介绍酉星座设计和检测准则。

A. 酉星座设计准则：最小弦距离（*MCD*）

Hochwald 和 Marzetta 在 [13] 中证明，使用最大似然检测器时，两个酉信号 $\mathbf{v}_a$ 和 $\mathbf{v}_b$ 之间的成对错误概率的切尔诺夫界为：

$$P_e(\mathbf{v}_a\to\mathbf{v}_b)\le\frac{1}{2}\left[1+\frac{D_v^2(\mathbf{v}_a,\mathbf{v}_b)}{4\sigma^2(1+\sigma^2)}\right]^{-M}, \tag{2}$$

其中，D_v(**v**$_a$,**v**$_b$) 是 $\mathbf{v}_a$ 和 $\mathbf{v}_b$ 之间的弦距离：

$$D_v(\mathbf{v}_a,\mathbf{v}_b)=\sqrt{1-|\mathbf{v}_a^H\mathbf{v}_b|^2}. \tag{3}$$

可以看出，$\mathbf{v}_a$ 和 $\mathbf{v}_b$ 之间的成对错误概率会随着 D_v(**v**$_a$, **v**$_b$) 的减小而增大。因此，可以通过最大化酉星座 Ω_v 中所有向量 $\mathbf{v}$ 之间的最小弦距离（MCD）来设计酉星座 Ω_v，其定义如下：

$$\hat{\Omega}_v=\underset{\Omega_v}{\operatorname{argmax}}\left\{\min_{\substack{\mathbf{v}_a\neq\mathbf{v}_b\\ \mathbf{v}_a,\mathbf{v}_b\in\Omega_v}} D_v(\mathbf{v}_a,\mathbf{v}_b)\right\}, \tag{4a}$$

$$\text{s.t. }\|\mathbf{v}\|=1,\ \forall\mathbf{v}\in\Omega_v,\ \text{card}\{\Omega_v\}=2^{l_v}, \tag{4b}$$

其中，l_v 是分配给 Ω_v 的比特数。（4）中的问题需要优化 2^{l_v} 个星座点，因此其复杂度会随 l_v 呈指数增长。

通过使用数值方法直接求解（4），我们得到一般酉星座 [13]。一般酉星座没有结构，因为（4）中没有任何约束将星座限制在特定的酉结构中。换言之，添加任何旨在降低设计或检测复杂度的约束，都会得到所谓的结构化酉星座。尽管一般酉星座在 MCD 和误差性能方面优于结构化酉星座，但其设计和检测的复杂度呈指数增长，因此在许多应用中并不实用。因此，设计复杂度较低的结构化酉星座，使其在设计和/或检测复杂度较低的情况下，能够实现良好的 MCD 和误差概率性能，相较于一般酉星座至关重要。第三节将讨论所提出的结构化酉星座的这种低复杂度设计。

B. 酉星座检测准则：最大似然（*ML*）检测

对于$\mathbf{v}$的一般情况，在给定 K发射符号$\mathbf{v}$ 序列时，接收信号$\mathbf{Y}$ 的概率密度函数（PDF）可写为 [13]:

$$f(\mathbf{Y}|\mathbf{v})=\frac{\exp\left(-\frac{\text{tr}(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y})}{\sigma^2}+\frac{\text{tr}\left(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}\ \mathbf{v}^*\mathbf{v}^T\right)}{\sigma^2(\sigma^2+\|\mathbf{v}\|^2)}\right)}{\pi^{KM}\left[(\sigma^2+\|\mathbf{v}\|^2)\sigma^{2K-2}\right]^M}, \tag{5}$$

而$\mathbf{v}$ 的最优最大似然检测器由 [13] 给出：

$$\mathbf{v}_{\text{ML}}=\underset{\mathbf{v}\in\Omega_v}{\operatorname{argmax}}\left(\frac{\text{tr}\left(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}\ \mathbf{v}^*\mathbf{v}^T\right)}{\sigma^2(\sigma^2+\|\mathbf{v}\|^2)}-M\ln(\sigma^2+\|\mathbf{v}\|^2)\right). \tag{6}$$

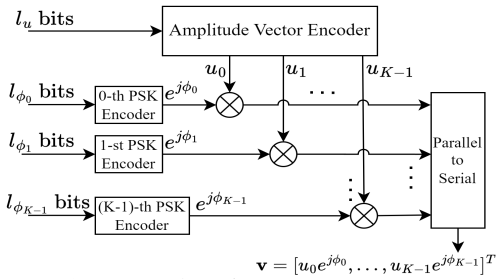


图 1：所提出酉星座的编码器。

如前所述，我们重点研究酉星座 Ω_v 的设计与检测，其中 $\|\mathbf{v}\| = 1,\ \forall \mathbf{v} \in \Omega_v$；因此，式 (6) 中的最优最大似然检测器可简化如下：

$$\mathbf{v}_{\mathrm{ML}} = \underset{\mathbf{v}\in\Omega_v}{\operatorname{argmax}}\ \operatorname{tr}\left(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}\ \mathbf{v}^*\mathbf{v}^T\right) = \underset{\mathbf{v}\in\Omega_v}{\operatorname{argmax}} \|\mathbf{Y}^H\mathbf{v}\|^2. \quad (7)$$

第四节将讨论所提出的结构化酉星座的低复杂度检测。

III. 所提出的酉星座设计

本节将提出一种新颖的酉星座设计。

A. 所提出的酉星座设计

一个由 K 个符号组成的向量 $\mathbf{v}$ 可以表示为幅度向量 $\mathbf{u}$ 与相位向量 $\mathbf{p}$ 的逐元素乘积：

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} \circ \mathbf{p}, \quad (8)$$

其中 $\mathbf{u} = [u_0, \ldots, u_{K-1}]^T \in \mathbb{R}_+^{K\times 1}$ 和 $\mathbf{p} = [e^{j\phi_0}, \ldots, e^{j\phi_{K-1}}]^T \in \mathbb{C}^{K\times 1}$。我们提出的酉星座 Ω_v 的两条设计规则主要用于降低构造和检测复杂度，正如第三节和第四节将分别说明的那样，具体如下：

- 设计规则 *1*：我们假设幅度向量 $\mathbf{u}$和相位向量 $\mathbf{p}$ 彼此独立，即它们分别属于相互独立的星座集合。因此，采用第一条设计规则的酉星座 Ω_v 可形式化表示为：

$$\Omega_v = \{\mathbf{v} \mid \mathbf{v} = \mathbf{u}\circ\mathbf{p}, \mathbf{u}\in\Omega_u, \mathbf{p}\in\Omega_p\}, \quad (9)$$

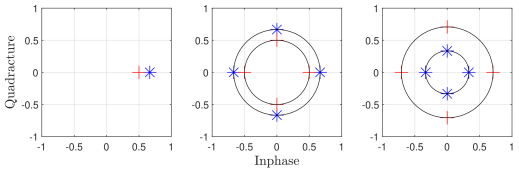
其中 $\Omega_u = \{\mathbf{u}_0, \ldots, \mathbf{u}_{2^{l_u}-1}\}$ 是幅度星座集合，$\Omega_p = \{\mathbf{p}_0, \ldots, \mathbf{p}_{2^{l_p}-1}\}$ 是相位星座集合，其中 l_u 和 l_p 分别为分配给 Ω_u 和 Ω_p的比特数。请注意，$l_u + l_p = l_v$。

- 设计规则 *2*：我们将$\mathbf{p}$ 限制为其符号属于以下定义的 PSK星座集合：

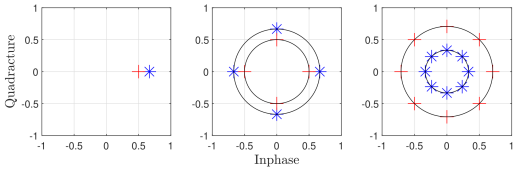
$$\mathbf{p} = [e^{j\phi_0}, \ldots, e^{j\phi_{K-1}}]^{\mathrm{T}}, \phi_k \in \Omega_{\phi_k}, \quad (10)$$

其中，Ω_{ϕ_k} 是第k个符号对应的 $2^{l_{\phi_k}}$ PSK星座，$k = 0, \ldots\ldots, K-1$，属于相位向量$\mathbf{p}$。显然，l_{ϕ_k}必须满足 $l_p = \sum_{k=0}^{K-1} l_{\phi_k}$。

图1展示了我们提出的酉星座编码器。图2a和2b分别给出了具有相同调制阶数（$l_{\phi_1} = l_{\phi_2} = 2$）和不同调制阶数（$l_{\phi_1} = 2$ and $l_{\phi_2} = 3$）的三符号星座（$K = 3$）示例。在这两个示例中，$l_u = 1$ 对应编码到幅度中的1比特，其余比特



（a）所提出的设计，采用相同的调制阶数（$l_{\phi_1} = l_{\phi_2} = 2$）。



（b）所提出的设计，采用不同的调制阶数（$l_{\phi_1} = 2,\ l_{\phi_2} = 3$）。

图 2：所提出的酉星座示例，其中 $l_u = 1$。蓝色：对应 $\mathbf{u}_0 = [\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}]$ 的星座点。红色：对应 $\mathbf{u}_1 = [\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ 的星座点。

用于对相位向量$\mathbf{p}$中的PSK符号进行编码。请注意，这个三符号酉星座中的第一个符号具有已知参考相位，即 $l_{\phi_0} = 0$。

B. 所提出酉星座的 *MCD*优化

在本小节中，我们考虑式 (9) 和 (10) 中正式定义的两条设计规则，针对固定比特分配，对所提出的酉星座 Ω_v 的 MCD优化问题进行表述。令$\mathbf{l}_\phi = [l_{\phi_0}, \ldots, l_{\phi_{K-1}}]$ 为一个向量，表示编码到 K PSK符号中的比特数；令 $\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)$ 为由$\mathbf{l}_\phi$构造的相位向量$\mathbf{p}$ 对应的 PSK 星座集合。显然，只要知道$\mathbf{l}_\phi$，即可确定 $\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)$。幅度星座集合 Ω_u 未知，其大小为 2^{l_u}。因此，为构造所提出的酉星座 Ω_v，我们需要在给定$\mathbf{l}_\phi$ 和 l_u的情况下优化 Ω_u。不失一般性，假设 $l_{\phi_0} \le \cdots \le l_{\phi_{K-1}}$；由于将$\mathbf{v}$ 的所有符号旋转一个恒定相位，不会影响式 (3) 中的 MCD 或式 (7) 中的最大似然检测器，因此我们将第 0 个符号的相位设为 $\phi_0 = 0$，即 $l_{\phi_0} = 0$。

根据式（9）和式（10）中定义的设计规则，我们将式（4）中的星座设计问题重新表述如下：

$$\Omega_u(l_u, \mathbf{l}_\phi) = \underset{\Omega_u}{\operatorname{argmax}} \left\{ \min_{\substack{(\mathbf{u}_a,\mathbf{p}_a)\neq(\mathbf{u}_b,\mathbf{p}_b)\\ \mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b\in\Omega_u\\ \mathbf{p}_a,\mathbf{p}_b\in\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)}} D_v(\mathbf{u}_a\circ\mathbf{p}_a, \mathbf{u}_b\circ\mathbf{p}_b) \right\}, \quad (11a)$$

$$\text{s.t. } \Omega_u = \left\{\mathbf{u} | \mathbf{u}\in\mathbb{R}_+^{K\times 1}, \|\mathbf{u}\| = 1\right\}, \quad (11b)$$

$$\operatorname{card}\{\Omega_u\} = 2^{l_u}. \quad (11c)$$

式（11）仅涉及对属于 Ω_u 的 2^{l_u} 个星座点进行优化。因此，在选择 2^{l_u} 远小于 2^{l_v} 的情况下，求解我们所提出设计的式（11）的复杂度显著低于求解一般设计的式（4）的复杂度。

接下来，我们分析式（11）中的目标函数，它是所有星座点的 MCD。对于任意两个不同的星座点，即 $(\mathbf{u}_a,\mathbf{p}_a) \neq (\mathbf{u}_b,\mathbf{p}_b)$，MCD 只有两种可能。第一种情况是两个点的幅度向量不同，即 $\mathbf{u}_a \neq \mathbf{u}_b$，此时我们将 $D_u(\mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b)$

定义为幅度向量为$\mathbf{u}_a$、$\mathbf{u}_b$ 的两个点之间的 MCD，如下所示：

$$D_u(\mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b)=\min_{\mathbf{p}_a,\mathbf{p}_b\in\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)} D_v(\mathbf{u}_a\circ\mathbf{p}_a,\mathbf{u}_b\circ\mathbf{p}_b) =\sqrt{1-\left|\sum_{i=0}^{K-1}u_{i,a}u_{i,b}\right|^2}=D_v(\mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b). \quad (12)$$

其中 $u_{i,\,a}$ 和 $u_{i,\,b}$ 分别是$\mathbf{u}_a$ 和$\mathbf{u}_b$的第 i 个元素。如式（12）所示，D_u（$\mathbf{u}_a$，$\mathbf{u}_b$）不依赖于相位向量$\mathbf{p}$。第二种情况是两个点具有相同的幅度向量但具有不同的相位向量，即$\mathbf{u}_{a}=\mathbf{u}_b=\mathbf{u}$ 以及$\mathbf{p}_a\neq\mathbf{p}_b$。在这种情况下，我们将 D_p（$\mathbf{u}$）定义为所有具有相同幅度向量$\mathbf{u}$ 的点之间的 MCD，如下所示：

$$D_p(\mathbf{u})=\min_{\substack{\mathbf{p}_a\neq\mathbf{p}_b\\ \mathbf{p}_a,\mathbf{p}_b\in\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)}} D_v\left(\mathbf{u}\circ\mathbf{p}_a,\mathbf{u}\circ\mathbf{p}_b\right) =\min_{\substack{\mathbf{p}_a\neq\mathbf{p}_b\\ \mathbf{p}_a,\mathbf{p}_b\in\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)}}\sqrt{1-\left|\sum_{i=0}^{K-1}u_i^2e^{j(\phi_{i,b}-\phi_{i,a})}\right|^2}. \quad (13)$$

D_p（$\mathbf{u}$）的闭式表达式可写为

$$D_p(\mathbf{u})=\min\left[\min_{k\in\mathcal{K}}D_{p,1}^{(k)}(\mathbf{u}),\ \min_{l\in\mathcal{L}}D_{p,2}^{(l)}(\mathbf{u})\right], \quad (14)$$

其中，$\mathcal{K}=\{k_1,k_2,\ldots,k_{Q_1}\}$是$\mathbf{l}_\phi$的非零索引集合，$\mathcal{L}=\{l_1,l_2,\ldots,l_{Q_2}\}$是$\mathbf{l}_\phi$中按升序排列且不重复的非零索引集合，$D_{p\,1}^{(k)}$，（$\mathbf{u}$）是第 k 个相移键控符号的 MCD，其表示为：

$$D_{p,1}^{(k)}(\mathbf{u})=\sqrt{4u_k^2\left(1-u_k^2\right)\sin\left(\frac{\pi}{2^{l}\phi_k}\right)^2}, \quad (15)$$

以及 $D_{p\,2}^{(l)}$,$(\mathbf{u})$ 是 2^l-PSK符号的参考符号的 MCD，由下式给出：

$$D_{p,2}^{(l)}(\mathbf{u})=\sqrt{4\left(\sum_{\{i|l_{\phi_i}<l\}}u_i^2\right)\left(1-\sum_{\{i|l_{\phi_i}<l\}}u_i^2\right)\sin\left(\frac{\pi}{2^l}\right)^2}. \quad (16)$$

证明见附录A和附录 B。

我们借助 $D_u(\mathbf{u}_a,\ \mathbf{u}_b)$ 和 $D_p(\mathbf{u})$，将式 (11) 中所提出的酉星座设计问题重写如下：

$$\Omega_u(l_u,\mathbf{l}_\phi) =\underset{\Omega_u}{\operatorname{argmax}}\left\{\min\left[\min_{\substack{\mathbf{u}_a\neq\mathbf{u}_b\\ \mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b\in\Omega_u}}D_u(\mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b),\ \min_{\mathbf{u}\in\Omega_u}D_p(\mathbf{u})\right]\right\}, \quad (17a)$$

$$\text{s.t. } (11b),(11c).$$

为便于求解式（17）中的酉星座设计问题，我们进行如下两项改写。首先，将约束 $\|\mathbf{u}\|^2=1$ 改写为$1-\epsilon_v\leq\|\mathbf{u}\|\leq 1$，其中 ϵ_v是趋于零的正数。其次，我们使用上图表示 [36]简化式（17）中最大最小优化问题的目标函数。因此，将式（17）中的问题改写如下：

$$\Omega_u(l_u,\mathbf{l}_\phi)=\underset{\Omega_u}{\operatorname{argmax}}\ t, \quad (18a)$$

$$\text{s.t. } D_u^2\left(\mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b\right)\geq t,\ \forall\mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b\in\Omega_u, \quad (18b)$$

$$\left(D_{p,1}^{(k)}(\mathbf{u})\right)^2\geq t,\ \forall\mathbf{u}\in\Omega_u,\ k\in\mathcal{K}, \quad (18c)$$

$$\left(D_{p,2}^{(l)}(\mathbf{u})\right)^2\geq t,\ \forall\mathbf{u}\in\Omega_u,\ l\in\mathcal{L}, \quad (18d)$$

$$\|\mathbf{u}\|^2\geq 1-\epsilon_v,\forall\mathbf{u}\in\Omega_u, \quad (18e)$$

$$\|\mathbf{u}\|^2\leq 1,\forall\mathbf{u}\in\Omega_u, \quad (18f)$$

$$(11c).$$

请注意，由于存在非凸约束（18b）、（18c）、（18d）和（18e），式（18）中的问题是一个非凸优化问题。下面我们对这些非凸约束作如下处理。首先，可以看出，（18c）或（18d）中的约束可改写为二次不等式，即 $4x(1-x)\geq y$。该不等式可重新表述为 $1-x\leq(\sqrt{1-y}+1)/2$和 $x\leq(\sqrt{1-y}+1)/2$。令 $x=u_k^2$，并注意到 $\sum_{i=0}^{K-1}u_i^2=1$，约束（18c）可改写为以下凸约束：

$$\sum_{i=0,i\neq k}^{K-1}u_i^2\leq\frac{\sqrt{1-t/\sin(\frac{\pi}{2^{l}\phi_k})^2}+1}{2},$$

$$u_k^2\leq\frac{\sqrt{1-t/\sin(\frac{\pi}{2^{l}\phi_k})^2}+1}{2},\ \forall\mathbf{u}\in\Omega_u,k\in\mathcal{K}. \quad (19)$$

同样地，通过设置 $x^2=\sum_{\{i|l_{\phi_i}<l\}}u_i^2$，约束 (18d) 被重新表述为以下凸约束：

$$\sum_{\{i|l_{\phi_i}<l\}}u_i^2\leq\frac{\sqrt{1-t/\sin(\frac{\pi}{2^l})^2}+1}{2},$$

$$\sum_{\{i|l_{\phi_i}\geq l\}}u_i^2\leq\frac{\sqrt{1-t/\sin(\frac{\pi}{2^l})^2}+1}{2},\ \forall\mathbf{u}\in\Omega_u,l\in\mathcal{L}. \quad (20)$$

此外，我们采用逐次凸近似（SCA）算法，分别使用一阶泰勒级数近似（18b）和（18e）中的非凸约束，从而得到以下凸约束：

$$D_u^2(\bar{\mathbf{u}}_a,\bar{\mathbf{u}}_b)+\nabla_{\mathbf{u}_a}D_u^2(\bar{\mathbf{u}}_a)(\mathbf{u}_a-\bar{\mathbf{u}}_a)+\nabla_{\mathbf{u}_b}D_u^2(\bar{\mathbf{u}}_b)(\mathbf{u}_b-\bar{\mathbf{u}}_b) \leq 1-t,\ \forall\mathbf{u}_a,\mathbf{u}_b\in\Omega_u,\ \forall\bar{\mathbf{u}}_a,\bar{\mathbf{u}}_b\in\bar{\Omega}_u(l_u,\mathbf{l}_\phi), \quad (21)$$

$$\|\bar{\mathbf{u}}\|^2+2\bar{\mathbf{u}}^T(\mathbf{u}-\bar{\mathbf{u}})\geq 1-\epsilon_v,\ \forall\mathbf{u}\in\Omega_u,\ \forall\bar{\mathbf{u}}\in\bar{\Omega}_u(l_u,\mathbf{l}_\phi). \quad (22)$$

¯其中 $\Omega_u(l_u,\ \mathbf{l}_\phi)$ 是从 SCA 的前一次迭代中得到的解。最后，我们将 (17) 近似为如下凸优化问题：

$$\tilde{\Omega}_u(l_u,\mathbf{l}_\phi)=\underset{\Omega_u}{\operatorname{argmax}}\ t, \quad (23a)$$

$$\text{s.t. (18f), (11c), (19), (20), (21), (22).} \quad (23b)$$

由于（23）中的问题是凸问题，因此可以通过标准优化工具箱（如 CVX 工具箱 [37].˜ ¯）求解。一旦获得（23）中的 $\Omega_u(l_u,\ \mathbf{l}_\phi)$，我们就用 $\Omega_u(l_u,\ \mathbf{l}_\phi)$ 替换 $\Omega_u(l_u,\ \mathbf{l}_\phi)$˜，并重复此过程，以迭代逼近（18）中原始的非凸设计问题的解。

C. 搜索良好的比特分配方案

在本小节中，我们寻找能产生 MCD 最高的酉星座的比特分配。要找到最优比特分配，可以对所有可能的比特分配进行穷举搜索

表I：具有最高 MCD 的比特分配（分别为 $K = 3$ 和 4）。

l_v	$\hat{l}_u$	$\hat{\mathbf{l}}_\phi$	l_v	$\hat{l}_u$	$\hat{\mathbf{l}}_\phi$	l_v	$\hat{l}_u$	$\hat{\mathbf{l}}_\phi$
1	0	0, 0, 1	5	1	0, 2, 2	9	3	0, 3, 3
2	0	0,1, 1	6	2	0, 2, 2	10	4	0, 3, 3
3	0	0, 1, 2	7	2	0, 2, 3	11	4	0, 3, 4
4	0	0, 2, 2	8	3	0, 2, 3	12	5	0, 3, 4

l_v	$\hat{l}_u$	$\hat{\mathbf{l}}_\phi$	l_v	$\hat{l}_u$	$\hat{\mathbf{l}}_\phi$	l_v	$\hat{l}_u$	$\hat{\mathbf{l}}_\phi$
1	0	0, 0, 0, 1	6	0	0, 2, 2, 2	11	4	0, 2, 2, 3
2	0	0, 0, 1, 1	7	2	0, 1, 2, 2	12	4	0, 2, 2, 3
3	0	0, 1, 1, 1	8	2	0,2, 2, 2	13	4	0, 3, 3, 3
4	0	0 1 1 2	9	3	0, 2, 2, 2	14	5	0 3 3 3
5	0	0, 1, 2 2	10	4	0, 2, 2, 2	15	6	0·3·3·3

，，，　　，，，

。换言之，对于每种可能的比特分配，都需要求解式 (23) 中的优化问题，然后选择 MCD 最高的比特分配。然而，这种穷举搜索并不实际，因为对于典型的 K 和 l_v 值（$K \geq 3$ 和 l_v 均为几十比特），满足 $l_u + \sum_{k=0}^{K-1} l_{\phi_k} = l_v$ 的比特分配组合数量非常庞大。

为了缩小搜索空间，我们提出一种通过剔除 MCD 较低的比特分配来实现这一目标的方法。具体而言，我们找到并测试 MCD $D_{\text{upper}}(l_u, \mathbf{l}_\phi)$ 的一个上界，如下所示：

$$D_{\text{upper}}(l_u, \mathbf{l}_\phi) = \min\left[\left(\frac{\pi^{\frac{1}{2}}\Gamma(\frac{K+1}{2})}{\Gamma(\frac{K}{2})}\right)^{\frac{1}{K-1}} 2^{-\frac{l_u}{K-1}}, \sin\left(\frac{\pi}{2^{l_{\phi,\max}}}\right)\right], \quad (24)$$

其中，$\Gamma(.)$ 为伽马函数。$D_{\text{upper}}(l_u, \mathbf{l}_\phi)$ 的表达式证明见附录C。如果给定的比特分配对应的 D_{upper} 值较小，其 MCD 也必然较小。因此，通过测试式 (24) 中 MCD 的上界，我们无需求解式 (23) 中的优化问题，即可剔除导致 MCD 较低、因而误码率性能较差的比特分配。请注意，D_{upper} 值较高的比特分配并不一定具有较高的 MCD。因此，为了找到 MCD 最高的比特分配，必须通过求解式 (23) 来获得 MCD。

受篇幅限制，表 I 仅给出了 $K = 3$ 和 4 以及 l_v 不超过 15 时的比特分配。我们生成了截至 $K = 8$ 和 $l_v = 24$[2] 的最佳比特分配。由于复杂度较高，且 SPC 不需要较大的 K 值，因此我们不为 $K > 8$ 生成比特分配。

IV. 所提出酉星座的检测

本节中，我们提出使用迭代酉幅度相位（IUAP）检测器，对所提出的酉星座的幅度向量和相位向量进行迭代检测。针对调制阶数相同和不同的相位向量检测，我们分别提出两种低复杂度检测器，即基于后验可靠度的排序判决反馈差分检测（PR-sort-DFDD）和改进的PR-sort-DFDD。

[2]其他 K 取值下找到的最佳比特分配，以及 Ω_u 的码本，可在 https://github.com/duongthanhson97/ UnitaryConstellationsCodebook 获取。

A. 迭代式酉幅度-相位检测算法

如式 (8) 所述，发射信号 $\mathbf{v}$ 可表示为幅度向量$\mathbf{u}$ 与相位向量 $\mathbf{p}$的逐元素乘积。因此，要通过直接求解式 (7) 中的最大似然检测器，联合求出$\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{p}$ 的最优值，其复杂度阶为 $\mathcal{O}(2^{l_v})$，即随分配给向量$\mathbf{v}$的比特数呈指数增长，也就是 l_v。然而，利用式 (9) 中定义的第一条设计规则，即幅度向量$\mathbf{u}$ 和相位向量$\mathbf{p}$ 属于彼此独立的星座集合，我们可以降低最大似然检测器的复杂度。

借助（9），（7）中的最大似然检测器可改写如下：

$$\begin{aligned}\{\mathbf{u}_{\text{ML}}, \mathbf{p}_{\text{ML}}\} &= \underset{\mathbf{u}\in\Omega_u, \mathbf{p}\in\Omega_p}{\operatorname{argmax}} \operatorname{tr}\left(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}(\mathbf{u}\circ\mathbf{p})^*(\mathbf{u}\circ\mathbf{p})^T\right) \\ &= \underset{\mathbf{u}\in\Omega_u, \mathbf{p}\in\Omega_p}{\operatorname{argmax}} \operatorname{tr}\left(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}\left[(\mathbf{u}\mathbf{u}^T)\circ(\mathbf{p}^*\mathbf{p}^T)\right]\right), \quad (25)\end{aligned}$$

其可等价地表示为以下两个检测问题之一：

$$\{\mathbf{u}_{\text{ML}}, \mathbf{p}_{\text{ML}}\} = \underset{\mathbf{u}\in\Omega_u, \mathbf{p}\in\Omega_p}{\operatorname{argmax}} \operatorname{tr}\left(\left[(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y})\circ(\mathbf{u}\mathbf{u}^T)\right](\mathbf{p}^*\mathbf{p}^T)\right), \quad (26a)$$

$$\{\mathbf{u}_{\text{ML}}, \mathbf{p}_{\text{ML}}\} = \underset{\mathbf{u}\in\Omega_u, \mathbf{p}\in\Omega_p}{\operatorname{argmax}} \operatorname{tr}\left(\left[(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y})\circ(\mathbf{p}\mathbf{p}^H)\right](\mathbf{u}\mathbf{u}^T)\right). \quad (26b)$$

所提出的 IUAP 算法的思路是迭代地寻找次优的 $\tilde{}\mathbf{u}$ 和 $\tilde{}\mathbf{p}$，直到满足某个停止准则。通过求解以下问题来找到次优的 $\tilde{}\mathbf{u}$:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \underset{\mathbf{u}\in\Omega_u}{\operatorname{argmax}} \operatorname{tr}\left(\mathbf{Z}^{(\tilde{\mathbf{p}})}(\mathbf{u}\mathbf{u}^T)\right), \quad (27)$$

其中 $\mathbf{Z}^{(\tilde{\mathbf{p}})} = \left[(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}) \circ (\tilde{}\mathbf{p}\tilde{}\mathbf{p}^H)\right]$。类似地，通过求解以下问题可得到次优的$\tilde{}\mathbf{p}$:

$$\tilde{\mathbf{p}} = \underset{\mathbf{p}\in\Omega_p}{\operatorname{argmax}} \operatorname{tr}\left(\mathbf{Z}^{(\tilde{\mathbf{u}})}(\mathbf{p}^*\mathbf{p}^T)\right), \quad (28)$$

其中 $\mathbf{Z}^{(\tilde{\mathbf{u}})} = \left[(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}) \circ (\tilde{}\mathbf{u}\tilde{}\mathbf{u}^T)\right]$。换言之，所提出的 IUAP 通过迭代求解式 (27) 和 (28)，其复杂度阶分别为 $\mathcal{O}(2^{l_u})$ 和 $\mathcal{O}(2^{l_p})$。因此，总复杂度阶为 $\mathcal{O}(2^{l_u}) + \mathcal{O}(2^{l_p})$，远低于直接求解式 (7) 中最大似然检测问题所需的复杂度阶 $\mathcal{O}(2^{l_v}) = \mathcal{O}(2^{l_u+l_p})$。然而，表I显示，比特数$l_p$ 通常远大于 l_u，因此有必要开发一种低复杂度相位检测器来取代最大似然相位检测器。以下小节将对此进行讨论。

B. 等调制阶数相位向量检测算法

在本小节中，我们提出 PR-sort-DFDD 算法，用于检测具有相同调制阶数的 PSK 结构相位向量 $\mathbf{p}$。假设在 PR-sort-DFDD 第 n 次迭代开始时，已检测出 n 个 PSK符号$\tilde{}$，其索引属于集合 $\mathcal{D} = \tilde{} \{k_0, \ldots, k_{n-1}\}$，且其最终判决为 $\{\phi_{k_0}, ..., \phi_{k_{n-1}}\}$。其余尚未检测的 PSK 符号的索引属于集合 $\mathcal{D} = \{d_0, ..., d_{K-n-1}\}$。然后，PR-sort-DFDD 从 $\mathcal{D}$ 中选择可靠度最高的符号，作为下一个待检测符号。

为了解释在给定 $\mathcal{D}$ 中所有已检测到的 PSK符号的情况下，第 d 个未检测到的 PSK-$\tilde{}$符号的检测过程，令 $\tilde{}\mathbf{v}_d =$

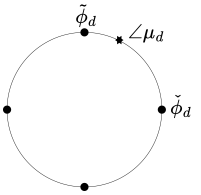


图3：与第 d个未检测符号 $\angle\mu_d$ 最接近的PSK符号 $\tilde{\phi}_d$ 和次接近的PSK符号$\check{\phi}_d$。

$[v_{k_0},\ldots,v_{k_{n-1}},v_d]^T$，$\tilde{\mathbf{u}}_d=[\tilde{u}_{k_0},\ldots,\tilde{u}_{k_{n-1}},\tilde{u}_d]^T$以及 $\bar{\mathbf{Y}}_d=[\mathbf{y}^{k_0},\ldots,\mathbf{y}^{k_{n-1}},\mathbf{y}_d]$分别为发射信号、发射信号的幅度向量，以及与 $\mathcal{D}$ 中所有已检测符号和第 d个未检测符号对应的接收信号。请注意，$\mathbf{y}_i\in\mathbb{C}^{M\times 1}$ 为$\mathbf{Y}$的第 i列，对应于第 i 个符号v_i的接收信号。然后，可以写出给定 $\bar{\mathbf{v}}_d$ [13]时$\mathbf{Y}_d$ 的概率密度函数：

$$\begin{aligned}f(\bar{\mathbf{Y}}_d|\bar{\mathbf{v}}_d)&=f(\bar{\mathbf{Y}}_d|\tilde{\mathbf{u}}_d,\bar{\phi}_{k_0},\ldots,\bar{\phi}_{k_{n-1}},\phi_d)\\&=\frac{\exp\left(-\frac{\mathrm{tr}(\bar{\mathbf{Y}}_d^H\bar{\mathbf{Y}}_d)}{\sigma^2}+\frac{\mathrm{tr}\left(\bar{\mathbf{Y}}_d^H\bar{\mathbf{Y}}_d\ \bar{\mathbf{v}}_d^*\bar{\mathbf{v}}_d^T\right)}{\sigma^2(\sigma^2+\|\bar{\mathbf{v}}_d\|^2)}\right)}{\pi^{(n+1)M}\left[(\sigma^2+\|\bar{\mathbf{v}}_d\|^2)\sigma^{2n}\right]^M}.\end{aligned}\tag{29}$$

请注意，$\mathbf{Y}_d$、ϕ_{k_0}、.....、$\phi_{k_{n-1}}$对于接收机是已知的，并且可以通过求解式（27）中的幅度检测得到 $\tilde{\mathbf{u}}_d$；因此，对于接收机而言，只有 ϕ_d 是未知的。因此，我们将式（29）简化为关于 ϕ_d 的函数如下：

$$f(\bar{\mathbf{Y}}_d|\tilde{\mathbf{u}}_d,\bar{\phi}_{k_0},\ldots,\bar{\phi}_{k_{n-1}},\phi_d)=\bar{c}_1\exp\left(\bar{c}_2\mathrm{Re}\left\{\mu_d e^{-j\phi_d}\right\}\right),\tag{30}$$

其中，$\bar{c}_1$、$\bar{c}_2$和 μ_d 为常数，且与 ϕ_d无关。μ_d 的值如下所示：

$$\mu_d=\sum_{k\in\bar{\mathcal{D}}}z_{k,d}^{(u)}e^{j\bar{\phi}_k},\tag{31}$$

其中，$z_i^{(u)}$、$_j$ $=\mathbf{y}_i^H\mathbf{y}_j\tilde{u}_i\tilde{u}_j$是$\mathbf{Z}^{(u)}$ $=(\mathbf{Y}^H\mathbf{Y})(\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}}^T)$ 的（i、j）项。式（30）的证明以及 $\bar{c}_1$和$\bar{c}_2$ 的公式见附录D。通过求解以下最大似然检测，可得到 ϕ_d的临时值：

$$\begin{aligned}\tilde{\phi}_d&=\underset{\phi_d\in\Omega_{\phi_d}}{\mathrm{argmax}}\ f(\bar{\mathbf{Y}}_d|\tilde{\mathbf{u}}_d,\bar{\phi}_{k_0},\ldots,\bar{\phi}_{k_{n-1}},\phi_d)\\&=\underset{\phi_d\in\Omega_{\phi_d}}{\mathrm{argmax}}\ \mathrm{Re}\left\{\mu_d e^{-j\phi_d}\right\}=\underset{\phi_d\in\Omega_{\phi_d}}{\mathrm{argmax}}\ |\mu_d|\cos(\angle\mu_d-\phi_d).\end{aligned}\tag{32}$$

请注意，$\angle\mu_d$ 被视为参考相位，$\tilde{}$，而（32）的解 ϕ_d 是通过选择与 $\angle\mu_d$ 最近的第 d 个 PSK符号 得到的，如图 3 所示。由于 Ω_{ϕ_d} 的规模通常较小，因此可以通过穷举搜索获得（32）中的相位最大似然检测。

$\tilde{}$得到 ϕ_d 的临时判决（即 ϕ_d）后，即可获得第 d 个符号的可靠度。在 [34], 中，排序判决反馈差分检测使用 LLR 作为可靠性准则；然而，它仅适用于等幅多符号 4-PSK 调制。我们提出的 PR-sort-DFDD 能够检测幅度可变的多符号 2^{l_ϕ} 元 PSK 调制。我们将第 d 个符号的后验概率定义并用作可靠性准则 R_d，如下所示：

$$R_d=P\left(\tilde{\phi}_d|\bar{\mathbf{Y}}_d,\tilde{\mathbf{u}}_d,\bar{\phi}_{k_0},\ldots,\bar{\phi}_{k_{n-1}}\right),$$

$$\begin{aligned}&=\frac{f\left(\bar{\mathbf{Y}}_d|\tilde{\mathbf{u}}_d,\bar{\phi}_{k_0},\ldots,\bar{\phi}_{k_{n-1}},\tilde{\phi}_d\right)}{\sum_{\phi_d\in\Omega_{\phi_d}}f\left(\bar{\mathbf{Y}}_d|\tilde{\mathbf{u}}_d,\bar{\phi}_{k_0},\ldots,\bar{\phi}_{k_{n-1}},\phi_d\right)},\\&=\frac{\exp\left(\bar{c}_2\left|\mu_d\right|\cos(\angle\mu_d-\tilde{\phi}_d)\right)}{\sum_{\phi_d\in\Omega_{\phi_d}}\exp\left(\bar{c}_2\left|\mu_d\right|\cos(\angle\mu_d-\phi_d)\right)}.\end{aligned}\tag{33}$$

为简化 R_d 的计算，我们考虑式（33）分母中的两个主要项，它们分别对应于距离 $\angle\mu_d$ 最近和次近的 PSK 符号，即$\tilde{}$ $\check{}$ ϕ_d 和 ϕ_d，如图 3 所示。也就是说，式（33）中的后验概率可近似为：

$$\begin{aligned}R_d&\approx\frac{e^{\bar{c}_{2,d}|\mu_d|\cos(\angle\mu_d-\tilde{\phi}_d)}}{e^{\bar{c}_{2,d}|\mu_d|\cos(\angle\mu_d-\tilde{\phi}_d)}+e^{\bar{c}_{2,d}|\mu_d|\cos(\angle\mu_d-\check{\phi}_d)}},\\&=\frac{1}{1+e^{-\bar{c}_{2,d}|\mu_d|\left(\cos(\angle\mu_d-\tilde{\phi}_d)-\cos(\angle\mu_d-\check{\phi}_d)\right)}}.\end{aligned}\tag{34}$$

由于 $1/(1+e^{-x})$ 是 x 的递增函数，我们可以进一步简化 R_d，而不影响选择 R_d 最高的第 d 个 PSK符号的解，如下：

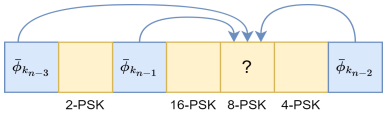
$$\begin{aligned}R_d&=|\mu_d|\left(\cos(\angle\mu_d-\tilde{\phi}_d)-\cos(\angle\mu_d-\check{\phi}_d)\right)\\&=\mathrm{Re}\left\{\mu_d e^{-j\tilde{\phi}_d}\right\}-\mathrm{Re}\left\{\mu_d e^{-j\check{\phi}_d}\right\}.\end{aligned}\tag{35}$$

PR-sort-DFDD 选取最可靠的符号 $k_n=\mathrm{argmax}_{d\in\mathcal{D}}R_d$，并使用（32）$\bar{}$检测第 k_n 个符号，从而得到 k_n 符号的最终判决 ϕ_{k_n}。随后，PR-$\bar{}$排序判决反馈差分检测更新已检测集合 $\mathcal{D}$ 和未检测集合$\bar{}$：将 k_n 添加到 $\mathcal{D}$，并从 $\mathcal{D}$ 中移除 k_n。这一过程持续进行，直至检测完所有符号。所提出的 PR-sort-DFDD 算法总结于算法1中。

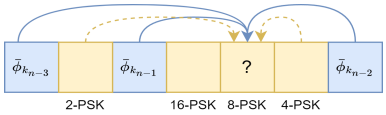
算法 1 PR-sort-DFDD 算法**输入：** $\mathbf{Z}^{(u)}$, $\mathcal{D}=\{0\}$, $\bar{\phi}_0=0$, $\bar{\mathcal{D}}=\{1,\ldots,K-1\}$.**步骤 1：** 根据式 (31) 计算每个 $d\in\mathcal{D}$ 对应的 μ_d。$\tilde{}$ $\check{}$**步骤 2：** 根据式 (32) 找出每个 $d\in\mathcal{D}$ 对应的 ϕ_d 和 ϕ_d。**步骤 3：** 按照式 (35) 计算每个 $d\in\mathcal{D}$ 的可靠度 R_d。**步骤 4：** 选择 R_d 最高的未检测符号，即 $_k_n$，并得到 ϕ_{k_n} 作为式 (32) 的最终解。$\bar{}$**步骤 5：** 从 $\mathcal{D}$ 中移除 k_n，并将 k_n 添加到 $\mathcal{D}$。**步骤 6：** 重复**步骤 1**至**步骤 5**，直到 $\mathcal{D}$ 为空。$\bar{}$ $\bar{}$**输出：** $\phi_0,\ldots,\phi_{K-1}$。

C. 不等调制阶数的相位向量检测

在本小节中，我们提出改进的PR-sort-DFDD算法，该算法针对相位向量$\mathbf{p}$调制阶数不相等的情况，提升了PR-sort-DFDD算法的性能。其性能提升得益于利用调制阶数较低的未检测符号所含的信息，来增强对调制阶数较高的未检测符号的检测。例如，图4b显示，我们提出的改进PR-sort-DFDD利用未检测的2-PSK、4-PSK符号的信息来检测8-PSK符号。与此同时，我们提出的 PR-sort-DFDD（如图 4a 所示）以及其他DFDD算法，都仅利用已检测符号的信息来检测未检测符号。



(a) 所提出的 PR-sort-DFDD



(b) Prop出的图像p提出的 PR-sort-DFDD

图 4：两种所提出算法的比较。蓝色和黄色方框分别表示已检测符号和未检测符号。蓝色实线箭头和黄色虚线箭头分别表示来自已检测符号和未检测符号的信息。

为了说明改进的PR-sort-DFDD，我们首先直观解释一下，调制阶数不相等的未检测PSK符号之间的相位差如何提供有用信息。图 5a展示了第 q个未检测PSK符号和第 d 个未检测PSK符号，其调制阶数分别为2和8。通过计算它们对应接收信号之间的相位，即 $\angle \mathbf{y}_q^H \mathbf{y}_d$，可以估计它们的相位差。为简化说明，我们假设 $\angle \mathbf{y}_q^H \mathbf{y}_d = 0$。给定相位差 $\angle \mathbf{y}_q^H \mathbf{y}_d = 0$，如果第 q个符号为 $\pi/2$，那么第 d个符号最有可能为$\pi/2$ ；如果第 q个符号为 $-\pi/2$，那么第 d个符号最有可能为 $-\pi/2$ 。由于我们不知道第 q个PSK符号的正确判决，因此无法确定第 d个PSK符号最有可能对应哪个相位值。不过，与其他可能的相位值相比，我们可以预期第 d个PSK符号的相位更可能为 $\pi/2$ 或 $-\pi/2$ 。这些信息有助于增强对第 d个符号的检测。请注意，如果如图 5b所示，未检测的第 q个和第 d个PSK符号具有相同的调制阶数，那么它们的相位差只能说明第 d个符号更可能为 $\pi/2$ 或 $-\pi/2$。然而，即使不知道相位差，第 d个符号也已经很可能为$\pi/2$ 或 $-\pi/2$ ，因为第 d个PSK符号只有两种可能的取值。因此，两个调制阶数相同的未检测符号之间的相位差无法提供有用信息。

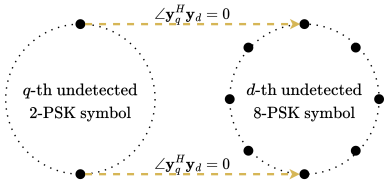
接下来，我们研究在已知第 q 个和第 d 个未检测 PSK符号的观测值的情况下，对第 d 个未检测 PSK符号进行检测。令 $\mathbf{v}_{d,q} = [v_d, v_q]$, $\tilde{\mathbf{u}}_{d,q} = [\tilde{u}_d, \tilde{u}_q]$ 和 $\mathbf{Y}_{d,q} = [\mathbf{y}_d, \mathbf{y}_q]$ 分别表示发射信号、发射信号的幅度向量以及对应于第 d 个和第 q 个符号的接收信号。给定$\mathbf{v}_{d,q}$时，$\mathbf{Y}_{d,q}$的概率密度函数如下 [13]:

$$f(\mathbf{Y}_{d,q}|\mathbf{v}_{d,q}) = f(\mathbf{Y}_{d,q}|\tilde{\mathbf{u}}_{d,q}, \phi_d, \phi_q). \tag{36}$$

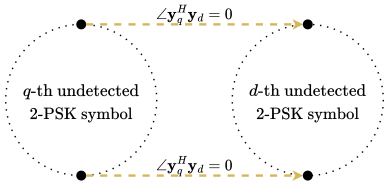
由于接收机已知$\mathbf{Y}_{d,q}$ ，且 $\tilde{\mathbf{u}}_{d,q}$ 可通过式 (27) 中的幅度检测获得，而 ϕ_d 和 ϕ_q 未知，因此我们将式 (36) 简化为关于 ϕ_d 和 ϕ_q 的函数，如下所示：

$$f(\mathbf{Y}_{d,q}|\tilde{\mathbf{u}}_{d,q}, \phi_d, \phi_q) = c_1 \exp\left(c_2 \mathrm{Re}\left\{z_{d,q}^{(u)} e^{j(\phi_d - \phi_q)}\right\}\right), \tag{37}$$

其中， c_1、 c_2 和 $z_d^{(u)}$ ，q 是常数，且独立于 ϕ_d 和ϕ_q。式（37）的证明类似于式（30）的证明。然后，



（a）不等调制阶数：相位差表明，第 d个符号更有可能是 $\pi/2$或 $-\pi/2$，而不是其他值。



(b) 调制阶数相同：相位差表明，第 d 个符号更可能是 $\pi/2$ 或 $-\pi/2$。由于第 d 个符号只有两个可能值，因此该信息没有意义。

图5：两个未检测PSK符号之间的相位差 $\angle \mathbf{y}_q^H \mathbf{y}_d$ 如何影响第 d 个未检测PSK符号的检测示意图。假设 $\angle \mathbf{y}_q^H \mathbf{y}_d = 0$。

在关于第 d个符号和第 q个符号的所有观测值给定的情况下，第 d个符号后验概率的对数，即$\mathbf{Y}_{d,q}$、 $\tilde{u}_d$ 和 $\tilde{u}_q$，可表示为:

$$\begin{aligned}
&\log\left(P(\phi_d|\mathbf{Y}_{d,q}, \tilde{u}_d, \tilde{u}_q)\right) \\
&\propto \log\left(\sum_{\phi_q \in \Omega_{\phi_q}} f(\mathbf{Y}_{d,q}|\tilde{u}_d, \tilde{u}_q, \phi_d, \phi_q)\right), \\
&\approx \log\left(\max_{\phi_q \in \Omega_{\phi_q}} c_1 \exp\left(c_2 \mathrm{Re}\left\{z_{d,q}^{(u)} e^{j(\phi_d - \phi_q)}\right\}\right)\right), \\
&\propto \eta_{d,q}(\phi_d),
\end{aligned} \tag{38}$$

式（38）中的近似通过Max-Log近似实现。项$\eta_{d,q}(\phi_d)$定义如下:

$$\eta_{d,q}(\phi_d) = \max_{\phi_q \in \Omega_{\phi_q}} \mathrm{Re}\left\{z_{d,q}^{(u)} e^{j(\phi_d - \phi_q)}\right\}. \tag{39}$$

由于式（39）中的$\eta_{d,q}(\phi_d)$表示在给定第 d个和第q个PSK符号的观测值时，第 d个PSK符号的对数似然，因此我们将其作为PR-sort-DFDD中待检测符号的选择准则；该新算法称为改进的PR-sort-DFDD。式（32）中的判决规则修改如下:

$$\tilde{\phi}_d = \underset{\phi_d \in \Omega_{\phi_d}}{\mathrm{argmax}} \underbrace{\mathrm{Re}\left\{\mu_d e^{-j\phi_d}\right\}}_{\substack{\text{log-likelihood given} \\ \text{all detected symbols}}} + \sum_{q \in \mathcal{D}/\{d\}, l_{\phi_q} < l_{\phi_d}} \underbrace{\eta_{d,q}(\phi_d)}_{\substack{\text{log-likelihood given} \\ q\text{-th undetected symbol}}}. \tag{40}$$

我们采用与 (35) 中 PR-sort-DFDD 类似的方法，将 ϕ_{k_n}ˇ 取为 (40) 中取值第二高的解，并根据 ϕ_d 和 ϕ_{k_n}之间的似然差˜ ˇ计算可靠性准则，具体如下:

$$\begin{aligned}
R_d =& \mathrm{Re}\left\{\mu_d e^{-j\tilde{\phi}_d}\right\} - \mathrm{Re}\left\{\mu_d e^{-j\check{\phi}_d}\right\} \\
&+ \sum_{q \in \mathcal{D}/\{d\}, l_{\phi_q} < l_{\phi_d}} \eta_{d,q}(\tilde{\phi}_d) - \eta_{d,q}(\check{\phi}_d).
\end{aligned} \tag{41}$$

改进PR-sort-DFDD算法与算法1中的PR-˜ ˇ sort-DFDD类似，不同之处在于， ϕ_d 和 ϕ_d 的计算方式为

表II： $M \geq K$的检测复杂度比较。

检测器	检测复杂度
最大似然检测器	$\mathcal{O}\left(MK^2+2^{l_v}K^2\right)$
指数/立方分割	$\mathcal{O}(MK^2)$
所提检测器	$\mathcal{O}(MK^2+2^{l_u}K^2+K^3+2^{l_{\phi,\ \max}}K^2)$

在改进的PR-sort-DFDD算法中， R_d 根据式（41）计算。请注意，如果在调制阶数相等的情况下使用改进的PR-sort-DFDD，则改进的PR-sort-DFDD算法的判决规则（40）和可靠性准则（41）将分别简化为PR-sort-DFDD算法的判决规则（32）和可靠性准则（35）。

D. 检测复杂度分析

总体而言，检测过程包括计算$\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}$、检测幅度向量$\mathbf{u}$以及相位向量$\mathbf{p}$。

式 (27) 中幅度向量检测的复杂度为$\mathcal{O}(2^{l_u}K^2)$。这是因为，计算式 (27) 中的自变量需要$\mathcal{O}(K^2)$，而针对所有可能的 2^{l_u} 幅度向量求解式 (27) 中的优化问题，需要进行复杂度阶为 $\mathcal{O}(2^{l_u})$的穷举搜索。

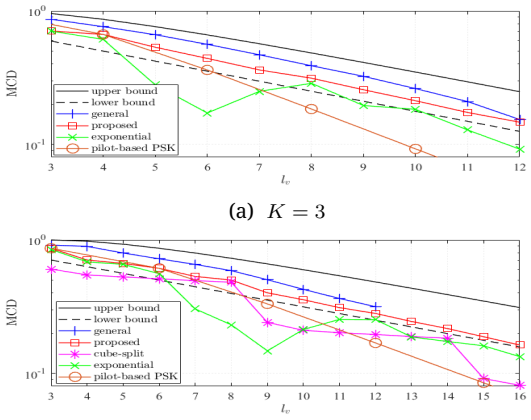
关于相位向量检测的复杂度，PR-sort-DFDD 和改进的PR-sort-DFDD 包含两个嵌套循环，迭代次数最多为 K^2 。对于 PR-sort-DFDD，每次迭代都要计算式 (32)，其复杂度为 $\mathcal{O}(K+2^{l_{\phi_d}})$。因此，PR-sort-DFDD 的最坏情况复杂度为 $\mathcal{O}(K^3+2^{l_{\phi\max}}K^2)$。与 PR-sort-DFDD 相比，改进的PR-sort-DFDD 由于需要计算式 (40) 中的$\eta_{d,\ q}(\phi_d)$，复杂度更高。请注意，在启动改进的PR-sort-DFDD 之前，可以计算并存储$\eta_{d,\ q}$ ，而预先计算$\eta_{d,\ q}(\phi_d)$所有可能值的最坏情况复杂度为 $2^{l_{\phi\max}}K^2$。因此，改进的PR-sort-DFDD 的复杂度仍为 $\mathcal{O}(K^3+2^{l_{\phi\max}}K^2)$。

鉴于计算 $\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}$的复杂度为 $\mathcal{O}(MK^2)$，所提出的 IUAP 的整体计算复杂度阶为 $\mathcal{O}\left(MK^2+2^{l_u}K^2+K^3+2^{l_{\phi,\ \max}}K^2\right)$，不包括 IUAP 算法收敛所需的迭代次数。可以看出，所提出的 IUAP 算法的复杂度关于 K 呈多项式级，关于 l_u 呈指数级。

在表II中，我们将所提出星座的检测器的复杂度与文献中其他酉星座的检测复杂度进行了比较，假设 M 较大且 K 较小；因此， $M \geq K$。由于 $2^{l_u}+2^{l_{\phi\max}} \ll 2^{l_v}$，如第III-C节所示，我们所提出的检测器的复杂度显著低于最大似然检测器。然而，针对我们所提出星座设计的检测器，其检测复杂度高于指数星座或立方体分割星座的检测器。

V. 仿真结果

本节评估所提出的酉星座与所提出的检测器所达到的MCD和误差性能，并将其与其他方案进行比较。除非另有说明，天线数量设为 $M=32$。请注意，对于 $K=2$，由于所提出的酉星座与 [25] 中的星座具有相同结构，因此我们评估其在$K \geq 3$ 下的性能。



(a) $K=3$

(b) $K=4$

图6：不同 l_v 和 K取值下的MCD对比。

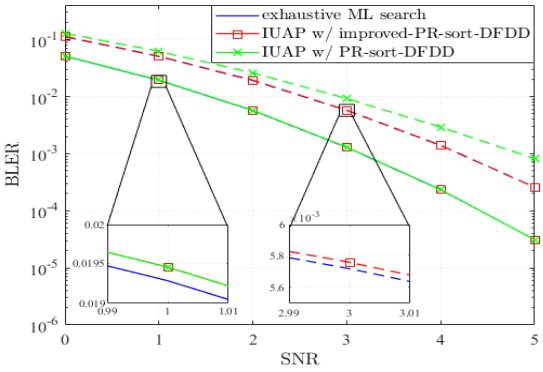
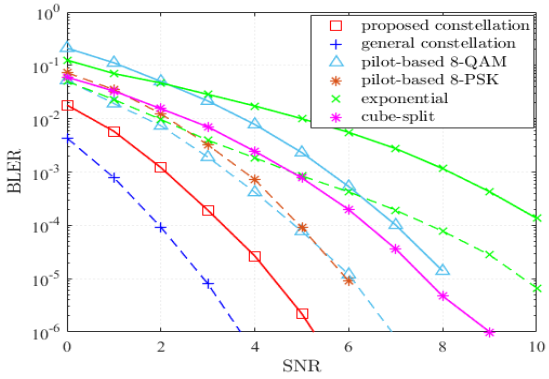


图7：与最大似然检测器的性能对比。实线和虚线分别对应调制阶数相同（$\{l_{\phi_1},l_{\phi_2},l_{\phi_3}\}=\{2,2,2\}$ $\{2,2,3\}$ $\{l_{\phi_1},l_{\phi_2},l_{\phi_3}\}$ =）和调制阶数不同（）的情况。

图6展示了所提出的酉星座与以下酉星座的MCD：一般星座[13]，、指数星座 [22]，、立方体分割星座[24]，以及基于导频的PSK星座；这些基于导频的PSK星座包含一个导频和 $K-1$ 个等幅、调制阶数相同的PSK符号。如图6所示，所提出的酉星座的MCD更高，因此优于指数星座、立方体分割星座和基于导频的PSK星座；当 $K=3$为4时，其MCD接近一般酉星座的MCD。

我们将所提出的IUAP与PR-sort-DFDD以及采用改进的PR-sort-DFDD的IUAP的块错误率，与通过穷举搜索获得的式（7）中的最优最大似然检测器进行比较。请注意，由于幅度集合Ω_u 没有特定结构，IUAP的幅度检测通过穷举搜索实现。如图7所示，对于调制阶数相同的情况，所提出的两种检测器均达到最大似然检测器的性能，信噪比惩罚仅为0.01 dB；而对于调制阶数不同的情况，只有采用PR-sort-DFDD的IUAP性能有所下降。

下面我们比较所提出的酉星座与一般星座 [13],指数星座 [22]，立方体分割星座 [24],以及基于导频的方案在不同 K 和 l_v取值下的误差性能。

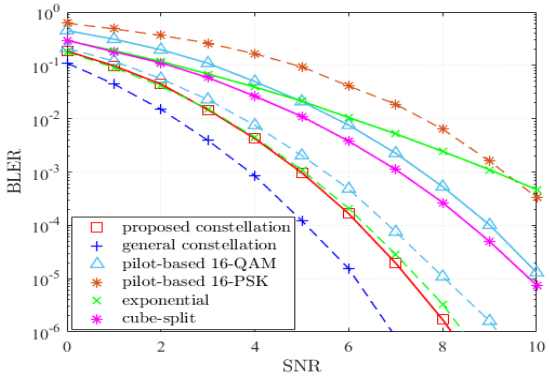


(a) $K = 4, l_v = 9$ 图 8：不同方案的块错误率比较。虚线和实线分别表示高复杂度最大似然检测器和低复杂度检测器。

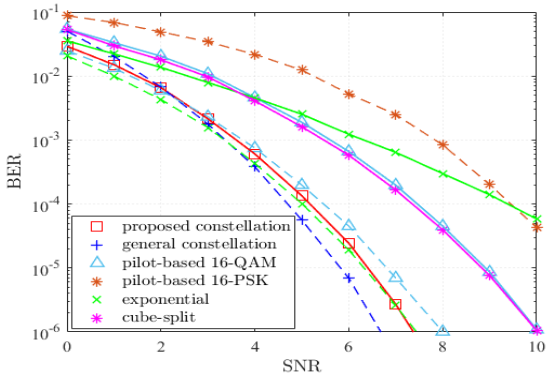
基于导频的方案包括一个导频以及 $K-1$ 个QAM或相移键控符号。对于一般星座，需要使用式（7）中的最优最大似然检测器；而对于所提出的酉星座（采用改进的PR-sort-DFDD的IUAP）、立方体分割星座（贪婪检测器）、指数星座（简化检测器）以及基于导频的QAM方案（MMSE信道估计和MMSE线性检测器），则可以使用低复杂度检测器。此外，为了展示所有方案可能达到的最佳误差性能，我们对除所提出的酉星座和立方体分割星座之外的所有方案均进行了最大似然检测器仿真，因为这两种星座所用的低复杂度检测器已经具有接近最大似然检测器的最优性能。请注意，由于最大似然检测器的复杂度高得难以承受，其性能不一定能反映实际应用中的真实表现。

图 8 和图 9 表明，与所有采用低复杂度检测器的方案相比，我们提出的星座具有显著优势。具体而言，我们提出的星座相比基于导频的QAM和立方体分割星座至少有 3 dB 的优势，相比指数星座则有近 6 dB 的优势。此外，我们提出的星座还优于采用最大似然检测器的基于导频的 QAM、基于导频的相移键控和指数星座。正如预期，在不同的 K 和 l_v取值下，采用最大似然检测器的一般酉星座的块错误率优于我们提出的星座。请注意，对于图 9b 中报告的误码率性能，我们提出的星座与一般星座之间的性能差距略小于块错误率性能差距，这是因为一般星座具有随机结构，因而缺少高效的映射准则。相比之下，我们提出的星座可以对PSK星座采用格雷映射，从而改善其误码率。

在图 10 中，我们绘制了所提出的酉星座及其他有竞争力的酉星座的块错误率随 M 变化的性能曲线。可以看出，随着 M 的值增大，我们所提出的酉星座的性能有所提升。这与式 (2) 中酉星座的成对错误概率随 M 增大而降低这一事实一致。此外，图 10 还表明，当天线数量足够多时



(a) 块错误率



(b) 比特错误率

Fig. 9：在 $K = 4, l_v = 12$ 时不同方案的块错误率和比特错误率对比。虚线和实线分别对应高复杂度最大似然检测器和低复杂度检测器。

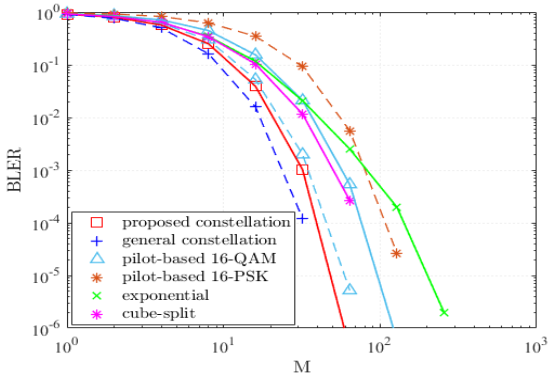


图 10：在 $K = 4, l_v = 12$ 和信噪比为 = 5 dB 时，块错误率随 M 的变化。虚线和实线分别对应高复杂度最大似然检测器和低复杂度检测器。

（通常为 $M \geq 8$），我们所提出的星座也优于其他低复杂度星座（指数星座和立方体分割星座），以及采用相干检测器和非相干最大似然检测器的基于导频的 QAM。

VI. 结论

本文提出了一种新颖的酉星座设计，它是幅度向量与相位向量的笛卡尔积。相位向量被限制在一种广义PSK结构中，其中PSK星座可以具有不同的调制阶数和可变幅度。通过利用笛卡

尔结构，我们提出了一种低复杂度算法，以迭代方式执行幅度检测和相位检测。对于相位检测，我们采用后验概率作为排序判决反馈差分检测算法的可靠度，并提出了PR-sort-DFDD算法；当PSK结构具有相同调制阶数时，该算法的性能接近最大似然检测器的最优性能。对于调制阶数不同的PSK结构，我们利用调制阶数较低的未检测符号提供的反馈，增强对调制阶数较高的未知符号的检测，并提出了改进PR-sort-DFDD算法。在各自适用的情形下，所提出的两种相位检测器均以多项式时间复杂度达到接近最大似然检测的性能。仿真结果表明，与其他有竞争力的低复杂度酉星座（如指数星座和立方体分割星座）相比，所提出的星座能够实现更好的MCD。就误差性能而言，与采用相干检测的传统基于导频的QAM相比，所提出的星座与检测器组合性能提升了3 dB。所提出的方案相较于其他低复杂度酉星座，性能提升最高可达6 dB。

附录

A. 关于 $D_p(\mathbf{u})$ 在（14）中的表达式证明

首先，令 $\Delta\mathbf{p} = [e^{j\Delta\phi_0}, \ldots, e^{j\Delta\phi_{K-1}}]$，其中 $\Delta\phi_i = \phi_{i,a} - \phi_{i,b}$，$\phi_{i,a}$ 和 $\phi_{i,b}$ 是$\mathbf{p}_a$与$\mathbf{p}_b$之间的相位差。由于两个 PSK值 $\phi_{i,a}$ 和 $\phi_{i,b}$ 之差同样是一个 PSK值，因此 $\Delta\mathbf{p} \in \Omega_p(\mathbf{l}_\phi)$。然后，我们将 $D_p(\mathbf{u})$ 重写如下：

$$D_p(\mathbf{u}) = \min_{\substack{\mathbf{p}_a \neq \mathbf{p}_b \\ \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_b \in \Omega_p(\mathbf{l}_\phi)}} \sqrt{1 - \left| \sum_{i=0}^{K-1} u_i^2 e^{j(\phi_{i,b} - \phi_{i,a})} \right|^2} = \min_{\Delta\mathbf{p} \in \Omega_p(\mathbf{l}_\phi) \backslash \mathbf{1}_K} \sqrt{1 - \left| \sum_{i=0}^{K-1} u_i^2 e^{j\Delta\phi_i} \right|^2}. \tag{42}$$

令 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ 为（42）的最优自变量。如果我们能够找到 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$，则只需将 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ 代入目标函数（42），即可轻松得到 $D_p(\mathbf{u})$。一种寻找 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ 的方法是在集合 $\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)\backslash\mathbf{1}_K$上通过穷举搜索求解（42）。然而，由于集合 $\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)\backslash\mathbf{1}_K$ 的大小随 l_p呈指数增长，这种方法并不实用。为了解决这一问题，我们旨在从 $\Omega_p(\mathbf{l}_\phi)\backslash\mathbf{1}_K$ 中找到一个子集（记为 $\Omega_p^\ddagger \in \Omega_p(\mathbf{l}_\phi)\backslash\mathbf{1}_K$），以保证其中包含最优解 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$。因此，$D_p(\mathbf{u})$可以重写如下：

$$D_p(\mathbf{u}) = \min_{\Delta\mathbf{p} \in \Omega_p^\ddagger} \sqrt{1 - \left| \sum_{i=0}^{K-1} u_i^2 e^{j\Delta\phi_i} \right|^2}. \tag{43}$$

子集 $\Omega_p^\ddagger$ 的规模应足够小，以便对 $\Omega_p^\ddagger$ 进行穷举搜索时仍具有较低的复杂度。这样的子集 $\Omega_p^\ddagger$ 可由引理 1 给出。

引理 1。设 $\Omega_{p,1}^\ddagger$ 是一个由 Q_1 个元素组成的子集：$\left\{\Delta\mathbf{p}_{k_1}^\ddagger, \ldots, \Delta\mathbf{p}_{k_{Q_1}}^\ddagger\right\}$，它们分别对应于 $\mathcal{K}$，其中 $\mathcal{K} = \{k_1, k_2, \ldots, k_{Q_1}\}$ 是 $\mathbf{l}_\phi$的非零索引集合。每个元素 $\Delta\mathbf{p}_k^\ddagger = \left[\Delta p_{0,k}^\ddagger, \ldots, \Delta p_{K-1,k}^\ddagger\right]^T$ 定义为：

$$\Delta p_{i,k}^\ddagger = \begin{cases} e^{j2\pi/2^{l_{\phi_k}}}, & \text{if } i = k \\ e^{j0}, & \text{if } i \neq k \end{cases}, \ i = 0, \ldots, K-1. \tag{44}$$

设 $\Omega_{p,2}^\ddagger$ 是一个由 Q_2 个元素组成的子集：$\left\{\Delta_{l_1}^\ddagger \ \ldots \ \Delta_{l_{Q_2}}^\ddagger\right\}$ $\mathcal{L}$ $\mathcal{L}$ $=\mathbf{p}$、...、$\mathbf{p}$，它 $\{l_1, l_2, \ldots, l_{Q_2}\}$ 们分别对应于，其中 是 $\mathbf{l}_\phi$ 的非零索引按升序排列且不重复的集合。每个元素 $\Delta\mathbf{p}_l^\ddagger = \left[\Delta p_{0,l}^\ddagger, \ldots, \Delta p_{K-1,l}^\ddagger\right]^T$ *is given by:*

$$\Delta p_{i,l}^\ddagger = \begin{cases} e^{j2\pi/2^l}, & \text{if } l_{\phi_i} \geq l \\ e^{j0}, & \text{if } l_{\phi_i} < l \end{cases}, \ i = 0, \ldots, K-1. \tag{45}$$

随后，由 $\Omega_p^\ddagger$ =$\Omega_p^\ddagger = \Omega_{p,1}^\ddagger(\mathbf{l}_\phi) \cup \Omega_{p,2}^\ddagger(\mathbf{l}_\phi)$ 给出的子集必须包含式（*42*）的最优自变量 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$。

证明：证明见附录 B。

请注意，式（15）中的 $D_{p\,1}^{(k)}(\mathbf{u})$ 是将 $\Delta\mathbf{p}_k^\ddagger$ 代入 $k \in \mathcal{K}$ 所得，而式（16）中的 $D_{p\,2}^{(l)}(\mathbf{u})$ 是将 $\Delta\mathbf{p}_l^\ddagger$ 代入 $l \in \mathcal{L}$ 所得。因此，将 $\Omega_p^\ddagger$ 中的所有元素代入（42），即可得到式（14）中的 $D_p(\mathbf{u})$。

B. 引理 *1* 的证明

令 $[\phi_0, \ldots, \phi_{K-1}]$ 为最优 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$的角度，令 $\Delta\phi_{\text{avg}}$ 为 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$的平均角度，即 $\Delta\phi_{\text{avg}} = \angle\left(\sum_{i=0}^{K-1} u_i^2 e^{j\Delta\hat{\phi}_i}\right)$ $\left|\sum_{i=0}^{K-1} u_i^2 e^{j\Delta\phi_i}\right| = \hat{}$。 $\left|\sum_{i=0}^{K-1} u_i^2 e^{-j\Delta\phi_i}\right|$ Δ 由于，总是存在一对 $\hat{\mathbf{p}}$。因此，$\hat{}$为简便起见，我们仅考虑满足 $\Delta\phi_{\text{avg}} \in [0, \pi]$的 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$。

我们通过矛盾证明引理 1。具体而言，如果 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ 位于 $\Omega_p^\ddagger$ 之外，我们可以找到一个反例，即 $\Delta\check{\mathbf{p}}$，其在 (42) 中的目标值低于 $\hat{u}_{\text{avg}}^2$ of $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ 的目标值。在整个证明过程中，我们将 $\Omega_p^\ddagger$ 的补集记为 $\Omega_p^\S$，并分别将 $\Delta\check{\mathbf{p}}$ 的角度和平均角度记为 $[\check{\phi}_0, \ldots, \check{\phi}_{K-1}]$ 和 $\Delta\check{\phi}_{\text{avg}}$。

于是，我们得到以下引理：

引理 2. 如果存在一个最优的 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^\S$，那么

$$\Delta\hat{\phi}_i = \min_{\Delta\phi_i \in \Omega_{\phi_i}} |\Delta\phi_i - \Delta\hat{\phi}_{avg}|. \tag{46}$$

证明：我们通过矛盾法证明引理 2。假设存在满足 $\Delta\phi_k \neq \hat{} \min_{\Delta\phi_k \in \Omega_{\phi_k}} |\Delta\phi_k - \Delta\phi_{\text{avg}}|$ 的符号 k。给定 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$，我们选择如下反例 $\Delta\check{\mathbf{p}}$：

$$\Delta\check{\phi}_i = \begin{cases} \Delta\hat{\phi}_k - \text{sgn}\left(\Delta\hat{\phi}_k - \Delta\hat{\phi}_{\text{avg}}\right)\frac{2\pi}{2^{l_{\phi_k}}}, & \text{if } i = k, \\ \Delta\hat{\phi}_i, & \text{if } i \neq k. \end{cases} \tag{47}$$

令 $\{l_0, \ldots, l_{Q_2}\}$ 包含按升序排列的 $\mathbf{l}_\phi$ 值。该集合与 (14) 中定义的 $\mathcal{L}$ 类似，但 $\mathcal{L}$ 不包含 $l_0 = 0$。于是，我们有以下引理：

引理 3. 不存在一个最优的 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^\S$，其平均相位 $\Delta\hat{\phi}_{avg} \in \left[2\pi/2^{l_{q+1}}, \ \pi/2^{l_q}\right)$ 满足 $0 \leq q < Q_2$。

证明：我们通过矛盾法证明引理 3。假设 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^\S$ 且满足 $\Delta\hat{\phi}_{\text{avg}} \in \left[2\pi/2^{l_{q+1}}, \ \pi/2^{l_q}\right)$。显然，我们只需证明 $l_{q+1} > l_q + 1$ 的情形，因为当 $l_{q+1} = l_q + 1$ 时，$\left[2\pi/2^{l_{q+1}}, \ \pi/2^{l_q}\right) = \varnothing$。给定 $\Delta\phi_{\text{avg}}$ 的范围 $\hat{}$，并利用引理 2，可得 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$，其中 $\Delta\phi_i = 0$ 在 $l_{\phi_i} \leq l_q$ 时成立。然后，我们选择如下反例 $\Delta\check{\mathbf{p}}$：

$$\Delta\check{\phi}_i = \begin{cases} \Delta\hat{\phi}_i = 0, & \text{if } l_{\phi_i} \leq l_q, \\ \Delta\hat{\phi}_i - \left(\frac{2\pi}{2^{l_{q+1}}}\right), & \text{if } l_{\phi_i} \geq l_{q+1}. \end{cases} \tag{48}$$

引理 4. 不存在最优的 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$，其平均相位 $\Delta\hat{\phi}_{avg} \in (\pi/2^{l_q}$，且满足 $0 \le q \le Q_2$。

证明：我们通过反证法证明引理 4。假设存在 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$，满足 $\Delta\hat{\phi}_{\text{avg}} \in (\pi/2^{l_q}, 2\pi/2^{l_q})$。对于 $q=0$，引理 4 成立，因为 $(\pi/2^{l_q}, 2\pi/2^{l_q}) = (\pi, 2\pi)$ 与 $\Delta\phi_{\text{avg}} \in [0,\pi]$ 矛盾。因此，我们只需证明在 $q \ge 1$ 的情况下引理 4。根据 $\Delta\phi_{\text{avg}}$ 的取值范围并应用引理 2，可得 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$，其中 $\Delta\phi_i = 0$（若 $l_{\phi_i} \le l_{q-1}$）。给定 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$，我们如下选取反例 $\Delta\check{\mathbf{p}}$：

$$\Delta\check{\phi}_i = \begin{cases} \Delta\hat{\phi}_i = 0, & \text{if } l_{\phi_i} \le l_{q-1} \\ \frac{2\pi}{2^{l_q}} - \Delta\hat{\phi}_i, & \text{if } l_{\phi_i} \ge l_q. \end{cases} \tag{49}$$

引理 5。 不存在一个最优的 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$，其平均相位 $\Delta\hat{\phi}_{avg} = \pi/2^{l_q}$ 满足 $0 \le q \le Q_2$。

证明：我们通过矛盾法证明引理 5。假设 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$，且 $\Delta\hat{\phi}_{\text{avg}} = \pi/2^{l_q}$。我们有两种可能：

1) $q = 0$。因此，$l_q = l_0 = 0$ 且 $\Delta\phi_{\text{avg}} = 0$。鉴于 $\Delta\phi_{\text{avg}} = 0$，我们使用引理 2 得到 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$，其中 $\Delta\phi_i = 0$ if $l_{\phi_i} = l_q = 0$，且 $\Delta\phi_i = \pi$ if $l_{\phi_i} \ne l_q = 0$。我们有两种情况：

- 若 $l_1 = 1$，则得到的 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ 等价于：

$$\Delta\hat{\phi}_i = \begin{cases} 0, & \text{if } l_{\phi_i} < l_1, \\ \frac{2\pi}{2^{l_1}}, & \text{if } l_{\phi_i} \ge l_1. \end{cases} \tag{50}$$

因此，$\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_{p,2}^{\ddagger}$，这与 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$ 矛盾。

- 若 $l_1 \ge 2$，我们选择如下反例 $\Delta\check{\mathbf{p}}$：

$$\Delta\check{\phi}_i = \begin{cases} 0, & \text{if } l_{\phi_i} = l_q \\ \frac{2\pi}{2^{l_1}}, & \text{if } l_{\phi_i} \ne l_q. \end{cases} \tag{51}$$

2) $q \ge 1$。给定 $\Delta\hat{\phi}_{\text{avg}} = \pi/2^{l_q}$，我们使用引理 2 得到 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ 如下：

$$\Delta\hat{\phi}_i = \begin{cases} 0, & \text{if } l_{\phi_i} = 0, \\ 0 \text{ or } \frac{2\pi}{2^{l_q}}, & \text{if } l_{\phi_i} = l_q, \\ \frac{\pi}{2^{l_q}}, & \text{if } l_{\phi_i} \ne l_q. \end{cases} \tag{52}$$

我们只选择一个满足 $l_{\phi_k} = l_q$ 的索引 k，并选择如下反例 $\Delta\check{\mathbf{p}}$：

$$\Delta\check{\phi}_i = \begin{cases} \Delta\hat{\phi}_i, & \text{if } i \ne k \\ \frac{2\pi}{2^{l_{\phi_k}}} - \Delta\hat{\phi}_k, & \text{if } i = k. \end{cases} \tag{53}$$

引理 6。 不存在一个最优的 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$，其平均相位为 $\Delta\hat{\phi}_{avg} \in [0, \pi/2^{l_{Q_2}})$。

证明：我们通过反证法证明引理 6。假设存在 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$，且满足 $\Delta\hat{\phi}_{\text{avg}} \in [0, \pi/2^{l_{Q_2}})$。根据 $\Delta\phi_{\text{avg}}$ 的范围，我们使用引理 2 得到 $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ 如下：

$$\Delta\hat{\phi}_i = \min_{\Delta\phi_i \in \Omega_{\phi_i}} |\Delta\phi_i - \Delta\hat{\phi}_{\text{avg}}| = 0. \tag{54}$$

因此，$\Delta\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{1}_K$，这是不成立的。

结合引理 3、引理 4 和引理 5，我们得到两个推论：

推论1。 不存在具有平均相位 $\Delta\hat{\phi}_{avg} \in \left[2\pi/2^{l_{q+1}}, 2\pi/2^{l_q}\right)$ 的最优 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$，其中 $0 \le q < Q_2$。

推论2。 不存在其平均相位为 $\Delta\hat{\phi}_{avg} \in \left[\pi/2^{l_{Q_2}}, 2\pi/2^{l_{Q_2}}\right)$ 的最优 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$，其中 $0 \le q \le Q_2$

最后，利用推论1、推论2和引理 6，我们列出 $\Delta\hat{\phi}_{\text{avg}}$ 的所有可能取值范围，在这些范围内不存在最优的 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$：

$$\bigcup_{q=0}^{Q_2-1} \left[\frac{2\pi}{2^{l_{q+1}}}, \frac{2\pi}{2^{l_q}}\right) \cup \left[\frac{2\pi}{2^{l_{Q_2}}}, \frac{2\pi}{2^{l_{Q_2}}}\right) \cup \left[0, \frac{\pi}{2^{l_{Q_2}}}\right) = [0, 2\pi). \tag{55}$$

因此，不存在最优的 $\Delta\hat{\mathbf{p}} \in \Omega_p^{\S}$。 ■

C. D_{uupper} 的闭式表达式,的证明

为求得 $D_{\text{upper}}(l_u, \mathbf{l}_\phi)$，我们可以求出各分量的上界，即在给定 $\text{card}\{\Omega_u\} = 2^{l_u}$ 的情况下，$D_{u,\text{upper}}(l_u)$ 是最小值 $D_u(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b)$ 的上界；而在给定 $\mathbf{l}_\phi$ 的情况下，$D_{p,\text{upper}}(\mathbf{l}_\phi)$ 是最小值 $D_p(\mathbf{u})$ 的上界。由于 MCD 是 $D_u(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b)$ 和 $D_p(\mathbf{u})$ 中的最小值，因此 $D_{\text{upper}}(l_u, \mathbf{l}_\phi)$ 可表示为：

$$D_{\text{upper}}(l_u, \mathbf{l}_\phi) = \min\left[D_{u,\text{upper}}(l_u), D_{p,\text{upper}}(\mathbf{l}_\phi)\right]. \tag{56}$$

令 $l_{\phi,\max}$ 为 $\mathbf{l}_\phi$ 的最大值，则可由 (14)、(15) 和 (16) 轻松得到 $D_{p,\text{upper}}(\mathbf{l}_\phi)$，如下所示：

$$D_{p,\text{upper}}(\mathbf{l}_\phi) = \sin\left(\frac{\pi}{2^{l_{\phi,\max}}}\right). \tag{57}$$

由于幅度向量为正实数，求解 $D_{u,\text{upper}}(l_u)$ 等价于将 2^{l_u} 个度量球装入正值 K 维单位球面的表面，该表面积为 $S_K = 2(\frac{\pi}{4})^{\frac{K}{2}}/\Gamma(\frac{K}{2})$。根据 [38], 弦距离为 D_u 的度量球体积 $S(D_u)$，其等于球冠的面积，且球冠中心与边界之间的弦距离为 D_u。不难验证，该球冠的余纬角 Φ 为 $D_u = \sin(\Phi)$。因此，度量球的体积为 [39]:

$$S(D_u) = \frac{\pi^{\frac{K-1}{2}}\mathcal{B}\left(\sin^2(\Phi), \frac{K-1}{2}, \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\frac{K-1}{2})} = \frac{\pi^{\frac{K-1}{2}}\mathcal{B}(D_u^2, \frac{K-1}{2}, \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{K-1}{2})}, \tag{58}$$

其中，$\mathcal{B}(x, y, z)$ 为不完全 Beta 函数。当 D_u^2 足够小时，容易证明 $\mathcal{B}\left(D_u^2, \frac{K-1}{2}, \frac{1}{2}\right) \approx 2D_u^{K-1}/(K-1)$。因此，汉明界为 [40]:

$$2^{l_u} \le \frac{S_K}{S(\frac{D_u}{2})} \approx \frac{\pi^{\frac{1}{2}}\Gamma(\frac{K+1}{2})}{\Gamma(\frac{K}{2})D_u^{K-1}}. \tag{59}$$

因此，$D_{u,\text{upper}}(l_u)$ 可表示为：

$$D_{u,\text{upper}}(l_u) = \left(\frac{\pi^{\frac{1}{2}}\Gamma(\frac{K+1}{2})}{\Gamma(\frac{K}{2})}\right)^{\frac{1}{K-1}} 2^{-\frac{l_u}{K-1}}. \tag{60}$$

D. 式 (30) 中概率密度函数的证明

式 (30) 中的项 $\text{tr}\left(\bar{\mathbf{Y}}_d^H \bar{\mathbf{Y}}_d \bar{\mathbf{v}}_d^* \bar{\mathbf{v}}_d^T\right)$ 可以表示为关于 ϕ_d 的函数，并写为：

$$\text{tr}\left(\bar{\mathbf{Y}}_d^H \bar{\mathbf{Y}}_d \bar{\mathbf{v}}_d^* \bar{\mathbf{v}}_d^T\right) = \sum_{k_1,k_2 \in \bar{\mathcal{D}}} \mathbf{y}_{k_1}^H \mathbf{y}_{k_2} v_{k_1} v_{k_2}^* + \sum_{k_1 \in \bar{\mathcal{D}}} \mathbf{y}_{k_1}^H \mathbf{y}_d v_{k_1} v_d^* + \sum_{k_2 \in \bar{\mathcal{D}}} \mathbf{y}_d^H \mathbf{y}_{k_2} v_d v_{k_2}^* + \mathbf{y}_d^H \mathbf{y}_d v_d v_d^*. \tag{61}$$

(61) 式中的第一项和第四项均与 ϕ_d 无关。因此，我们将 (61) 式中的第二项和第三项重新表述如下：

$$\sum_{k_1 \in \bar{\mathcal{D}}} \mathbf{y}_{k_1}^H \mathbf{y}_d v_{k_1} v_d^* + \sum_{k_2 \in \bar{\mathcal{D}}} \mathbf{y}_d^H \mathbf{y}_{k_2} v_d v_{k_2}^* = 2\text{Re}\left\{\mu_d e^{-j\phi_d}\right\}, \tag{62}$$

其中， μ_d 的定义如下：

$$\mu_d = \sum_{k\in\bar{\mathcal{D}}} \mathbf{y}_k^H \mathbf{y}_d \tilde{u}_k \tilde{u}_d e^{j\bar{\phi}_k} = \sum_{k\in\bar{\mathcal{D}}} z_{k,d}^{(u)} e^{j\bar{\phi}_k}. \tag{63}$$

(30) 中其余各项均与 ϕ_d 无关，因此可合并为两个常数 $\bar{c}_1$ 和 $\bar{c}_2$，分别表示为：

$$\bar{c}_1 = \frac{\exp\left(-\frac{\mathrm{tr}(\bar{\mathbf{Y}}_d^H \bar{\mathbf{Y}}_d)}{\sigma^2} + \frac{\sum_{k_1,k_2\in\mathcal{D}} \mathbf{y}_{k_1}^H \mathbf{y}_{k_2} v_{k_1} v_{k_2}^* + \mathbf{y}_d^H \mathbf{y}_d v_d v_d^*}{\sigma^2(\sigma^2+\|\bar{\mathbf{v}}_d\|^2)}\right)}{\pi^{(n+1)M}\left[(\sigma^2+\|\bar{\mathbf{v}}_d\|^2)\sigma^{2n}\right]^M}, \tag{64}$$

$$\bar{c}_2 = \frac{2}{\sigma^2(\sigma^2+\|\bar{\mathbf{v}}_d\|^2)}. \tag{65}$$

最后，(29) 中的概率密度函数可简化如下：

$$f(\bar{\mathbf{Y}}_d|\bar{\mathbf{v}}_d) = \bar{c}_1 \exp\left(\bar{c}_2 \mathrm{Re}\left\{\mu_d e^{-j\phi_d}\right\}\right). \tag{66}$$

参考文献

[1] H. Chen 等，“超可靠低时延蜂窝网络：用例、挑战与方法”，*IEEE*通信杂志，第56卷，第12期，第119–125页，2018年9月。[2] Z. Li、M. A. Uusitalo、H. Shariatmadari和B. Singh，“5G超可靠低时延通信：设计挑战与系统概念”，载于*IEEE*国际无线通信系统研讨会（*ISWCS*）论文集，2018年8月，第1–6页。[3] A. A. Nasir、H. D. Tuan、H. Q. Ngo、T. Q. Duong和H. V. Poor，“超可靠低时延通信短码长区间的无蜂窝大规模多输入多输出”，*IEEE*无线通信汇刊，第20卷，第9期，第5861–5871页，2021年4月。[4] J. ¨Ostman、A. Lancho、G. Durisi和L. Sanguinetti，“大规模多输入多输出支持的超可靠低时延通信：有限码长下的分析与设计”，*IEEE*无线通信汇刊，第20卷，第10期，第6387–6401页，2021年4月。[5] H. Ren、C. Pan、Y. Deng、M. Elkashlan和A. Nallanathan，“面向大规模多输入多输出赋能的超可靠低时延工业物联网网络的导频与有效载荷功率联合分配”，*IEEE*精选通信领域期刊，第38卷，第5期，第816–830页，2020年3月。[6] J. Zhang 等，“大规模多天线辅助OFDM系统的导频污染消除”，*IEEE*信号处理专题精选期刊，第8卷，第5期，第759–772页，2014年3月。[7] C. Xu 等，“相干与非相干权衡的六十年历程及从5G迈向无线未来之路”，*IEEE Access*，第7卷，第178 246–178 299页，2019年12月。[8] A. Manolakos、M. Chowdhury和A. Goldsmith，“非相干大规模单输入多输出系统的基于能量的调制”，*IEEE*无线通信汇刊，第15卷，第11期，第7831–7846页，2016年9月。[9] M. Chowdhury、A. Manolakos和A. Goldsmith，“单输入多输出多址信道中非相干能量通信的标度律”，*IEEE*信息论汇刊，第62卷，第4期，第1980–1992页，2016年2月。[10] L. Jing、E. De Carvalho、P. Popovski和A. O. Martinez，“采用大规模接收阵列的非相干检测系统的设计与性能分析”，*IEEE*信号处理汇刊，第64卷，第19期，第5000–5010页，2016年7月。[11] H. Xie、W. Xu、H. Q. Ngo和B. Li，“非相干大规模多输入多输出系统：一种星座设计方法”，*IEEE*无线通信汇刊，第19卷，第6期，第3812–3825页，2020年3月。[12] V. M. Baeza和A. G. Armada，“莱斯衰落下基于M进制差分相移键控的非相干大规模单输入多输出系统性能分析”，载于*IEEE 2017*年第*25*届欧洲信号处理会议（*EUSIPCO*）论文集，2017年，第618–622页。[13] B. M. Hochwald和T. L. Marzetta，“瑞利平坦衰落下多天线通信的酉空时调制”，*IEEE*信息论汇刊，第46卷，第2期，第543–564页，2000年3月。[14] M. J. Borran、A. Sabharwal和B. Aazhang，“非相干空时星座的设计准则与构造”，*IEEE*信息论汇刊，第49卷，第10期，第2332–2351页，2003年10月。[15] S. T. Duong、H. H. Nguyen和E. Bedeer，“面向大规模单输入多输出系统中多符号非相干酉星座的多级设计”，*IEEE*无线通信快报，2023年。[16] L. Zheng和D. N. C. Tse，“格拉斯曼流形上的通信：非相干多天线信道的几何方法”，*IEEE*信息论汇刊，第48卷，第2期，第359–383页，2002年。

[17] D. Cuevas, J. ´Alvarez-Vizoso, C. Beltr´an, I. Santamaria, V. Tuˇcek 和 G. Peters，“基于并集界最小化的格拉斯曼星座设计方法”，IEEE Transactions on Communications，第 71 卷，第 4 期，第 1940–1952 页，2023 年。[18] Y. Wu、K. Ruotsalainen 和 M. Juntti，“基于成对错误概率切尔诺夫界的酉空时星座设计”，IEEE Trans. Inf. Theory，第 54 卷，第 8 期，第 3842–3850 页，2008 年 7 月。[19] B. M. Hochwald、T. L. Marzetta、T. J. Richardson、W. Sweldens 和 R. Urbanke，“酉空时星座的系统化设计”，IEEE Trans. Inf. Theory，第 46 卷，第 6 期，第 1962–1973 页，2000 年 9 月。[20] K. M. Attiah、K. Seddik、R. H. Gohary 和 H. Yanikomeroglu，“非相干格拉斯曼星座的系统化设计方法”，载于 IEEE 信息论国际研讨会（ISIT）论文集，2016 年 7 月，第 2948–2952 页。[21] J.-K. Zhang、F. Huang 和 S. Ma，“全分集盲空时分组码”，IEEE Trans. Inf. Theory，第 57 卷，第 9 期，第 6109–6133 页，2011 年 8 月。[22] I. Kammoun、A. M. Cipriano 和 J.-C. Belfiore，“格拉斯曼流形上的非相干码”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 6 卷，第 10 期，第 3657–3667 页，2007 年 10 月。[23] J. Kim、K. Cheun 和 S. Choi，“基于准正交序列的酉空时星座”，IEEE Trans. Commun.，第 58 卷，第 1 期，第 35–39 页，2010 年 1 月。[24] K.-H. Ngo、A. Decurninge、M. Guillaud 和 S. Yang，“Cube-split：一种用于非相干 SIMO 通信的结构化格拉斯曼星座”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 19 卷，第 3 期，第 1948–1964 页，2019 年 12 月。[25] S. Li、J.-K. Zhang 和 X. Mu，“SIMO 系统最优非相干星座设计”，IEEE Trans. Commun.，第 67 卷，第 8 期，第 5706–5720 页，2019 年 4 月。[26] R. H. Gohary 和 T. N. Davidson，“非相干 MIMO 通信：格拉斯曼星座与高效检测”，IEEE Trans. Inf. Theory，第 55 卷，第 3 期，第 1176–1205 页，2009 年 2 月。[27] P. Ho 和 D. Fung，“相关瑞利衰落信道上传输的 PSK 信号的多符号差分检测误差性能”，IEEE Trans. Commun.，第 40 卷，第 10 期，第 1566–1569 页，1992 年 10 月。[28] D. Divsalar 和 M. K. Simon，“AWGN 和衰落信道上未编码及网格编码幅度相位调制的最大似然差分检测：指标与性能”，IEEE Trans. Commun.，第 42 卷，第 1 期，第 76–89 页，1994 年 1 月。[29] D. S. Papailiopoulos、G. Abou Elkheir 和 G. N. Karystinos，“最大似然非相干 PAM 检测”，IEEE Trans. Commun.，第 61 卷，第 3 期，第 1152–1159 页，2013 年 1 月。[30] F. Adachi 和 M. Sawahashi，“M 元 DPSK 信号的判决反馈差分相位检测”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第 44 卷，第 2 期，第 203–210 页，1995 年 5 月。[31] ——，“差分编码 16APSK 信号的判决反馈差分检测”，IEEE Trans. Commun.，第 44 卷，第 4 期，第 416–418 页，1996 年 4 月。[32] R. Schober、W. H. Gerstacker 和 J. B. Huber，“平坦瑞利衰落信道中 MDPSK 的判决反馈差分检测”，IEEE Trans. Commun.，第 47 卷，第 7 期，第 1025–1035 页，1999 年 7 月。[33] A. Schenk 和 R. F. Fischer，“大规模 MIMO 系统中的非相干检测”，载于 VDE 智能天线国际 ITG 研讨会（WSA）论文集，2013 年 3 月，第 1–8 页。[34] R. F. Fischer、M. Bense 和 C. Stierstorfer，“多用户大规模 MIMO 系统中的非相干联合判决反馈检测”，载于 VDE 智能天线国际 ITG 研讨会（WSA）论文集，2014 年 3 月，第 1–8 页。[35] S. T. Duong、H. H. Nguyen、E. Bedeer 和 R. Barton，“面向 5G NR 超可靠低时延通信应用的非相干 SIMO 系统低复杂度酉星座设计”，即将发表于 IEEE 全球通信大会 2023（GLOBECOM）论文集，2023 年 12 月。[36] S. Boyd、S. P. Boyd 和 L. Vandenberghe，《凸优化》，剑桥大学出版社，2004 年。[37] M. Grant 和 S. Boyd，“CVX：用于规范凸规划的 Matlab 软件，2.1 版”，2014 年。[38] K. K. Mukkavilli、A. Sabharwal、E. Erkip 和 B. Aazhang，“多天线系统中具有有限速率反馈的波束成形”，IEEE Trans. Inf. Theory，第 49 卷，第 10 期，第 2562–2579 页，2003 年 10 月。[39] S. Li，“超球冠面积和体积的简明公式”，Asian Journal of Mathematics and Statistics，第 4 卷，第 1 期，第 66–70 页，2011 年 1 月。[40] W. Dai、Y. Liu 和 B. Rider，“格拉斯曼流形上的量化界及其在 MIMO 通信中的应用”，IEEE Trans. Inf. Theory，第 54 卷，第 3 期，第 1108–1123 页，2008 年 2 月。