圆形阵列中的空间宽带效应表现：从波束分裂到波束散焦

Zidong Wu，*IEEE*学生会员，以及Linglong Dai，*IEEE*会士

arXiv:2305.02875v1 [eess.SP] 4 May 2023

摘要——**采用混合预编码架构的毫米波（mmWave）和太赫兹（THz）通信，被视为实现6G通信高速传输愿景的高能效解决方案。均匀圆形阵列（UCA）具有宽扫描范围和阵列增益平坦等优点，因此备受关注。然而，毫米波和太赫兹通信带宽的不断增大，要求采用频率无关相移，而经典混合预编码架构中的频率无关移相器（PSs）无法完美实现这一要求。这种不匹配会在UCA宽带通信中导致波束散焦效应，使高增益波束无法在非中心频率处形成。本文首先研究波束散焦效应的特性，并将其与均匀线性阵列（ULA）系统中的波束分裂效应区分开来。本文分析UCA在频域和角域中的波束图，并表征波束散焦效应造成的波束成形损失。随后，采用利用真时延（TTD）器件生成频率相关相移的时延-相位预编码（DPP）架构，以缓解波束散焦效应。最后，通过性能分析和大量仿真结果评估DPP架构在均匀圆形阵列系统中的有效性。**

索引词—**大规模 MIMO、毫米波通信、均匀圆形阵列（UCA）、混合预编码、波束散焦。**

I. 引言

为满足持续增长的数据传输需求，毫米波（mmWave）和太赫兹（THz）等高频频段有望为未来第六代（6G）通信提供丰富的频谱资源。然而，高频通信必须应对严重的传播衰减问题，这极大地限制了无线通信的覆盖范围。为克服严重的传播衰减，大规模多输入多输出（MIMO）在形成高增益定向波束方面发挥着关键作用，显著延长了通信距离 [1]。

在大规模 MIMO 系统中，节能型混合预编码架构已广泛应用于现有的 5G 通信中，能够以可承受的功耗生成高增益波束。与传统的数字预编码方案相比，混合预编码通过将高维数字预编码器拆分为带有射频链的低维数字预编码器，以及由移相器（PSs）实现的高维模拟预编码器，避免使用大量耗能的射频 [2], [3]。由于模拟移相器的硬件限制，模拟预编码设计受到额外约束，这增加了宽带毫米波和太赫兹通信中混合预编码设计的难度 [4], [5]。

所有作者均就职于中国北京 100084 清华大学电子工程系及北京信息科学与技术国家研究中心（BNRist）（电子邮箱：wuzd19@mails.tsinghua.edu.cn、daill@tsinghua.edu.cn）。

A. 相关研究

大量研究探讨了窄带和宽带系统中的混合预编码方法。在窄带毫米波通信系统中，早期工作 [5]提出了一种基于压缩感知（CS）的预编码方法，采用正交匹配追踪（OMP）方法确定模拟预编码器。为进一步提升频谱效率，[6]提出了一种基于黎曼流形的迭代优化方法。然而，上述研究均假设采用全连接混合预编码网络，这仍会带来巨大的硬件复杂度。为解决这一问题， [7], 提出了子连接架构，并采用连续干扰消除（SIC）方法推导出数字和模拟预编码器的闭式解。此外，研究者进一步提出了动态子阵列阵列架构，可动态调整模拟预编码器与射频链之间的连接，以适应不同的信道条件 [4]。

尽管上述方法在窄带通信中表现良好，但在宽带毫米波通信中，混合预编码设计面临严峻挑战 [8]。现有的大多数宽带混合预编码设计研究依赖移相器网络，调节不同天线处信号的相移，从而在期望方向上形成相长干涉。在宽带通信中，形成相长干涉所需的相移与频率相关。遗憾的是，移相器只能在不同频率下产生相同的相移，即频率无关。这种不匹配导致移相器只能在中心频率下产生期望的相移 [9],，这也称为空间宽带效应 [10]。因此，在线性阵列中，非中心频率下的波束会偏离期望方向，从而造成严重的波束成形损失。在毫米波领域，这种效应被称为波束偏斜效应；在太赫兹通信中，该效应更加显著，被称为波束分裂效应。为便于说明，本文将这些效应统称为波束分裂效应。

现有研究尝试从算法设计和架构设计的角度克服波束分裂效应。在算法设计方面的研究中，精心设计混合预编码算法以减轻该效应。

波束分裂效应，而硬件架构仍与经典混合预编码中的架构相同。文献 [11], 提出了一种频率选择性混合预编码算法, 通过从量化码本中穷举搜索模拟预编码器，以最大化可达速率。为降低计算复杂度，文献 [12] 提出了一种基于信道统计特性的高效交替优化方法。文献 [13] 提出了一种利用宽带范围内的信道协方差矩阵，高效设计模拟预编码器的方法。此外，文献 [14] 还利用宽波束来抑制波束分裂效应。

在架构设计中，能够产生频率相关相移的真时延器件被纳入混合预编码架构。基于这一架构，文献 [15],研究了一种时延-相位预编码（DPP）方案，其中移相器和真时延器相结合，以生成频率相关的波束成形。这样便能在很大程度上消除波束分裂效应。此外，文献 [9] 提出了一种固定真时延网络，以避免使用复杂的可调真时延器。

现有关于宽带混合预编码设计的研究主要聚焦于均匀线性阵列（ULA）的部署。然而，均匀线性阵列的有效阵列孔径在接近端射方向时会大幅减小，从而导致阵列增益降低 [16]。凭借轴对称特性，均匀圆形阵列（UCA）被视为一种可行方案，能够实现宽扫描范围，并在角度变化时保持平坦的阵列增益；该方案已被用于确保更好的覆盖范围 [17]。

在均匀圆形阵列通信系统中，窄带系统的波束成形技术已得到研究 [18]–[20]。文献 [18]对导向向量、辐射方向图和阵列指向性进行了全面研究。利用均匀圆形阵列的圆形对称特性，文献 [21], [22]研究了窄带系统中的到达角（AoA）估计。为了在采用均匀圆形阵列的正交频分复用（OFDM）系统中实现宽带通信，文献 [23], 提出了频率不变波束成形器（FIB），旨在设计一种数字波束成形器，使其在宽频率范围内均能产生较高的阵列增益。该方法随后被推广至宽带均匀圆形阵列信道估计 [24] 和宽带室内定位 [25]。

然而，前述关于均匀圆形阵列的研究仅考虑了数字预编码方案。在高频段，全数字预编码架构会带来巨大的硬件成本和能耗。混合预编码方案则会引入空间宽带效应，即移相器的频率无关相移与实现高效波束成形所需的频率相关相移之间不匹配 [10]。本文揭示，由于阵列几何结构的变化，空间宽带效应会呈现出一种不同于波束分裂效应的新形式，从而导致宽带均匀圆形阵列通信中的波束成形损失严重。据我们所知，现有研究尚未探讨这种效应，更未提出缓解该效应的解决方案。

B. 我们的贡献

本文首先揭示了空间宽带效应在均匀圆形阵列系统中的表现形式——波束散焦效应，并对该效应造成的波束成形损失进行了表征。随后，本文研究了采用真时延单元的DPP架构，以缓解波束成形损失。本文的贡献如下。

- 我们首先揭示，空间宽带效应高度依赖于阵列几何结构，且其在圆形阵列中的表现形式是波束散焦效应。与均匀线性阵列中的波束分裂效应不同，后者会使波束在不同频率下指向不同方向，而在非中心频率下将无法形成高增益波束。这种效应与波束分裂效应有本质区别，因此称为波束散焦 效应。
- 研究了波束散焦效应的机理，并表征了频域和角域中的阵列方向图。通过贝塞尔函数级数，可用零阶贝塞尔函数近似频域中的波束成形增益，这表明采用均匀圆形阵列的宽带混合预编码架构会产生严重的波束成形损失。此外，还比较了波束散焦效应与波束分裂效应在角域中的波束图，揭示了二者不同的表现形式。
- 为缓解波束散焦效应，在均匀圆形阵列宽带通信中采用了 DPP 架构。通过利用混合真时延移相器（TTD-PS）网络，可以在相对较低的硬件复杂度下生成所需的频率相关波束。此外，还提出了相应的预编码设计方法，并通过验证证明这些方法能够有效缓解波束散焦效应。最后，给出了仿真结果，以验证所提出的 DPP 方法的有效性。

C. 组织结构与符号约定

文章结构：本文其余部分安排如下。第二节介绍宽带均匀圆形阵列通信系统模型。第三节研究频率域和角域中的波束散焦效应。第四节引入DPP架构以减轻波束散焦效应。第五节给出性能分析。第六节给出仿真结果，第七节总结全文。

符号说明：小写和大写粗体字母分别表示向量和矩阵；$\mathbb{C}$ 表示复数集合；$[\cdot]^{-1}$、$[\cdot]^{T}$ 和 $[\cdot]^{H}$ 分别表示逆、转置和共轭转置；$|\cdot|$ 和 $\|\cdot\|_2$分别表示参数的范数和二范数；$[\mathbf{A}]_{i,j}$ 表示矩阵$\mathbf{A}$的第 i^{th} 行和第 j^{th} 列；$\mathbf{blkdiag(A)}$表示由$\mathbf{A}$的列构成的分块对角矩阵；$\mathcal{CN}(\mu,\sigma^2)$表示均值为 μ 、方差为 σ^2的复高斯分布。

II. 系统模型

我们考虑一个毫米波 ELAA 宽带通信系统，并采用经典的混合预编码方案。基站（BS）配备一个含有 N个阵元的均匀圆形阵列（UCA），而假设用户配备一个含有 N_{r} 个阵元的均匀线性阵列（ULA）。基站采用 N_{RF} 条射频链，每条射频链以子连接方式 [7]连接至所有天线。为获得空间复用增益，系统传输多路数据流，并满足 $N_{\mathrm{s}} \leq N_{\mathrm{RF}} \leq N$。为简化说明，本文假设 $N_{\mathrm{s}} = N_{\mathrm{RF}} \ll N$ 。系统采用含有 M 个子载波的正交频分复用模型，带宽设为 B。中心频率记为 f_c，第 m^{th} 个子载波记为 $f_m = f_c + {}^{B}_{(2m-1-M)\,2M}$。因此，用户侧在第 m^{th} 个子载波上的接收信号$\mathbf{y}_m \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ 可表示为

$$\mathbf{y}_m = \rho \mathbf{H}_m^H \mathbf{F}_{\mathrm{A}} \mathbf{F}_{\mathrm{D},m} \mathbf{s}_m + \mathbf{n}_m, \tag{1}$$

其中 $\mathbf{H}_m \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 表示信道，$\mathbf{F}_{\mathrm{A}} \in \mathbb{C}^{N \times N_{\mathrm{RF}}}$和 $\mathbf{F}_{\mathrm{D},m} \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{RF}} \times N_s}$ 分别表示模拟预编码器和数字预编码器。注意，由于数字预编码器在数模转换器（DAC）之前执行，因此可以逐个子载波进行处理，因而具有频率相关性。相反，由移相器实现的模拟预编码器会在不同频率下引入频率无关相移。因此，模拟 $\mathbf{F}_{\mathrm{A}}$ 与频率无关。受电路限制，模拟预编码器受到 $|[\mathbf{F}_{\mathrm{A}}]_{i,j}| = \frac{1}{\sqrt{N}}$的约束。发射信号 $\mathbf{s}_m \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ 和噪声 $\mathbf{n}_m \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$分别服从 $\mathbb{E}(\mathbf{s}_m \mathbf{s}_m^H) = \frac{1}{N_s} \mathbf{I}_{N_s}$和 $\mathbf{n}_m \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_n^2)$。

采用经典的 Saleh-Valenzuela信道模型 [5],无线信道可表示为

$$\mathbf{H}_m = \sqrt{\frac{N}{L}} \sum_{l=1}^{L} g_l e^{-j2\pi\tau_l f_m} \mathbf{a}_m(\phi_l) \bar{\mathbf{a}}_m(\varphi_l)^H, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{a}_m(\cdot)$ 和 $\bar{\mathbf{a}}_m(\cdot)$ 分别表示基站侧和用户侧的波束指向向量。符号 ϕ_l 和 φ_l 分别表示 l^{th} 路径的出发角和到达角。波束指向向量的表达式可视为入射波的频率响应向量，它高度依赖于阵列结构。本文在图 1 所示的基站处采用均匀圆形阵列。于是，与物理方向 ϕ 对应的波束指向向量可写为 [20]

$$\mathbf{a}_m(\phi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[e^{j\eta_m \cos(\phi - \psi_0)}, \cdots, e^{j\eta_m \cos(\phi - \psi_{N-1})} \right]^T, \tag{3}$$

其中，$\eta_m = \frac{2\pi R f_m}{c}$对于 $m = 1, 2, \cdots, M$，以及 $\psi_n = \frac{2\pi n}{N}$对于 $n = 0, 1, \cdots, N-1$。对于用户端，采用均匀线性阵列（ULA），以满足对阵列部署更为严格的要求。因此，接收机处的导向向量可表示为

$$\bar{\mathbf{a}}_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[1, e^{j\frac{2\pi d f_m}{c} \sin\varphi}, \cdots, e^{j\frac{2\pi(N-1) d f_m}{c} \sin\varphi} \right]^T. \tag{4}$$

值得注意的是，用于构建信道的波束指向向量与频率相关，这意味着

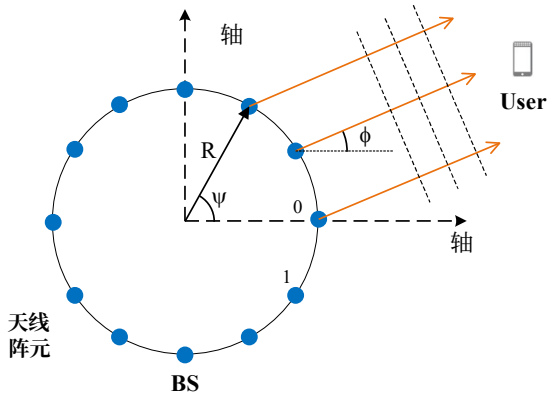


图1. 基站处均匀圆形阵列的几何结构。

不同天线之间的相位差会随频率变化。在窄带系统中，这一现象并不明显，移相器产生的均匀相移足以实现理想的模拟预编码 [15]。然而，在宽带系统中，这一现象会变得明显，并导致经典混合预编码架构出现波束散焦效应，下一节将对此进行讨论。

III. 均匀圆形阵列系统中的波束散焦效应

本节首先介绍均匀圆形阵列系统中波束散焦的机理。随后，从频率域和角域两个方面表征波束散焦效应所导致的波束成形损失。

在混合预编码架构中，模拟预编码器与数字预编码器相结合，生成方向性强且受干扰较少的波束，以获得空间复用增益和波束成形增益 [1]。具体而言，模拟预编码旨在通过在期望方向上产生相长干涉来形成高增益波束。为实现这一目标，需要精心设计移相器（PSs），以补偿不同天线之间的相位差，从而形成等相位平面。然而，研究发现，移相器只能产生频率无关的相位。相反，要形成聚焦于同一方向的定向波束，所需的相移与频率相关，这一点体现在公式（3）中波束指向向量里的术语 η_m。移相器产生的频率无关相移与所需的频率相关相移之间的这种不匹配，通常称为空间宽带效应。

近期研究发现，空间宽带效应在 ULA 系统中引发了波束分裂效应 [15], ，该效应可视为与线性阵列几何结构相对应的空间宽带效应的一种表现。然而，关于 [15] 中波束分裂效应的波束图分析仅限于 ULA。随着阵列几何结构从线性变为圆形，空间宽带效应呈现出另一种表现形式，下面将对此进行讨论。

引理 1. 采用根据中心频率 f_c 设计的频率无关相移，在子载波 f_m 处沿期望方向 ϕ 获得的波束成形增益可表示为

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{a}_c(\phi),\phi) &= \left|\mathbf{a}_m^H(\phi)\mathbf{a}_c(\phi)\right| \\ &= \left|\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j(\eta_m-\eta_c)\cos(\phi-\psi_n)}\right| \\ &\approx \left|J_0\left(\frac{2\pi R(f_m-f_c)}{c}\right)\right| = \left|J_0(\eta_m-\eta_c)\right|, \end{aligned} \tag{5}$$

其中，$J_0(\cdot)$ 表示第一类零阶贝塞尔函数，$\eta_m = \frac{2\pi R f_m}{c}$和 $\eta_c = \frac{2\pi R f_c}{c}$。

证明。 证明过程从贝塞尔函数 [26],的生成函数开始，其写作形式为

$$e^{j\beta\cos\gamma} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} j^s J_s(\beta) e^{js\gamma}, \tag{6}$$

其中，$J_s(\cdot)$ 表示第一类 s阶贝塞尔函数。将（6）代入（5），可得

$$G_m(\mathbf{a}_c(\phi),\phi) \overset{(a)}{=} \frac{1}{N}\left|\sum_{s=-\infty}^{\infty} j^s J_s(\eta_c-\eta_m)e^{js\phi}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-js\psi_n}\right|, \tag{7}$$

其中，公式（a）是通过交换求和次序推导得到的。然后，对 n 的求和可以表示为分段函数，如下所示。

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{-js\psi_n} = \begin{cases} N, & s = N\cdot t, t\in\mathbb{Z} \\ 0, & s \neq N\cdot t, t\in\mathbb{Z}. \end{cases} \tag{8}$$

分段函数揭示了求和的周期性，除 N 的整数倍处外，其值均为零。接着，我们假设 N 足够大，这在均匀圆形阵列 [27]的分析中是一个常见假设。根据不等式，

$$\left|J_{|s|}(x)\right| \le \left(\frac{xe}{2|s|}\right)^{|s|}, \tag{9}$$

对于较大的 s，$|J_{|s|}(x)|$ 的值变得可以忽略不计。因此，对于具有 $t \neq 0$ 且 N 较大的 $s = N\cdot t$，可以假设 $|J_{|s|}(x)| \approx 0$。最后，利用项 $J_0(\eta_c-\eta_m)$，求和可以得到精确的近似结果。最后，由于 $J_0(x)$ 的对称性，波束成形增益可以近似表示为

$$G_m(\mathbf{a}_c(\phi),\phi) \approx \left|J_0(\eta_c-\eta_m)\right| = \left|J_0(\eta_m-\eta_c)\right|, \tag{10}$$

证明完毕。 ■

备注 1. 引理 1.刻画了频域中频率无关相移造成的波束成形损失。根据 $J_0(x)$ 的性质，采用移相器的波束成形增益只有在 $f_m = f_c$ 时才能达到最大值，即在中心频率处。除中心频率外，任何子载波上都无法形成完美的相长干涉，导致整个宽带内出现不期望的波束成形损失。此外，

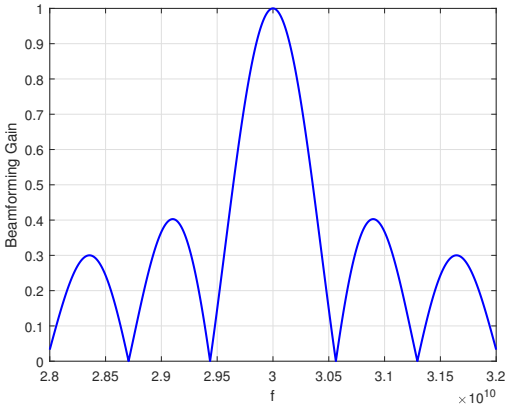


图 2. 在不同频率下使用频率无关相移所获得的波束成形增益。

波束成形增益不依赖于角度 ϕ，这是由均匀圆形阵列的旋转对称性决定的。这也是均匀圆形阵列的显著特征之一。

图 2 绘出了不同频率下的波束成形增益。中心频率设为 30 赫兹，带宽为 $B = 4$ GHz。基站配备了一个由 256 个阵元组成、阵元间距为半波长的均匀圆形阵列。结果表明，只有在中心频率处才能实现最佳波束成形，这与**引理 1**中的分析一致。根据 $|J_0(x)|$ 的总体下降趋势，频率偏离中心频率越大，波束成形损失就越严重。此外，在某些频率下甚至会形成相消干涉，从而导致增益为零。

上述分析表明，采用均匀圆形阵列的宽带通信将受到混合预编码中频率无关移相器所带来约束的影响，从而产生严重损失。这种现象似乎与均匀线性阵列中的波束分裂效应非常相似。接下来，我们将通过以下引理阐明波束散焦效应与波束分裂效应之间的区别；前者与后者存在显著不同。

引理2。 若采用频率无关的波束转向矢量$\mathbf{a}_c(\phi_0)$，则在频率 f_m 下任意方向 ϕ 上的波束成形增益可表示为

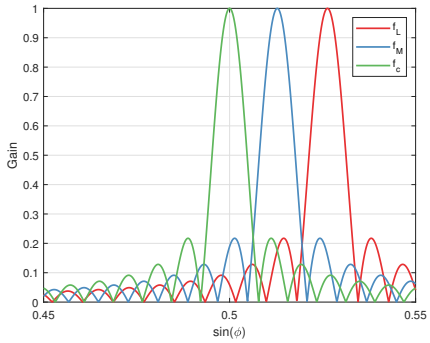
$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{a}_c(\phi_0),\phi) &= \left|\mathbf{a}_m^H(\phi)\mathbf{a}_c(\phi_0)\right| \\ &\approx \left|J_0(\xi)\right|, \end{aligned} \tag{11}$$

其中，参数 ξ 定义为

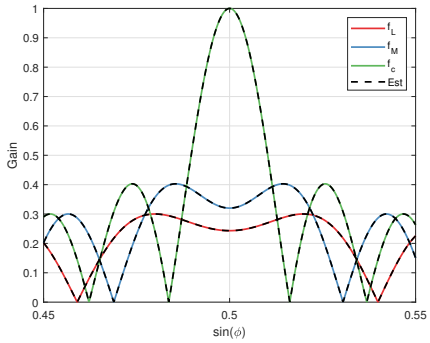
$$\xi = \sqrt{\eta_m^2+\eta_c^2-2\eta_m\eta_c\cos(\phi-\phi_0)}. \tag{12}$$

证明。 证明见**附录A**。 ■

该引理刻画了角度域中的波束散焦效应的波束图。根据 $J_0(\cdot)$ 的性质，只有当 $\xi = 0$ 时，波束成形增益才能达到最大值，即 $f_m = f_c$ 和 $\phi = \phi_0$ 同时满足。请注意，如果满足 $\phi = \phi_0$，则**引理 2** 中的结果将退化为**引理 1**。因此，**引理 2**描述了一个更一般的情形，其中 ϕ 可以任意选取。



(a) 波束分裂效应



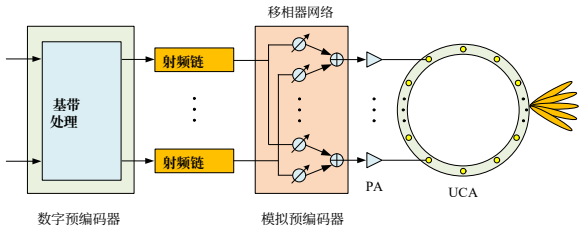
(b) 波束散焦效应

图3. 角域中波束分裂效应与波束散焦效应的比较。两个系统均设计为在中心频率下朝向 $\sin(\phi) = 0.5$ 生成波束。 $f_L = 28.5$ GHz 和 $f_c = 30$ GHz 分别表示最低频率和中心频率，而 f_M 表示中点，即 $f_M = \frac{f_L + f_c}{2}$。

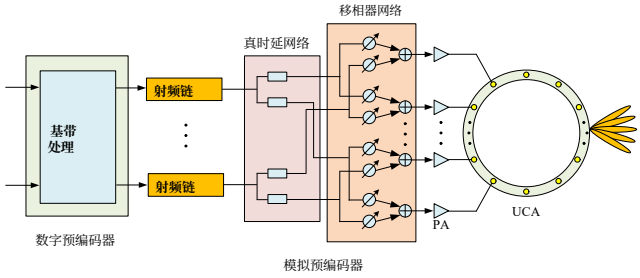
对于固定的 $f_m \neq f_c$，在 f_m 处，波束成形增益在任何方向上都无法达到 1。因此，除中心频率外，无法形成具有最优波束成形增益的高增益波束。这一现象与均匀线性阵列系统中的波束分裂效应有本质区别；在后者中，具有最优波束成形增益的高增益波束会分裂到彼此分离的物理方向上。

为了清晰说明波束散焦效应与波束分裂效应之间的差异，图3展示了角域中的波束图对比，其中不同颜色的线条表示不同频率下的波束图。具体而言，如图3(a)所示，在波束分裂效应中，高增益波束仅略微偏离期望方向，但波束图保持不变。相反，如图3(b)所示，在波束散焦效应中，非中心频率下的波束图严重失真。此时，各个方向上都不再存在高增益波束，这与**引理2**的结果一致。由于该效应类似于摄影中的失焦现象，因此我们将其称为波束散焦效应。此外，图3(b)中的彩色实线表示在整个带宽范围内精确计算得到的波束成形增益，而黑色虚线表示利用**引理2**估算得到的波束成形增益。实线与虚线的一致性表明，式(11)中的估算具有较高的准确度。

注2。 鉴于不存在高-



(a) 经典混合预编码架构



(b) 时延-相位预编码架构

图 4. 经典混合预编码架构与所采用的DPP架构对比。

在均匀圆形阵列的非中心频率处会产生增益波束，那么在波束散焦中，发射信号功率去了哪里？事实上，最优波束成形增益源自完美的相长干涉，即通过模拟预编码补偿不同天线之间的相位差。由于生成的频率无关相移与所需的频率相关相移不匹配，任何方向都不会产生完美的相长干涉。因此，不再会出现像波束分裂效应中那样的铅笔状波束。发射信号功率并未改变，而是扩散到很大的范围。通过这一现象，我们希望在本文中强调，波束图高度依赖于阵列几何结构，波束分裂效应并非空间宽带效应的唯一表现形式。

IV. 缓解波束散焦效应的DPP架构

本节将介绍时延-相位预编码（DPP）架构，以弥补波束散焦效应造成的波束成形损失。本文将给出预编码算法，并研究采用DPP时的波束成形增益。

*A. DPP*架构

如前文所述，经典宽带混合预编码架构会因波束散焦效应而产生严重的波束成形损失，显著降低整个带宽范围内的接收信号质量。因此，采用基于移相器的混合预编码架构的宽带均匀圆形阵列通信系统将遭受严重的性能损失。

为了突破移相器（PS）只能产生频率无关相移的硬件限制，真时延器件（TTD）已

在移相器网络之前加入了真时延器件。在这种架构中，真时延器件的时延与移相器的相移相结合，以产生频率相关的相移，从而应对均匀线性阵列系统中的波束分裂效应 [15],，这种架构也称为 DPP 架构。

值得注意的是，尽管表现形式不同，波束分裂效应和波束散焦效应具有相同的根本原因，即生成的频率无关相移与所需的频率相关相移不匹配。受这一发现启发，我们提出将原本用于均匀线性阵列系统的 DPP架构推广至均匀圆形阵列系统，以减轻波束散焦效应。与图 4(a) 所示的经典混合预编码架构不同，DPP架构额外引入了一个真时延网络，以生成频率相关相移，如图 4(b) 所示。移相器和真时延单元相结合来执行模拟预编码。本文假设，每个射频链以子连接方式连接到 K 个真时延单元，且每个真时延单元连接到 $P = \frac{N}{K}$ 根天线。

基于 DPP架构，对应于信道 l^{th} 分量的真时延-移相器模拟预编码器可表示为

$$\mathbf{b}_{m,l} = \text{blkdiag}(\mathbf{F}_l)\mathbf{p}_{l,m}, \tag{13}$$

其中 $\mathbf{F}_l = [\mathbf{f}_{l,1}, \mathbf{f}_{l,2}, \cdots, \mathbf{f}_{l,K}]$ 和 $\mathbf{p}_{l,m}$ 表示由 K 个真时延单元产生的相移。注意，$\mathbf{F}_l$ 的每一列对应一个真时延单元，其元素满足恒模约束 $|[\mathbf{f}_{l,i}]_j| = \frac{1}{\sqrt{N}}$。粗略而言，真时延单元产生的相移与频率[1]呈线性关系。

然后，模拟预编码设计可分解为两个部分，即频率无关项 $\mathbf{f}_{l,i}$和频率相关项 $\mathbf{p}_{l,m}$。因此，模拟预编码设计的目标是最大化波束成形增益，其表示为

$$\max_{\mathbf{b}_{m,l}} G_m(\mathbf{b}_{m,l}, \phi_l) = \max_{\mathbf{b}_{m,l}} \left|\mathbf{a}_m^H(\phi_l)\mathbf{b}_{m,l}\right|. \tag{14}$$

我们注意到，移相器在窄带系统中能够良好工作，但无法满足宽带系统对频率相关相移的要求。一种自然的方法是，首先像在窄带系统中那样设计移相器，使波束在中心频率下指向所需方向 [15]。然后设计真时延，以补偿频率相关的残余分量，这对于减轻宽带系统中的波束散焦效应至关重要。按照这种方法，$\mathbf{F}_l$ 可根据搭配设计。

$$\mathbf{F}_l = [\mathbf{a}_c(\phi_l)_1, \mathbf{a}_c(\phi_l)_2, \cdots, \mathbf{a}_c(\phi_l)_K], \tag{15}$$

其中，$\mathbf{a}_c(\phi_l)_i \in \mathbb{C}^{P\times 1}$ 表示$\mathbf{a}_c(\phi_l)$的 i^{th} 子向量。随后，可以通过以下引理获得真时延单元的时延设计。

[1]值得注意的是，真时延单元的纯时延会产生与频率成正比的相移 [15]。不过，频率无关项可通过移相器实现，相关内容将在下一小节介绍。本小节为简化说明，将真时延单元的约束从与频率成正比放宽为关于频率的线性关系。

引理 3. 最优设计的 $\mathbf{p}_{l,m}$ 用于补偿 l^{th} 信道分量的频率相关残差，可表示为

$$_k = \exp\left\{j\frac{2\pi R}{c}(f_m - f_c)\cos\left(\phi_l - \frac{\pi(2k-1)}{K}\right)\right\}, \tag{16}$$

其中，$[\mathbf{p}_{l,m}]_k$ 表示$\mathbf{p}_{l,m}$的第 k^{th} 个阵元。频率 f_m 下对应的波束成形增益写作

$$G_m(\mathbf{b}_{m,l}, \phi_l) \approx \frac{1}{P}\sum_{i=0}^{P-1} J_0(R_i), \tag{17}$$

where $R_i = \frac{2\sqrt{2}\pi R}{c}(f_m - f_c)\sqrt{1-\cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{N} - \frac{\pi}{K}\right)}$ for $i = 0, 1, \cdots, P-1$.

证明。证明过程见**附录 B**。 ■

需要注意的是，在**引理 3**的证明中，假设 K 较大，以获得相对准确的近似。通过该引理可以看出，引入真时延网络后的波束成形增益在很大程度上取决于 K 的选择。由于难以直接提取波束成形增益与 K 之间的关系，因此我们通过以下推论寻求一种更简洁的波束成形增益表达式。

推论 1. 在 K 足够大的假设下，式 (17) 中采用 DPP 架构所获得的波束成形增益可进一步简化为

$$G_m(\mathbf{b}_{m,l}, \phi_l) \approx \left|{}_1F_2\left(\frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}; -\frac{a^2}{4}\right)\right|, \tag{18}$$

其中，记号 ${}_1F_2$ 表示广义超几何函数 [28] 和 $a = \frac{2\pi^2 R}{cK}(f_m - f_c)$。

证明。证明见**附录 C**。 ■

尽管式 (18) 中的特殊函数 ${}_1F_2(\cdot)$ 看起来很复杂，但它仍是关于 a 的单变量函数。图 5 中以红线绘出了 ${}_1F_2\left(\frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}; -\frac{x^2}{4}\right)$ 随 x 的变化曲线。根据 ${}_1F_2\left(\frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}; -\frac{x^2}{4}\right)$ 总体呈下降趋势这一特点，我们可以粗略得出结论：若要进一步减小波束成形损失，就需要增加真时延的数量。因此，一个关键问题是：若要确保整个带宽范围内的波束成形损失低于预设阈值，需要多少个真时延单元? 这一问题将在下面的推论中讨论。

推论 2. 若要确保整个带宽范围内的波束成形损失低于阈值 Δ，所需的真时延单元数量必须满足

$$K \geq \frac{\pi^2 RB}{cF^{-1}(1-\Delta)}, \tag{19}$$

where the function $F^{-1}(1-\Delta)$ is defined by $F^{-1}(1-\Delta) \triangleq \arg\min_x \left\{{}_1F_2(\frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}; -\frac{x^2}{4}) = 1-\Delta\right\}$.

证明。注意，对于任意子载波 f_m，$|f_c - f_m| \leq B/2$ 始终成立。将 a 和 $F^{-1}(\cdot)$ 的定义代入式 (18)，即可轻松得到式 (19) 中的结果。■

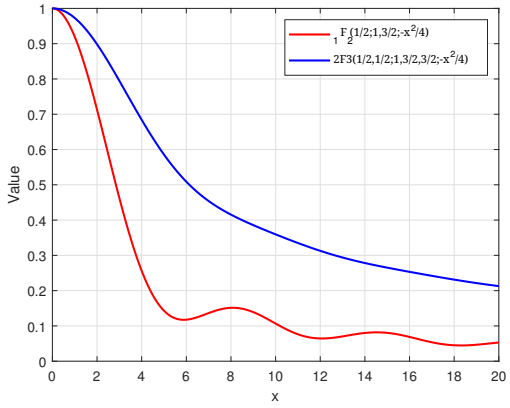


图 5. 广义超几何函数 ${}_1F_2(\frac{1}{2};1,\frac{3}{2};-\frac{x^2}{4})$ 和 ${}_2F_3(\frac{1}{2},\frac{1}{2};1,\frac{3}{2},\frac{3}{2};-\frac{x^2}{4})$ 随 x 的变化示意图。

B. 均匀圆形阵列系统的 *DPP* 算法

在上一小节中，已经分析了采用基于 TTD-PS 的模拟预编码时的波束成形增益。本小节将给出完整的预编码算法，该算法由数字预编码器和通过真时延单元实现的模拟预编码器组成。

基于真时延-移相器架构，接收信号可改写为

$$\mathbf{y}_m = \sqrt{\rho}\mathbf{H}_m^H \mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}} \mathbf{F}_{\mathrm{A},m}^{\mathrm{TTD}} \mathbf{F}_{\mathrm{D},m}\mathbf{s}_m + \mathbf{n}_m, \tag{20}$$

其中，$\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}}$ 和 $\mathbf{F}_{\mathrm{A},m}^{\mathrm{TTD}}$ 分别表示与移相器网络和真时延网络相对应的模拟预编码。根据真时延单元的工作原理，真时延产生的相移必须与频率严格成正比，可写为 $-2\pi f_m t$ 其中 t 表示时延。注意到，公式 (16) 中真时延所需的最优相移由两个相互分离的分量组成，可写为 k^{th}

$$\begin{aligned}\angle[\mathbf{p}_{l,m}]_k^* = &-\frac{2\pi R}{c}\cos\left(\phi_l - \frac{\pi(2k+1)}{K}\right) f_c \\ &+ \frac{2\pi R}{c}\cos\left(\phi_l - \frac{\pi(2k+1)}{K}\right) f_m,\end{aligned} \tag{21}$$

其中，前者与频率无关，而后者则与频率成正比 f_m。因此，我们可以将所需相移分为频率无关分量和频率相关分量，分别由移相器和真时延实现。因此，与 l^{th} 信道分量对应的 k^{th} TDD 所需时延必须满足

$$-2\pi f_m t_{l,k} = \frac{2\pi R}{c}\cos\left(\phi_l - \frac{\pi(2k+1)}{K}\right) f_m. \tag{22}$$

然后，我们可以得到 $t_{l,k} = -\frac{R}{c}\cos\left(\phi_l - \frac{\pi(2k+1)}{K}\right)$。此外，由于真时延具有额外约束 $\bar{t}_l > 0$，因此需要为所有真时延单元添加一个全局时延，且不会影响波束成形性能。修改后的时延可表示为

$$\widetilde{t}_{l,k} = \frac{R}{c}\left(1 - \cos\left(\phi_l - \frac{\pi(2k+1)}{K}\right)\right). \tag{23}$$

最后，与真时延网络对应的模拟预编码器可表示为

$$\widetilde{\mathbf{p}}_{l,m} = [e^{-2\pi f_m \widetilde{t}_{l,1}}, e^{-2\pi f_m \widetilde{t}_{l,2}}, \cdots, e^{-2\pi f_m \widetilde{t}_{l,K}}]^T. \tag{24}$$

至此，已得到相移中的频率相关分量。将式 (21) 中的频率无关分量合并到式 (15) 中原有的模拟预编码器 $\mathbf{F}_l$ 后，对应移相器网络的修正模拟预编码器 $\widetilde{\mathbf{F}}_l$ 可写为

$$\widetilde{\mathbf{f}}_{l,k} = \mathbf{a}_c(\phi_l)_k e^{-\frac{2\pi R}{c}\cos\left(\phi_l - \frac{\pi(2k+1)}{K}\right) f_c}, \tag{25}$$

其中 $\widetilde{\mathbf{f}}_{l,k}$ 表示 $\widetilde{\mathbf{F}}_l$的第 k^{th} 列。最后，将所有模拟预编码器 $\mathbf{F}_l$拼接起来，即可构造模拟预编码器 $\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}}$。

所采用的 DPP算法总结于 **算法 1**。需要注意的是，每条射频链均针对一条信道路径进行设计。首先，我们按降序重新排列信道分量，以便在射频链数量有限的情况下处理最重要的信道分量，如第 1 行所示。然后，根据式 (21) 中所需相移的分离方法，将相移加到经典波束赋形向量上，从而得到基于移相器的模拟预编码器的各列，如第 3 、 5 和 8 行所示。通过提取频率相关分量，我们可以得到每条射频链中与真时延网络相关联的模拟预编码器，如第 6 和 9 行所示。随后，将每条射频链对应的预编码器拼接起来，即可得到模拟预编码器，如第 11–12 行所示。最后，我们可以采用经典注水过程，利用等效信道和奇异值分解（SVD）求得数字预编码器，如第 13–14 [29] 行所示。

注释 3. 值得注意的是，获取每个信道分量是所提出的DPP算法的前提条件，这通常被现有研究视为基本条件 [9], [15], [30]。一般而言，可以通过压缩感知方法 [31] 或深度学习方法 [32]有效获取信道状态信息。

V. 系统性能分析

本节将分析系统的平均波束成形增益和频谱效率。

A. 平均波束成形增益性能

在第四节-A中，研究了采用 DPP 架构时不同频率下的波束成形增益。然而，该分析仅限于单一频率，未能揭示整个带宽范围内的总体波束成形性能。为此，我们定义单径假设下的平均波束成形增益，以量化混合预编码架构中的波束散焦效应有多严重，其表达式为

$$\begin{aligned}\kappa^{\mathrm{PS}} &= \frac{1}{B}\int_{f_c - B/2}^{f_c + B/2} \left|\mathbf{a}_m^H(\phi)\mathbf{a}_c(\phi)\right| \mathrm{d}f_m \\ &\overset{(a)}{\approx} \frac{1}{B}\int_{-B/2}^{B/2} \left|J_0\left(\frac{2\pi R}{c} f'_m\right)\right| \mathrm{d}f'_m,\end{aligned} \tag{26}$$

算法 1：均匀圆形阵列的 DPP算法。输入：信道 $\mathbf{H}_m$，天线数量 N，射频链数量 N_{RF}，真时延单元数量 K，均匀圆形阵列半径 R，频率 f_m 和角度 ϕ_l。输出：模拟预编码器 $\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}}$和 $\mathbf{F}_{\mathrm{A}\,m}^{\mathrm{TTD}}$，数字预编码器 $\mathbf{F}_{\mathrm{D},m}$。1：重新排列信道分量 $|g_1| \geq |g_2| \geq \cdots \geq |g_{\mathrm{RF}}|$ 的顺序，并获得相应的 $\{\phi_1, \cdots, \phi_{\mathrm{RF}}\}$；2：对于 $l = 1, 2, \cdots, N_{\mathrm{RF}}$，执行；3：构造经典波束赋形向量 $\mathbf{a}_c(\phi_l) = \frac{1}{\sqrt{N}}\left[e^{j\eta_c \cos(\phi_l - \psi_0)} \cdots, e^{j\eta_c \cos(\phi_l - \psi_{N-1})}\right]^T$；4：对于 $k = 1, 2, \cdots, K$，执行；5：追加额外的频率无关相移 $\widetilde{\mathbf{f}}_{l,k} = \mathbf{a}_c(\phi_l)_k e^{-j\frac{2\pi R}{c}\cos(\phi_l - \frac{\pi(2k+1)}{K})f_c}$；6：确定 k^{th} 真时延 $\widetilde{t}_{l,k} = \frac{R}{c}\left(1 - \cos\left(\phi_l - \frac{\pi(2k+1)}{K}\right)\right)$ 所需的时延；7：结束循环；8：为 l^{th} 射频链构造基于移相器的模拟预编码器 $\widetilde{\mathbf{F}}_l = [\widetilde{\mathbf{f}}_{l,1}, \cdots, \widetilde{\mathbf{f}}_{l,K}]$；9：为 l^{th} 射频链构造基于真时延的模拟预编码器 $\widetilde{\mathbf{p}}_l$, $\widetilde{\mathbf{p}}_m = [e^{-j2\pi f_m t_{l,1}}, e^{-j2\pi f_m t_{l,2}}, \cdots, e^{-j2\pi f_m t_{l,K}}]^T$；10：结束循环；11：拼接基于移相器的模拟预编码器 $\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}} = \left[\mathrm{blkdiag}(\widetilde{\mathbf{F}}_1) \cdots, \mathrm{blkdiag}(\widetilde{\mathbf{F}}_{N_{\mathrm{RF}}})\right]$；12：拼接基于真时延的模拟预编码器 $\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{TTD}}{}_{,m} = \mathrm{blkdiag}\left([\widetilde{\mathbf{p}}_{1,m}, \cdots, \widetilde{\mathbf{p}}_{N_{\mathrm{RF}},m}]\right)$；13：获得等效信道 $\mathbf{H}_{\mathrm{eq},m} = \mathbf{H}_m \mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}} \mathbf{F}_{\mathrm{A}\,m}^{\mathrm{TTD}}$，其中 $\mathbf{H}_{\mathrm{eq},m} = \mathbf{U}_{\mathrm{eq},m} \mathbf{\Sigma}_{\mathrm{eq},m} \mathbf{V}_{\mathrm{eq},m}^H$；14：确定数字预编码器 $\mathbf{F}_{\mathrm{D},m} = \mathbf{V}_{\mathrm{eq},m} \mathbf{\Lambda}$；15：返回 $\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}}$, $\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{TTD}}{}_{,m}$ 和 $\mathbf{F}_{\mathrm{D},m}$。

其中，近似式 (a) 是通过代入式 (5) 中的结果并定义 $f'_m = f_m - f_c$ 得出的。由于难以直接处理贝塞尔函数绝对值的积分，我们转而分析其上界和下界。根据柯西-施瓦茨不等式，式 (26) 的上界可表示为

$$\begin{aligned}\kappa^{\mathrm{PS}} \leq \kappa_{\mathrm{U}}^{\mathrm{PS}} &= \frac{1}{B}\sqrt{B\int_{-B/2}^{B/2} J_0^2\left(\frac{2\pi R}{c} f'_m\right)\mathrm{d}f'_m} \\ &= \sqrt{{}_2F_3\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}; -\frac{b_{\mathrm{PS}}^2}{4}\right)},\end{aligned} \tag{27}$$

其中 $b_{\mathrm{PS}} = \frac{\pi B R}{c}$。证明过程与**附录 C** 中的过程类似，因此本文省略。然后，通过不带绝对值运算符的积分即可得到一个简单的下界，表示为

$$\begin{aligned}\kappa^{\mathrm{PS}} \geq \kappa_{\mathrm{L}}^{\mathrm{PS}} &= \frac{1}{B}\int_{-B/2}^{B/2} J_0\left(\frac{2\pi R}{c} f'_m\right)\mathrm{d}f'_m \\ &= {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}; -\frac{b_{\mathrm{PS}}^2}{4}\right),\end{aligned} \tag{28}$$

其中，公式 (b) 可由**附录 C**中的公式推导得出。 (53)

对于所采用的DPP架构，平均波束成形增益可以重新表述为

$$\begin{aligned}\kappa^{\mathrm{TTD}} &= \frac{1}{B}\int_{-B/2}^{B/2}\left|{}_1F_2\left(\frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}; -\frac{\pi^4 R^2}{c^2 K^2 f'^2_m}\right)\right|\mathrm{d}f'_m \\ &= {}_2F_3\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}; -\frac{b_{\mathrm{TTD}}^2}{4}\right),\end{aligned} \tag{29}$$

其中 $b_{\mathrm{TTD}} = \frac{\pi^2 B R}{cK}$。因此，采用 DPP 可使波束成形增益至少提升

$$\Delta\kappa = \frac{\kappa^{\mathrm{TTD}}}{\kappa_{\mathrm{U}}^{\mathrm{PS}}} = \frac{f(b_{\mathrm{TTD}})}{\sqrt{f(b_{\mathrm{PS}})}}, \tag{30}$$

其中，$f(x)$ 定义为 $f(x) = {}_2F_3\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}; -\frac{x^2}{4}\right)$。$f(x)$ 的示意图见图 5 中的蓝线。可以看出，由于 $f(x)$ 单调递减，较大的 K 有助于提升波束成形增益。

B. 频谱效率分析

除了基于单径假设的分析外，本小节还将针对更一般的多径场景进行频谱效率分析。

m^{th} 子载波处的频谱效率可表示为

$$R_m = \log_2\left(\left|\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2}\mathbf{H}_m^H \mathbf{F}_{\mathrm{A}} \mathbf{F}_{\mathrm{D},m} \mathbf{F}_{\mathrm{D},m}^H \mathbf{F}_{\mathrm{A}}^H \mathbf{H}_m\right|\right), \tag{31}$$

其中$\mathbf{F}_{\mathrm{A}}$ 可进一步分解为$\mathbf{F}_{\mathrm{A}} = \mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}} \mathbf{F}_{\mathrm{A}\,m}^{\mathrm{TTD}}$,。根据 [5], ，当射频链的数量设置为超过可分辨路径的数量时，便可充分获得空间复用增益。然后，假设信道$\mathbf{H}_m^H = \mathbf{U}_m \mathbf{\Sigma}_m \mathbf{V}_m^H$ 的奇异值分解，并提取显著的$\widetilde{\ }$ $\widetilde{\ }$ $\widetilde{\ }$子信道，得到$\mathbf{\Sigma} = [\mathbf{\Sigma}]_{1:N_{\mathrm{s}},1:N_{\mathrm{s}}}$ 和$\mathbf{V}_m = [\mathbf{V}_m]_{:,1:N_{\mathrm{s}}}$，频谱效率可重新表示为

$$\begin{aligned}R_m &= \log_2\left(\left|\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2}\widetilde{\mathbf{\Sigma}}_m \widetilde{\mathbf{V}}_m^H \mathbf{F}_{\mathrm{A}} \mathbf{F}_{\mathrm{D},m} \mathbf{F}_{\mathrm{D},m}^H \mathbf{F}_{\mathrm{A}}^H \widetilde{\mathbf{V}}_m \widetilde{\mathbf{\Sigma}}_m^H\right|\right) \\ &= \log_2\left(\left|\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2}\widetilde{\mathbf{\Sigma}}_m^2 \mathbf{V}_{m,\mathrm{eq}}^H \mathbf{V}_{m,\mathrm{eq}}\right|\right),\end{aligned} \tag{32}$$

其中 $\mathbf{V}_{m,\mathrm{eq}} = \mathbf{F}_{\mathrm{D},m}^H \mathbf{F}_{\mathrm{A}\,m}^{\mathrm{TTD}H}, \mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}H} \widetilde{\ } \mathbf{V}_m$。采用 [5] 中的线性变换，将酉矩阵 $\widetilde{\ }\mathbf{V}_m$ 重构为一个正交的波束转向向量列表，表示为[2]

$$\widetilde{\mathbf{V}}_m \approx \mathbf{A}_{\mathrm{t},m} \mathbf{F}_{\mathrm{D,m}}^{\mathrm{opt}}, \tag{33}$$

[2]尽管这一结论最初是在均匀线性阵列系统中推导得出的，但波束指向向量的渐近正交性也可推广至均匀圆形阵列系统，见 [33]。

其中，$\mathrm{A_{t},}_{m}=[\mathrm{a}_{m}(\phi_{1})\ \cdots、\ \mathrm{a}_{m}(\phi_{N_{s}})]$ 和 $\mathrm{F}^{\mathrm{opt}}\mathrm{D,m}$ 表示可使频谱效率最大化的最优数字预编码器 [5]。当天线数量趋于无穷时，导向矢量可构成正交基，这表明 $\tilde{}\mathrm{A_{t},}_{m}$ 是一个酉矩阵。由于 $\mathrm{A_{t},}_{m}$ 和 V_{m} 均为酉矩阵，当满足 $\mathrm{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}}\mathrm{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{TTD}}$，$_{m}=\mathrm{A_{t},}_{m}$ 和 $\mathrm{F_{D},}_{m}=\mathrm{F}^{\mathrm{opt}}\mathrm{D,m}$ 时，可获得最大频谱效率，其表达式为

$$R_{m}^{\mathrm{opt}}=\log_{2}\left(\left|\mathbf{I}+\frac{\rho}{N_{s}\sigma_{n}^{2}}\tilde{\mathbf{\Sigma}}_{m}^{2}\right|\right). \tag{34}$$

然而，由于均匀圆形阵列系统中的波束散焦效应，$\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}}\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{TTD}}{}_{,\ m}=\mathbf{A}_{\mathrm{t},\ m}$ 无法完美实现。因此，影响频谱效率的关键因素在于模拟波束成形增益，其可表示为

$$\begin{aligned}&\left(\mathbf{F}_{\mathrm{A},m}^{\mathrm{TTD}H}\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}H}\mathbf{A}_{\mathrm{t},m}\right)^{H}\mathbf{F}_{\mathrm{A},m}^{\mathrm{TTD}H}\mathbf{F}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{PS}H}\mathbf{A}_{\mathrm{t},m}\\&=\mathrm{blkdiag}\left(\left[G_{m}^{2}(\mathbf{b}_{m,1},\phi_{1}),\cdots,G_{m}^{2}(\mathbf{b}_{m,N_{s}},\phi_{N_{s}})\right]\right).\end{aligned} \tag{35}$$

此外，注意到波束成形增益 G_{m}（$\mathbf{b}_{m,\ i},\ \phi_{i}$）与角度无关。因此，频谱效率可进一步表示为

$$\begin{aligned}R_{m}&\overset{(a)}{=}\log_{2}\left(\left|\mathbf{I}+\frac{\rho}{N_{s}\sigma_{n}^{2}}G_{m}^{2}(\mathbf{b}_{m,l},\phi_{l})\mathbf{\Sigma}_{m}^{2}\right|\right)\\&\overset{(b)}{=}\log_{2}\left(\left|\mathbf{I}+\frac{\rho}{N_{s}\sigma_{n}^{2}}\ {}_{1}F_{2}\left(\frac{1}{2};1,\frac{3}{2};-\frac{a^{2}}{4}\right)^{2}\mathbf{\Sigma}_{m}^{2}\right|\right),\end{aligned} \tag{36}$$

其中，等式 (a) 根据 G_{m} 和 ϕ_{l} 的独立性得出，近似式 (b) 则由**推论 1**中的结论推导得出。变量 $a=\frac{2\pi^{2}R}{cK}$（$f_{m}-f_{c}$）仅由系统设置决定。与经典混合预编码架构相比，较大的 K 有望提升频谱效率。

VI. 仿真结果

本节给出仿真结果，以验证前文理论分析的有效性。我们考虑一个毫米波宽带通信系统，其中心频率为 $f_{c}=30$ GHz，带宽为 $B=3$ GHz。基站配备一个含 256 个阵元的均匀圆形阵列，为配备含 4 个阵元的均匀线性阵列的单用户提供服务。

根据**推论 2**中的分析，如果我们旨在确保波束成形损失小于 $\Delta=40\%$，则所需的最小真时延单元数量约为 8.2。由于真时延单元数量必须为整数，我们在仿真中采用了 8 个真时延。图 6 绘制了使用和不使用真时延单元时的波束成形增益。由图 6 可见，与经典的基于 PS 的混合预编码架构相比，引入真时延显著提升了波束成形性能。在整个带宽范围内，波束成形增益均超过了预先设定的 0.6 波束成形增益阈值，这表明**推论 2**中的结果是有效的。此外，

绿色虚线已完全覆盖蓝线和黑线，表明式（17）和（18）中的近似具有很高的精度。

为展示DPP架构在提升平均波束成形增益方面的优越性，对平均波束成形增益进行了比较。

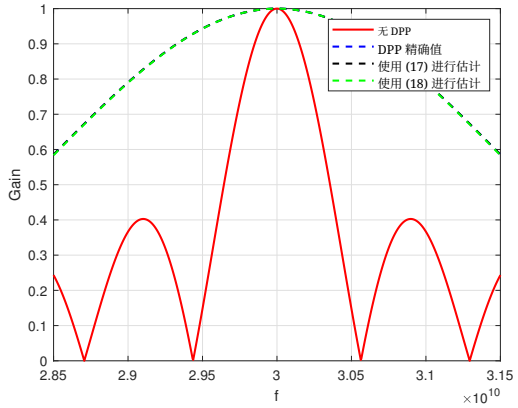


图6. DPP 架构的波束成形增益示意图。

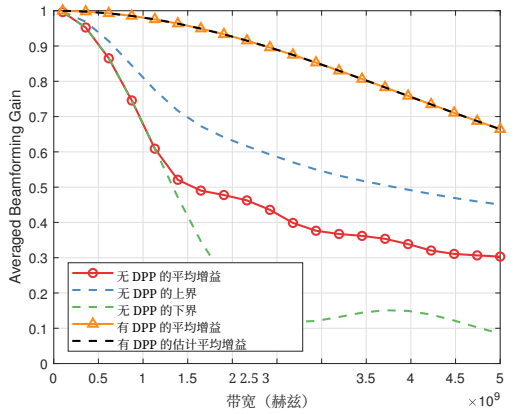


图7. 平均波束成形增益的比较。

不同架构之间的波束成形增益如图 7 所示。在仿真中，假设 $K=8$，其他系统设置与图 6 相同。结果表明，在带宽较窄时，DPP架构的性能与经典混合预编码架构相同。随着带宽增大，所采用的DPP架构始终优于经典混合预编码方案。对于 $B=2$ 赫兹的带宽，DPP架构可将平均波束成形增益提高约 95%。仿真结果验证了平均波束成形增益上界和下界的有效性。

随后，图 8 绘制了不同信噪比下的频谱效率对比。基线方法包括最优全数字预编码、宽带优化方法 [13],以及空间稀疏预编码 [5]。可以看出，在不同信噪比下，DPP架构均优于基于优化的方法和空间稀疏预编码。其原因在于，基于优化的方法中的模拟预编码器仅被设计用于在整个带宽内实现均衡的波束成形增益，因此无法在不同频率下获得理想的波束成形增益。相比之下，DPP架构借助真时延能够生成频率相关相移，有望在任意频率下获得理想的波束成形增益。与 [13],中的基于优化的方法相比，空间稀疏预编码的性能下降

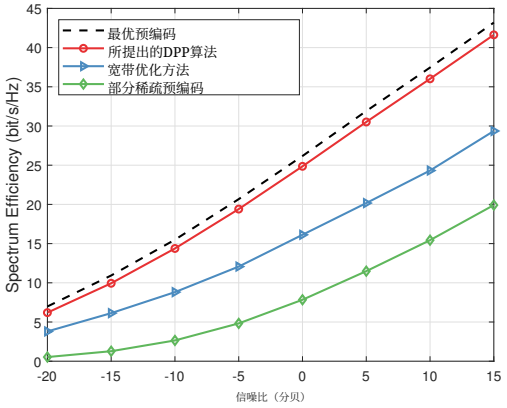


图8. 不同信噪比下的频谱效率比较。

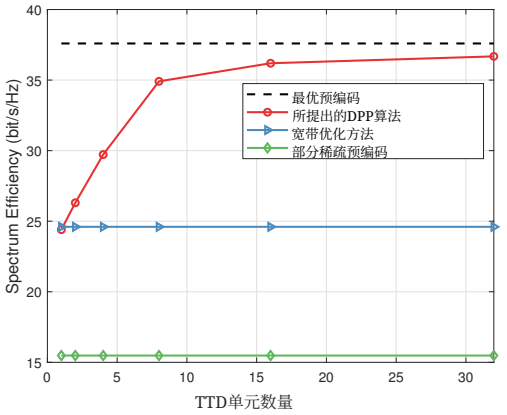


图9. 不同真时延单元数量下的频谱效率比较。

源于所选导向矢量之间的非正交性，因为目前没有通用方法能够在均匀圆形阵列中利用不同的导向矢量构成正交基。

为展示频谱效率性能与所采用的真时延数量之间的关系，图9绘出了系统性能随真时延单元数量变化的情况。可以看出，如果仅采用一个真时延单元，DPP架构的性能与经典混合预编码架构相当。随着真时延数量增加，DPP的性能有所提升。当真时延数量满足 $K \geq 8$时，DPP的频谱效率已超过最优频谱效率的90%。

为展示带宽的影响，图 10 绘制了带宽从 100 兆赫兹到 5 吉赫兹时的频谱效率性能。在此次仿真中，TTD单元数量设为 $K = 16$。在窄带宽下，基于优化的方法能够达到接近最优的性能。然而，随着带宽增加，基于优化的方法的性能会下降，这表明空间宽带效应会影响经典混合预编码架构的频谱效率。相反，对于不同的带宽，DPP方法始终能够获得相对稳定的性能。当.....时，DPP架构的性能开始下降。

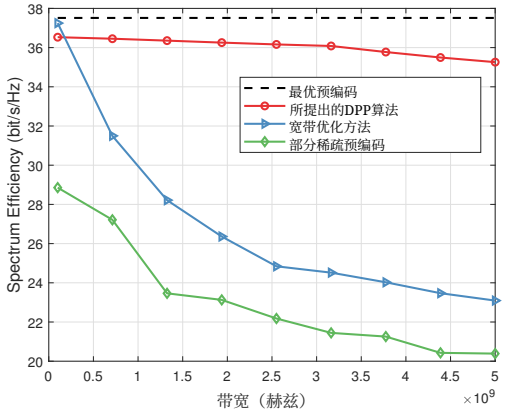


图10. 不同带宽下频谱效率的比较。

带宽超过 4 GHz，这表明需要更多的真时延单元。

VII. 结论

本文首次研究了均匀圆形阵列系统中的波束散焦效应机理。本文刻画了角度域和频率域中分散的波束图，揭示了混合预编码架构在均匀圆形阵列宽带通信中可能面临显著的波束成形损失。为恢复理想的波束成形增益，本文引入了DPP架构及相应的预编码算法，以减轻均匀圆形阵列系统中的波束散焦效应。本文通过理论分析和仿真结果验证了所提方法的有效性。真时延在均匀圆形阵列宽带通信中的有限分辨率要求所带来的影响留待未来研究。

附录A 引理2的证明

引理2**引理2** 的证明同样利用了贝塞尔函数的生成函数。首先，公式（11）可写为

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{a}_c(\phi_0),\phi) &= \left|\mathbf{a}_m^H(\phi)\mathbf{a}_c(\phi_0)\right| \\ &= \left|\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e^{j[\eta_m\cos(\phi-\psi_n)-\eta_c\cos(\phi_0-\psi_n)]}\right|. \end{aligned} \tag{37}$$

将贝塞尔函数的生成函数代入式（6），可得

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{a}_c(\phi_0),\phi) = \frac{1}{N}\Bigg|\sum_{n=0}^{N-1}\Bigg[\sum_{s_1=-\infty}^{+\infty} j^{s_1}J_{s_1}(\eta_m)e^{js_1(\phi-\psi_n)}\Bigg] \\ \times\Bigg[\sum_{s_2=-\infty}^{+\infty} j^{s_2}J_{s_2}(-\eta_c)e^{js_2(\phi_0-\psi_n)}\Bigg]\Bigg| \\ \overset{(a)}{=} \frac{1}{N}\Bigg|\sum_{s_1=-\infty}^{+\infty}\sum_{s_2=-\infty}^{+\infty} j^{s_1+s_2}J_{s_1}(\eta_m)J_{s_2}(-\eta_c) \\ \times e^{j(s_1\phi+s_2\phi_0)}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j(s_1+s_2)\psi_n}\Bigg|, \end{aligned} \tag{38}$$

其中，等式 (a) 是通过交换三重求和的顺序得到的。将 ψ_n 替换为 $\frac{2\pi n}{N}$ 后，关于 n 的最后一个求和可表示为类似于式（9）的分段函数：

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j(s_1+s_2)\psi_n} = \begin{cases} N, & s_1+s_2 = N\cdot t, t\in\mathbb{Z} \\ 0, & s_1+s_2 \neq N\cdot t, t\in\mathbb{Z}. \end{cases} \tag{39}$$

与**引理 1**的证明过程类似，在假设 N 较大的情况下，求和时可以省略 $s_1+s_2\neq 0$ 的条件。代入 $s_1+s_2=0$ 后，波束成形增益可简化为

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{a}_c(\phi_0),\phi) &= \left|\sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(\eta_m)J_{-s}(-\eta_c)e^{js(\phi-\phi_0)}\right| \\ &\overset{(b)}{=} \left|\sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(\eta_m)J_s(\eta_c)e^{js(\phi-\phi_0)}\right|, \end{aligned} \tag{40}$$

其中，等式 (b) 利用性质 $J_s(-x) = (-1)^s J_s(x)$ 和 $J_{-s}(x) = (-1)^s J_s(x)$ [34] 推导得出。此外，根据贝塞尔函数加法定理 [34]

$$J_0(r_0) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(r_1)J_s(r_2)e^{js\theta}, \tag{41}$$

其中 $r_0 = \sqrt{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos\theta}$，波束成形增益可改写为一个非常简洁的表达式：

$$G_m(\mathbf{a}_c(\phi_0),\phi) = |J_0(\xi)|, \tag{42}$$

其中 $\xi = \sqrt{\eta_m^2+\eta_c^2-2\eta_m\eta_c\cos(\phi-\phi_0)}$。证明完毕。

附录 B 引理 3 的证明

采用已设计好的移相器 $\mathbf{a}_c^{(t)}(\phi)$ 后，波束成形向量与导向向量的乘积在第 m^{th} 个子载波处的第 n^{th} 个阵元可写为

$$_n = e^{-j\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\cos(\phi-\frac{2\pi n}{N})}, \tag{43}$$

其中 $n=0, 1, \cdots, N-1$。注意到在中心频率处不需要与频率相关的相移，$\mathbf{p}_{l,\,m}$ 在 $f_m=f_c$时应等于$\mathbf{0}$。此外，当每根天线都配备独立的真时延单元时，不会产生波束散焦。因此，相应的$\mathbf{p}_{l,\,m}$ 值应写为

$$\mathbf{p}_{l,m} = [e^{j\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\cos\phi}, \cdots, e^{j\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\cos(\phi-\frac{2\pi(N-1)}{N})}]. \tag{44}$$

根据这一思路，与 K 个真时延单元相连的$\mathbf{p}_{l,\,m}$ 的第 k^{th} 个阵元也应表示为 $e^{j\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\cos(\phi-\bar{\theta}_k)}$，其中 $\bar{\theta}_k$ 表示第 k^{th} 个子阵对应的特定相移。

然后，采用 DPP 架构时的波束成形增益可重新表示为

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{b}_{m,l},\phi) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{K-1}\Bigg[&\sum_{i=kP}^{(k+1)P-1} e^{-j\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\cos(\phi-\frac{2\pi i}{N})} \\ &\times e^{j\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\cos(\phi-\bar{\theta}_k)}\Bigg]. \end{aligned} \tag{45}$$

然后，同样利用式 (6) 中的生成函数，我们可以将关于 i 的内层求和改写为

$$\begin{aligned} &\sum_{i=kP}^{(k+1)P-1} e^{-j\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\cos(\phi-\frac{2\pi i}{N})} \\ &\overset{(a)}{=} \sum_{s_1=-\infty}^{+\infty} j^{s_1}J_{s_1}\left(-\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\right)e^{js_1\phi}\sum_{i=kP}^{(k+1)P-1} e^{-js_1\frac{2\pi i}{N}}, \end{aligned} \tag{46}$$

其中，等式 (a) 是通过代入生成函数得到的。类似地，关于 k 的外层求和可写为

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{K-1} e^{j\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\cos(\phi-\bar{\theta}_k)}\sum_{i=kP}^{(k+1)P-1} e^{-js_1\frac{2\pi i}{N}} \\ &= \sum_{s_2=-\infty}^{+\infty} j^{s_2}J_{s_2}\left(\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\right)e^{js_2\phi} \\ &\quad\times\sum_{k=0}^{K-1} e^{-js_2\bar{\theta}_k}\sum_{i=kP}^{(k+1)P-1} e^{-js_1\frac{2\pi i}{N}} \\ &\overset{(b)}{=} \sum_{s_2=-\infty}^{+\infty} j^{s_2}J_{s_2}\left(\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\right)e^{js_2\phi}\frac{1-e^{-js_1 2\pi/K}}{1-e^{-js_1 2\pi/N}} \\ &\quad\times e^{-js_2\frac{\xi}{K}}\sum_{k=0}^{K-1} e^{-j(s_1+s_2)\frac{2\pi k}{K}}, \end{aligned} \tag{47}$$

其中，等式 (b) 是在假设 $\bar{\theta}_k = \frac{2\pi k}{K} + _K$ 的条件下推导得到的。接着，我们可以采用与**引理 1**。证明类似的过程，令 $s_1+s_2=0$，并假设 K 相对较大。最终，波束成形增益可简化为

$$\begin{aligned} &G_m(\mathbf{b}_{m,l},\phi) \\ &= \frac{1}{P}\sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s^2\left(\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\right)\sum_{i=0}^{P-1} e^{-js\frac{2\pi i-P\xi}{N}} \\ &= \frac{1}{P}\sum_{i=0}^{P-1}\sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s^2\left(\frac{2\pi R}{c}(f_c-f_m)\right)e^{-js\frac{2\pi i-P\xi}{N}} \\ &\overset{(c)}{=} \frac{1}{P}\sum_{i=0}^{P-1} J_0(R_i), \end{aligned} \tag{48}$$

其中，公式 (c) 根据贝塞尔函数的加法定理 [34] $f_c -$ 和 $R_i = \frac{2\sqrt{2\pi R}}{c}(\,)$ f_m $\sqrt{1-\cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{N}-\frac{\pi}{K}\right)}$ 推导得出。最后，当 $\xi=\pi-\frac{\pi}{P}$时，可以近似使求和最大化，从而使R_i 尽可能小。证明完毕。

附录 C 推论 1 的证明

我们首先将 $\zeta_i = \frac{(2i+1)\pi}{N} - \frac{\pi}{K}$ 记为 $i=0, 1, \cdots, P-1$。因此，ζ_i 满足 $\zeta_i\in\left[-\frac{\pi}{K}+\frac{\pi}{N}, \frac{\pi}{K}-\frac{\pi}{N}\right]$。假设 K较大，则 ζ_i 可近似为 0。根据泰勒级数

展开式 $\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^2)$，式（17）中的 R_i 可简化为

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{2\sqrt{2}\pi R}{c}(f_c - f_m)\sqrt{1-\cos\zeta_i} \\ &\overset{(a)}{\approx} \frac{2\pi R}{c}(f_c - f_m)\zeta_i, \end{aligned} \tag{49}$$

其中 $i = 0, 1, \cdots, P-1$。那么，波束成形增益可重写为

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{b}_{m,l}, \phi) &= \frac{1}{P}\sum_{i=0}^{P-1} J_0\left(\frac{2\pi R}{c}(f_c - f_m)\zeta_i\right) \\ &\overset{(b)}{\approx} \frac{N}{2\pi P}\int_{-\pi/K}^{\pi/K} J_0\left(\frac{2\pi R}{c}(f_c - f_m)\zeta\right)\mathrm{d}\zeta \\ &\overset{(c)}{=} \frac{N}{\pi P}\int_{0}^{\pi/K} J_0\left(\frac{2\pi R}{c}(f_c - f_m)\zeta\right)\mathrm{d}\zeta, \end{aligned} \tag{50}$$

其中，近似式 (b) 是将求和替换为在 ζ 上的积分得到的。根据 $J_0(\cdot)$ 的奇偶性推导出方程 (c)。代入 $\zeta' = \frac{2\pi R}{c}(f_c - f_m)\zeta$ 和 $a = \frac{\pi}{K}\cdot\frac{2\pi R}{c}(f_c - f_m)$ 后，上式可进一步简化为

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{b}_{m,l}, \phi) &\approx \frac{1}{a}\int_0^a J_0(\zeta')\,\mathrm{d}\zeta' \\ &\overset{(d)}{=} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}; -\frac{a^2}{4}\right), \end{aligned} \tag{51}$$

其中，方程 (d) 的证明如下。根据定义，$\int_0^a J_0(x)\mathrm{d}x$ 可表示为

$$\begin{aligned} \frac{1}{a}\int_0^a J_0(x)\mathrm{d}x &= \frac{1}{a}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^{2n}\Gamma^2(n+1)}\int_0^a x^{2n}\mathrm{d}x \\ &= \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{(2n+1)2^{2n}\Gamma^2(n+1)}a^{2n}. \end{aligned} \tag{52}$$

而根据广义超几何函数的定义以及记号 $(a)_n = a(a+1)\cdots(a+n-1)$，对于 $n \geq 1$，${}_1F_2(1; 1, \frac{3}{2}; -\frac{a^2}{4})$，可表示为

$$\begin{aligned} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; 1, \frac{3}{2}; -\frac{a^2}{4}\right) &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\frac{1}{2})_n}{(1)_n(\frac{3}{2})_n}\cdot(-1)^n\frac{a^{2n}}{2^{2n}n!} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{a^{2n}}{2^{2n}(2n+1)n!n!} \\ &= \frac{1}{a}\int_0^a J_0(x)\mathrm{d}x, \end{aligned} \tag{53}$$

至此，证明完成。

参考文献

[1] I. Ahmed、H. Khammari、A. Shahid、A. Musa、K. S. Kim、E. D. Poorter、和 I. Moerman，“5G 混合波束成形技术综述：架构与系统模型视角”，*IEEE* 通信调查与教程，第 20 卷，第 4 期，第 3060–3097 页，2018 年第 4 季度。[2] S. Han、C.-L. I、Z. Xu 和 C. Rowell，“用于毫米波 5G 的混合模拟和数字波束成形大规模天线系统”，*IEEE* 通信杂志，第 53 卷，第 1 期，第 186–194 页，2015 年 1 月。[3] Y. Zhao、W. Xu、J. Xu、S. Jin、K. Wang 和 M.-S. Alouini，“具有量化 CSI 反馈的多用户大规模 MIMO 中模拟预编码与混合预编码的比较”，*IEEE* 通信快报，第 24 卷，第 2319–2323 页，2020 年 10 月。

[4] L. Yan、C. Han 和 J. Yuan，“用于太赫兹无线通信的动态子阵列架构与混合预编码算法”，IEEE《精选通信领域期刊》，第38卷，第9期，第2041–2056页，2020年9月。[5] O. Ayach、S. Rajagopal、S. Abu-Surra、Z. Pi 和 R. W. Heath，“毫米波MIMO系统中的空间稀疏预编码”，IEEE《无线通信汇刊》，第13卷，第3期，第1499–1513页，2014年1月。[6] X. Yu、J. Z. J. Shen 和 K. B. Letaief，“毫米波MIMO系统混合预编码的交替最小化算法”，IEEE《精选通信领域期刊》，第10卷，第3期，第485–500页，2016年4月。[7] X. Gao、L. Dai、S. Han、C.-L. I 和 R. W. Heath，“大规模天线阵列毫米波MIMO系统的高能效混合模拟与数字预编码”，IEEE《精选通信领域期刊》，第34卷，第4期，第998–1009页，2016年4月。[8] A. F. Molisch、V. V. Ratnam、S. Han、Z. Li、S. L. H. Nguyen、L. Li、和 K. Haneda，“大规模MIMO的混合波束成形：综述”，IEEE《通信杂志》，第55卷，第9期，第134–141页，2017年9月。[9] L. Yan、C. Han 和 J. Yuan，“用于太赫兹宽带混合波束成形的高能效动态子阵列与固定真时延设计”，IEEE《精选通信领域期刊》，第40卷，第10期，第2840–2854页，2022年10月。[10] I.-S. Kim 和 J. Choi，“采用混合架构和低分辨率模数转换器的毫米波大规模MIMO系统空间宽带信道估计”，IEEE《无线通信汇刊》，第20卷，第6期，第4016–4029页，2021年6月。[11] A. Alkhateeb 和 R. W. Heath，“有限反馈毫米波系统的频率选择性混合预编码”，IEEE《通信汇刊》，第64卷，第5期，第1801–1818页，2016年5月。[12] L. Kong、S. Han 和 C. Yang，“满足速率和覆盖约束的宽带大规模MIMO系统混合预编码”，IEEE《无线通信汇刊》，第17卷，第7期，第4634–4647页，2018年7月。[13] S. Park、A. Alkhateeb 和 R. W. Heath，“宽带毫米波MIMO系统混合预编码的动态子阵列”，IEEE《无线通信汇刊》，第16卷，第5期，第2907–2920页，2017年5月。[14] X. Liu 和 D. Qiao，“基于空时分组编码的波束成形：波束斜视补偿”，IEEE《无线通信快报》，第8卷，第1期，第241–244页，2019年2月。[15] L. Dai、J. Tan、Z. Chen 和 H. V. Poor，“宽带太赫兹大规模MIMO的时延-相位预编码”，IEEE《无线通信汇刊》，第21卷，第9期，第7271–7286页，2022年9月。[16] M. Agiwal、A. Roy 和 N. Saxena，“新一代5G无线网络：全面综述”，IEEE《通信调查与教程》，第18卷，第3期，第1617–1655页，2016年2月。[17] J. Zhang、X. Ge、Q. Li、M. Guizani 和 Y. Zhang，“5G毫米波天线阵列：设计与挑战”，IEEE《无线通信杂志》，第24卷，第2期，第106–112页，2017年4月。[18] M. T. Ma，《天线阵列理论与应用》。纽约：Wiley，1974年。[19] Z. Feng 和 Z. Zhang，“智能天线的动态空间信道分配”，《无线个人通信》，第11卷，第1期，第79–87页，1999年10月。[20] V. Kallnichev，“移动通信自适应天线阵列的波束转向与方向性特性分析”，IEEE《天线与传播杂志》，第43卷，第3期，第145–152页，2001年6月。[21] A. H. Tewfik 和 W. Hong，“均匀圆形阵列与均匀线性阵列的等价性”，载于《第五届信号谱估计与建模研讨会论文集》，1990年10月，第139–143页。[22] A. Tewfik 和 W. Hong，“均匀线性阵列测向技术在均匀圆形阵列中的应用”，IEEE《信号处理汇刊》，第40卷，第4期，第1008–1011页，1992年4月。[23] S. C. Chan 和 H. H. Chen，“具有频率不变特性的均匀同心圆形阵列——理论、设计、自适应波束成形与DOA估计”，IEEE《信号处理汇刊》，第55卷，第1期，第165–177页，2007年1月。[24] F. Zhang、W. Fan 和 G. F. Pedersen，“用于宽带毫米波信道表征的频率不变均匀圆形阵列”，IEEE《天线与无线传播快报》，第16卷，第641–644页，2017年7月。[25] C. Gentile、A. J. Braga 和 A. Kik，“室内超宽带定位系统中联合距离与角度估计的全面评估”，载于《IEEE国际通信会议论文集》（IEEE ICC’08），2008年5月，第4219–4225页。[26] F. Bowman，《贝塞尔函数导论》。英国北切姆斯福德：Courier Corporation，2012年。[27] F. Zhang、W. Fan 和 G. F. Pedersen，“用于宽带毫米波信道表征的频率不变均匀圆形阵列”，IEEE《天线与无线传播快报》，第16卷，第641–644页，2017年7月。[28] A. M. Mathai 和 R. K. Saxena，《广义超几何函数及其在统计学和物理科学中的应用》。Springer，2006年，第348卷。

[29] A. Alkhateeb、G. Leus 和 R. W. Heath，“多用户毫米波系统的有限反馈混合预编码”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第14卷，第11期，第6481–6494页，2015年7月。[30] B. Ning、Z. Tian、W. Mei、Z. Chen、C. Han、S. Li、J. Yuan 和 R. Zhang，“太赫兹通信超大规模MIMO的波束成形技术”，*IEEE*《通信学会开放期刊》，第4卷，第614–658页，2023年。[31] J. Mo、P. Schniter 和 R. W. Heath，“采用少位模数转换器的宽带毫米波MIMO系统信道估计”，*IEEE*《信号处理汇刊》，第66卷，第5期，第1141–1154页，2018年3月。

[32] Y. Chen、L. Yan 和 C. Han，“混合球面波与平面波建模和基于深度卷积神经网络的估计的太赫兹超大规模MIMO信道”，*IEEE*《通信汇刊》，第 69 卷，第 10 期，第 7063–7076 页，2021 年 10 月。[33] Z. Wu、M. Cui 和 L. Dai，“让更多用户受益于近场通信：从线性阵列到圆形阵列”，*arXiv* 预印本 *arXiv:2212.14654*，2022 年 6 月。[34] M. Abramowitz 和 I. A. Stegun，数学函数手册（含公式、图表和数学表格）。美国政府印刷局，1948 年，第 55 卷。