通过参量微波控制 ZZ 耦合，实现超导量子比特间快速、可调、高保真的受控-Z 门

X. Y. Jin、Z. Parrott 和 S. Kotler*美国国家标准与技术研究院副研究员，美国科罗拉多州博尔德 *80305*；科罗拉多大学物理系，美国科罗拉多州博尔德 *80309*

K. Cicak、F. Lecocq、J. Teufel、J. Aumentado 和 R. W. Simmonds†美国国家标准与技术研究院，美国科罗拉多州博尔德 *80305*

E. Kapit科罗拉多矿业学院物理系，伊利诺伊街 *1500* 号，戈尔登，科罗拉多州 *80401*

arXiv:2305.02907v3 [quant-ph] 4 Oct 2024

未来的量子信息处理器需要可调耦合架构，以实现两个或更多量子比特之间的高保真逻辑门。参量耦合是一种强大的技术，可用于在多个量子比特之间产生可调相互作用。[1] 在此，我们提出一种高度灵活的超导量子比特参量耦合方案，可完全消除残余*ZZ* 耦合，并实现驱动交换门或无交换的受控 *Z*（受控*Z*）门。我们设计的全集成二维片上耦合器仅需弱磁通调谐，可抵消量子比特之间的静态线性耦合，避免耦合器内部动力学或激发，并可扩展至多量子比特电路量子电动力学系统。通过考察门保真度与门持续时间的关系，我们能够最大化双量子比特门的保真度，同时深入了解这些门可能的误差来源。数小时的随机基准测试表明，参量交换受控*Z* 门在 70 纳秒的门持续时间内可实现 99.44 ± 0.09% 的平均保真度，而色散驱动的参量无交换受控*Z* 门仅需 30 纳秒，便可达到 99.47 ± 0.07% 的平均保真度。保真度在 8 小时以上始终维持在这一水平之上，并两次达到峰值，最高为 99.67 ± 0.14%。总体而言，我们的参量方案在紧凑的耦合器设计中兼具多功能性、精确性、速度和高性能。

量子计算机有望通过解决经典系统无法解决的特定问题，超越经典计算机。[2–4] 要在计算中实现量子优势，双量子比特门必须足够快，才能在整个架构中保持较高保真度，从而支持量子纠错。[5] 目前尚不清楚最优的耦合架构应是什么样，但可以确定的是，扩大各元件之间的连通图，并结合良好控制的量子演化，有利于实现实用的量子计算和量子模拟。[1]对于相干时间有限的超导架构，仍待解决的两项最具挑战性的问题是：（i）能够在短时间尺度内执行量子门[6–9]，同时最大限度地减少不受控或杂散耦合，以确保操作具有高保真度；（ii）将这一能力扩展到最近邻对之外，并有可能在<N量子比特架构中任意选取的两个量子比特之间实现。[1, 10]迄今，人们在利用可调耦合器提高门保真度方面取得了显著进展，实现了最近邻量子比特乃至扩展最近邻量子比特之间的耦合。[8, 9, 11–15] 采用Fluxonium量子比特已实现超过99.9%的门保真度[14–16]，其相干时间均超过100微秒，其中一个实例[15] 采用了参数门。为实现全连接耦合并打造更加模块化的架构，人们已探索多种方法，以便在超导电路中实现参数相互作用[17–22],，其原理类似于某些囚禁离子系统[1]。事实上，参量耦合已成为多种超导系统实现高效、高保真度量子操作的重要工具，涵盖平面腔[23], 腔量子电动力学[24], 3D腔体[25], 跨导型量子比特[26–31], Fluxonium量子比特[15],，其应用也已从双量子比特门扩展至更高能级、多量子比特系统以及腔量子电动力学系统[18, 19, 22, 27, 32]。随着人们对量子计算中参量耦合的兴趣日益增长，研究人员不断开发新技术、探索创新应用，推动该领域取得新的进展。[15, 21, 33] 在这项工作中，我们展示了一种片上二维架构，该架构利用参量驱动来控制各种共振和非共振耦合动力学，从而提供灵活的耦合架构[18, 20, 34–37]，并能在相干性较低的跨导量子比特之间实现快速、高保真度的双量子比特门。

参量技术依赖于以特定频率和相位调制受控参数，并调节其振幅，例如电控或机械可变电容，或依赖电流或磁通的电感。 [23, 24, 38–40] 单个参数耦合器用途广泛，可实现单模或双模放大[38, 40, 41],、频率转换和色散相互作用[18, 35],，或非互易定向动力学[41]。在本研究中，我们提出了一种参量耦合器设计策略，可最大限度减少芯片上控制与读出端口的数量，并能够消除两个跨导型量子比特之间残余的*ZZ* 耦合，同时实现多种类型的双量子比特门：参量 iSWAP、基于 SWAP 的受控*Z*（参数化 SWAP c*Z*）门，以及无 SWAP 的色散参量受控*Z*（无 SWAP 的参数化 SWAP c*Z*）门。我们发现，门误差取决于门持续时间和脉冲包络的形状，并且容易受到振幅极大的参量驱动的影响；这类驱动可能会整流量子比特频率，或在其次谐波处通过吸收*n*个光子引发单量子比特旋转。

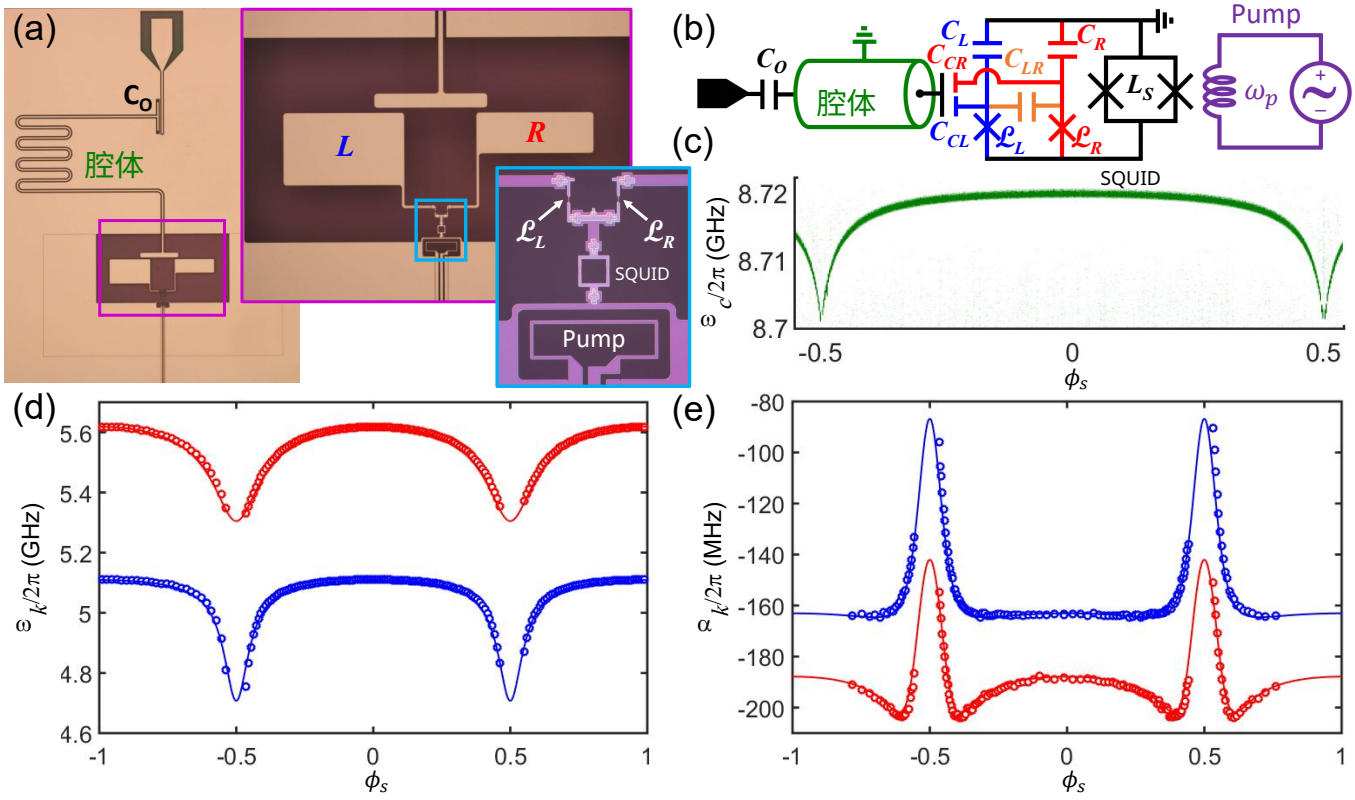

图 1. **一种磁通和参数可调的双量子比特系统**。(a) 可调耦合量子比特系统的光学显微图，并通过放大视图展示更多细节。(b) 系统的电路示意图，包括左侧跨蒙特（L）和右侧跨蒙特（R）以及读出腔。参数磁通驱动通过共享SQUID耦合器施加。(c) 腔频谱随 $\phi_s = \Phi_s/\Phi_0$ 的变化。(d) ϕ_s 周期的 L 和 R 跨蒙特频率图。(e) ϕ_s 周期的 L 和 R 跨蒙特非谐性图。

单个量子比特的跃迁频率（更多详情请参阅补充材料）。识别这些问题为我们进一步改进参数驱动门提供了方向。最终，这种设计可以扩展到包含更多量子比特和腔[18]，此类集成多量子比特模块[19]有助于促进纠错所需方案的实现[10, 42, 43]

我们的双量子比特系统如图 1(a) 和 (b) 所示，由两个跨蒙特组成，分别标记为“左”（L）和“右”（R），每个跨蒙特都有一个主约瑟夫森结，并共用一个总电感为 L_s 的双结SQUID参数耦合器。这里，$\mathcal{L}_k = \Phi_o/2\pi I_k$ 表示 $k \in L, R$ 对应的（非线性）约瑟夫森电感，主量子比特结的临界电流名义上相等，即 $I_o = I_L \approx I_R$；$E_J = I_o\Phi_o/2\pi$ 为约瑟夫森能，$\Phi_o = h/2e$ 为磁通量子。每个跨导量子比特的电容为 C_k（$k \in L, R$），两者之间的互电容为 C_{LR}。两个量子比特还共用同一个读出腔，各自通过 C_{ck}（$k \in L, R$）电容耦合到读出腔；读出腔还通过与馈线相连的耦合电容 C_o 充当量子比特驱动线。这使得腔频率仅能极弱地调谐，并随耦合器静态磁通偏置 $\phi_s = \Phi_s/\Phi_o$ 呈周期性变化。我们的紧凑布局只需两个片上端口即可服务整个系统：一个用于单元激发和读出，另一个用于设置所有静态工作频率（耦合器静态偏置），以及产生所有耦合相互作用（射频耦合器“泵浦”驱动）。这种架构可通过向耦合器添加更多量子比特或腔来扩展，而无需增加片上控制与读出端口。[18, 20] 在图 1(d) 中可以看到，两个量子比特在频域中彼此非常接近，并随 ϕ_s 同步调谐，因此其频率永远不会相遇。这里，我们将它们的频率记为 ω_L 和 ω_R，分别表示从基态 $|gg\rangle$ 跃迁至双量子比特联合能级 $|eg\rangle$ 和 $|ge\rangle$ 的跃迁（更多详情见图 2(c)）。共享的SQUID仅能对两个跨导量子比特进行轻微调谐；两个名义上相同的SQUID结各约为 $20\times E_J$，因此在零磁通偏置下，电感参与率仅为百分之几。该系统设计为在固定静态磁通下工作，此时两个量子比特的频率以及它们之间的静态耦合均固定不变。这种有限的可调谐性兼顾了提供强参数相互作用（$\lesssim$ 100 兆赫）的能力，使我们能够快速执行双量子比特门，同时仍将任一量子比特对SQUID磁通噪声的敏感度（$\lesssim$ 1吉赫/Φ_o）降至最低（更多详情见补充材料）。[18, 44, 45] 在图 1(e) 中可以看到，两个跨导量子比特的非谐性 α_k（$k \in L, R$）大致保持恒定，只有当 L_s 在 $\phi_s = 0.5$ 附近迅速增大时才会急剧下降。我们的器件设计与目前大多数耦合器设计有很大不同；后者通常采用电容耦合SQUID，其作用更像一个 a

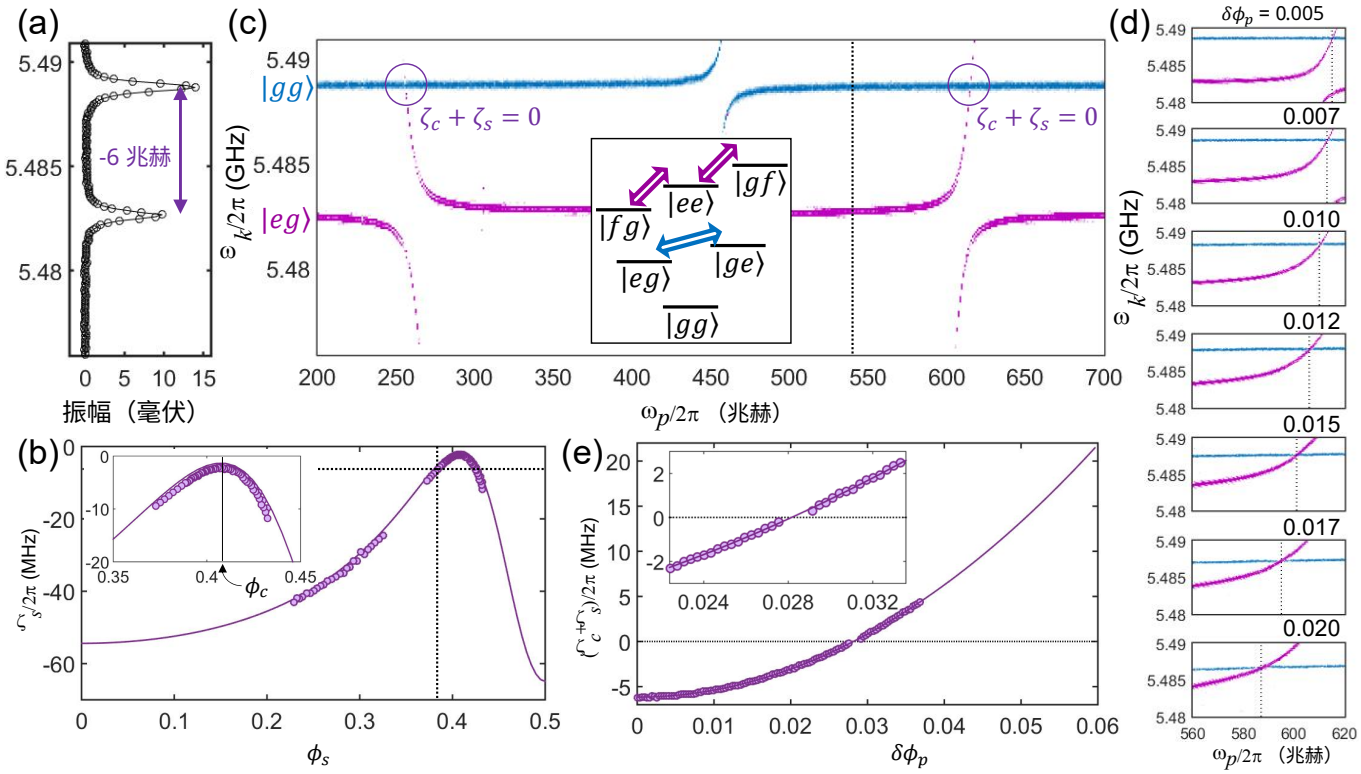

图 2. **残余*ZZ* 耦合及其抵消**。（a）当 $\phi_s \approx 0.386$ 时显示*ZZ* 耦合的光谱扫描。（b）静态*ZZ* 耦合 ζ_s 随 ϕ_s 的变化，虚线表示 $\phi_s \approx 0.386$ 时的情况，水平线表示 $\zeta_s \approx -6$ 兆赫时的情况。插图展示了 ϕ_c（竖线）附近的放大图。（c）存在参数泵浦且 $\phi_s \approx 0.386$ 时的光谱扫描。圆圈表示总*ZZ*耦合的抵消。插图展示了双量子比特能级图，箭头表示一个激发态流形与两个激发态流形之间的参数跃迁。（d）随泵浦振幅增加的光谱扫描（详情见正文）。（e） $\zeta_c+\zeta_s$ 随泵浦振幅的变化，显示参数抵消*ZZ* 耦合。插图展示了 $\zeta_c+\zeta_s=0$附近的放大图。

可调谐量子比特或量子比特之间的谐振器。相比之下，我们的SQUID耦合器以电连接方式完全集成到量子比特本身中，并且对于所有 ϕ_s，其自谐振频率均为 $>$ 20 吉赫兹，高到在耦合操作期间无法被激发（更多细节请参见补充材料）。这也意味着，耦合器的共振频率不会与附近的量子比特或腔发生碰撞，并且任何额外的自由度、内部耦合器动力学或退相干通道都不太可能干扰其运行。

我们的器件设计还利用了两个间距很近的 trans-mon 之间较大的互电容C_{LR}，以大幅抵消 SQUID耦合器产生的互感耦合。L 和R 量子比特电极在尺寸、方向和分离度方面经过专门设计，使得在静态“抵消磁通”偏置 $\phi_c = \Phi_c/\Phi_o \approx 0$处，负电容耦合与 SQUID 的正电感耦合相等；在此处，参数耦合强度较大。远离 ϕ_c 的磁通偏置下，量子比特间的残余静态耦合g_s 在 $\phi_s < \phi_c$ 时主要为电容性，而在 $\phi_s > \phi_c$ 时主要为电感性。由于 SQUID耦合器是完全集成的，当两个量子比特（其中 $\alpha_k < 0$，对于$k \in L$、R）强耦合（$g_s \gg 0$），且静态失谐为 $\Delta_s = \omega_R - \omega_L \approx 0.5$ GHz 时，它们之间会产生很强的静态*ZZ*耦合[6, 46],

$$\zeta_s = 2g_s^2 \frac{(\alpha_L + \alpha_R)}{(\Delta_s - \alpha_L)(\Delta_s + \alpha_R)}. \tag{1}$$

在图 2(a)中，我们展示了一个在 ϕ_c at $\phi_s \approx 0.386$ 附近的弱 *ZZ* 耦合示例，其中 $\zeta_s/2\pi \approx -6$ 兆赫；在 (b) 中，我们展示了 ζ_s 随 ϕ_s 的变化关系，其中当 $\phi_s = 0$ 或 0.5 时为 $|\zeta_s|/2\pi > 50$ 兆赫。请注意，公式 1 仅描述了两个失谐量子比特之间静态线性 耦合所诱导的 非线性 相互作用，该相互作用应在 ϕ_c 处趋于零。然而，我们看到在 ϕ_c 处，$|\min(\zeta_s)|/2\pi \approx 2$ 兆赫。这是由于纯非线性耦合造成的：L 跨导量子比特的电流有一小部分流经 R 跨导量子比特的主量子比特结，反之亦然。利用我们的设计布局、Ansys Q3D 以及“scQubits”软件包[47, 48], ，我们发现数值预测结果（实线）与图 1(d)、(e) 和图 2(b) 中的实验数据（圆点）高度吻合，其中还包括 ϕ_c 处的残余 $\min(\zeta_s)$（更多详情请参阅补充材料）。

当量子比特失谐 Δ_s 时，具有相同激发数的双量子比特能级之间的能量交换受到抑制。两个跨导量子比特的联合能级标记为 $|LR\rangle$，其中单个L 和R 跨导量子比特的能级分别记为g、e、f，以及

等等（见图 2(c)）。然而，如果除了静态磁通偏置 ϕ_s 之外，我们还对 SQUID耦合器施加余弦磁通调制，$\phi(t) = \delta\phi_p \cos(\omega_p t) + \phi_s$，那么我们就可以在相对于自由哈密顿量的相互作用绘景中，为双量子比特态 $|b\rangle$ 和$|t\rangle$ 中的任意两个态生成新的耦合项。

$$H_{Ip} = \hbar g_p \left(e^{i\omega_p t} + e^{-i\omega_p t}\right)(q_L q_R^\dagger e^{-i\Delta_{bt} t} + \text{h.c.}), \tag{2}$$

此处我们将忽略和频项或反旋项，$\mathrm{q}^\dagger\,\mathrm{k}$（$\mathrm{q}_k$）分别是第 k 个跨导量子比特模式的产生（湮灭）算符，而 Δ_{bt} 是较高的“顶部”能级 $|t\rangle$ 与较低的“底部”能级 $|b\rangle$之间的频率差或失谐。这里，我们聚焦于 $\omega_p = \Delta_{bt} + \Delta_p$，其中 Δ_p 是相对于差频 Δ_{bt}的失谐。参数耦合强度与磁通依赖的静态耦合强度[24] 之间的关系为 $2g_p = (\mathrm{d}g_s(\phi_s)/\mathrm{d}\phi)\delta\phi_p$（更多详情请参阅补充材料）。当然，在理想条件下，$g_s(\phi_c) = 0$，而 $\mathrm{d}g_s(\phi_c)/\mathrm{d}\phi \neq 0$。由式（2）可知，当 $\Delta_p = 0$时，$\omega_p = \Delta_{bt}$，因此 $\mathrm{H}_{Ip} = \hbar g_p(\mathrm{q}_L\mathrm{q}^\dagger\,\mathrm{R} + \mathrm{q}^\dagger\,\mathrm{L}\mathrm{q}_R)$ 在量子比特之间产生 SWAP 相互作用。一般而言，可将泵浦频率失谐 Δ_p，从而在状态 $|b\rangle$ 与 $|t\rangle$之间的跃迁附近，扫过参数诱导的共振型（$\Delta_p \ll g_p$）和色散型（$\Delta_p \gg g_p$）相互作用。

通过测量R量子比特的谱，可以在连续频率域中观察到这一行为（见图 2(c)）。从 $|gg\rangle$出发，当光谱驱动音与R量子比特跃迁共振时，量子态转变为 $|ge\rangle$。对于固定的泵浦振幅 $\delta_p = 0.005$，我们在该谱中看到一个避免交叉，其耦合强度为$2g_p/2\pi \approx 5$ 兆赫，中心位于 $\omega_p/2\pi \approx 450$兆赫。当两个参数相互作用的量子态分别为 $|b\rangle = |eg\rangle$ 和 $|t\rangle = |ge\rangle$ and$\omega_p = \Delta_{bt} = \omega_{ge} - \omega_{eg}$时，就会发生这种情况；它们交换了单激发流形中的量子态，如图 2(c)的插图所示。对L量子比特施加 π脉冲后，我们从 $|eg\rangle$ 出发，R量子比特的光谱驱动音将量子态转变为 $|ee\rangle$，其共振频率偏移了$\zeta_s/2\pi = -6$ 兆赫（见图 2(a)中所示的两个峰的线切片）。当泵浦音超过200 MHz时，在$\omega_p = \omega_{gf} - \omega_{ee}$且两个参数耦合的量子态分别为 $|b\rangle = |ee\rangle$和 $|t\rangle = |g\,f\rangle$时，会出现避免交叉。最后，当$\omega_p = \omega_{ee} - \omega$fg时，相互作用发生在量子态 $|b\rangle = |f\,g\rangle$和 $|t\rangle = |ee\rangle$之间。这两种劈裂源于双光子激发流形中量子态之间的参数相互作用，如图 2(c)的插图所示。

在 ϕ_c 附近存在残余 ZZ 耦合，这让我们有机会展示参数耦合方案的灵活性：利用参数色散频移来抵消 ζ_s。[18, 35]回想一下，ζ_s 的存在会使双量子比特能级谱发生偏移（见图 2(c) 的插图），因此 $|ee\rangle$ 的位置满足关系 $\omega_{ee} = \omega_{eg} + \omega_{ge} + \zeta_s$。注意，在图 2(c) 中，初始态为 $|gg\rangle$ 和 $|eg\rangle$ 时的光谱峰在两个不同的 ω_p 值处相交，如圆圈所示。这发生在总 ZZ 耦合 $\zeta_c + \zeta_s = 0$ 时。参数诱导色散频移 ζ_c 与静态情形类似，可由公式 (1) 通过以下替换得到：$g_s \to g_p$ 和 $\Delta_s \to \Delta_p$。根据公式 (1)，随着我们增大泵浦振幅 $\delta\phi_p$，g_p 会增大，而用于抵消 ζ_s 的失谐值 Δ_p 也必须随之增大。这一现象见于图 2(d)：抵消点（竖直虚线）逐渐向 Δ_{bt} 的左侧移动。此外，仔细观察可发现，随着泵浦振幅增大，对应初始态 $|gg\rangle$ 的谱线频率明显下降，这是由 $\omega_k(\phi_s)$ 曲线的曲率所导致的整流效应造成的（更多详情见补充材料）。如果选择一个与单激发态流形 ($\omega_{ge} - \omega_{eg}$) 和双激发态流形 ($\omega\,\mathrm{f}\,\mathrm{g} - \omega_{ee}$) 中的两个参数跃迁都具有最大失谐的 ω_p，就可以避免不希望出现的交换相互作用（如下文所述），并确保纯色散频移能够完全抵消 ζ_s。图 2(e) 给出了一个示例，其中我们绘制了 $\omega_p/2\pi = 545$ 兆赫时，总有效 ZZ 耦合 $\zeta_s + \zeta_c$ 随泵浦振幅的变化曲线；图 2(c) 中的竖直虚线标出了该位置。这里，我们从 −6 兆赫开始，随后随着 g_p^2 增大而增加，直至光谱峰合并并穿过零 ZZ 耦合点。如果继续增大泵浦振幅 $\delta\phi_p$，ζ_c 会继续随着 g_p^2 增大并占据主导地位，从而形成越来越强的正 ZZ 耦合。

由于光谱数据存在散布，二次拟合使我们能够以约±50 kHz 的不确定度确定零*ZZ* 耦合。为了将这一不确定度降低一个数量级，我们在*R*（*L*）量子比特上进行交叉 Ramsey 测量[49]，其相位演化取决于*L*（*R*）量子比特的量子态以及残余*ZZ* 耦合的大小。在此实验中，*R* 量子比特上两个 $\pi/2$ 脉冲之间的延迟时间固定为 δt，而第二个脉冲的相位差在 2π 范围内变化，从而产生正弦波。我们在*R*（*L*）量子比特上进行这项实验，并分别在*L*（*R*）量子比特上施加和不施加 π 脉冲，然后测量这两次测量之间的相位差随泵浦振幅 $\delta\phi_p$ 的变化；测量范围围绕光谱数据在图 2(e) 中预测的 ζ_s 抵消点。如图 3(a) 所示，得到的相位差 $\delta\theta = (\zeta_c + \zeta_s)\,\delta t$随泵浦振幅线性变化，并经过零点。我们对两个量子比特进行了这些灵敏度更高的交叉 Ramsey 测量，在几个不同的 δt下进行，结果显示所有曲线均经过同一个泵浦振幅值，使得 $(\zeta_c + \zeta_s)/2\pi = 0 \pm 5$为 0.5 kHz。作为进一步验证，我们同时对两个量子比特进行了随机基准测试[50, 51]（RB），以此作为检测残余*ZZ*耦合的另一种灵敏方法。[49] 如图 3(b) 所示，同时随机基准测试的每门错误率——即测量正确返回到 $|gg\rangle$ 的概率——等于通过单量子比特随机基准测试得到的单独错误率之和，这表明残余*ZZ* 耦合引起的额外相关错误可以忽略不计。

接下来，我们展示两个量子比特在时域中的参数相互作用，这使我们能够执行特定的量子门操作。在 Δ_{bt}附近施加相干泵浦信号时，参量耦合会以类似于标准拉比振荡的方式，诱导$|b\rangle$ 与 $|t\rangle$ 之间发生跃迁。随时间变化，处于初始空量子态的概率为[23, 24]

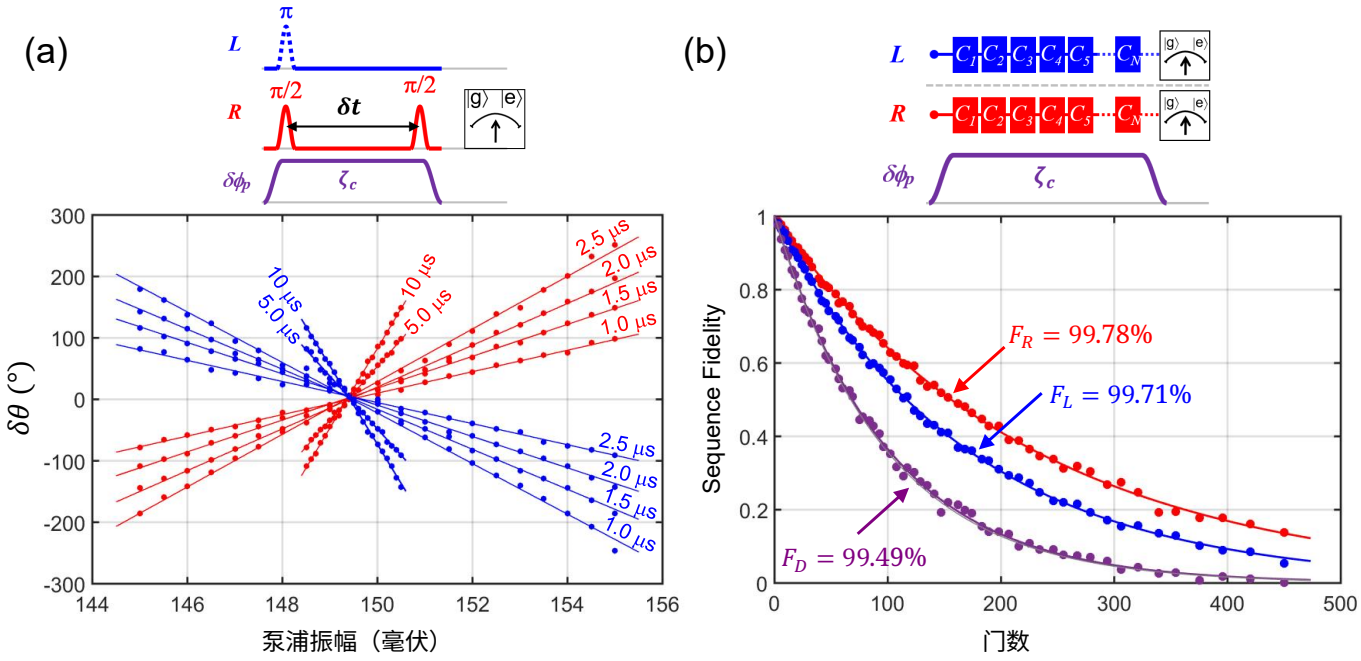

图 3. **对 *ZZ* 耦合的精细抵消**。 (a) 交叉拉姆齐测量的脉冲示意图，以及显示 $\delta\theta$ 随泵浦振幅变化的数据（详见正文）。对于每个 δt 值，量子比特 R （L）数据的所有红色（蓝色）线性拟合线均在同一泵浦振幅处穿过零点，此时总 *ZZ* 耦合被消除。(b) 单量子比特和同时进行的双量子比特随机基准测试的脉冲示意图及数据，显示 $\zeta_c + \zeta_s = 0$ ，且没有额外的相关门误差。实线为数据拟合结果。灰色实线是根据单量子比特误差合并得出的预期值。

给定为：

$$P(t) = \frac{4g_p^2}{\Omega^2}\sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right), \tag{3}$$

其中，$\Omega = \sqrt{4g_p^2 + \Delta_p^2}$ 是 $\omega_p = \Delta_{bt} + \Delta_p$时的参数交换频率。当 $\Delta_p = 0$时，谐振时（旋转坐标系中）的交换频率 Ω 为 $2g_p$，这等于光谱数据中观测到的总模式分裂大小。另请注意，只有当 $\Delta_p = 0$时，这些振荡的概率振幅才会达到 1。这一点在稍后讨论门误差来源时十分重要。图 4(a) 和 (b) 分别展示了量子态 |b⟩ = |eg⟩ 与|t⟩ = |ge⟩之间，以及量子态 |b⟩ = |f g⟩与 |t⟩ = |ee⟩之间的参数振荡示例。该数据来自一款设计类似于图 1 所示、但完全由铝制成并采用高纯度硅衬底的双量子比特器件。当 $\Delta_p = 0$时，在图 4(b) 中最清楚地呈现了由公式 (3) 导致的特征形状。我们在这些数据的中心位置采集了点密度更高的线切片。图 4(a) 显示的最大 SWAP 频率为 $\Omega/2\pi \approx 100$ 兆赫，图 4(b) 显示的则为 $\Omega/2\pi \approx 25$ 兆赫。这一速度足以在约 10–40 纳秒内实现快速双量子比特 iSWAP 门或 cZ 门。虽然我们利用量子态 |b⟩ = |eg⟩和 |t⟩ = |ge⟩实现了 iSWAP 门，未优化的保真度为 95%，但我们选择将重点放在下文所述的 cZ 门上。

现在，我们来考虑一种由 SWAP 诱导的参数化受控-Z（p-SWAP c*Z*）门[52], , 它可以通过将量子态 $|ee\rangle$完全旋转至其他双光子激发态流形中的量子态 $|fg\rangle$或 $|gf\rangle$，再旋转回 $|ee\rangle$来实现。其他系统也已利用类似原理实现参数化双量子比特门[17, 28, 30], , 但其参数耦合强度 [17, 28]有限，或相干时间 [30]较短。正如我们将看到的，我们的参量耦合策略可以利用较高的门速度，使相干时间与门持续时间之比增大，从而在存在量子比特退相干时最大限度地减少门误差。图 4(c) 展示了 p-SWAP c*Z* 门的一个简单演示，使用的仍是全铝器件。在这里，我们对 R 量子比特进行交叉拉姆齐实验，并在 L 量子比特上施加一个 π脉冲；在交叉拉姆齐序列的中途，分别施加和不施加 c*Z* 门。校正量子比特频率的整流效应后，我们观察到两种可能的拉姆齐振荡之间存在 π 相位偏移。交叉拉姆齐实验有助于优化 c*Z* 门的校准过程，因为量子比特频率的整流效应取决于 ω_p 和 $\delta\phi_p$ （更多详情请参阅补充材料）。

为量化 p-SWAP c*Z* gate 的保真度，我们在数小时内反复进行标准交错随机基准测试。[6, 53] 图 5(a) 展示了测得的每个量子门的总误差 ε_t 随门持续时间 t_g 的变化（脉冲示意图见图 4(c)；t_g 定义为

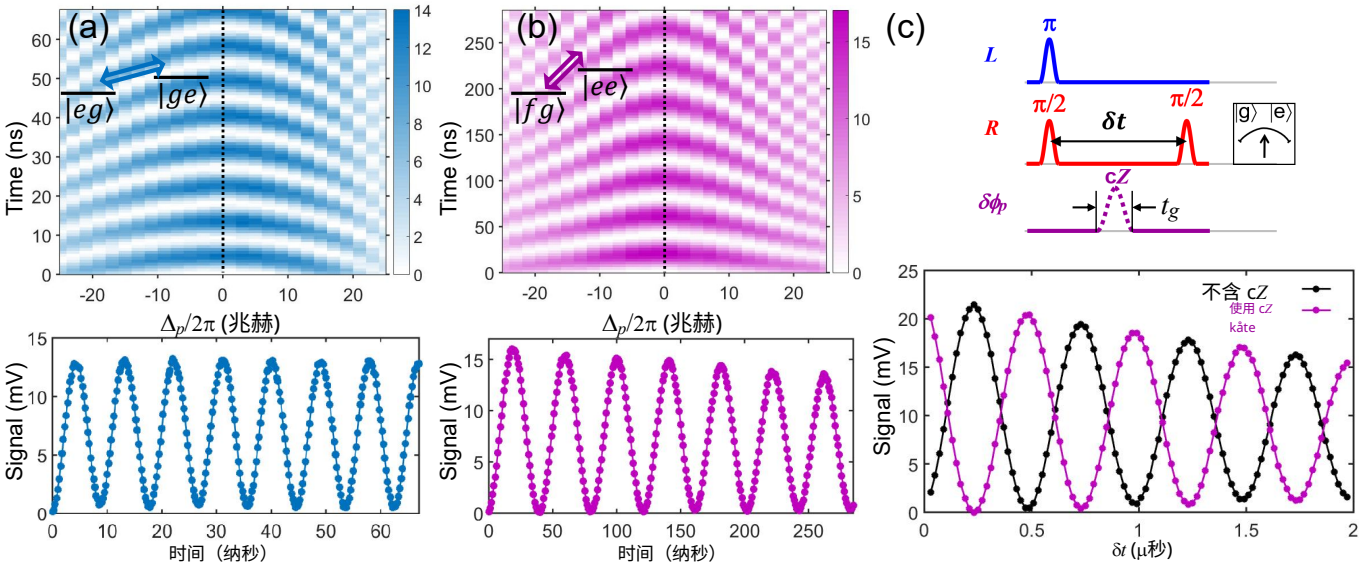

图 4. **参数化交换振荡及参数化 SWAP c*Z*门控的演示**。(a) 上图：量子态 $|eg\rangle$ 和 $|ge\rangle$ 之间的参数化交换随 Δ_p 的变化。下图：当 $\Delta_p = 0$ 时（上图中的竖直虚线），拉比振荡的最大速率约为 100 兆赫。(b) 上图：量子态 $|fg\rangle$ 和 $|ee\rangle$ 之间的参数化交换随 Δ_p 的变化。下图：当 $\Delta_p = 0$ 时（上图中的竖直虚线），拉比振荡的最大速率约为 25 兆赫。(c) 用于验证参数化 SWAP c*Z*门控操作的交叉拉姆齐实验脉冲序列。按照预期，加入一个 c*Z*门控会使拉姆齐振荡的相位偏移 π。

脉冲边缘到边缘的宽度）。首先，我们考察由两个固定的 20 纳秒汉恩函数上升沿和下降沿，以及一个长度可变的平台段组成的脉冲包络；每个随机基准测试数据点的平均测量时间约为 9 小时。对于每种门持续时间，我们都进行了一系列校准，并使用随机基准测试[54] 结合协方差矩阵自适应进化策略（CMA-ES）对门性能进行数值优化[55]（详情见补充材料）。通常，每个量子门的总误差 $\varepsilon_t = \varepsilon_{\rm dec} + \varepsilon_{\rm con}$ 可分为退相干导致的误差 $\varepsilon_{\rm dec}$ 和控制误差 $\varepsilon_{\rm con}$，后者可能包括控制电子设备中的噪声，或非预期哈密顿量动力学导致的相干演化。我们观察到，当门持续时间较长（$t_g > 150$ ns）时，错误率主要由各量子比特的相干性决定，其中 $\varepsilon_{\rm dec} = (2/5)(\Gamma_{1,\rm eff} + 2\Gamma_{2,\rm eff})t_g$，且 $\Gamma_{1,\rm eff} = (1/2)(1/T_{1,L} + 1/T_{1,R})$，$\Gamma_{2,\rm eff} = (1/2)(1/T_{2,L} + 1/T_{2,R})$。[13, 56] 图 5(a) 中的虚线显示了以下条件下的预测：$T_{1,\rm eff} = 1/\Gamma_{1,\rm eff} = 16.3$ 微秒且 $T_{2,\rm eff} = 1/\Gamma_{2,\rm eff} = 22.7$ 微秒，这与测得的量子比特相干性一致（详情见补充材料）。我们还绘出了 $\Gamma_{1,\rm eff}$ 的单独贡献（点线）和 $\Gamma_{2,\rm eff}$ 的单独贡献（点划线），由此可见能量弛豫和相位相干性对决定门误差的相对影响。这表明，随着 t_g 相对于退相干速率减小，门错误应稳步趋近于零。然而，我们的实验结果显示，随着 t_g 减小，当 $\varepsilon_{\rm con}$ 增大时，观测到的 ε_t 会偏离退相干线。因此，ε_t 在 $t_g = 70$ ns 时达到最小值，此时我们实现了最佳 p-SWAP cZ 门保真度 $99.44 \pm 0.09\%$，如图 5(b) 所示。若将其与以空闲门取代 p-SWAP cZ 门时的保真度比较，我们发现后者高得多，达到 99.88%，这表明 $\varepsilon_{\rm con} = 1.2\times10^{-3} < \varepsilon_{\rm dec}$。这说明，在存在退相干的情况下，门操作期间仅让量子比特空闲会产生 $\varepsilon_{\rm dec} = 4.4\times10^{-3}$；当 $t_g = 70$ ns（$\varepsilon_{\rm dec} = 4.2\times10^{-3}$）时，该结果接近理论退相干极限线。随着门持续时间进一步缩短，$\varepsilon_{\rm con} > \varepsilon_{\rm dec}$ 成为总误差的主导因素。

为了探究 $\varepsilon_{\rm con}$ 的来源，我们通过改变门控泵浦脉冲包络的形状，开展了一系列门保真度测量。首先考虑这种情况：当 $t_g = 80$ 纳秒时，脉冲包络由持续时间相等的汉恩函数脉冲边沿和平稳平台段组成。随着脉冲宽度进一步减小并趋近 $t_g = 40$ 纳秒，这些脉冲在频域中的谱变得更宽，更接近纯汉恩脉冲的傅里叶变换；后者是矩形窗函数的展宽版本。因此，如果谱宽变窄（t_g 减小）会导致泄漏误差成为限制因素（$\varepsilon_{\rm con}$ 增大），那么纯汉恩脉冲应能提高我们的门保真度。然而，实验显示的结果恰恰相反。首先，我们独立验证了泄漏到更高跨蒙能级并不是误差的重要来源。[6] 接着，我们开展了 c*Z* 门实验，其中泵浦脉冲包络采用不同宽度的纯汉恩函数，如图 5(a)所示。请注意，对于相近的量子比特相干性，这组数据的每个量子门的总误差系统性地高于带平台段脉冲的实验结果。

我们可以回到该门控如何工作的概念，从而理解这些误差的来源。理想情况下，从 $|ee\rangle$ 态开始，参数泵浦脉冲以恰好为 $\omega_p = \Delta_{bt} = \omega_{ee} - \omega_{fg}$ 的频率运行，因此根据哈密顿量（式 (2)）进行的量子态演化发生在拉比曲线（式 (3)，如图 4(a) 所示）的中心，并将所有态布居送回

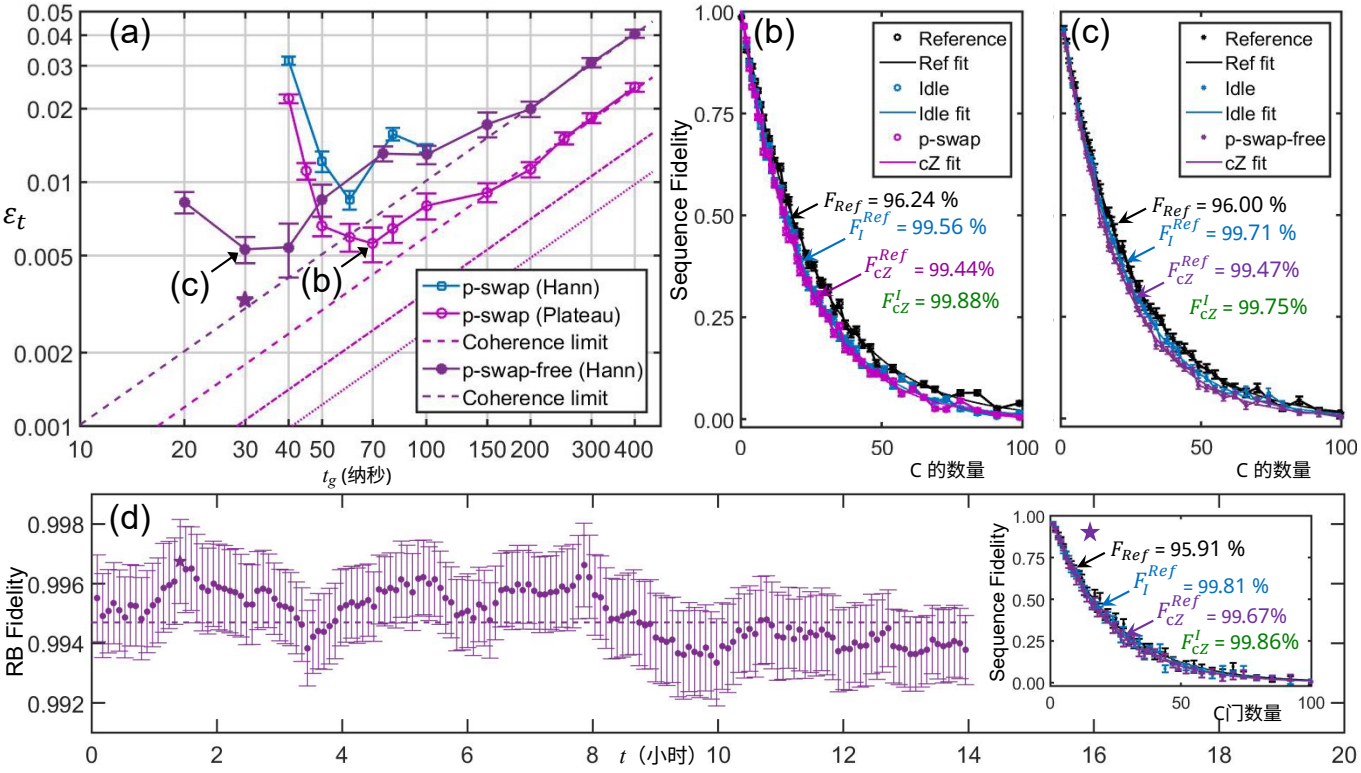

图5。**参数化受控-Z门的演示**。（a）对于不同参数化 cZ 门，随机基准测试结果随门持续时间t_g的变化。虚线表示相干性极限。平台脉冲中由退相干引起的各项贡献分别显示为能量弛豫（$\Gamma_{1,\ \mathrm{eff}}$，点线）和相位相干性（$\Gamma_{2,\ \mathrm{eff}}$，点划线）。 ★ 表示峰值保真度，见（d）。（b）随机基准测试显示了 p-SWAP cZ 门的最佳结果：保真度为 99.44 ± 0.09%，当t_g = 70 纳秒时，在 9 小时内取平均。（c）随机基准测试显示了不含 p-SWAP 的 cZ 门的结果：保真度为 99.47 ± 0.07%，当 t_g = 30 纳秒时，在约 18 小时内取平均。（ d ）不含 p-SWAP 的 cZ 门在 14 小时内、门持续时间为 30 纳秒时的滚动平均，峰值保真度为 99.67 ± 0.14%（★）。水平虚线表示平均值（见（c））。插图显示了峰值保真度对应的随机基准测试结果（★）。所有细实线均为对数据进行的随机基准测试拟合（见正文）。坐标轴标签“C门数量”是“Clifford门数量”的简写。

$|ee\rangle$，最终相位累积恰好为 π。实际上，由于两个量子比特的频率、它们的非谐性以及 ζ_s 都会因取决于泵浦振幅 $\delta\phi_p$ 和频率 ω_p 的整流效应而发生轻微调整，因此很难维持量子态的完美演化并抵消 ζ_s（更多详情请参阅补充材料）。在我们的实验中，为确保在没有任何门驱动音调时能够实现适当的单量子比特门控，我们为 ζ_c 选择了固定的抵消音调。对于门驱动音调，我们使用恒定频率 $\omega_p = \tilde{\omega}_{ee} - \tilde{\omega}_{fg}$，该频率根据最大泵浦振幅下双量子比特态的整流值设定；这些数值是在扫描 Δ_p 进行参数化拉比振荡时测得的（例如参见图 4 和补充材料）。因此，在汉恩脉冲包络的上升和下降阶段，频率 ω_p 会略微偏离最佳值。对于主要由脉冲平台段构成的低振幅泵浦脉冲（更大的 t_g），门控演化与理想化情况高度吻合，残余的 ZZ 耦合仍可忽略。相反，对于纯汉恩脉冲，泵浦频率仅在脉冲达到最大振幅时匹配，从而改变门控的哈密顿量演化（回顾式 (3)）。此外，随着较短 t_g对应的脉冲振幅增大，静态 ζ_c 音调在门控期间无法完全抵消 ζ_s，不过，由于该效应发生的门持续时间缩短，其影响得到了补偿。通过在门持续时间内改变驱动频率 ω_p（t）和抵消音调 ζ_c（t），便可妥善解决这些问题；我们计划在未来实验中对此进行研究。

为解决这些问题，接下来我们转向一种无 SWAP 的参数 cZ 门。参数化 SWAP 无关 cZ 门的一个优点是，无需优化单一的参量驱动频率，因此该门对整流引起的误差具有更强的鲁棒性。回顾图 2(e)，我们可以抵消 ζ_s，或者选择加大驱动，使得 $\zeta_c + \zeta_s > 0$，从而产生强正 ZZ 耦合。这是实现 cZ 门更自然的方式[9]，，其中量子态 $|ee\rangle$在时间 t_g 内累积的净频移 $\zeta_{cZ}(t)$ 可以产生所需的条件相位，

$$\pi = \int_0^{t_g} \zeta_{cZ}(t)dt. \tag{4}$$

要执行该门，我们添加一个 a 附加音调 $\zeta_g(t)$，以及恒定的抵消音调 ζ_c，因此 $\zeta_{cZ}(t) = \zeta_g(t) + \zeta_c + \zeta_s$。任意

门脉冲期间，整流可能导致 Δ_{bt} 随时间发生轻微偏差，从而造成失真，使 $\zeta_{cZ}(t)$ 不是最优的；但我们只要求满足公式（4）中的积分。作为第一近似，可以通过稍微延长或缩短门持续时间来补偿。这意味着我们可以使用不带任何平台段的纯汉恩脉冲，而不会因泵浦诱导整流产生额外误差。完成一系列校准并使用 CMA-ES（详情见补充材料）后，我们以类似于参数化 SWAP cZ 门的方式，测量了各种 t_g 下的 ε_t。我们发现，对于较长的门时长，不使用参数化 SWAP 的 cZ 门受两个量子比特的综合退相干限制；在这次特定的降温过程中，$T_{1,\mathrm{eff}} = 11.6$ 微秒，且 $T_{2,\mathrm{eff}} = 12.0$ 微秒（虚线见图 5(a)，详情见补充材料）。同样，随着 t_g 减小，错误率遵循退相干预测而下降，随后开始偏离。图 5(c) 所示，使用总时长（上升和下降沿）为 30 纳秒的纯汉恩脉冲时，观测到的最低门错误率为 $99.47 \pm 0.07\%$。同样，我们也可以将其与以空闲门替代不使用参数化 SWAP 的 cZ 门时的保真度进行比较，后者提升至 99.76%，这表明$\varepsilon_{\mathrm{con}} = 2.4 \times 10^{-3} < \varepsilon_{\mathrm{dec}}$。这里，当 $t_g = 30$ 纳秒（$\varepsilon_{\mathrm{dec}} = 3.0 \times 10^{-3}$）时，我们发现 $\varepsilon_{\mathrm{dec}} = 2.9 \times 10^{-3}$ 接近理论退相干极限线。图 5(d) 中，我们绘制了不使用参数化 SWAP 的门保真度随时间的变化，其中每个数据点代表一组约 18 小时重复数据集的 4 小时移动平均值。可以看到，相对于参考值，门保真度最高达到 $99.67 \pm 0.14\%$（见 ⋆ 及插图）。在这一最优点，相对于空闲门，保真度为 99.86%，因此 $\varepsilon_{\mathrm{con}} = 1.4 \times 10^{-3}$，且 $\varepsilon_{\mathrm{dec}} = 1.9 \times 10^{-3}$；当 $t_g = 30$ 纳秒（$\varepsilon_{\mathrm{dec}} = 3.0 \times 10^{-3}$）时，结果优于理论退相干极限线。请注意，该极限是长时间平均评估得到的，这表明相干性涨落也会导致门保真度随时间变化，这很可能是由双能级系统缺陷引起的（详情见补充材料）。尽管如此，不使用参数化 SWAP 的门保真度两次达到峰值，并在超过 8 小时内几乎始终高于平均值（虚线及图 5(c) 所示）。

对于参数化 SWAP 和不含参数化 SWAP 的 cZ 门控，门错误会在门时长最短时迅速上升。为调查这一现象，我们进行了一些高振幅泵浦驱动测试，其中初始双量子比特态为 $|gg\rangle$（更多详情请参见补充材料）。我们发现，当 $\omega_p \approx \omega_k/n$时，参数泵浦可能驱动多光子诱导的单量子比特跃迁，其中n 为吸收的光子数。对于最高的泵浦振幅，若 ω_p 处于这些频率附近，泵浦便可能引发不必要的单量子比特拉比旋转。原则上，可以通过额外施加确定性单量子比特驱动来抵消这些杂散旋转，从而消除这些相干单量子比特错误。[8, 14] 在未来的设计中，我们计划显著降低偏置线圈与跨蒙特之间的电容耦合，以减少直接驱动及其造成的多光子吸收。[36]

总之，我们展示了两个位温和可调的跨蒙特量子比特之间一种多功能、硬件高效、快速且高性能的参数耦合器。我们能够消除两个量子比特之间的杂散ZZ 耦合，并实现三种双量子比特门：p-iSWAP、p-SWAP cZ和无 p-SWAP 的 cZ。我们测量了数小时内平均门错误随门持续时间的变化，发现所有参数门的最大门保真度均超过 99%。无 p-SWAP 的 cZ 门在 30 纳秒的门持续时间下达到了 $99.67 \pm 0.14\%$ 的峰值保真度，并在超过 8 小时内保持在 99.47 以上。对于超过 150 纳秒的较长门持续时间，门错误几乎完全受量子比特退相干限制，而最短的门主要受错误的哈密顿量演化限制。对不同脉冲形状的探索表明，p-SWAP cZ 门中相当一部分控制误差可归因于整流效应，而在执行无 p-SWAP 的 cZ 门时可以避免该效应。我们的结果表明，下一代器件中量子比特相干性的适度提升，应能使参数化双量子比特门的保真度超过 99.9%。此外，未来采用跨蒙特的电路设计应能将残余静态ZZ 耦合降低至< 300 千赫兹，而引入 Fluxonium 量子比特则可精确抵消所有残余静态ZZ 耦合。这些概念可以扩展至集成多量子比特腔量子电动力学系统，从而提供有助于纠错的原位宇称读出。[10, 18]

致谢

本研究部分工作得到了美国商务部、美国国家标准与技术研究院的财政资助。Eliot Kapit 的工作得到了美国国家科学基金会项目 PHY-1653820 以及美国陆军研究办公室项目编号 W911NF-18-1-0125 的支持。感谢 Frederick W. Strauch 在实验中就提高门保真度提出的宝贵讨论和建议。感谢 Manuel C. Castellanos-BeltranandJoshuaCombes 对手稿提出意见。

作者贡献

实验由 X.Y.J. 完成。X.Y.J.、Z.P. 和 R.W.S. 对数据进行了分析和建模。器件由 R.W.S. 设计，K.C. 制造。S.K. 为测量装置和软件提供了支持。E.K. 为实验提供了理论支持和建议。X.Y.J. 和 R.W.S. 撰写了手稿和补充材料。R. W.S. 构思了该实验并监督了整个项目。所有作者均参与了手稿的准备工作。

方法

样品在 76 mm 蓝宝石晶圆上制造。主布线层通过对 100 nm 厚的溅射铌膜进行氟基反应离子干法刻蚀制成。随后，采用广为人知的“多兰桥技术”制造约瑟夫森结：使用由 MMA/PMMA（550 nm/240 nm）组成的双层光刻胶堆叠，对铝进行双角度（$\pm 14.3^{o}$）蒸发，并在中间步骤中将第一层铝（35 nm）氧化（100 mTorr，持续 300 秒）。第二次沉积形成顶部铝层（75 nm），并在狭窄的重叠区域形成隧道势垒，从而构成约瑟夫森结（量子比特结面积约为 100 nm $\times$ 120 nm，而 SQUID 结面积约为 1.8 μm $\times$ 0.1 μm ）。这一工艺是在定制的沉积腔中完成的，该腔配备负载锁定室，可通过计算机控制氧化过程，以制备具有可重复制备结电流密度的结。最后，将约瑟夫森结连接至铌布线层；具体做法是在用于制造结的同一沉积腔中，通过电子束蒸发沉积铝补丁层，然后进行剥离。为确保各层之间形成超导接触，我们在沉积铝之前进行 30 秒的离子铣清洗（束流 = 300 V、加速器 = 950 V、灯丝 = 3.47 A）。

芯片完成切割后，被安装在由铝制成的样品盒中，并直接键合至非磁性微波SMA穿墙馈通，以实现线路连接，同时在芯片上的接地平面与盒体内侧之间增加额外的键合线。随后，将该铝盒置于另一个圆柱形铜盒内。接着，将一根铌管套在该圆柱体外，并通过覆盖其外部的铜管进行热化。随后，再将一根μ金属管套在该圆柱体外，并在其外部套上另一根铜管以实现热化。最后，将所有这些层结构封装在一个内衬黑色碳化泡沫的铜罐中。同轴电缆从圆柱体两端引出，并接入穿过铜罐的非磁性SMA馈通。整个屏蔽外壳安装在稀释制冷机的底部，并冷却至10毫开尔文。有关实验装置的更多细节，请参见补充材料第I节。

补充信息：采用参量微波控制 ZZ 耦合，实现超导量子比特之间快速、可调谐、高保真度的受控-Z 门控

实验装置

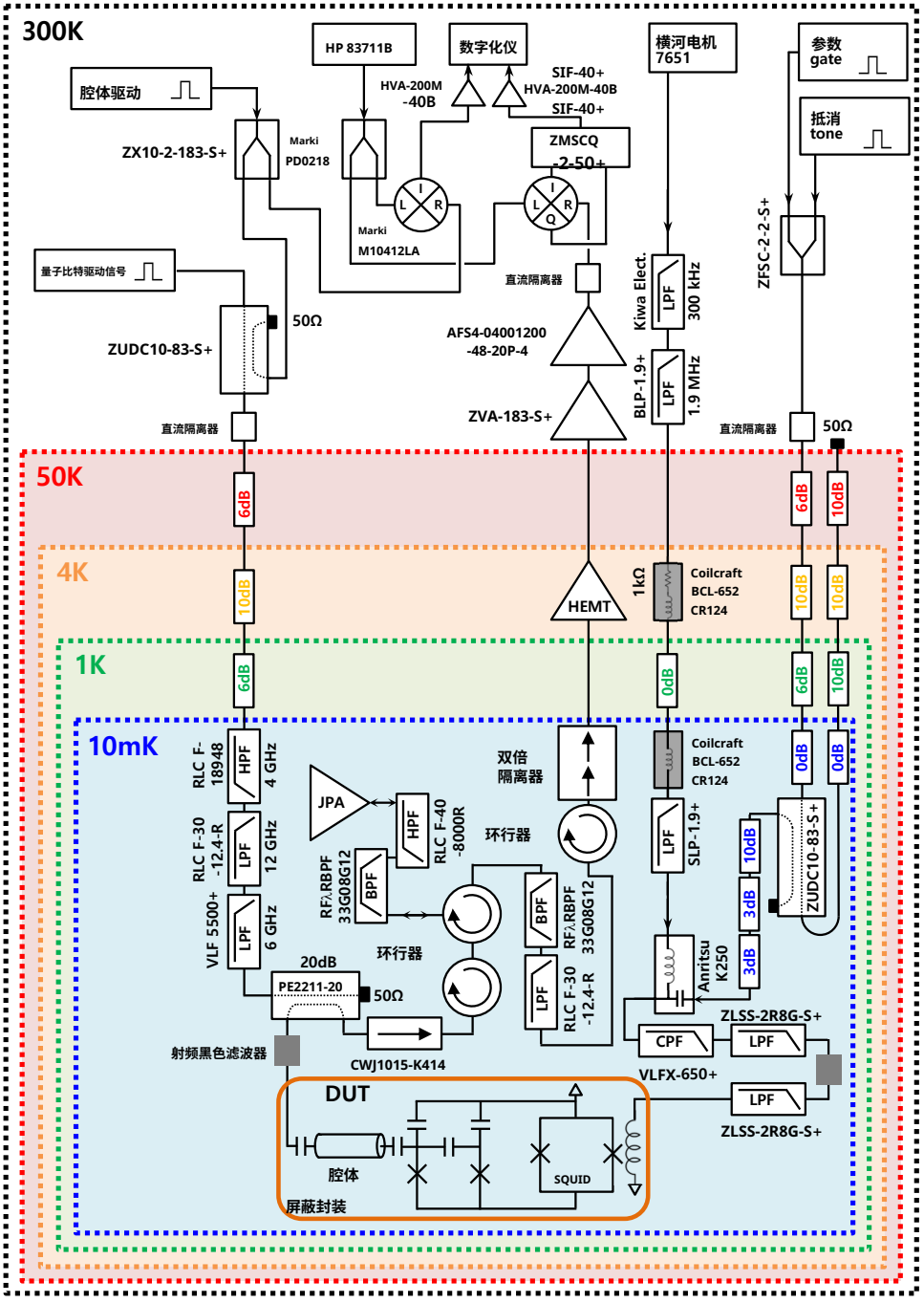

图 6. **实验装置示意图。**

仪器和低温装置的详细示意图见图 6。被测器件（DUT）通过两个 SMA 端口连接到实验装置：腔体端口用于施加腔体和量子比特驱动音调，磁通偏置端口则同时提供直流磁通偏置和射频磁通偏置，以添加参量驱动音调。所有控制和读出

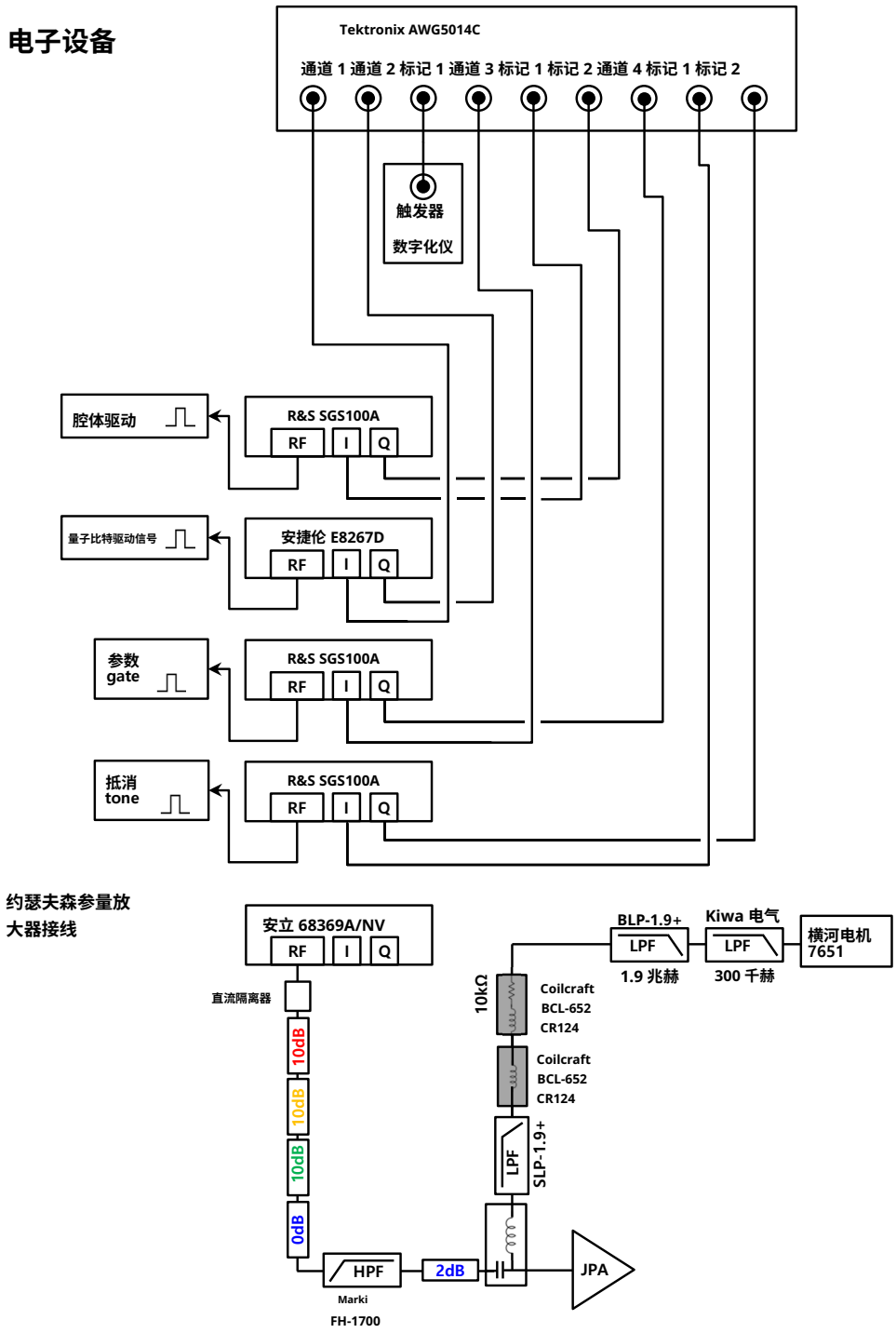

图 7. **接线图**。

微波音调分别在两个独立的同轴端口上以脉冲方式施加。腔体和量子比特驱动信号在室温下合并后送入腔体，而参数微波音调则经由偏置T型接头送至泵浦端口（另见图7）。这些独立的音调还需要进行脉冲时序校准，以便在时间上正确对齐。腔体脉冲由一个受主任意波形发生器（AWG）控制门控的微波源产生，如图7所示。腔体信号在传送至被测器件（DUT）的过程中经过衰减和滤波，随后通过毫开尔文级的低温环行器以及多个放大级（4开尔文下的高电子迁移率晶体管（HEMT）和后续的室温放大器）后被恢复。原始腔体音调以及来自腔体的响应信号，与一个失谐的本地振荡器混合

封装与屏蔽

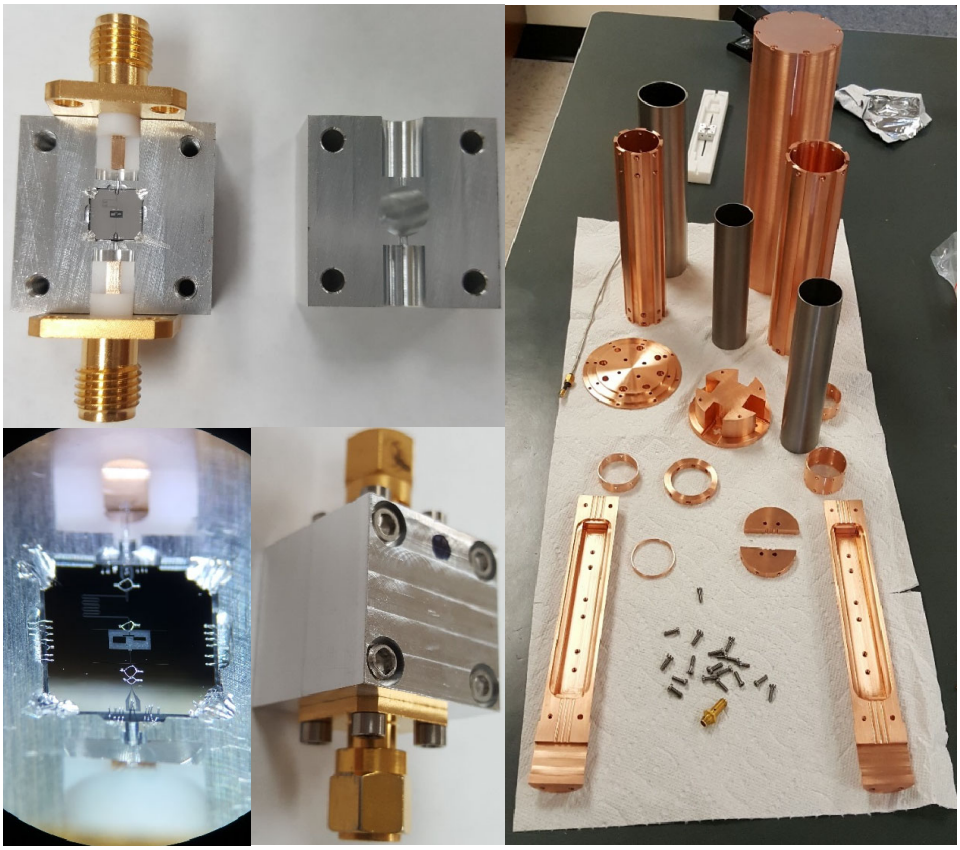

图 8. **封装与屏蔽**。

音调，从而使异频信号能够被放大（HVA-200M-40B前置放大器）并被数字化（Gage）以供分析。量子比特驱动音调由独立的合成射频源产生，并由主任意波形发生器（AWG）进行时间门控。直流磁通偏置由低噪声横河5760提供，并在传送至被测器件（DUT）的过程中通过多个滤波段，且在毫开尔文级经过安立K250偏置T型接头。射频磁通偏置音调的产生方式与量子比特脉冲类似，但频率较低。这些参数脉冲音调经过衰减，并在传送至被测器件（DUT）的过程中通过各自适用的滤波配置，同样经过安立偏置T型接头。射频磁通线路上的滤波器经过配置，可在约0至1吉赫兹之间形成通带，从而允许在量子比特与腔体之间的差频处进行参数调制，同时在其共振频率处将腔体与量子比特完全隔离。

我们的样品盒采用高纯度铝加工而成，结构类似三维腔体。芯片通过挤压到安装台阶中央圆柱形腔体角落中的铟固定；该腔体的最低基模频率接近 30 吉赫兹，如图 7 所示。芯片上连接偏置引线和腔体引线的键合线穿过小型圆柱形通道，直接连接到 SMA 接头，中间没有任何额外的电路板。随后，将这个盒子安装在一个圆柱形铜盒内，再依次用磁屏蔽层和铜管交替包覆，以增强热化效果，如图 8 和图 9 所示。第一层屏蔽管由纯铌制成，第二层则由 Cryoperm 制成。最外层的铜屏蔽罩内衬黑色碳化泡沫。整个组件安装在稀释制冷机的底部；其混合室屏蔽罩镀有锡，兼作额外的热屏蔽和磁屏蔽层。

量子比特整流与参数泵浦驱动的校准

正文中的图 2(c) 所示数据需要在扫描参数泵浦的频率 ω_p 时测量量子比特谱。在这些采用参量驱动进行的测量过程中，对于所有泵浦频率，保持恒定的泵浦振幅至关重要。本节将讨论一种系统的校准流程，以补偿泵浦线路中的驻波所导致的泵浦振幅随频率呈振荡变化的现象（见图11），并提取该。



图 9. **屏蔽组件的逐步组装**。

器件处的泵浦磁通调制幅度为 $\delta\phi_p$。原则上，泵浦校准可以在任意静态磁通偏置ϕ_s下进行，然而在 $\phi_s = 0$ 处进行此校准最为方便，此时量子比特频率的整流达到最大值，并且一阶参数相互作用受到抑制。

在存在参数泵浦时，跨导量子比特 $\omega_k(\phi_s)$ $(k \in \{L,R\})$ 在给定静态磁通偏置$\phi_s = \Phi_s/\Phi_0$ 下的共振频率，由于其磁通依赖性的任何曲率，会发生偏移或整流为新的平均值 $\omega_k(\phi_s)$。如果施加到 SQUID 回路的磁通经过调制，使得 $\phi(t) = \delta\phi_p\cos(\omega_p t) + \phi_s$，那么 $\omega_k(\phi(t))$ 可以在一个周期 $\tau_p = 2\pi/\omega_p$ 内取平均值

通过泰勒展开可得

$$\begin{aligned}\overline{\omega_k(\phi_s)} &= \frac{1}{\tau_p}\int_0^{\tau_p}\omega_k(\phi(t))dt \\ &= \frac{1}{\tau_p}\int_0^{\tau_p}[\omega_k(\phi_s)+\omega_k'(\phi_s)\delta\phi_p\cos(w_pt)+\frac{1}{2}\omega_k''(\phi_s)\delta\phi_p^2\cos^2(w_pt)+\cdots]dt \\ &= \omega_k(\phi_s)+\frac{1}{4}\omega_k''(\phi_s)\delta\phi_p^2+O(\delta\phi_p^4)\cdots\end{aligned} \tag{5}$$

其中 $\omega_k''(\phi_s) = d^2\omega_k/d\phi^2$，在 $\phi = \phi_s$ 处求值。从该表达式可以清楚看出，量子比特频率的整流频移$\delta\omega_k = \omega_k(\phi_s) - \omega_k(\phi_s) \approx \overline{\omega_k''(\phi_s)}\delta\phi_p^2/4$ 主要由 $\omega_k(\phi)$ 在 ϕ_s 处的二阶导数贡献，即量子比特随磁通调制的曲率贡献。我们可以利用（任一）量子比特频率 $\delta\omega_k$ 的整流效应，来量化 $\delta\phi_p$ 随泵浦所用微波信号发生器的振幅和频率设置的变化，

$$\delta\phi_p \approx 2\sqrt{\frac{\delta\omega_k(\phi_s)}{\omega_k''(\phi_s)}} \tag{6}$$

在图10中，以五种颜色标示的泵浦频率（540、600、704、750 和 800 兆赫）下，利用信号发生器泵浦驱动振幅对 R 跨导量子比特进行整流的一个清晰示例为 $\phi_s = 0$。图10(a)、(b)显示，R 跨导量子比特的共振频率与参数泵浦的振幅呈二次依赖关系，且依赖强度随泵浦频率而异。如图10(c)所示，利用从量子比特谱的磁通调制曲线拟合中得到的 $\delta\omega_R$ 和 $\omega_R''(0)$（见正文中的图1），我们可以使用公式（6）校准 $\delta\phi_p$ 随每个泵浦频率下泵浦振幅的变化。

为完成全面校准和补偿，我们在固定泵浦微波信号发生器振幅设置的情况下，将泵浦频率在 200 兆赫至 800 兆赫之间扫描，同时测量R 跨导量子比特的共振频率。我们选择在对称点 $\phi_s = 0$ 进行此项校准，在此处 $\omega_R'(0) = 0$（高阶奇数阶导数也为零），以抑制跨蒙特之间的强参量耦合；已知该耦合在一阶近似下与$\sqrt{\omega_R'(\phi)}$成正比（见下文）。因此，量子比特频率的任何偏移 $\delta\omega_R$ 都应主要由整流引起，并与 $\delta\phi_p^2$ 成正比（如图10所示）。为使器件的 SQUID 回路处在每个 ω_p下时的 $\delta\phi_p$ 保持恒定，微波信号发生器的振幅设置必须变化，以补偿整个泵浦线路的频率相关衰减。我们使用整个频率范围内、泵浦信号发生器振幅恒定时的量子比特整流数据（而非

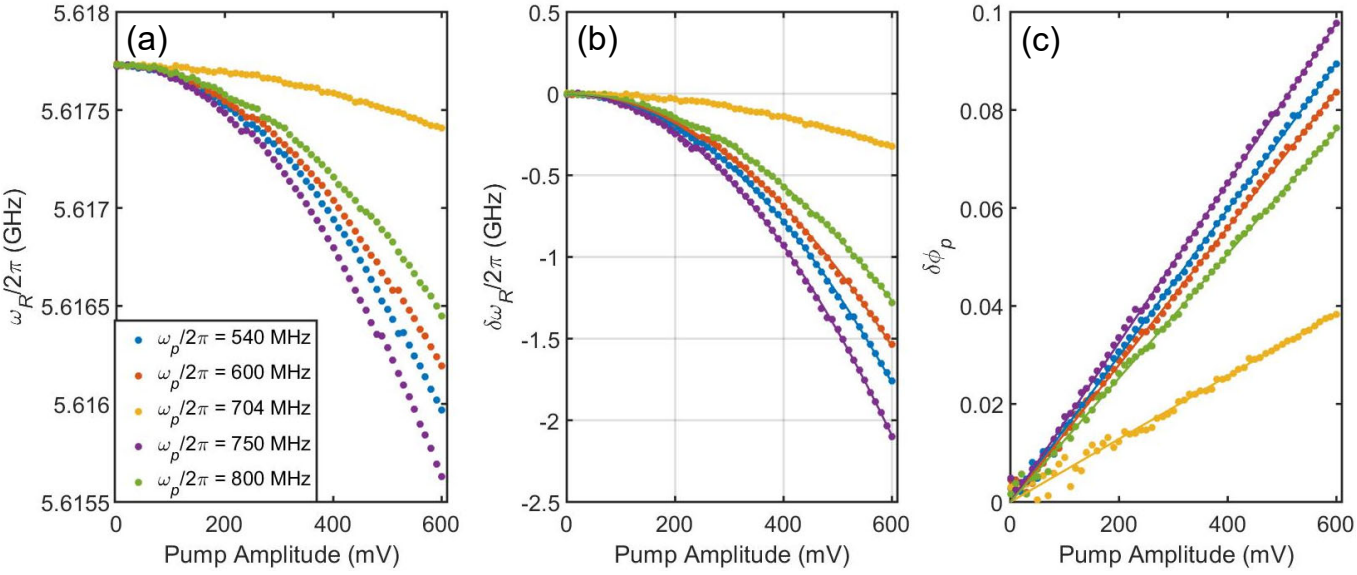

图10. **跨导量子比特的共振频率整流**。R **跨导量子比特**。(a) 展示 ω_R（R 跨导量子比特）随信号发生器泵浦振幅变化的整流示例，对应五个泵浦频率（i = 1、2、.....5，对应 $\omega_p/2\pi$ = 540、600、704、750 和 800 兆赫）。(b) 提取的 $\delta\omega_R$ 随信号发生器泵浦振幅的变化，涵盖五个泵浦频率。实线表示对数据进行二次拟合。(c) 每个泵浦频率下，校准后的 $\delta\phi_p$ 随泵浦振幅的变化。实线为数据的线性拟合，斜率为 S_i，截距为 0。

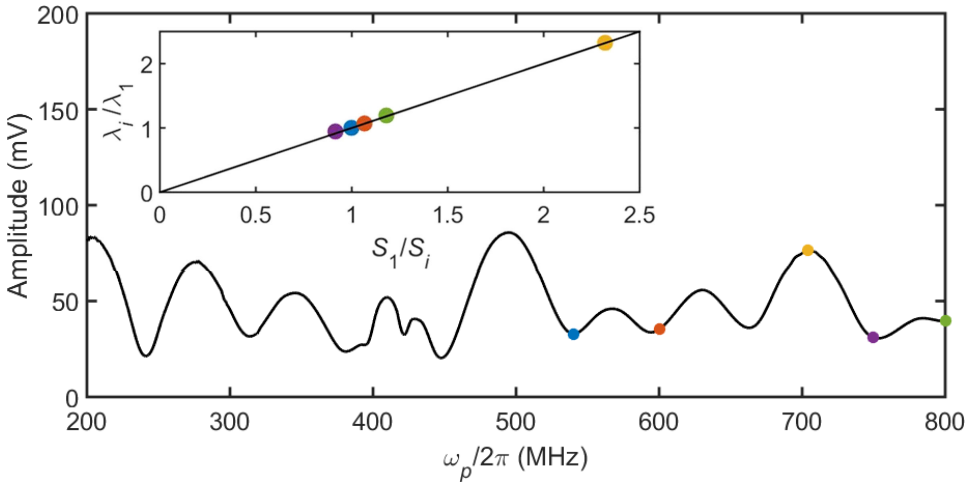

图11. **泵浦校准后，信号发生器振幅随频率的变化关系**。信号发生器的振幅通过将目标恒定振幅乘以校准因子 $\lambda(\omega_p)$ 得到。在每个 V 处，用对应的彩色点标出五个泵浦频率（同相分量 = 1、2、.....5，对应于 $\omega_p/2\pi$ = 540、600、704、750 800 10 $\lambda_{i\ n}$ 和兆赫），这些频率下的整流已在图中直接测量。插图显示了五个泵浦频率下， λ_i/λ_1 随归一化斜率的倒数 S_1/S_i 的变化关系。实线的斜率为 1，截距为 0。

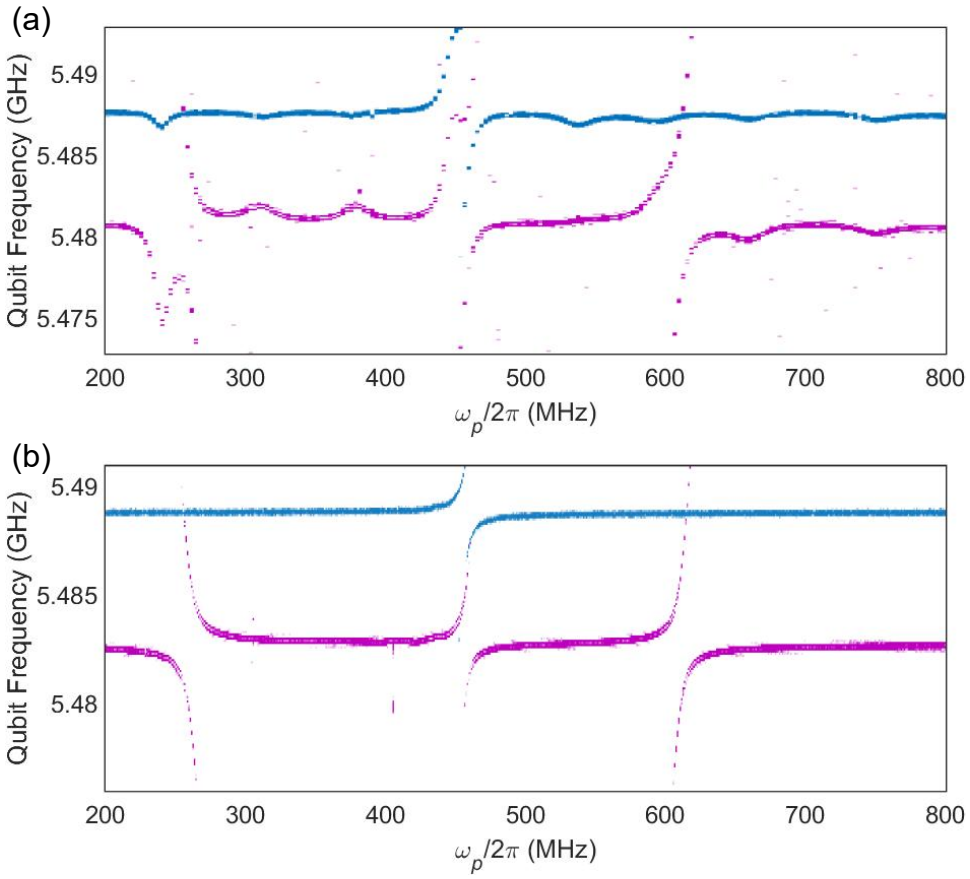

图12。**之前和之后的 af 泵浦校准器**。(a) 未补偿。(b) 补偿后（参见正文图 2(c)）

（如图所示）以计算乘法因子随泵浦频率的变化，

$$\lambda(\omega_p) = \frac{\lambda_0}{\sqrt{|\delta\omega_R(\omega_p)|}} \tag{7}$$

其中，归一化常数 λ_0 的选取使得在给定泵浦频率下 $\lambda = 1$ 。

图11展示了一个校准结果示例：在参数泵浦存在时测量R 跨导量子比特的谱，其中 $\phi_s = 0$ 为 0.386（如正文图 2(c) 和下方图12所示）。这里，我们将泵浦微波信号发生器的振幅设置调整为：将标称振幅$V_n = 33$毫伏乘以$\lambda(\omega_p)$。在图10中直接测量了整流的五个泵浦频率（$i = 1, 2, \ldots, 5$，对应 $\omega_p/2\pi = 540$、600、704、750 和 800 兆赫），这些频率以相应的彩色点标示在各个 $\lambda_i V_n$ 处。插图显示了五个泵浦频率下， λ_i/λ_1 随归一化斜率的倒数S_1/S_i的变化。实线的斜率为 1，截距为 0。这表明，λ 可给出任意 ω_p 下逆斜率 $1/S$ 的相对大小。因此，测量 $\lambda(\omega_p)$以及在一个泵浦频率下测得的一条整流曲线（见图10）后，我们便可求出任意$S(\omega_p)$，并校准任意 ω_p 下 $\delta\phi_p$ 的大小。

这套校准和补偿流程对于获取本文所呈现的数据至关重要。作为示例，图12展示了在对泵浦信号发生器振幅进行补偿调整（如图11所示）前后，R跨导量子比特谱随参数泵浦频率的变化情况。如图12(a)所示，未进行补偿时，随着泵浦频率变化会出现多重波动，使得难以清晰辨别由L 和R 跨导量子比特之间的参数模式耦合所导致的避免交叉。这再次表明，在扫描的频率范围内，参数泵浦的振幅并不均匀。图12(b)展示了与(a)中相同测量的结果，但已计入补偿数值因子 $\lambda(\omega_p)$。请注意，R 跨导量子比特的共振频率现在在这一泵浦频率范围内基本保持不变，这清楚地证明了对泵浦线路中驻波所导致的非期望频率依赖性进行了恰当补偿。此外，波动已经消失，在均匀背景之上留下了参数生成的避免交叉的清晰特征。为了在频域和时域中清晰测量泵浦失谐下的双量子比特参数相互作用，需要确保所有泵浦频率下的泵浦振幅保持恒定，从而消除这些伪影。

基本电路模型

我们可以用以下公式近似每个跨导量子比特的频率：

$$\omega_k \approx \frac{1}{\sqrt{(\mathcal{L}_k + L_s)C_k}} - E_{ck}/\hbar, \tag{8}$$

其中，C_k 表示每个跨导量子比特的总电容（包括任何额外的互电容），对于$k \in \{L,R\}$，而$E_{ck} = (2\pi\hbar/\Phi_o)^2/(8C_k)$是每个跨导量子比特的充电能。在零磁通下，SQUID 电感约占跨导量子比特总电感的 4%，因此我们可以完全忽略 SQUID 的贡献，并根据跨导量子比特的跃迁频率和非谐性测量结果，提取跨单比特结电感 $\mathcal{L}_k$ 和电容。这里有：

$$\mathcal{L}_k = \frac{1}{C_k}\frac{1}{(\omega_k + E_{ck}/\hbar)^2} \tag{9}$$

$$C_q = \frac{(2\pi\hbar/\Phi_o)^2}{8E_{ck}} \tag{10}$$

每个跨导量子比特的 $\mathcal{L}_k$ 均采用标称临界电流相同的约瑟夫森结制成。SQUID 电感器由环路中的两个标称相同的 SQUID结构成，每个结的临界电流均为主跨单比特结的 η_s倍。正如下一节中更详细的模型所示，拟合结果为 $\eta_s = 16.3$，接近设计图中 SQUID 结与跨单比特结面积比的标称值 15.2。

由于跨导量子比特近似为线性振荡器，我们可以使用线性耦合振荡器的简单模型。通常，两个跨导量子比特共用 dc-SQUID 电感，因此电流会在两者之间分配，从而产生强度为g_L的电感耦合。此外，两个跨导量子比特的大电容彼此相距较近，因此会产生强度为g_C的电容耦合。这些耦合强度大致为，

$$g_L = \frac{1}{2}\frac{L_s}{\sqrt{(\mathcal{L}_L + L_s)(\mathcal{L}_R + L_s)}}\sqrt{\omega_L\omega_R} \tag{11}$$

$$g_C = \frac{1}{2}\frac{C_{LR}}{\sqrt{(C_L + C_{LR})(C_R + C_{LR})}}\sqrt{\omega_L\omega_R} \tag{12}$$

其中L_s 和 ω_k 取决于磁通。总静态耦合为电感贡献与电容贡献之差，$g_s = g_L - g_C$。如正文所述，在特定磁通下，存在一个 SQUID 电感L_s，此时$g_L = g_C$ 且$g_s = 0$。

根据这些关系，我们可以首先通过计算 g_s 对 ϕ的导数，来研究每个磁通偏置下参量耦合的相对强度[24, 57]；该导数同时包含电感贡献和电容贡献，

$$\frac{\partial g_s}{\partial \phi} = \tag{13}$$

$$= \left[\frac{1}{L_s}\frac{\partial L_s}{\partial \phi} + \frac{3}{2}\frac{1}{\omega_L}\frac{\partial \omega_L}{\partial \phi} + \frac{3}{2}\frac{1}{\omega_R}\frac{\partial \omega_R}{\partial \phi}\right] g_L - \left[\frac{1}{2}\frac{1}{\omega_L}\frac{\partial \omega_L}{\partial \phi} + \frac{1}{2}\frac{1}{\omega_R}\frac{\partial \omega_R}{\partial \phi}\right] g_C$$

$$\approx \left[\frac{1}{L_s}\frac{\partial L_s}{\partial \phi}\right] g_L \tag{14}$$

因为 $(1/\omega_k)(\partial\omega_k/\partial\phi) \ll (1/L_s)(\partial L_s/\partial\phi)$，因此，

$$\frac{\partial g_s}{\partial \phi} \approx \frac{1}{2}\frac{\partial L_s}{\partial \phi}\frac{1}{\sqrt{(\mathcal{L}_L + L_s)(\mathcal{L}_R + L_s)}}\sqrt{\omega_L \omega_R} \tag{15}$$

并且根据上面的公式 (8)，对于 $k \in \{L,R\}$，我们知道 $\partial\omega_k/\partial\phi \approx -(\omega_k/2)(\partial L_s/\partial\phi)/(\mathcal{L}_k + L_s)$，从而得到，

$$\left|\frac{\partial g_s}{\partial \phi}\right| \approx \sqrt{\left|\frac{\partial \omega_L}{\partial \phi}\right|\left|\frac{\partial \omega_R}{\partial \phi}\right|} \tag{16}$$

随后，可以由[24]估算参量耦合强度

$$g_p = \frac{1}{2}\left|\frac{\partial g_s}{\partial \phi}\right|\delta\phi_p \approx \frac{1}{2}\sqrt{\left|\frac{\partial \omega_L}{\partial \phi}\right|\left|\frac{\partial \omega_R}{\partial \phi}\right|}\delta\phi_p \tag{17}$$

这表明，参量耦合强度与两个量子比特随磁通变化的频率调制幅度直接相关。在考虑到量子比特的相位相干性与上述参量耦合强度表达式中的相同因素成反比时，这一点十分重要。因此，在通过较小的磁通调制实现较大的参量耦合强度，与在 SQUID耦合器存在磁通噪声时保持较高的相位相干性之间，需要进行权衡 –，参见下面的章节。

完整电路模型和参数的确定

主要电路参数是在不存在共面波导读出谐振腔的情况下，根据图 1(b) 所示的集总电路模型确定的；不过，跨蒙特及其互电容耦合所产生的不可避免的电容负载除外。这些影响均被并入最终电路模型所用的其余电容参数值中。这里，共面波导腔耦合电容（C_{CL} 和C_{CR}）被明确计入两个相应的跨蒙并联电容（C_L 和C_R）中。为了更准确地拟合量子比特跃迁频率，必须考虑连接每个跨蒙特的约瑟夫森结与近似矩形电容器电极的 8 μm 宽导线所产生的额外几何电感。图 13 展示了更详细的集总电路原理图。

在该模型中，尽管图 13 未明确显示，但根据相对面积，最初假设量子比特结的约瑟夫森结电容为 1 fF，SQUID结的约瑟夫森结电容为 18 fF。它们的精确值并不会显著影响拟合；相反，这些值被设定为合理数值并纳入电路模型，而这对于在电荷基中处理这些结是必要的。其余电容值则根据器件布局确定。利用 Ansys Q3D Extractor，我们可以从设计布局的 GDS 文件中提取金属布线层的系统电容矩阵，但需要引入一个蓝宝石相对介电常数的缩放因子。这限制了电路模型中的自由参数数量，并使所得电路值与设计的几何比例保持一致。因此，所有电容都随这一单一因子缩放，该因子对应于 Q3D 仿真中所采用的蓝宝石衬底相对介电常数。虽然 Ansys HFSS 可以考虑反映蓝宝石特性的各向异性相对介电常数，但 Ansys Q3D 只允许使用简单的各向同性介电常数。对于微带线或共面波导结构，解析推导表明，可以将平行分量和垂直分量的几何平均值作为有效各向同性值。尽管供应源材料的厂商提供了蓝宝石相对介电常数的室温值，但当前文献中关于低温值的报道十分有限。实际值还可能因蓝宝石生长机制、晶圆

切割和表面抛光技术的差异而产生偏差。为了拟合实验数据，我们需要确定电容缩放因子以及以下电感：L 和R 跨导量子比特结、具有势能不对称性的 SQUID结，以及几何电感。几何电感之间保持与其不同长度相对应的可比比例。

图 13 所示的集总电路模型使用自定义电路类在 scQubits 中实现。[47, 48] 为了在具有指数级大的计算希尔伯特空间中，于合理时间内对系统进行对角化，采用了分层对角化。[58]该方法包括先进行基变换，然后确定电路中的子系统。这些子系统对应于 SQUID耦合器以及不含 SQUID 电感的两个跨蒙特。由此可得到在每个外部磁通偏置 ϕ下计算得到的电路本征能量。能级可按能量递增顺序标识为：E_{gg}、E_{eg}、E_{ge}、E_{fg}、E_{ee}、E_{gf}。由此可以计算量子比特频率 ω_k、非谐性 α_k以及ZZ耦合 ζ_s：

$$\hbar\omega_L = E_{eg} - E_{gg} \tag{18}$$
$$\hbar\omega_R = E_{ge} - E_{gg} \tag{19}$$
$$\hbar\alpha_L = (E_{fg} - E_{eg}) - (E_{eg} - E_{gg}) \tag{20}$$
$$\hbar\alpha_R = (E_{gf} - E_{ge}) - (E_{ge} - E_{gg}) \tag{21}$$
$$\hbar\zeta_s = (E_{ee} - E_{ge}) - (E_{eg} - E_{gg}) \tag{22}$$

提取出的电路参数通过拟合模拟得到的量子比特频率、非谐性以及静态ZZ耦合与实验测量数据来确定。拟合结果展示于正文的图 1(d)、图 1(e) 和图 2(b) 中。我们的拟合结果对应的蓝宝石几何平均相对介电常数为 $\epsilon_r = 11.49$。此外，SQUID 耦合器模态的裸共振频率也可以计算得到（未显示），在整个外部磁通 ϕ 范围内，其频率约从 50 吉赫兹调谐至 20 吉赫兹。这些数值远高于所关注的任何量子比特跃迁频率，因此可以完全忽略这些模态。这是我们的电路设计策略的另一项优势。

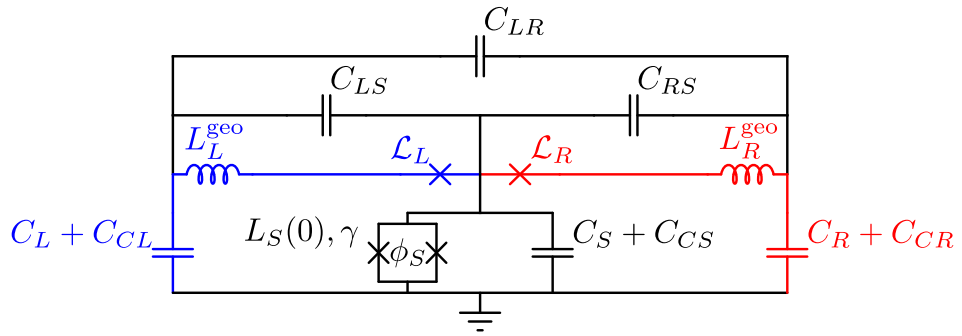

图 13。**用于参数提取的集总电路模型**。图 1(b)（见正文）所示电路示意图的扩展版本，其中加入了寄生几何电感 $L^{\text{geo}}{}_L$ 和$L^{\text{geo}}{}_R$。最终拟合得到的电路元件参数列于表 I。

参数。	数值	单位	参数。	数值	单位
$\mathcal{L}_L$	7.37	nH	$\mathcal{L}_R$	7.64	nH
L_L^{geo}	0.16	nH	L_R^{geo}	0.22	nH
C_L	83.48	fF	C_R	65.15	fF
C_{Lj}	1.12	fF	C_{Rj}	1.12	fF
$L_S(0)$	0.23	nH	γ	0.75	
C_S	4.30	fF	C_{CS}	0.14	fF
C_{CL}	18.34	fF	C_{CR}	12.44	fF
C_{LS}	1.68	fF	C_{RS}	1.55	fF
$C_{S\,j1}$	23.04	fF	$C_{S\,j2}$	17.28	fF
C_{LR}	7.34	fF			

表 I。**拟合的电路参数值**。

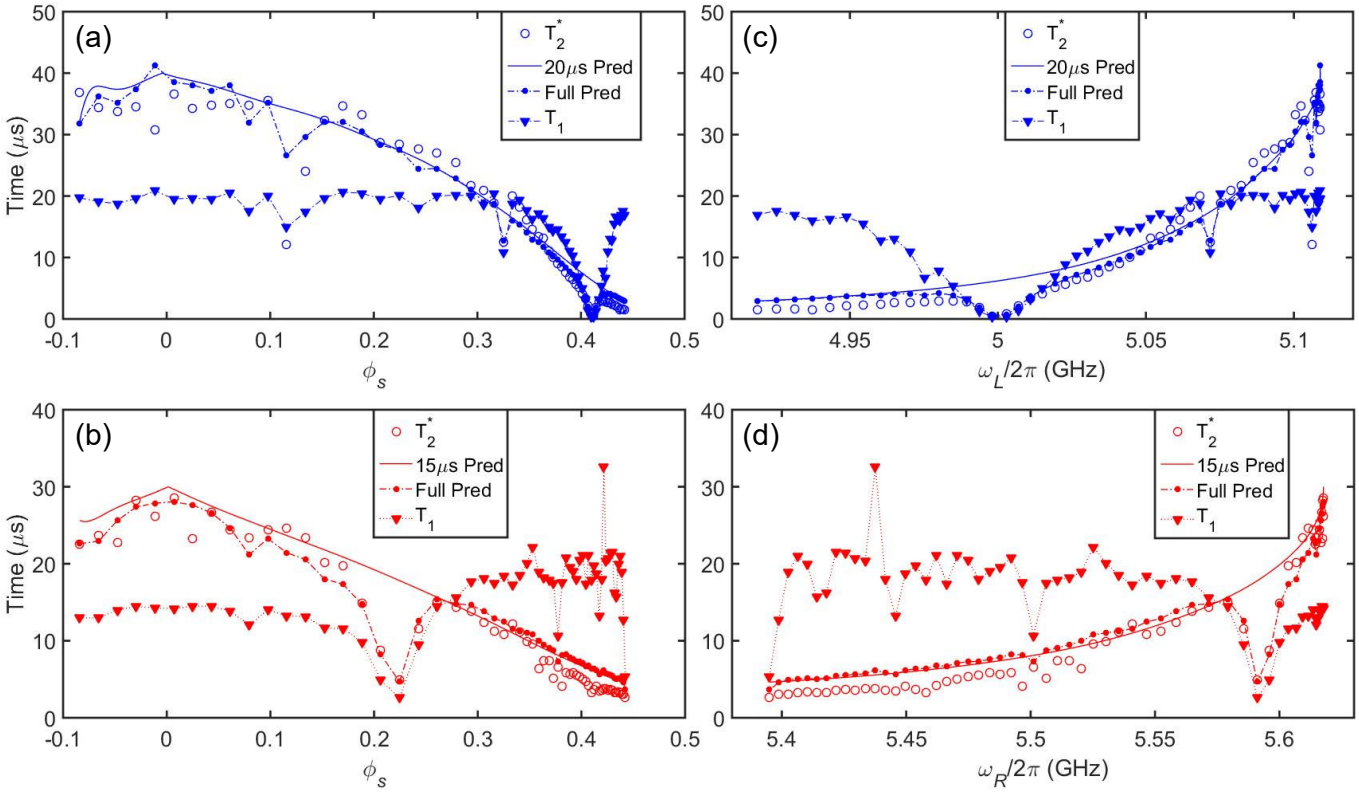

图 14. **器件相干性**。量子比特L 的相干性随偏置磁通 (a) 和量子比特频率 (c) 的变化。量子比特R 的相干性随偏置磁通 (b) 和量子比特频率 (d) 的变化。实线和点划线分别表示采用平均T_1 数据和完整T_1 数据集时，磁通噪声导致退相干的预测结果，其中 $\sqrt{A_\Phi} = 4.1\ \mu\Phi_o$。注意，每个量子比特都有一个“死区”，在此区域内整体相干性显著降低。以量子比特频率为横轴绘图时，这些区域看起来像是单模珀塞尔效应，其对应的模式频率分别为 5 吉赫兹和 5.59 吉赫兹，对应量子比特L 和R。

样品相干性

相干性随磁通和频率的变化

我们测量了样品的相干性随静态磁通偏置 ϕ_s 的变化。这包括测量每个量子比特的能量弛豫T_1 和拉姆齐退相干时间T_2^*。用于产生快速参数门的主器件数据如图 14 所示。量子比特的相干性可以表示为磁通偏置的函数，如图 14(a)、(b)（L、R）所示；也可以表示为量子比特频率的函数，如图 14(c)、(d)（L、R）所示。请注意，每个量子比特都有一个“死区”，其中总体相干性显著降低。当以量子比特频率为横坐标绘制时，对于L 和R 跨蒙特，这些区域分别表现为来自 5 吉赫兹和 5.59 吉赫兹模态的单模珀塞尔效应。这些模态*not* 表明存在双能级系统缺陷，因为它们在多次升至室温的温度循环后仍然存在；不过，它们确实会移动，有时还会消失并重新出现。它们与封装*not* 一致；该封装（如图 8 所示）将芯片置于圆柱形腔体内，其最低基模频率为 ~ 36 吉赫兹。不用说，这些模态仍在研究之中。请注意，在 $\phi_s = 0$ 以及最高量子比特频率处，两个量子比特都表现出拉姆齐相干时间$T_2^* \approx 2T_1$, ，此时它们对磁通偏置噪声在一阶上不敏感。如下文所述，实线和点划线分别表示考虑磁通噪声退相干、使用平均T_1 数据集或完整T_1 数据集，并取$\sqrt{A_\Phi} = 4.1\ \mu\Phi_o$ 的预测结果。

—

相干性、磁通灵敏度与电路设计

我们的设计策略在强且可调的参数相互作用与对偏置磁通噪声导致的量子比特退相干的显著防护之间取得平衡。本讨论的大部分内容沿用了 T. Noh 等人[18] 的补充材料中的讨论。在我们的设计中，我们依靠仅由弱可调性提供的特性，降低抵消磁通 ϕ_c 处量子比特频率随磁通变化的斜率。

通过共享SQUID耦合器，从而也降低了 $\partial g_s/\partial \phi$ 。然而，参数耦合强度还取决于参量泵浦振幅 $\delta\phi_p$的大小。这意味着，可以通过强驱动来补偿较小的斜率（降低磁通噪声引起的退相干率），从而获得相当大的参数耦合强度。我们只需要约100 MHz的调制幅度，即可实现约100 MHz的耦合。作为一项优势，我们的电路设计策略对...的敏感性要弱得多。

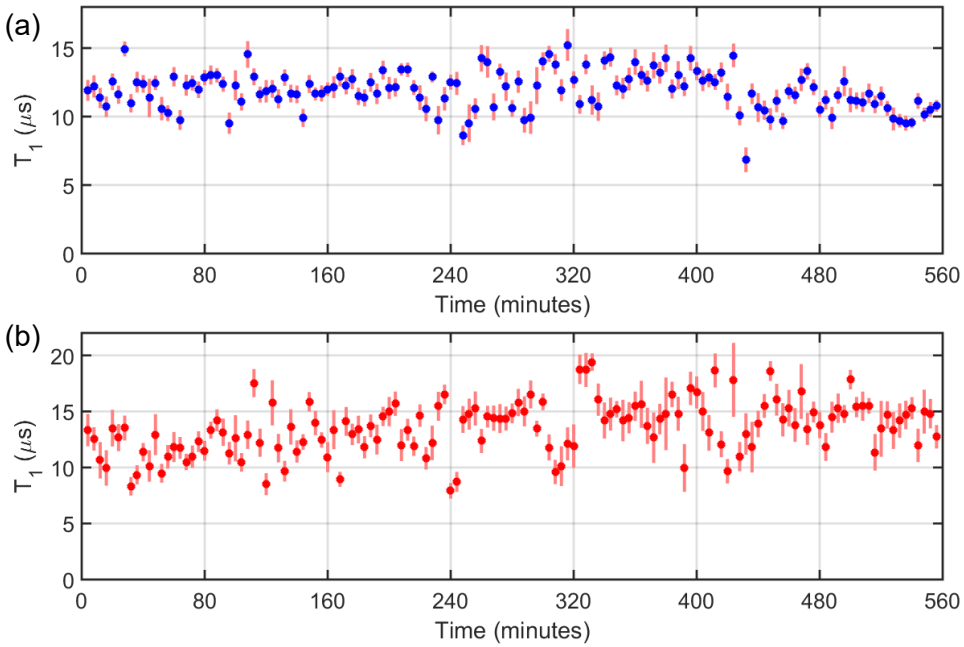

图15. **重复测量弛豫时间**。(a) T_1 随重复时间的变化，测量对象为L 量子比特。(b) T_1 随重复时间的变化，测量对象为R 量子比特。这些数据分别在不同时间针对每个量子比特的完整时间尺度采集，并非交错采集。数据来自一款设计类似的双量子比特器件，但该器件采用硅衬底，并由全铝制跨蒙特量子比特制成。

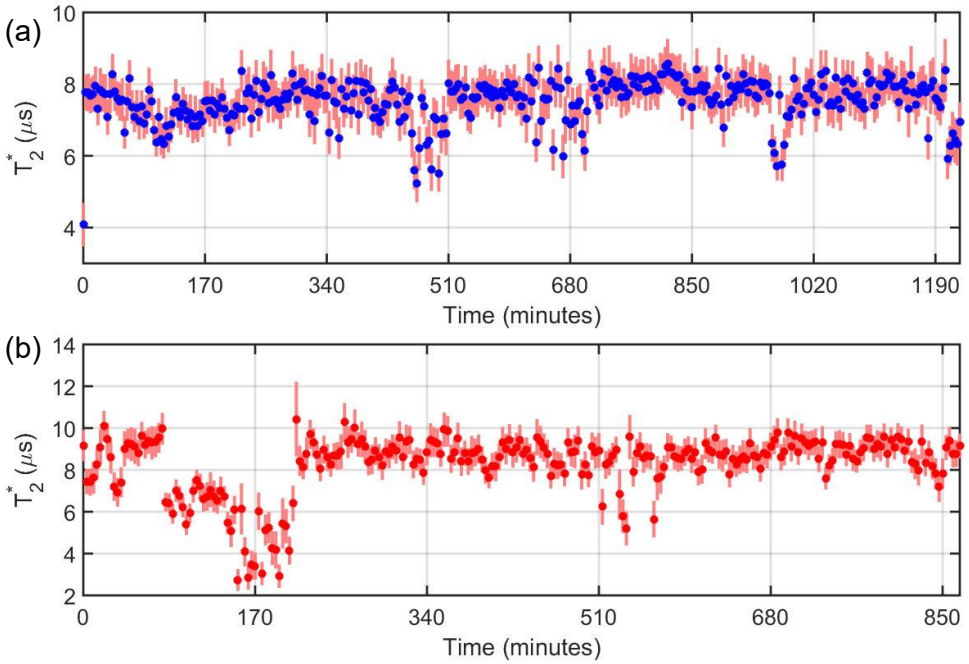

图16. **重复测量拉姆齐退相干时间**。(a) T_2^*随重复时间的变化，测量对象为L量子比特。(b) T_2^*随重复时间的变化，测量对象为R量子比特。这些数据分别在不同时间针对每个量子比特的完整时间尺度采集，并非交错采集。数据来自一款设计类似的双量子比特器件，但该器件采用硅衬底，并由全铝制跨蒙特量子比特制成。

与基于双结 SQUID 的完全可调跨导量子比特相比，其磁通噪声更低，使我们能够在大部分磁通量子范围内最大限度地减少退相干。

在 M. D. Hutchings 等人[44], 的研究中，他们描述了如何在磁通可调性（这是克服制造离散性导致的临界电流偏差问题的理想特性）与保持量子比特相位相干性之间优化平衡。在该工作中，他们展示了不对称比为 15:1（左侧和右侧 SQUID 结临界电流之比）的跨蒙特，在磁通灵敏度（$|d\omega_q/d\Phi|/2\pi$）小于 1 吉赫兹/Φ_o 且磁通噪声约为 1.3 $\mu\Phi_o/\sqrt{\text{赫兹}}$时，并未表现出显著的额外退相干。遵循他们的技术，我们可以通过已测得的量子比特频率随磁通的变化，计算出我们设计的磁通灵敏度。在抵消磁通 ϕ_c 处，两个量子比特具有几乎相同的斜率，约为 1.5 吉赫兹/Φ_o 和≲ 12 吉赫兹/Φ_o，我们在此处运行双量子比特门。这些数值与 M.D. Hutchings 等人[44] 发现的水平相当，并且还可以进一步降低，正如 T. Noh 等人[18]所发现的那样。

我们按照 M. D. Hutchings 等人的方法表征磁通噪声[44], ，其中 $\Gamma_\phi = \Delta\phi|\partial\omega_k/\partial\phi|$ （k ∈{L，R}）表示由低频磁通噪声引起的退相干率，其功率谱为 1/f，$S_\Phi(f) = A_\Phi/|f|$，且 $\Delta\phi = \sqrt{A_\Phi}|\ln(\omega_{IR}\tau)|/\Phi_o$，其中 $\omega_{IR}/2\pi = 1$ Hz 为红外截止频率，$\tau = 10$ 微秒，与 $1/\Gamma_\phi$相当。图 14 中的曲线由 $1/T_2^* = 1/(2T_1) + \Gamma_\phi + \Gamma_{bg}$给出，其中我们使用测得的 T_1, $\omega_k(\phi)$ 随磁通变化的平均值，在量子比特的频率范围内计算 $|\partial\omega_k/\partial\phi|$，而 $\Delta\phi$ 是对 T_2^* 数据进行拟合得到的最佳值。这里，当$|\partial\omega_k/\partial\phi| = 0$ 时，$\Gamma_{bg} = 1/T_2^* - 1/(2T_1)$，而当 $\Gamma_\phi = 0$时则表示背景退相干。在我们的实验中，两个跨蒙特的 $1/\Gamma_{bg} > 500$均为微秒，因为在量子比特频率达到最大值时，$T_2^* \approx 2T_1$。根据拟合结果，我们得到一个值 $\sqrt{A_\Phi} = 4.1$ $\mu\Phi_o$，略高于其他实验中更常见的 1 – 3 $\mu\Phi_o$ [44]。未来，通过采用更优质的材料、更洁净的制造工艺，以及改进滤波、屏蔽和封装，减少磁通噪声和入射到样品上的红外辐射，可显著提高最大 T_1 和 T_2^* 值。

随时间变化的相干性

接下来，我们通过长时间重复测量，如图15和图16所示，绘制两个量子比特的相干时间随时间的变化情况。在这里，我们专注于每次单独测量一个量子比特的一个量，持续数分钟，然后再转向另一个量。结果显示，这些量会随时间波动，有时在相对较短的时间内发生显著变化或跳变。这些数据来自一个类似的双量子比特设计，但其采用高纯硅衬底和全铝布线。我们发现，其相干时间与我们蓝宝石上的铌样品相当。

最后，我们在图 17 和图 18 中绘出了所用铌布线器件上两个量子比特随时间变化的重复交错相干时间测量结果。

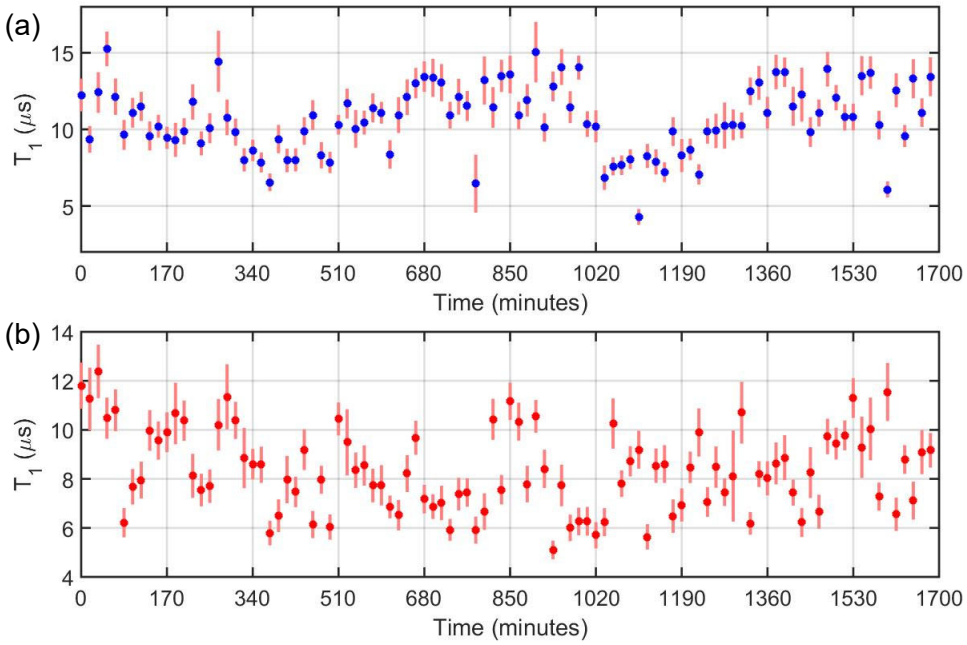

图 17。**随时间交错重复测量弛豫**。(a) T_1 作为重复时间的函数，对L 量子比特进行测量。(b) T_1 作为重复时间的函数，对R 量子比特进行测量。这些数据来自采用铌布线和铝约瑟夫森结制造的主双量子比特器件，具体描述见正文的方法部分。

该器件用于快速参数门控。这些数据是在执行门控所用的工作磁通附近采集的，并不代表我们在此磁通位置或每次降温过程中测得的最佳相干时间；采集这些数据时，我们也尚未进行最终的量子门测量。在这里，我们重点交错测量每个量子比特的各项参数，以寻找两个量子比特之间相干性涨落的相关性。对于这些数据，我们先测量T_1和T_2^*，再对L量子比特进行同样的测量，然后对R量子比特进行同样的测量，并随时间重复这一过程约 28小时。尽管我们观察到随时间发生的涨落，但两个量子比特之间没有明显的相关性。

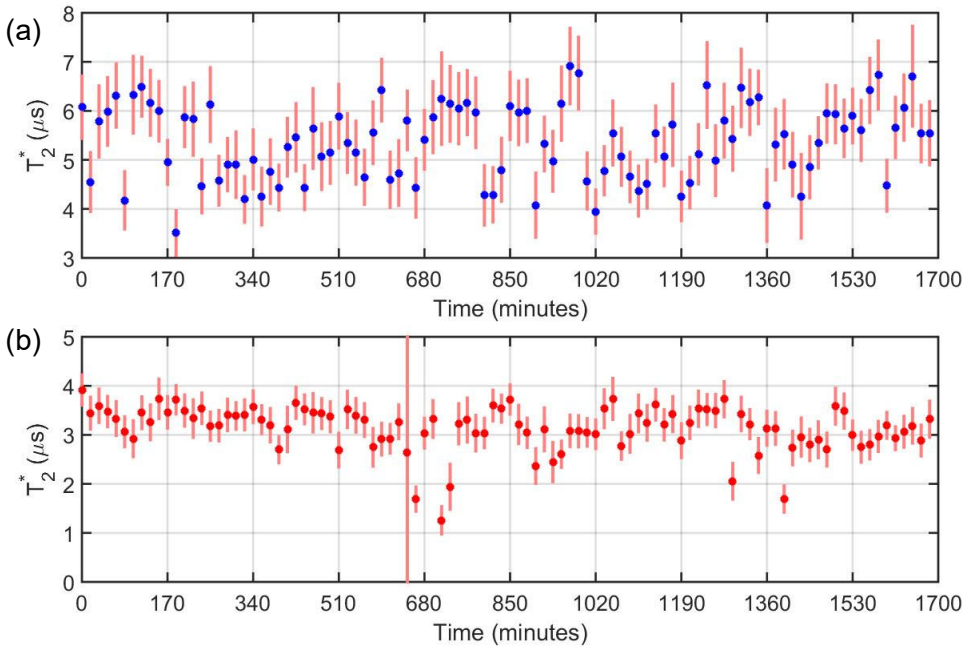

图 18. **随时间重复交错测量拉姆齐退相干**。(a) T_2^*随重复时间变化的情况，针对L量子比特。(b) T_2^*随重复时间变化的情况，针对R量子比特。该数据来自采用铌布线和铝约瑟夫森结制成的主双量子比特器件，具体说明见正文的方法部分。

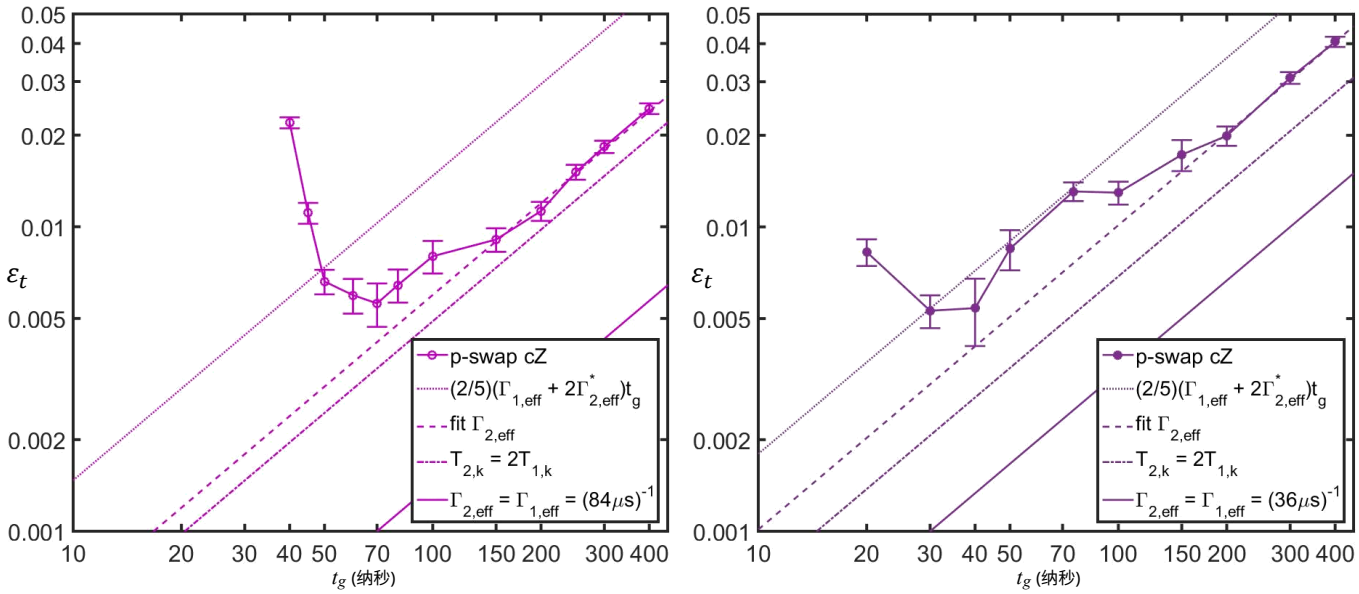

图19. **门保真度的相干性极限**。每个量子门的总误差 ε_t 随门持续时间t_g 变化，适用于：(a) p-SWAP cZ 门，或 (b) 不含 p-SWAP 的 cZ 门。

门保真度的相干性极限

为了根据正文中各个量子比特的相干性计算门保真度的极限，我们使用 T_1（能量衰减）数值，得到 $\Gamma_{1,\mathrm{eff}} = (1/2)(1/T1,_L + 1/T1,_R)$；并使用 T_2^*（拉姆齐衰减）数值，估算 $\Gamma_{2,\mathrm{eff}}^* = (1/2)(1/T_{2,\mathrm{L}}^* + 1/T_{2,\mathrm{R}}^*)$。在进行随机基准测试（RB）之前，我们测量了 T_1 和 T_2^*。对于采用平台脉冲的 p-SWAP cZ 数据，我们测得 $T1,_L = 13.93$ 微秒和 $T1,_R = 19.78$ 微秒，以及 $T_{2,\mathrm{L}}^* = 7.75$ 微秒和 $T_{2,R}^* = 5.64$ 微秒。因此，得到 $1/\Gamma_{1,\mathrm{eff}} = 16.35$ 微秒和 $1/\Gamma_{2,\mathrm{eff}}^* = 6.53$ 微秒。对于在另一次降温过程中获得的无p-SWAP的cZ数据，测得的数值略低，$T1,_L = 10.82$ 微秒和 $T1,_R = 12.56$ 微秒，以及 $T_{2,L}^* = 6.45$ 微秒和 $T_{2,R}^* = 4.81$ 微秒。因此，得到 $1/\Gamma_{1,\mathrm{eff}} = 11.63$ 微秒和 $1/\Gamma_{2,\mathrm{eff}}^* = 5.51$ 微秒。如果我们直接绘制根据这些数值的拉姆齐数据推导出的 $\varepsilon^* \,\mathrm{dec} = (2/5)(\Gamma_{1,\mathrm{eff}} + 2\Gamma_{2,\mathrm{eff}}^*)t_g$，会发现误差远大于实测值，如图19中的点线所示。使用拉姆齐测量结果会高估每门错误率。这似乎合乎情理，因为随机基准测试往往具有天然的回波效应，能够降低低频噪声，这也是我们需要与量子比特相位相干性相关的 T_2 数值的原因。假设 $\Gamma_{1,\mathrm{eff}}$ 是准确的有效平均值，并回顾上文所述的 T_1 数值会随时间变化，那么我们可以估算相位相干性达到最大值时的最佳性能，即 $k \in L, R$ 时的 $T2,_k = 2T1,_k$。由此得到 $\varepsilon^{\min} \,\mathrm{dec} = (4/5)\Gamma_{1,\mathrm{eff}}t_g$，其表现优于实测数据，如图19中的点划线所示。为了找到能够解释数据的有效相位相干性衰减率 $\Gamma_{2,\mathrm{eff}}$，我们将其选作 $t_g \geq 200$ 纳秒数据的拟合参数。结果以虚线形式绘于图19和正文的图 5(a)中。拟合得到，p-SWAP cZ 数据的 $T2,_{\mathrm{eff}} = 1/\Gamma_{2,\mathrm{eff}} = 22.7$ 微秒或 $T2,_{\mathrm{eff}}/T1,_{\mathrm{eff}} \approx 1.4$；无p-SWAP的cZ数据的 $T2,_{\mathrm{eff}} = 1/\Gamma_{2,\mathrm{eff}} = 12.0$ 微秒或 $T2,_{\mathrm{eff}}/T1,_{\mathrm{eff}} \approx 1.0$。这些有效数值非常合理，在数据采集的数小时内均适用。如果我们继续预期跨导型量子比特具有适度的相干性，即 $T2,_{\mathrm{eff}} = T1,_{\mathrm{eff}}$ 或 $\Gamma_{2,\mathrm{eff}} = \Gamma_{1,\mathrm{eff}}$，那么 $\varepsilon^{2=1} \,\mathrm{dec} = (6/5)\Gamma_{1,\mathrm{eff}}t_g$。接下来我们可以问：当 p-SWAP cZ 的 $t_g = 70$ 纳秒，或无参数化 SWAP 的 cZ 门的 $t_g = 30$ 纳秒时，$T1,_{\mathrm{eff}}$ 需要达到什么数值，才能将门保真度限制在 99.9%？结果表明，p-SWAP cZ 只要求 $T1,_{\mathrm{eff}} = 84$ 微秒，而无p-SWAP的cZ门只要求 $T1,_{\mathrm{eff}} = 36$微秒。图19中的实线展示了这些结果。这比该样品的相干性至少提高了两倍。已有文献报道相干性超过 100 微秒，这应当能够实现快速参数门，并达到超过 99.9% 的门保真度。这是我们未来器件的目标。

双能级系统缺陷导致的相干性降低

量子比特样品面临的一大难题是双能级系统（TLS）缺陷。虽然在某次冷却过程中，量子比特的谱在整个磁通量子范围内看起来可能都很干净，但我们曾遇到 TLS 突然出现的情况。通常，如果实验室因各种原因（而且往往毫无缘由！）断电，导致器件升温至 100 K 以上，我们就有可能发现一个 TLS 正在等着我们。通常，我们不会在两个量子比特的谱中看到强共振双能级系统。少数情况下，它们可能会使其中一个量子比特的频率出现电报式涨落。更常见的是，我们只会看到相干性下降或比平时波动更大。双量子比特门的稳定性（正文图 5(d) 所示）很可能会受到这类涨落的影响。我们还需要进一步开展工作，仔细表征并量化这些效应。

我们系统中最突出的双能级系统缺陷示例见图20和图21。在图20(a)中，我们清楚地看到*L* 跨导量子比特的谱中出现了模式分裂，这表明存在一个强耦合双能级系统。此处的耦合强度约为 10 兆赫 –相当显著！在这种情况下，我们测量并调试双量子比特参数门时，突然发现门保真度大幅下降。经进一步检查，显然*L* 量子比特的相干性显著降低了。测量两个量子比特的拉姆齐振荡后，这一点更加明确，如图21(a)所示。请注意，*L* 跨导量子比特的拉姆齐振荡振幅非常低（而且频率也太高了。之后我们才实际测量了图21(a)所示的谱）。请注意，*R* 量子比特没有受到双能级系统缺陷的影响。我们的电路设计使两个量子比特彼此相距较近，因此该双能级系统缺陷很可能位于*L* 量子比特较小的约瑟夫森结中。

我们尝试了许多方法来去除双能级系统（TLS），以提高相干性。我们将磁通偏置调至极大的正值和负值，还随时间对这些磁通施加斜坡调制。我们对两个端口都施加了强射频功率，试图“震动”电路。其中一些方法奏效了，但并非每次都有效。我们还尝试将器件加热至高于铝约瑟夫森结的1 K临界温度，但收效甚微。最可靠的方法是将器件温度升至约100 K以上。在图20(b)和图21(b)中，我们展示了对器件进行温度循环后，强耦合双能级系统被完全消除。我们制造的量子比特约瑟夫森结尺寸相对较小，结面积约为 $130\times130\ \mathrm{nm}^2$。尽管我们或许能避开量子比特结中的大多数双能级系统，但这仍无法保证万无一失。我们认为，还需要开展更多材料研究，才能制造出近乎无缺陷的约瑟夫森结，从而确保器件和双量子比特门更加稳定。

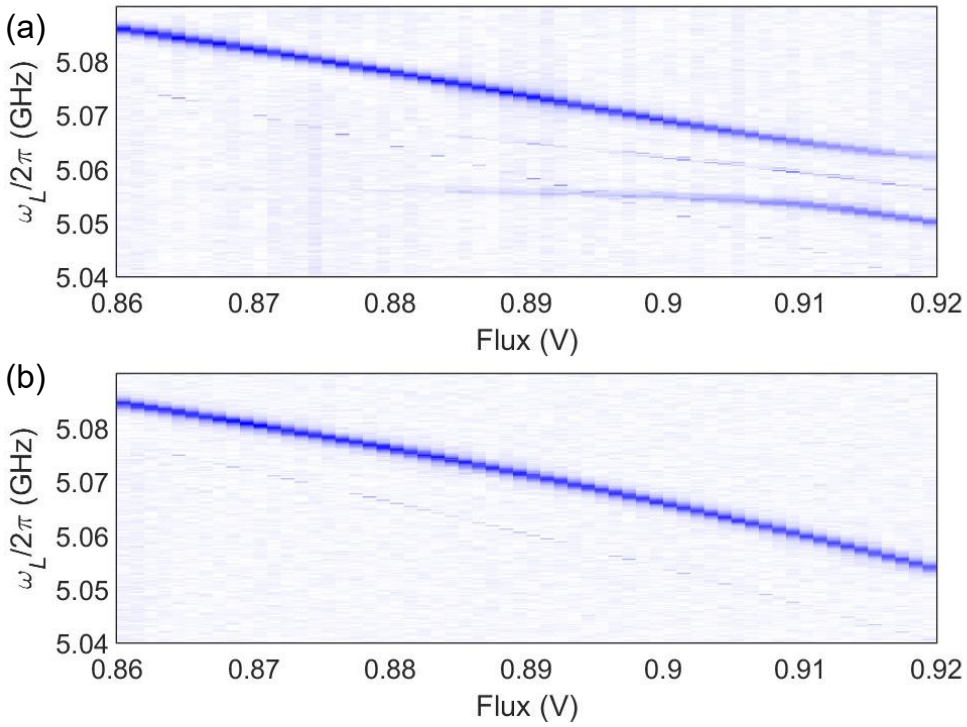

图20。*L* **量子比特光谱**。 (a) 此谱显示出清晰的约10兆赫模式分裂，表明存在一个双能级系统。(b) 此器件在温度升至100开尔文以上后进行了温度循环，随后重新冷却；双能级系统消失，留下清晰的谱。

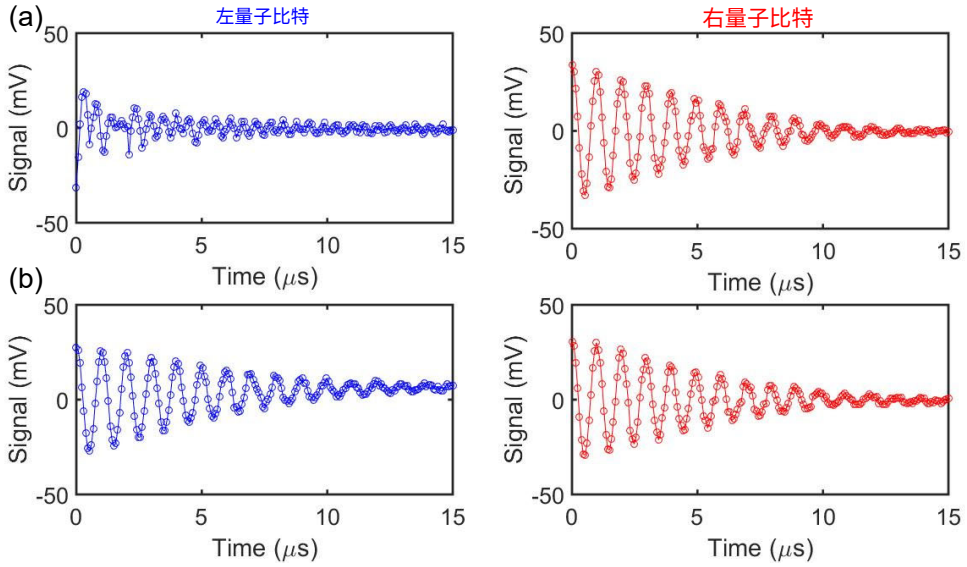

图21。*L* **和** *R* **量子比特拉姆齐振荡**。 (a) 在存在强耦合双能级系统的情况下，工作磁通处的拉姆齐振荡在*L* 量子比特中受到严重影响。(b) 此器件经过温度循环后，工作磁通处清晰的拉姆齐振荡得以恢复。

双量子比特读出与保真度

在电路设计中，我们采用联合双量子比特读出：一个共面波导腔同时耦合到两个量子比特。这简化了布局，而且只需用约瑟夫森参量放大器（JPA）监测一个腔响应，即可实现单次读出。我们使用的JPA由本组采用铌三层制备工艺设计并制造。[59] 这在一定程度上简化了测量策略，但也需要投入更多精力进行读出校准

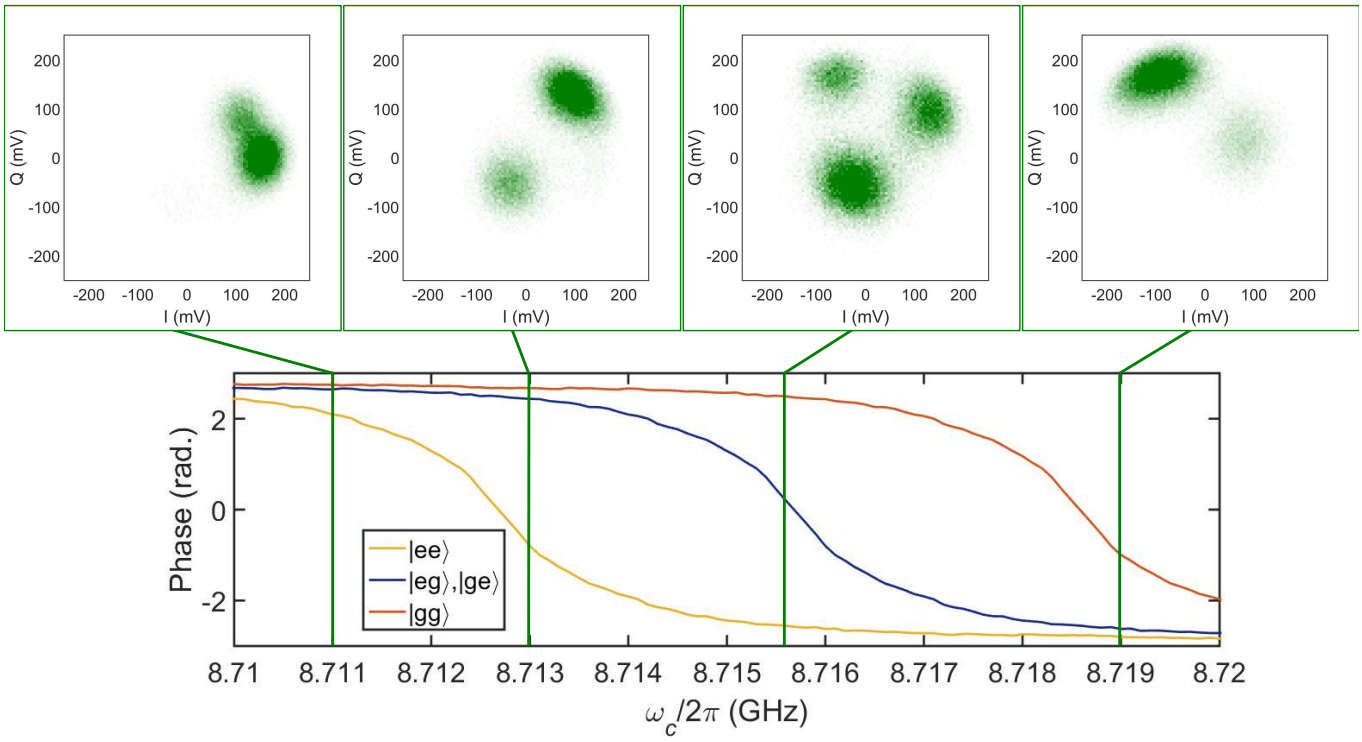

图22. **读出腔测量随驱动频率的变化**。主图显示了制备为双量子比特态混合态时，读出腔的平均相位随驱动频率的变化。我们还展示了几个腔频率下的同相分量 – 正交分量 相位图。请注意，在8.715至8.716吉赫兹之间有三个明显分离的区域，可以区分三种可能性： $|gg\rangle$、 $|ee\rangle$，以及 $|eg\rangle$ 和 $|ge\rangle$的重叠响应。

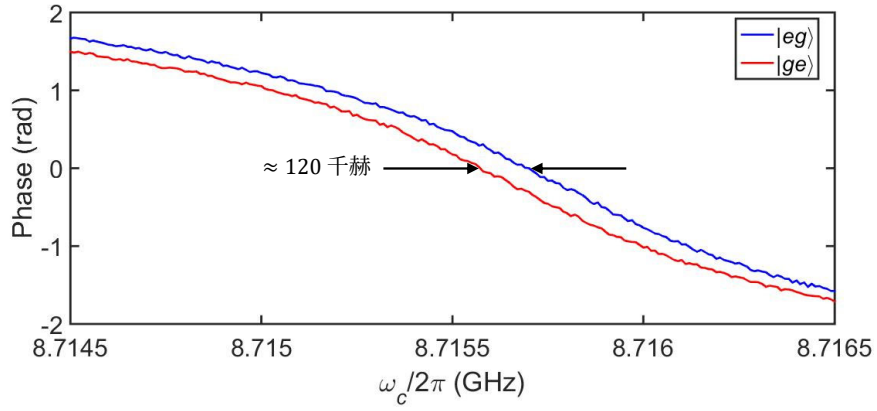

图23. **对态 $|eg\rangle$ 和 $|ge\rangle$的读出腔进行精细测量**。通过在制备为$|eg\rangle$ 或 $|ge\rangle$时测量读出腔响应，我们可以看到两个量子比特在腔上产生的色散频移几乎相等。总频移分别为 $2\chi_L/2\pi \approx$ 2.8兆赫和$2\chi_R/2\pi \approx$ 2.9兆赫，相差120千赫。

为了区分双量子比特系统的全部四种计算态，需要具备相应的性质。由于两个量子比特都会使腔体产生色散频移，因此四种量子态 |gg⟩、 |eg⟩、 |ge⟩、 |ee⟩对应四个腔体频率。对于我们的系统，每个量子比特（激发数为1）产生的色散频移几乎相等， $\chi_L \approx \chi_R$，因此量子态 |eg⟩ 和 |ge⟩ 几乎无法区分。[18]当量子比特处于四种双量子比特态的混合态时，我们可以监测读出腔随驱动频率变化的响应。由此得到三条可能的相位曲线，如图22所示。在最低和最高驱动频率下，所有量子态的相位响应几乎相同；但在8.715至8.716吉赫兹之间，出现三个明显分离的相位值，可用于区分三种情况： |gg⟩、 |ee⟩，以及 |eg⟩ 与 |ge⟩的重叠响应。如果我们在分别制备 |eg⟩ 或 |ge⟩时，仔细测量读出腔的响应，就能分别测出两个量子比特的相位响应（见图23），结果表明 $2\chi_L/2\pi \approx$ 2.8兆赫和 $2\chi_R/2\pi \approx$ 2.9兆赫，两者相差约120千赫。

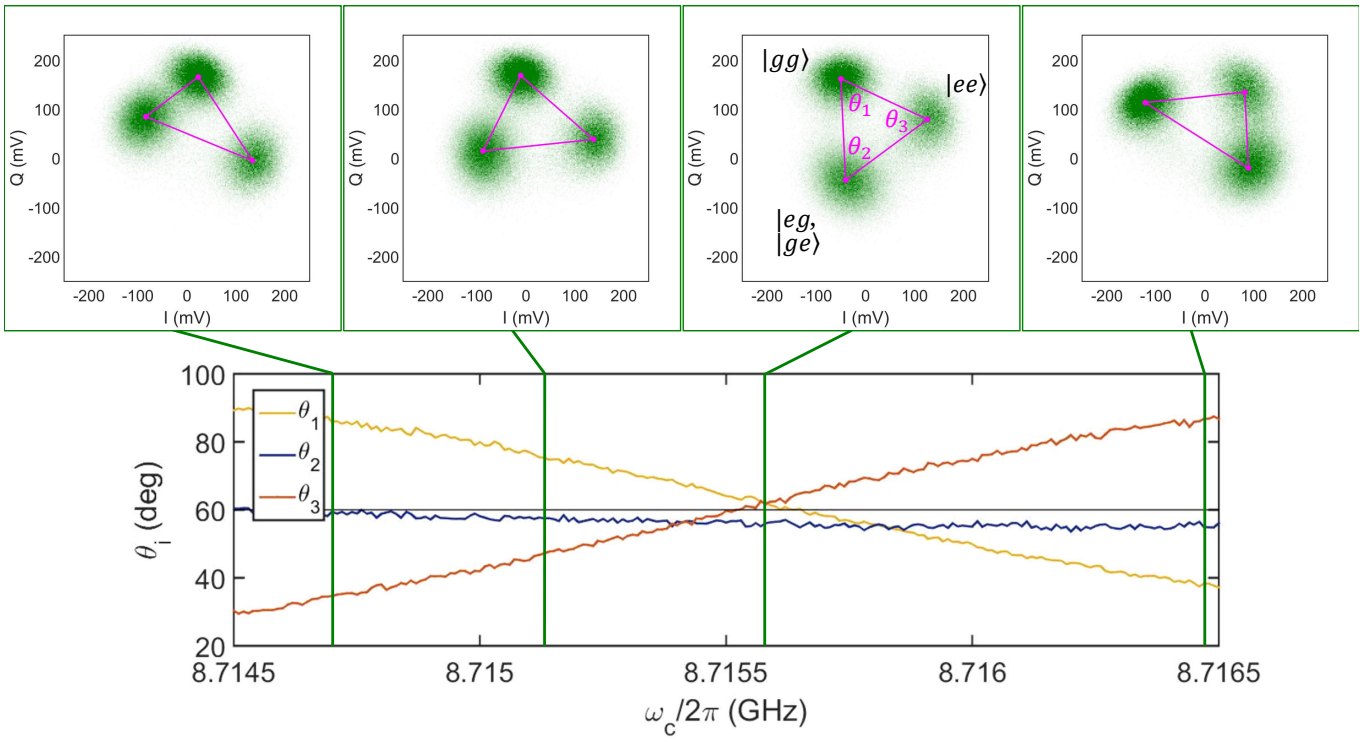

图24。**驱动幅度为1150毫伏时，读出腔测量结果随驱动频率的变化**。主图显示了三个角度 θ_i，这些角度刻画了在同相分量I – 正交分量 平面中，将三个响应区域的中心连接起来所形成的三角形；测量对象是在制备为双量子比特态混合态时，驱动频率变化下的情况。可以看到，在接近8.7155吉赫兹处，三个区域彼此分离得最为充分，形成一个等边三角形。

此外，图22还展示了多个腔体驱动频率下，同相分量 –正交分量 平面中的单次测量直方图。在最低（最高）驱动频率下，我们只能在同相分量 –正交分量空间中区分一个（两个）区域。在中心驱动频率下，该响应分裂为三个区域，使我们能够清楚地区分 $|gg\rangle$、 $|ee\rangle$以及 $|eg\rangle$和 $|ge\rangle$的重叠响应这三个“球”。为了最大限度地提高双量子比特读出保真度，我们必须校准读出驱动频率和振幅，以便这些球在同相分量 –正交分量空间中尽可能分开。可以通过测量三个角度 θ_i和三个距离L_i来定量表征这一点；这些参数描述了连接三个球质心所形成的三角形。

在图24中，我们展示了三个角度 θ_i 随驱动频率的变化。在同相分量I –正交分量 图中可以看到，在中心频率的上下两侧，不等边三角形具有锐角，此时三个球中有两个的可区分性较差。然而，显然在接近8.7155吉赫兹处，三个球彼此分离得最为充分，形成一个等边三角形，且所有 $\theta_i \approx 60^o$。在图25中，我们展示了长度L_i 随腔驱动振幅的变化，驱动频率接近图24中确定的最佳腔体驱动频率。请注意，随着驱动幅度增大，三条长度均增加，使三个球彼此分离。可以看到，在接近1500毫伏处，三个距离相等且分离程度最大。在同相分量I –正交分量 图中可以看到，在最大振幅下，三角形开始发生畸变，形成不等边三角形。此外，球之间的点密度增加，表明读出开始在读出过程中引起量子比特态之间不希望发生的跃迁。

为了避免失真和不必要的态跃迁，我们选择了适中的驱动幅度 1150 毫伏，并将腔体驱动频率设为 8.71555 吉赫兹。在该条件下，分离度相当大，且这些球几乎构成等边三角形。由此，我们可以根据三个球的标准差 σ和分离度 S，估算测量 $|gg\rangle$ 的分离保真度。[60] 这里，我们必须将 $|gg\rangle$ 与 $|eg\rangle$、 $|ge\rangle$和 $|ee\rangle$的高斯球重叠所产生的误差相加（$erf(S_i/2\sqrt{2}\sigma_i) = 3.0\%$、2.2%、2.7%）。由此得到的分离保真度为 92.1%。如果我们能够在 1480 毫伏下运行，且不受量子比特弛豫增加的不利影响，保真度就能提高至 98.5%。对 $|gg\rangle$的测量还提供了样品温度的估计值，约为 60 毫开尔文。

为了充分区分量子态 $|eg\rangle$ 和 $|ge\rangle$，以监测主文图 4 所示的参量真空拉比振荡，我们在驱动腔读出音调之前，对L（R）量子比特施加一个 π 脉冲。这会将 $|eg\rangle$ 和 $|ge\rangle$ 的布居“扰动”到 $|gg\rangle$ 和 $|ee\rangle$（$|ee\rangle$ 和 $|gg\rangle$），从而得到两个可区分的结果。将任一激发态扰动到 $|gg\rangle$，实际上能提高其保真度，因为这样可避免读出期间发生态衰减。对于 500 纳秒的读出脉冲，衰减约为 $1 - \exp(-0.5/15) \approx 3\%$，其中$T_1 = 15$ 微秒。为了在同时操作两个量子比特时区分任一量子比特的 $|f\rangle$ 态，我们必须施加扰动

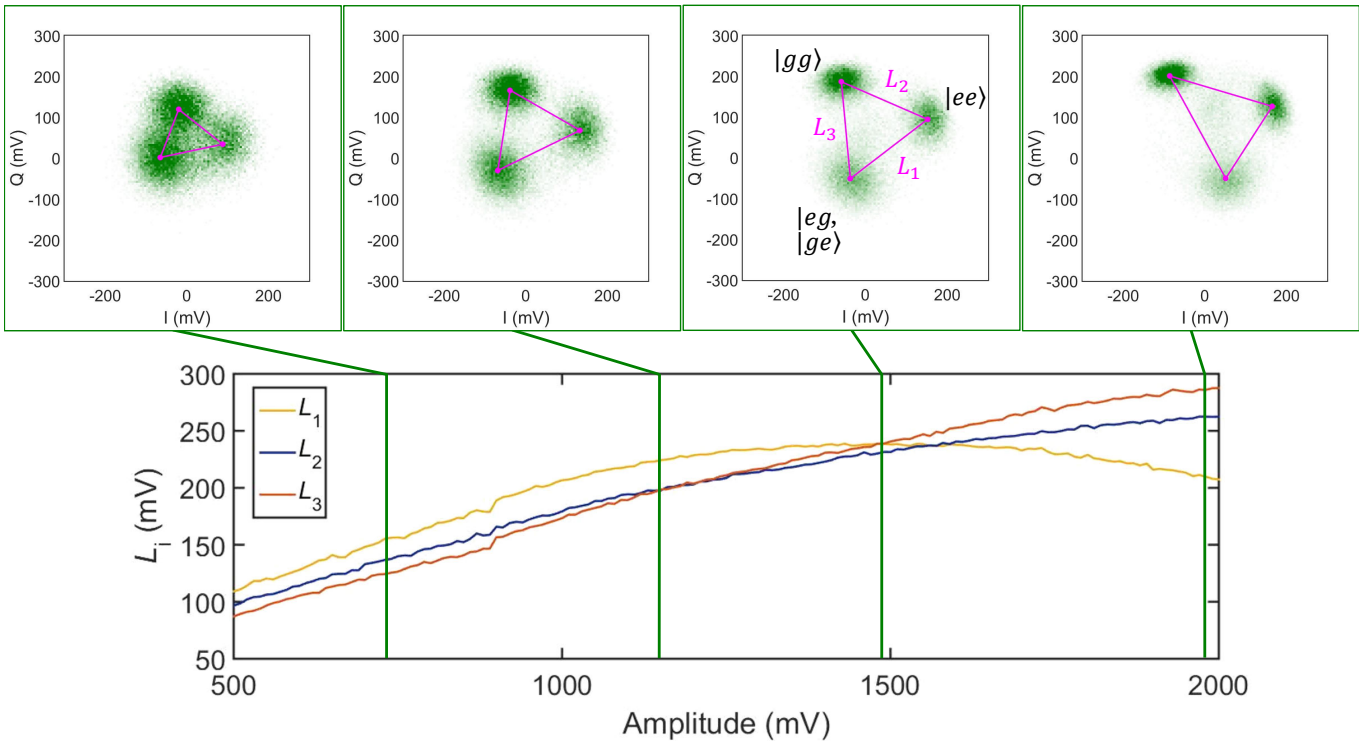

图25。**驱动频率为 8.7154 吉赫兹时，读出腔测量随驱动幅度的变化**。主图显示了三个长度 L_i，它们表征了在制备为四种双量子比特态 |gg⟩、 |eg⟩、 |ge⟩ 和 |ee⟩ 时，同相分量 – 正交分量 平面中三个响应区域中心之间的距离随驱动幅度的变化。可以看到，在接近 1500 毫伏时，三个距离彼此等距且达到最大分离。值得注意的是，在较大的振幅下，可以观察到三个区域出现明显的畸变和点扩散现象。

脉冲，以将 |ee⟩与 |fg⟩区分开来 或 |gf⟩。一般而言，我们的读出策略需要对脉冲序列进行统计测量。

s 多次，有时包含 s，有时不包含 s。

次谐波泵浦驱动引起的 transmon 激发

对于本文所述的两种 cZ 门控，当参数门脉冲短于其最佳时长时，操作引入的误差会急剧增大，如正文图 5(a)所示。这种发散的误差无法仅用微波泵浦脉冲变短导致其频域带宽线性增大来解释。为探究这些误差，我们进行了诊断实验：对于接近 cZ 门控所用幅度的脉冲参量驱动，我们在较宽的微波频率带宽内测量了其诱导的真空拉比振荡。仔细检查这些数据（见图 26(a)）后，可以看到在某些泵浦频率处出现了“条纹”。如果重新采集这些数据，但从 |gg⟩ 态开始，那么理想情况下，参量驱动不 应改变量子态。然而，如图 26(b)所示，我们在多个参量驱动频率处观察到了类拉比振荡，这表明发生了双量子比特态跃迁。我们进一步通过放大这些区域并使用扰动脉冲（见上一节）进行探测，以确定哪个量子比特受到激发。在图 26(c)中，可以看到一组振荡表明R 跨导量子比特受到激发，而另一组振荡则来自L 跨导量子比特。通过记录发生这些现象时的泵浦频率，我们发现每个量子比特都在其各自激发频率的某个整数分数处被单独驱动。在此处所示的情形中，R跨导量子比特吸收了 11 个光子，而L 跨导量子比特吸收了 10 个光子。了解这一问题后，我们在更多泵浦位置验证了这些激发现象，如图 27 所示。值得注意的是，我们找到了多光子吸收的证据，涉及的光子数最高达 16 个！这明确证明，强参量驱动下可能发生多光子跃迁，因此在进行强参数相互作用时必须将其纳入考量。

上述描述的跨蒙特多光子激发过程对驱动幅度具有高度非线性依赖性。在较低至中等驱动功率下，该过程仍然极其微弱，但当驱动功率增大到更高水平时，其强度便开始迅速增长，因此有人提出利用这一过程来维持对极端Purcell滤波跨蒙特的控制。[61] 因此，对于低功率下速度较慢的门操作，我们不会因这一过程而产生任何量子态误差。然而，随着我们缩短门持续时间，驱动功率必须相应提高。

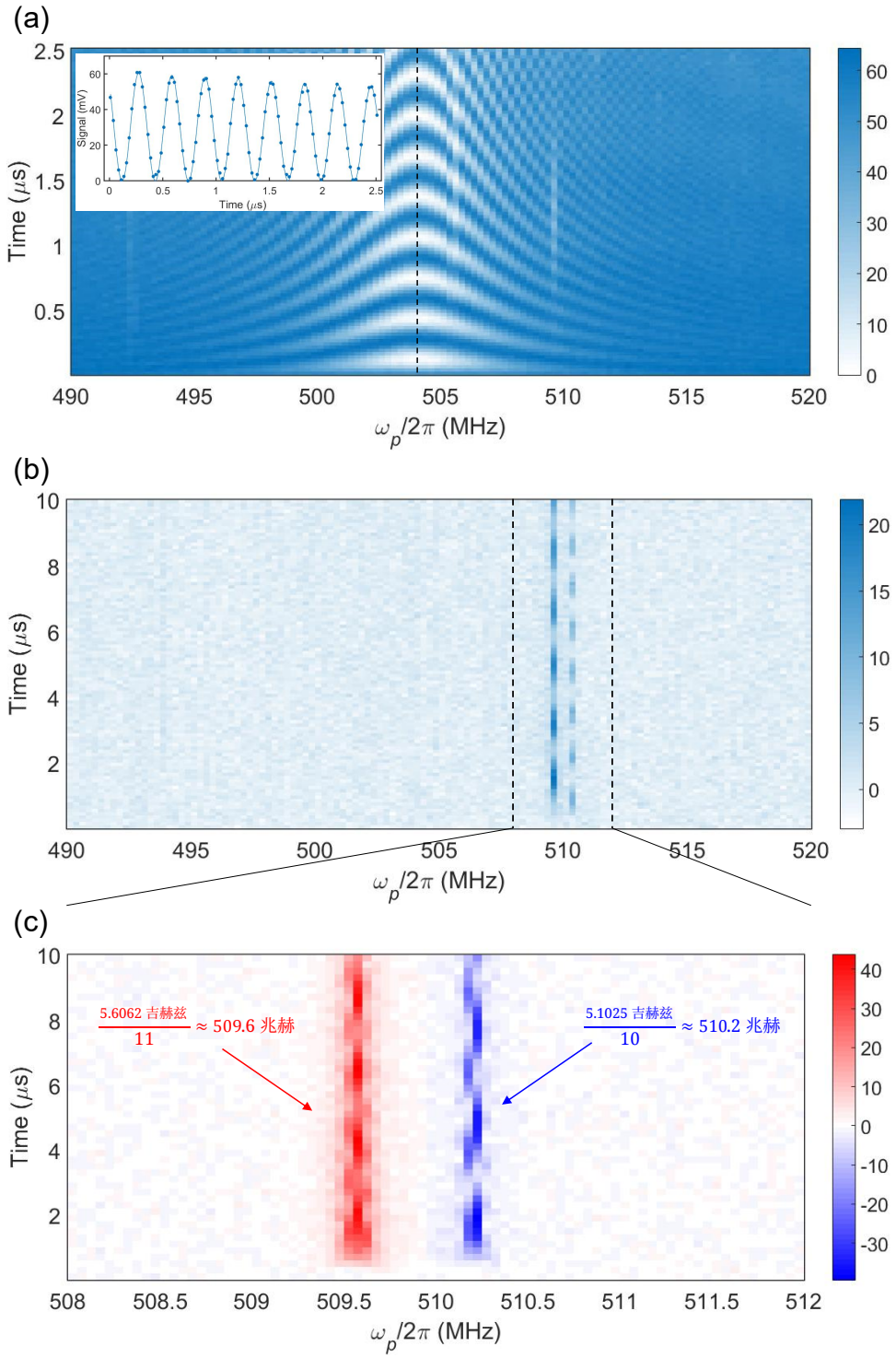

图 26. **检测跨蒙特中的多光子跃迁，这些跃迁由参数泵浦驱动引起**。(a) $|eg\rangle$ 与 $|ge\rangle$之间的参数振荡。插图显示了沿振荡中心截取的线剖面。(b) 相同的测量，但从量子态 $|gg\rangle$开始。我们清楚地看到，测量中有两个区域显示出激发。(c) (b) 的放大图，显示每个量子比特（蓝色的L 和红色的R ）都受到泵浦驱动的拉比驱动，驱动频率为图中所示的次谐波频率。

振幅越来越大，最终会因这些不必要的额外单量子比特比特翻转错误而降低门保真度。由于这种错误机制具有相干性，原则上我们可以施加额外的单量子比特驱动，以补偿多光子操作。[8, 14] 需要强调的是，这一问题发生在频域中定义明确的位置，因此通过进一步拉开两个量子比特频率的间隔，或许可以更容易地避免。此外，众所周知，我们的偏置线圈及其与 SQUID 的耦合设计并不适合单纯将磁通驱入 SQUID 线圈。相反，线圈悬空端与 transmon 电容器之间的电容耦合会显著驱动其中的跃迁；移除任何偏置线滤波器后即可验证这一点。未来，我们计划通过更优化的几何设计，将偏置线圈与 SQUID 进行电气连接，从而显著减小这种电容耦合，避免多光子吸收，并提高向 SQUID 中磁通的功率传输。[36]

自动化门控优化　　：CMA-ES：协方差矩阵自适应进化策略　　Y

协方差矩阵自适应进化策略（CMA-ES）是一种稳健高效的算法，专为解决复杂的优化问题而设计，尤其适用于连续非线性优化领域。它尤其擅长处理目标函数带有噪声、不连续，或包含大量局部最优解的优化问题[62, 63]。在超导量子比特领域，CMA-ES 已被用于以闭环方式优化脉冲形状，从而提高单量子比特门的保真度。该过程将任意波形发生器的每个输出点值视为变量。[64]

在本研究中，我们选择扩展 CMA-ES 策略的应用，以及时精细调节参数化双量子比特门。针对这项任务，我们将参数门的物理参数视为可调变量，包括泵浦振幅、频率、脉冲宽度，以及一阶和二阶导数消除绝热门（DRAG）脉冲形状控制参数。尽管对 CMA-ES 的完整详细描述和数学讨论超出了

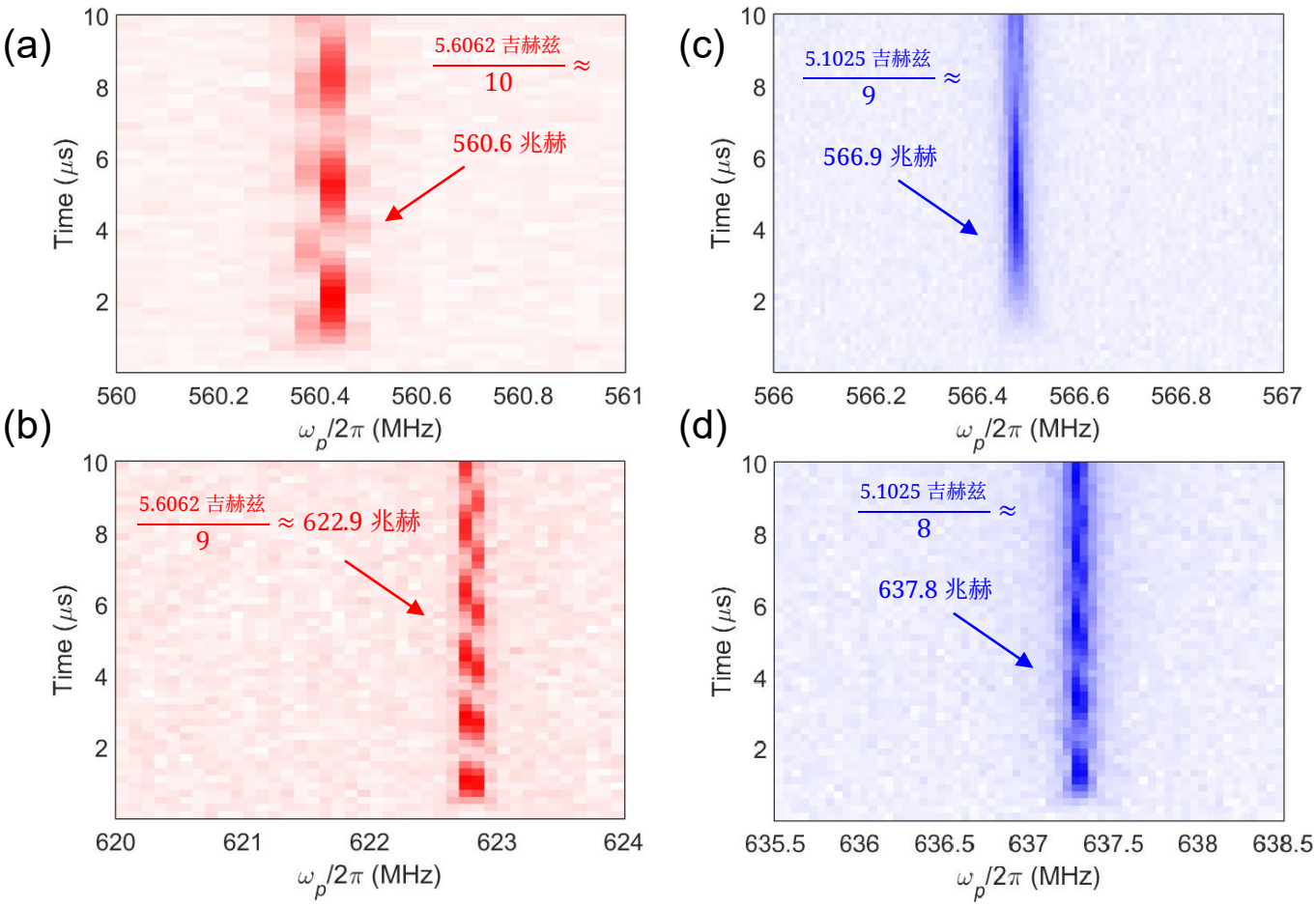

图 27. **多光子跃迁的更多放大图。** (a) 对R 量子比特施加 10 光子次谐波驱动。(b) 对R 量子比特施加 9 光子次谐波驱动。(c) 对L 量子比特施加 9 光子次谐波驱动。(d) 对L 量子比特施加 8 光子次谐波驱动。

本补充材料的范围，但我们将在此介绍其主要概念、通用流程以及我们的实验实现。

手动门优化和参数空间

在运行 CMA-ES 协议之前，我们首先“手动”优化参数门参数。这包括进行简单的参数扫描，同时评估门保真度的一个简单代理指标。表征参数门的主要参数包括泵浦振幅、频率以及参数门脉冲的宽度。我们选择使用门衰减数作为门保真度的代理指标。该数值表示在完成一整个门序列后，发现两个量子比特处于量子态 $|gg\rangle$ 的概率的指数衰减率（单位为门数）。进行这些测量时，我们使用足够多的点来表征概率衰减，从而能够相对快速地扫描参数门的参数并找到最优值。图28展示了一个示例。此外，由于参量驱动会因整流导致单量子比特频率发生偏移，如上文第 节所述，我们必须通过虚拟Z门旋转每个量子比特的基，以补偿门控操作期间施加到量子比特上的实际Z 旋转。我们按照校准其他泵浦参数的方式，对这些虚拟Z 旋转进行校准。图29展示了一个示例。

优化协议

一般而言，双量子比特门的保真度可通过交错随机基准测试实验，根据以下公式推导：

$$F = 1 - \left(1 - \frac{P_{\text{int}}}{P_{\text{ref}}}\right)\left(\frac{2^n - 1}{2^n}\right), \tag{23}$$

其中 $n = 2$ 表示量子比特数；交错衰减率 P_{int} 和每个门控的参考衰减率 P_{ref} 由实验确定。归一化后的数据（衰减从 1 开始并趋于 0，且没有偏移）应符合

$$S = P^N, \tag{24}$$

其中 S 是读出信号，N 是所施加的交错门控数，而 $0 < P < 1$ 是表示平均成功概率的拟合参数。图30(a)绘出了对应不同衰减率和门保真度的示例曲线。

假设原始信号漂移可以忽略，就可以比较两组门控参数并确定哪组的保真度更高，而无需实际测量整条曲线或计算门控的实际保真度。图30(b)展示了可能的原始数据值，即腔体驱动一个正交分量上的最终电压读数，单位为毫伏。如果我们只测量这个

经过M 个交错门后的原始读出信号（图30中对应$M = 20$的垂直虚线），该位置的数值将随保真度的变化而升降。因此，门优化问题等同于一个在较大参数空间内对多参数函数进行最大化的问题。这正是 CMA-ES 协议的理想应用场景；它能够高效地探索较大的参数空间，以找到一组优化后的参数。

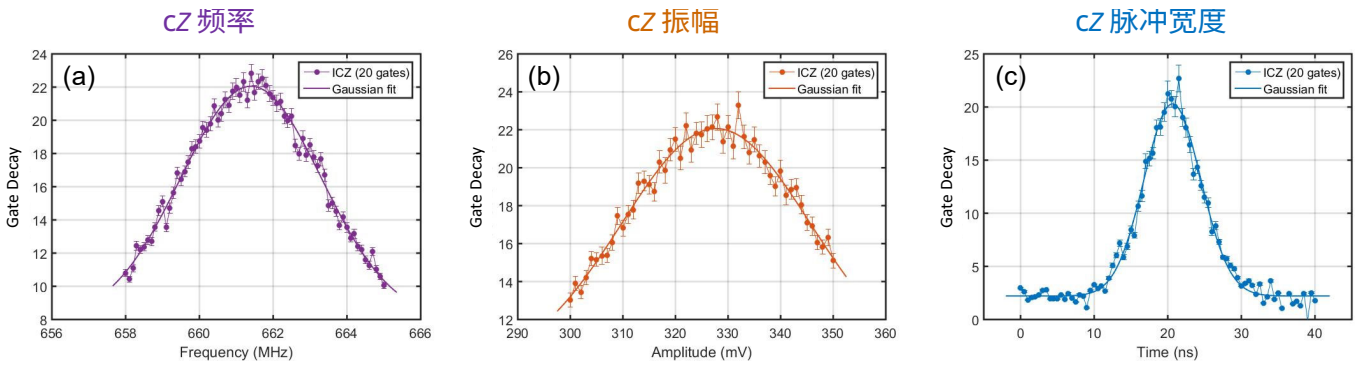

图28. **手动优化参数 cZ 门控泵浦参数。** (a) 调整泵浦频率时的门衰减数。(b) 调整泵浦振幅时的门衰减数。(c) 调整泵浦脉冲宽度时的门衰减数。

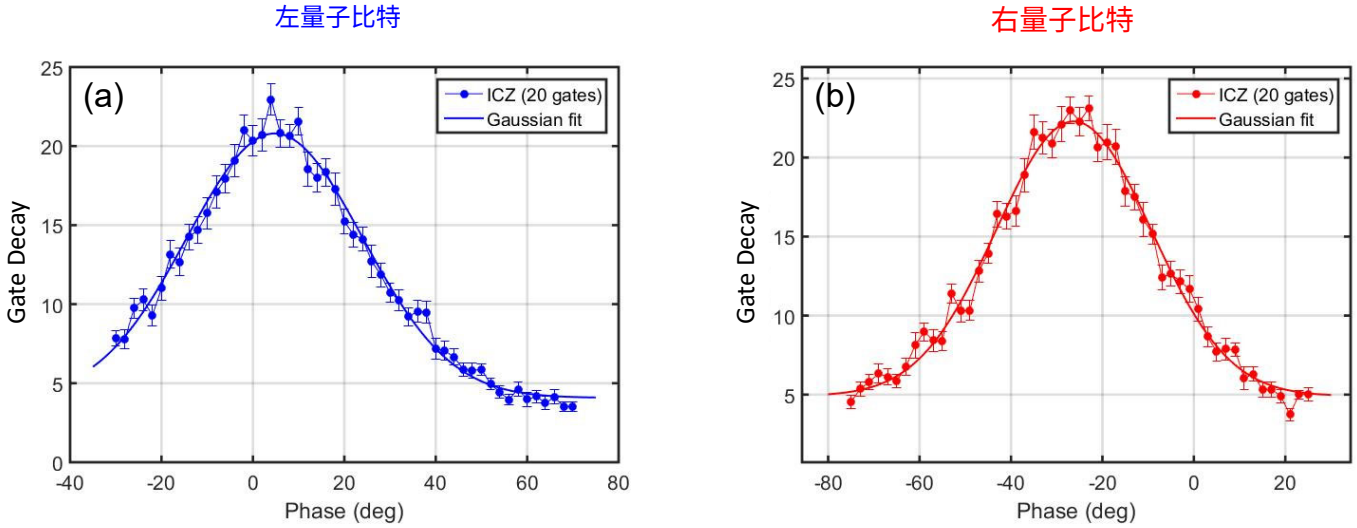

图 29左量子比特和右量子比特上的虚拟 Z 旋转数以用于参数化 cZ 门控。(a) 调整 R 量子比特的虚拟Z门控时的衰减数。(b) 调整R 量子比特的虚拟Z门控时的衰减数。

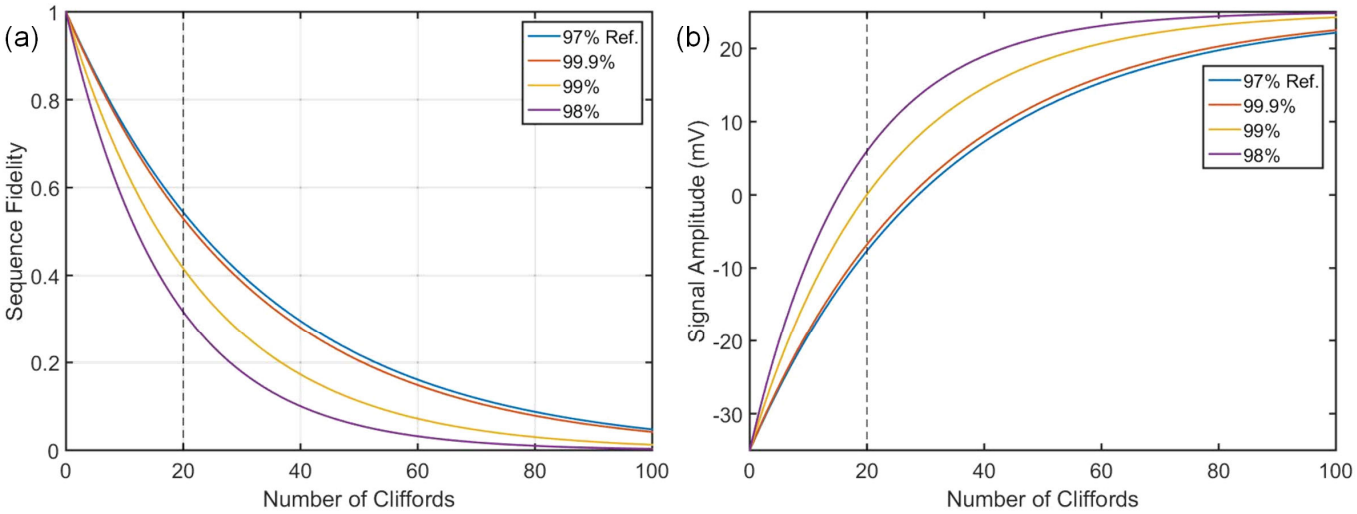

图30。**可视化序列保真度和原始数据**。 (a) 基于参考衰减曲线计算得到的序列保真度曲线 F，其值分别为99.9%、99.0%和98.0%，其中 $P_{\text{ref}} = 0.97$。(b) 与(a)中所示曲线相对应的可能原始数据曲线。

在实验校准过程中，输入的原始数据未经重新归一化，因此拟合函数 Eq. (24) 会变为

$$S = AP^N + C, \tag{25}$$

其中A 为衰减幅度，C 为偏置常数。根据实验细节，A 可能为正或负，这意味着数据可能呈向下的指数衰减或向上的指数增长。对于图30(b)所示的可能原始信号，沿虚线，在$M = 20$处，当保真度实际提高时，信号振幅会减小。对于这些原始数据，CMA-ES的优化目标将变成多参数函数的最小化问题。

为了使 CMA-ES 方法具有足够的灵敏度，应选择一个 M 值，使其能够在保真度提高时反映出更大的信号变化。然而，不同保真度曲线之间的距离对参考值高度敏感。显然，选择一条更接近 0.99 的参考曲线，将为向 0.99 靠近留出更大的空间。在图30中，我们选择了 0.97 作为参考衰减率。请注意，为了达到 0.999，必须非常接近 0.97 曲线；参考曲线与其他曲线之间的差异似乎在曲线衰减约 67% 时达到最大值，即上述章节中讨论的指数门衰减数。因此，在已知参考曲线的情况下，可以将 M 选择为接近门衰减数的值。

数量。然而，更多的门控也需要更多时间。因此，在校准中，我们实际上选择了 $M = 10 - 20$，这样既节省时间，又能保持足够的信号幅度，以实现充分的优化。

CMA-ES 的研究动机与实验实现

为简单起见，我们假设双量子比特门只有 2 个待优化参数，即门频率f 和振幅a。理想情况下，f 和a 应当是正交参数，这意味着二者可以独立校准，改变其中一个参数不会影响另一个参数的优化。如果确实如此，那么上文所示对每个参数分别进行的粗略优化就足够了。然而，在实际实验中，微波信号本身的损耗是f 的函数，且样品响应与所施加的门振幅a之间呈非线性关系，因此这两个参数不再正交。对于f 和a ，不能再分别进行一维扫描，而是需要多次扫描才能找到优化值，并且最终可能只能找到一个局部最小值，而非全局优化点。完整的二维扫描可以解决这一问题，但代价是搜索时间随维度呈几何级数增长。考虑更多参数时，优化过程将变得极其耗时，而且无法保证找到现有的最佳参数集。采用 CMA-ES 可以将搜索时间缩短 10 倍以上，同时保持甚至超越最佳优化结果。

本质上，我们采用的 CMA-ES 优化是一个闭环迭代过程，每次迭代都会尝试根据上一次迭代的结果优化参数。我们从一组手动输入的“原始种子”参数以及若干迭代控制参数开始。这些参数包括候选种群（种子数量）m、选择压力（存活率） $0 < s < 1$、散射前因子p，以及各参数的初始步长 ϵ。使用（大幅简化的）CMA-ES 协议，我们执行以下操作：

(1) 我们从手动校准的参数开始，$f_0 = 661.5$ 兆赫和$a_0 = 328.5$ 毫伏，并根据第 节的结果，选择初始步长：$\epsilon^0{}_f = 5.0$ 兆赫和 $\epsilon_a^0 = 5.0$ 毫伏。

(2) 接着，我们生成第一代种子：f_{01}、f_{02}、……、$f^0{}_m$，以及$a_1^0, a_2^0, \ldots\ldots$、$a_m^0$，其中$m = 50$是上述候选种群。种子分别随机分布在$f_0 \pm \epsilon^0{}_f$和$a_0 \pm \epsilon_a^0$的取值空间中。我们还决定采用$s = 20\%$的存活率

(3) 我们选取一组参数P_1^0：$\{f_1^0, a_1^0\}$，并构建一个双量子比特门控。然后生成一个交错门序列，例如在$N = 10$ 个随机化克利福德门之间交错插入$N+1$ 个双量子比特门。序列结束时，我们施加读出脉冲并记录一个信号值。我们重复该实验，例如$M = 50$ 次，并得到均值Q_1^0。

(4) 对于每组数据P_i^0，我们重复步骤 (3)，并得到均值Q_i^0。初始迭代结束时，我们得到一系列Q^0，其中包含m个数字。

(5) 假设最优条件是找到最小值。若存活率为s，则只有$m \times s = 10$ 个种子能够存活。因此，我们从Q^0 中选取最小的 10 个值（假设它们已排序）$Q_{1,2,\ldots,10}^0$，并追溯其对应的参数$P_{1,2,\ldots,10}^0$。请注意，这些编号与步骤 (3) 中实验进行的顺序不同。

(6) 基于$f_{1,2,\ldots,10}^0$和$a_{1,2,\ldots,10}^0$，我们计算它们的平均值$f^0{}_m$和a_m^0，以及它们的标准差$S^0{}_f$和$S^0{}_a$。这里，我们采用f_m^0 和a_m^0 作为新的参数f_1 和a_1, ，并使用散射前因子p 计算新的步长：$\epsilon_f^1 = p \times S^0{}_f$和 $\epsilon_a^1 = p \times S_a^0$。

(7) 现在我们可以回到步骤 (2) 并开始新一轮迭代，在新的参数空间$f_1 \pm \epsilon_f^1$和$a_1 \pm \epsilon_a^1$中生成新的一组种子。

对于一次门校准，原始信号随迭代次数的变化绘制于图31(a)中，目标是找到最小值，并选择了$M = 10$。前15次迭代中，保真度的提升清晰可见（尽管无法定量明确），之后提升逐渐饱和并进入噪声背景。图中所示的不同门持续时间均进行了此操作。

可以将 CMA-ES 校准结果转换为相应的门保真度。为此，我们测量并拟合参考曲线，从而获得校准执行点处的P_{int} 值。我们进行了这项操作（曲线未显示），得到$P_{\text{ref}} = 0.964$。随后，我们可以对公式 (25) 进行反向运算，以计算P_{int}：

$$P = [(S - C)/A]^{1/N} \tag{26}$$

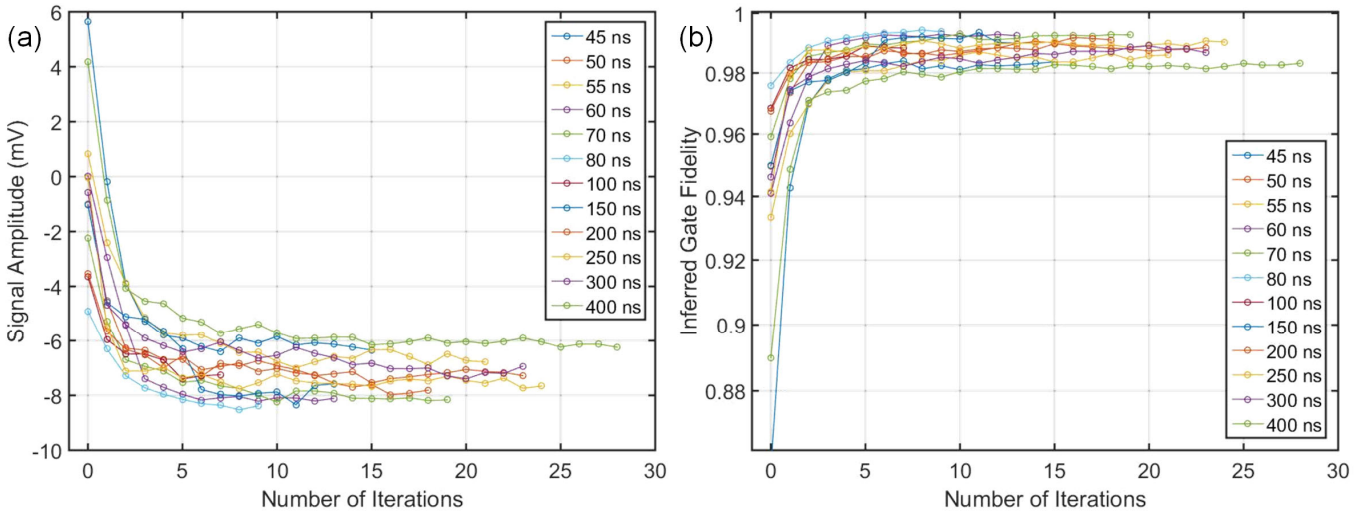

图31。**用于优化门保真度的 CMA-ES 协议**。（a）最多28个周期的 CMA-ES校准原始数据。（b）转换为门保真度的最多28个周期的CMA-ES校准。

此处S 是CMA-ES原始数据，而A 和C 是与拟合P_{ref}同时获得的参数。然后，我们可以使用公式（23）将CMA-ES数据逐点转换为保真度值。结果如图31(b)所示。请注意，对于最长的门时长，饱和门保真度始终较低，这与正文图5中所示的受退相干限制的预测结果一致。

---

* 现地址：耶路撒冷希伯来大学拉卡物理研究所，耶路撒冷，91904，以色列 † 电子邮箱：raymond.simmonds@nist.gov

[1] C. Monroe、J. Kim、C. Noh 和 K. Vahala。可编程量子计算机。《自然》591，198–205（2021年）。[2] P. W. Shor。量子计算算法：离散对数与因数分解。载于《第35届计算机科学基础年会论文集》，124–134页（1994年）。[3] M. A. Nielsen 和 I. L. Chuang。《量子计算与量子信息》（剑桥大学出版社，2010年）。[4] F. Arute 等。利用可编程超导处理器实现量子霸权。《自然》574，505–510（2019年）。[5] J. P. Gaebler 等。^{9}be+ 离子量子比特的高保真通用门集。《物理评论快报》117，060505（2016年）。[6] R. Barends 等。达到容错表面码阈值的超导量子电路。《自然》508，500–503（2014年）。[7] J. Kelly 等。通过在超导量子电路中重复错误检测实现态保持。《自然》519，66–69（2015年）。[8] Y. Sung 等。利用可调耦合器实现高保真CZ和无ZZ的iSWAP门。《物理评论X》11，021058（2021年）。[9] J. Stehlik 等。固定频率Transmon超导量子比特的可调耦合架构。《物理评论快报》127，080505（2021年）。[10] S. Bravyi 等。高阈值、低开销的容错量子存储器。《自然》627，778–782（2024年）。[11] Y. Xu 等。面向超导量子比特的高保真、高可扩展性双量子比特门方案。《物理评论快报》125，240503（2020年）。[12] I. N. Moskalenko 等。利用可调耦合器在Fluxonium量子比特上实现高保真双量子比特门。《npj量子信息》8，130（2022年）。[13] F. Marxer 等。CZ门保真度超过99.8%的长距离Transmon耦合器。《PRX量子》4，010314（2023年）。[14] L. Ding 等。利用Transmon耦合器实现高保真、频率灵活的双量子比特Fluxonium门。《物理评论X》13，031035（2023年）。[15] H. Zhang 等。用于Fluxonium量子比特间高保真门控的可调电感耦合器。《物理评论X》5，020326（2024年）。[16] W.-J. Lin 等。Fluxonium量子比特上稳定运行24天、保真度超过99.9%的CNOT门。arXiv：2407.15783（2024年）。[17] M. Reagor 等。在多量子比特晶格上演示通用参数化纠缠门。《科学进展》4，eaao3603（2018年）。[18] T. Noh 等。具有磁通无关相干性的可调超导量子比特。《自然·物理》19，1445–1451（2023年）。[19] C. Zhou 等。利用微波量子态路由器实现可拆卸量子模块间的全连接耦合。《npj量子信息》9（2023年）。[20] T. Brown 等。在超导三能级量子比特—量子比特系统中实现无权衡的纠缠稳定。《自然·通讯》13，3994（2022年）。[21] A. D. Paolo 等。通过振幅和频率可变的微波实现可扩展的电路量子电动力学架构。arXiv：2204.08098（2022年）。[22] B. Marinelli 等。在超导量子处理器中实现动态可重构光子交换。arXiv：2303.03507（2023年）。[23] E. Zakka-Bajjani 等。单个微波光子处于两种不同“颜色”态的量子叠加。《自然·物理》7，599–603（2011年）。

[24] Allman, M. 等. 相位量子比特与 LC 谐振器之间的可调谐共振和非共振相互作用. 《物理评论快报》112, 123601 2014( ). [25] Lu, Y. 等. 利用宇称保护转换器实现高保真度参量分束. 《自然·通讯》14 (2023). [26] Didier, N. 等. 使用跨导型量子比特实现参量激活纠缠门. 《物理评论 A》97, 022330 (2018). [27] Li, X. 等. 通过参量可调耦合在超导量子比特链中实现完美量子态传输. 《物理评论·应用》10, 054009 (2018). [28] Ganzhorn, M. 等. 在单一超导量子计算平台中对不同参数化双量子比特门的噪声敏感性进行基准测试. 《物理评论·研究》2, 033447 (2020). [29] Hong, S. S. 等. 演示一种能够抵御磁通噪声的参量激活纠缠门. 《物理评论 A》101, 012302 (2020). [30] Noguchi, A. 等. 利用三次跨导量子比特的二阶非线性实现快速参数双量子比特门，同时抑制残余相互作用. 《物理评论 A》102, 062408 (2020). [31] Shaowei Li 等. 利用可调耦合器实现快速全微波 cz 门. 《中国物理快报》39, 030302 (2022). [32] Roy, T., Li, Z., Kapit, E. 和 Schuster, D. I. 在可编程超导处理器上实现双三能级量子比特算法. 《物理评论·应用》19, 064024 (2023). [33] Petrescu, A. 等. 用于分析参数门中强驱动效应的精确方法. 《物理评论·应用》19, 044003 (2023). [34] Lu, Y. 等. 参量耦合量子比特的通用稳定化. 《物理评论快报》119, 150502 (2017). [35] P´erez, D. R. 等. 可分解误差的双量子比特门. 《物理评论·应用》19, 024043 (2023). [36] Li, Z. 等. 使用两个跨导型量子比特对单个逻辑量子比特进行自主纠错. 《自然·通讯》15, 1681 (2024). [37] Li, Z., Roy, T., P´erez, D. R., Schuster, D. I. 和 Kapit, E. 超导电路中采用线性耦合器实现硬件高效的自主纠错. 《物理评论·研究》6, 013171 (2024). [38] Yurke, B. 等. 在约瑟夫森参数放大器中观测到参量放大和去放大效应. 《物理评论 A》39, 2519 1989( ). [39] Tian, L., Allman, M. S. 和 Simmonds, R. W. 宏观量子谐振器之间的参量耦合. 《新物理学杂志》10 (2008). [40] Teufel, J. D. 等. 将微机械运动的边带冷却至量子基态. 《自然》475, 359–363 (2011). [41] Ranzani, L. 和 Aumentado, J. 耦合模系统中非互易性的图论分析. 《新物理学杂志》17, 023024 (2015). [42] Gambetta, J. M., Chow, J. M. 和 Steffen, M. 在超导量子计算系统中构建逻辑量子比特. 《npj量子信息》3, 1–10 (2017). [43] Preskill, J. NISQ 时代及未来的量子计算. Quantum 2, 79 (2018). [44] Hutchings, M. D. 等. 具有磁通无关相干性的可调超导量子比特. 《物理评论·应用》8, 044003 (2017). [45] Ch´avez-Garcia, J. M. 等. 弱磁通可调超导量子比特. 《物理评论·应用》18, 034057 (2022). [46] Long, J. 等. 适用于具有强 ZZ 相互作用的跨导型量子比特的通用量子门集. arXiv: 2103.12305 (2021). [47] Groszkowski, P. 和 Koch, J. scqubits：用于超导量子比特的 Python 软件包. Quantum 5, 583 (2021). [48] Chitta, S. P., Zhao, T., Huang, Z., Mondragon-Shem, I. 和 Koch, J. 超导电路的计算机辅助量子化与数值分析. 《新物理学杂志》24, 103020 (2022). [49] Mundada, P., Zhang, G., Hazard, T. 和 Houck, A. 在可调耦合超导电路中抑制量子比特串扰. 《物理评论·应用》12, 054023 (2019). [50] Emerson, J., Alicki, R. 和 Zyczkowski, K. 利用随机酉算子实现可扩展的噪声估计. 《光学杂志 B：量子与半经典光学》7, S347—S352 (2005). [51] Knill, E. 等. 量子门的随机基准测试. 《物理评论 A》77, 012307 (2008). [52] Strauch, F. W. 等. 耦合超导相位量子比特的量子逻辑门. 《物理评论快报》91, 167005 (2003). [53] C´orcoles, A. D. 等. 通过随机基准测试验证双量子比特量子门的过程. 《物理评论 A》87, 030301(R) (2013). [54] J. Kelly 等. 利用随机基准测试实现最优量子控制. 《物理评论快报》112, 240504 (2014). [55] Werninghaus, M. 等. 通过最优控制减少快速超导量子比特门中的泄漏. 《npj量子信息》7, 14 (2021). [56] Abad, T., Fern´andez-Pend´as, J., Kockum, A. F. 和 Johansson, G. 弱耗散导致量子操作保真度普遍降低. 《物理评论快报》129, 150504 (2022). [57] E. Zakka-Bajjani 等. 单个微波光子在两种不同“颜色”态中的量子叠加. 《自然·物理》7, 599–603 (2011). [58] Kerman, A. 复杂约瑟夫森量子电路的高效数值模拟. arXiv: 2010.14929 (2020). [59] Peterson, G. A. 量子电路中微波与运动之间的参量耦合：基本极限与应用. 科罗拉多大学博尔德分校 ProQuest 学位论文，27837930 (2020). [60] Gard, B. T., Parrott, Z., Jacobs, K., Aumentado, J. 和 Simmonds, R. W. 利用可调横向耦合实现超导量子比特的快速高保真量子非破坏性读出. 《物理评论·应用》21, 024008 (2024). [61] Xia, M. 等. 利用次谐波驱动实现快速超导量子比特控制. arXiv: 2306.10162 (2023). [62] 维基百科贡献者. 协方差矩阵自适应进化策略 — 维基百科，自由的百科全书 (2023). URL https: //en.wikipedia.org/wiki/CMA-ES. [在线；访问日期：15-June-2023]. [63] Nielsen, D. 深度学习擂台赛：梯度下降与 CMA-ES (2018). URL https://github.com/DuaneNielsen/cma-es. [64] Werninghaus, M. 等. 通过最优控制减少快速超导量子比特门中的泄漏. 《npj量子信息》7, 14 (2021).