# 野火中断下的多时段电力系统风险最小化

Hanbin Yang、Noah Rhodes、Haoxiang Yang、Line Roald、Lewis Ntaimo

arXiv:2305.02933v2 [math.OC] 3 Dec 2023

摘要——**随着气候变化持续发展，自然野火日益频繁，对电力系统构成越来越大的威胁；与此同时，电网故障也会助长破坏性最强的野火。预先对电网设备断电可有效减轻电网引发的野火，但在自然野火期间可能造成大规模停电。本文提出一种新颖的两阶段随机规划，用于规划预先断电，并通过改进的拉格朗日割分解算法求解。我们将野火事件建模为具有随机强度和发生时间的随机扰动。该随机规划通过在多个时段主动对组件断电，以降低野火风险，同时最大化供电量。我们采用元胞自动机过程，根据现实的风险和环境因素对电网故障及野火情景进行抽样。我们在南加利福尼亚州 RTS-GLMC 测试案例的扩展版本上检验了该方法，并将其与四种基准案例进行比较，包括确定性、先知先觉和鲁棒优化模型，以及与先前野火风险优化方法的比较。我们的方法降低了野火损害成本和负荷削减损失，且名义计划能够抵御不确定性扰动。**

索引词—**最优潮流，随机混合整数规划，野火风险，断电，拉格朗日割，分解算法。**

## I. 引言

近年来，美国各地与野火相关的灾害变得更加频繁且严重 [1], [2]。野火研究的一个重要方面聚焦于电力系统中的野火缓解计划 [3]。野火起火与电力系统运行之间存在相互影响：一方面，许多造成重大生命和财产损失的灾难性火灾由电力基础设施引发；例如，2018 年的坎普火灾由一条输电线路引发，仅住宅财产损害就造成了 84 人死亡以及估计 93 亿美元的损失 [4]；另一方面，无论起火源为何，野火都会对电力系统组件造成损害，从而改变电力系统内部的拓扑结构和资源可用性 [5]。

公用事业公司考虑采用不同时间尺度的方法来降低野火起火风险 [3]。长期措施可能持续数年，例如设备检查、加固和植被管理 [6],，这些措施可能需要巨额成本和专业人员，并且应辅以日常运营措施，例如公共安全断电（PSPS） [7] ，以消除风险。本文重点研究如何在类似于 [8]中设定的较短时间范围内，优化运营断电决策。

在优化断电决策时，许多先前的研究主要关注电力系统组件引发的野火风险，却忽视了自然/人为野火同时对电力系统造成的损害 [9], [10], [11]。此外，先前的文献和行业实践采用确定性方法，因为求解带有断电二元变量的不确定性模型优化问题在计算上颇具挑战，例如，基于数据挖掘技术的野火灾害预防系统 [12], 、断电风险优化模型 [8], [13], 、数据驱动的电力系统韧性野火决策框架 [14], , 以及利用阈值指示何时切断电力的行业实践 [3], [15]。然而，纳入野火蔓延动态能够显著提升断电决策的效果。近期，越来越多的模型开始纳入野火风险的随机性方面，例如用于优化 PSPS 的动态规划模型 [16],、考虑 PSPS 的容量扩展两阶段鲁棒优化模型 [17], 、采用渐进对冲法求解的两阶段随机整数规划 [18],, 以及联合优化断电和恢复的滚动时域优化模型 [19],[20]。尽管如此，大多数文献仍采用相对简单的决策结构，无法充分捕捉野火的时间动态；例如，鲁棒优化中常用的不确定集，如预算不确定集 [21], , 只能反映受损组件的数量，却无法准确描述多时段时域内野火发展的时间影响。因此，有必要开展新的研究，考察电力系统运行与高保真、动态的野火发展之间的相互作用 [22]。

为全面分析野火起火与电力系统运行之间的双向影响，我们将野火分为两类：外生火灾和内生火灾：外生火灾源于电力系统之外，而电力系统故障会触发内生火灾。干旱 [23] 等极端天气状况可能导致外生野火，进而对电力系统组件造成损害；例如，故障并联支路 [24], 、公用事业级变流器 [25],和线路导线 [26]。当倒下的输电线路与周围植被接触时，会引发内生火灾，并可能损害附近的电力系统组件 [8]。文献 [27], 提出了评估内生野火风险的框架，基于此类风险的仿真模型

韩斌·杨和浩翔·杨获得中国国家自然科学基金资助，项目编号为 72201232 和 72231008。Noah Rhodes 和 Line Roald 获得美国国家科学基金会 ASCENT 项目资助，项目编号为 2132904；同时获得能源部科学办公室高级科学计算研究办公室应用数学项目资助，合同编号为 DE-AC02-06CH11347。

可以提供预警 [28]。本文通过二进制参数明确建模外生野火和内生野火的影响，这些参数表示在每个时段中，任一野火是否会损害每个电力系统组件。

优化用于描述断电决策和潮流决策的序贯决策过程，需要求解一个多阶段随机规划。这可能具有挑战性，因为计算复杂度会随着规划时域长度 [29]，呈指数级增长，而且可能涉及整数变量 [8]。我们构建了一个两阶段随机混合整数规划（SMIP）模型，用于刻画多个时段内电力系统去电与外生和内生野火之间的相互作用。我们以野火风险度量为优化目标，即包含野火损害成本和负荷削减成本的期望总成本。此外，我们的两阶段随机混合整数规划模型纳入了野火的时空不确定性，并通过中断情景描述现实世界中的情况，相较于确定性模型，能够更好地处理复杂且动态变化的情况，并实现更具韧性的运行。我们采用元胞自动机过程模拟野火蔓延，并生成描述野火中断规模和发生时间的情景。由于野火发生频率较低，我们假设在规划时域内最多发生一次野火，以将多时段问题简化为两阶段问题 [30]。这种基于两阶段情景的设定符合野火起火低概率、高影响的特性，并能够高保真地捕捉野火发展的动态过程。我们设计了一种主动防御方案，在野火发生前执行有效的断电计划，并在野火发生后优化其余可用组件的潮流运行。

我们提出一种针对具有非凸、非光滑值函数的两阶段随机混合整数规划的分解算法。该算法使用线性切平面（称为拉格朗日割）来近似值函数 [31]。标准版拉格朗日割在理论上是紧的，但计算效率可能较低。为克服这一局限，我们提出了拉格朗日割的增强版本，称为平方最小化割，以提高近似质量并加快算法运行速度。我们的方法在计算精度和可靠性方面表现出色。两阶段随机混合整数规划模型支持不确定性下的决策，降低灾害发生的可能性，并在中断后尽可能维持负荷供电。

本文的贡献有四方面：1）我们提出一种元胞自动机模型，基于环境数据模拟外生和内生野火的起始与蔓延。借助该模型，我们能够通过随机混合整数规划模型中使用的情景评估野火风险。2）我们构建了一个用于管理电力系统运行中野火风险的两阶段随机混合整数规划模型。与现有文献不同，我们的模型通过采用具有随机起始时间的中断情景，刻画野火起火的随机性，同时控制模型规模。

3）我们开发了一种切平面算法，可在有限收敛保证下求解随机混合整数规划模型。通过一种新的平方最小化割，我们显著提升了其计算性能。

4）我们表明，与确定性对应模型相比，我们的两阶段混合整数随机规划模型能够得出韧性显著更强的解决方案；与鲁棒优化模型相比，则能得出更经济的解决方案。我们还分析了不同参数设置下的解决方案，以获得运行方面的见解。

本文其余部分安排如下：第二节介绍野火模拟模型和随机混合整数规划模型的形式化表述；第三节推导切平面算法及其计算增强方法；第四节介绍基准案例和数值分析；第五节则对全文进行总结，并简要讨论未来工作。

## II. 两阶段混合整数随机规划模型

我们研究短期时间范围（24 小时）内野火扰动下的多时段调度与断电操作。电力网络表示为图 $(\mathcal{B},\ \mathcal{L})$，其中 $\mathcal{B}$ 表示母线集合，$\mathcal{L}$ 表示线路集合。我们使用 $\mathcal{D}_i$、$\mathcal{G}_i$ 和 $\mathcal{L}_i$ 分别表示连接到母线 $i$ 的负荷、发电机和输电线路子集。对于每个时段 $t \in \mathcal{T}$，我们建立直流潮流约束，以确定发电机 $g \in \mathcal{G}$ 的有功功率发电 $P^G_{gt}$、输电线路 $(i,\ j)$ 上的潮流 $P^L_{ijt}$（该线路 $\in \mathcal{L}$ 从母线 $i$ 通往母线 $j$），以及母线 $i \in \mathcal{B}$ 的相角 $\theta_{it}$。

在我们的模型中，野火风险定义为指定时间范围内，野火扰动不确定时负荷削减与野火损害的总成本。在模型 (1) 中，失电的发电机发电能力为零，失电的线路则视为断开。如果某条母线停运，与其相连的所有发电机和线路也将失电。我们的模型使用二元决策变量 $z_{ct}$ 来表示组件 $c \in \mathcal{C}$ 在时段 $t$是否失电。出于安全考虑，我们假设失电组件将一直保持停运状态，直到时间范围结束 [8]。模型 (1) 得出一项第一阶段计划，即一项名义计划；该计划应持续实施，直至发生中断或时间范围结束，以先发生者为准。如果在时段 $\tau^\omega$观测到火灾扰动，给定当前的停运状态 $z_{\cdot\tau^\omega-1}$，模型将进入第二阶段，并产生第二阶段值函数 $f^\omega$；在此，我们假设已披露起火位置处的组件将停运。

### A. 野火情景建模

基于构建的电力网络，我们将野火不确定性建模为一种随机扰动，其发生时间、地点和蔓延范围均为随机。我们考虑短期运行，因此假设在整个时间范围内最多发生一次扰动。我们构建了一个由 $\omega \in \Omega$ 索引的中断情景组合，其中包括：i）由运行中的电力组件发生故障所引发的内生火灾；ii）由随机自然野火起火引发的外生火灾。

我们考虑能够覆盖整个电力网络的最小矩形区域，并将其划分为指定分辨率的二维网格，其中网格单元集合记为$\mathcal{K}$。随后，我们根据网格单元、母线和输电线路的地理位置，建立它们之间的映射。令 $k_i \in \mathcal{K}$ 表示母线 $i$所在的网格单元

所在的位置。一条输电线路 $l=(i,\ j)$可能跨越多个网格单元，记为 $\mathcal{K}_{ij}$。此外，一个网格单元 $k\in\mathcal{K}$ 可能包含多条输电线路，我们将经过网格单元 $k$ 的输电线路集合记为 $\mathcal{L}^k$。最后，令 $\mathcal{K}_{\mathcal{B}}$和 $\mathcal{K}_{\mathcal{L}}$ 分别表示至少包含一条母线和至少一条输电线路的网格单元集合。

我们采用元胞自动机方法，并依据 [32]，中列出的传播规则来模拟外生野火的蔓延。总体而言，这一设置会导致约95%的情景发生野火扰动。每个网格单元具有四种状态，这些状态随离散时间演化。四种状态如下：(i)网格单元没有森林可燃物；(ii) 网格单元有尚未点燃的森林可燃物；(iii) 网格单元有已点燃的森林可燃物；(iv) 网格单元有正在完全燃烧的森林可燃物。内生扰动由电力系统组件故障引起。每个组件的状态为正常、故障或已点燃。我们将野火扰动的发生时间 $\tau^\omega$ 定义为外生野火发生时间与任一电力组件发生故障时间中较早者。

*a)* 外生野火：我们假设在时间范围开始时，电网中不存在外生野火。对于每个网格单元 $k\in\mathcal{K}$，在时段 $t\in\mathcal{T}$，它会从环境中获取信息以更新自身状态，并根据一组既定规则与周围网格单元进行交互：

1) 若其在时段 $t-1$的状态为未燃烧可燃物状态 (ii)，则其受环境因素影响，有 $p_{tk}$的概率被点燃，状态将从 (ii) 转变为已点燃可燃物状态 (iii)；2) 若其在时段 $t-1$ 的状态为 (iii)，则状态将转变为完全燃烧状态 (iv)；3) 若其为完全燃烧的网格单元，则状态将保持为 (iv)，并可向由 $k'$索引的 8 个相邻网格单元传播火焰；若这些网格单元处于状态 (ii)，则会以概率$q_{tk'}$ 点燃它们，其中参数 $q_{tk'}$ 取决于植被、地面高程和风等环境因素。

我们记录时间范围 $\mathcal{T}$结束后的外生野火损害：若野火（状态 (iii) 或 (iv)）曾发生在 $k_i$ 上，且 $c$ 是母线 $i$ 或连接到母线 $i$的任一发电机，则令 $v_c^\omega=1$；若野火曾发生在 $\mathcal{K}_{ij}$中的任一网格单元上，且 $c$ 是输电线路 $(i,\ j)$，亦令 $v_c^\omega=1$。

*b)* 内生野火：我们使用两步程序模拟内生野火：

1）首先，我们模拟电气组件故障。为初始化故障模拟过程，我们假设在时间范围开始时电力系统中不存在故障组件，这与外生野火模拟类似。对于每个时段 $t\in\mathcal{T}$，组件 $c\in\mathcal{C}$ 可能按照概率为 $p_{tc}$ 的伯努利分布发生故障。一旦组件发生故障，我们通过令 $u_c^\omega=1$ 来记录其状态。

2）我们的第二步是：从故障时段开始，针对每个故障组件 $c$ 分别运行独立的元胞自动机过程，直至时间范围结束；初始化时，将包含该组件的网格单元设为状态 (iii)。网格单元在下一时段演变至状态 (iv) 后，会以概率 $q_{t,\ k'}$ 在时间段 $t$ 将模拟的野火蔓延至相邻网格单元 $k'$，并进一步扩散。时间范围内因这次蔓延而受损的组件构成集合 $I_c^\omega$。

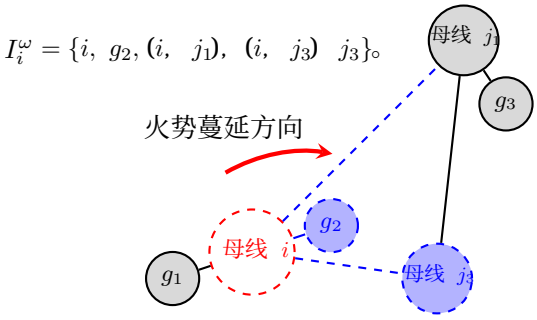



图 1：随机集合 $I_i^\omega$示意图。母线 $i$（带电）处发生故障，引发内生野火蔓延并影响两条输电线路（$i,\ j_1$）和（$i,\ j_2$）、母线 $j_3$ 及发电机 $g_2$，这些对象以蓝色虚线标示。

图 1 展示了一组受内生火灾影响的组件：带电母线 $i$ 发生故障，引发内生野火并影响两条输电线路、一条母线和一台发电机（以虚线标示）。请注意，我们假设故障会直接引发野火，因为我们的目标是模拟组件 $c$ 未失电时内生火灾的蔓延情况。此外，我们构建了彼此独立的模拟过程，每个过程仅以包含故障组件 $c$的网格单元为起点，以便清晰追踪野火的蔓延源头，并排除其他位置引发的内生野火所造成的干扰。

总之，对于特定场景 $\omega\in\Omega$，我们使用元胞自动机程序生成野火扰动的不确定性 $\xi^\omega=\{\tau^\omega,v^\omega,u^\omega,I^\omega\}$，其中包括扰动时间 $\tau^\omega$、表示外生火灾位置的二进制参数 $v_c^\omega$、表示故障位置的二进制参数 $u_c^\omega$，以及刻画组件 $c$ 处潜在内生火灾所损害组件的集合 $I_c^\omega$。参数设置详述如下：

映射到网格：我们将每个母线$i\in\mathcal{B}$ 的位置从经纬度 [33]转换为通用横轴墨卡托（UTM）坐标 [34]。包含整个电力网络的最小矩形长 180，000 个 UTM 单位，宽 138，000 个 UTM 单位。我们将该矩形区域划分为边长为 1，000 个 UTM 单位的方形网格单元。这样的边长可确保仿真模型具有较高分辨率，其数量级与野火在一个时间段内的平均蔓延距离相同。

外生野火点燃概率 $p_{tk}$：我们假设，只有发生在至少包含一个电力系统组件的网格单元中的野火才会威胁电力系统。如第 II-A 节所述，我们通过概率 $p_{tk}$对时间 $t$ 的外生野火起火进行建模，该概率描述网格单元 $k\in\mathcal{K}$ 从状态 (ii)“未燃燃料”转变为状态 (iii)“燃料已点燃”的可能性。为估算 $p_{tk}$，我们使用野地火灾潜势指数（WFPI）[35] 作为相对起火概率的衡量指标。在网格单元 $k$ 中发生外生野火的概率为，其中穿过网格单元 $k$ 的所有输电线路的集合为 $\mathcal{L}^k$：

$$p_{tk}=\frac{\sum_{l\in\mathcal{L}^k}\mathtt{WFPI}_l}{\sum_{l'\in\mathcal{L}}\mathtt{WFPI}_{l'}}.$$

野火蔓延概率 $q_{tk'}$：假设存在一个完全燃烧的网格单元。每个相邻网格单元 $k' \in \mathcal{K}$ 都会以概率$q_{tk'}$被点燃。该概率 $q_{tk'}$ 取决于：1）无风且地形平坦时网格单元 $k'$ 发生燃烧的基准概率 $q_{0k'}$；2）植被类型 $q_{k'}^{\text{veg}}$ 和植被密度 $q_{k'}^{\text{den}}$；3）地理信息 $q_{k'}^{s}$；以及 4）风速和风向 $q_{tk'}^{w}$，具体如下：

$$q_{tk'} = q_{0k'} \left(1 + q_{k'}^{\text{veg}}\right) \left(1 + q_{k'}^{\text{den}}\right) q_{k'}^{s} q_{tk'}^{w}.$$

详细的参数值请参见文献 [32] 和 [36] 。

故障概率 $p_{tc}$：由于雷电和风等环境因素，输电线路比其他电气元件更容易发生故障 [37]。因此，在我们的实现中，我们重点关注输电线路故障，并设置 $p_{tc} = 0$, $\forall c \in \mathcal{B} \cup \mathcal{G}$。如果要考虑母线和发电机发生故障的风险，则可以轻松扩展此设置。在任何时间段内，我们假设每条线路的故障概率保持不变 $l \in \mathcal{L}$ 为 $p_{tl} = 1 - e^{-\bar{\lambda}}$，其中 $\bar{\lambda}$ 是 [37]泊松回归模型中估计的每小时故障率。

*B.* 两阶段混合整数随机规划模型

当带电组件发生故障时，相关的内生野火可能造成高额损害成本。为降低引发野火的内生风险，电力系统运营商可以使电力设备失电，即关闭电力设备。然而，假设为防止内生火灾而使多个组件失电。在这种情况下，供电能力可能大幅下降，导致无法满足关键负荷需求并引发严重的次生灾害。为提高电力系统的可靠性并减轻野火损害，运营商应在高风险条件下使部分潜在危险的电气设备失电，以确保有足够的供电能力，同时显著降低风险。

为在内生火灾与负荷削减之间实现均衡的风险权衡，我们构建了两阶段随机混合整数规划模型 (1)，在给定时间范围内针对野火扰动不确定性优化关断决策。在模型 (1) 中，失电的发电机发电能力为零，失电的线路则视为断开。若某条母线被断电，与其相连的所有发电机和线路也将失电。我们的模型使用二元决策变量 $z_{ct}$ 表示组件 $c \in \mathcal{C}$ 在时段 $t$是否失电。出于安全考虑，我们假设失电组件将保持断电状态，直至时间范围结束 [8]。模型 (1) 得出第一阶段计划，即名义计划，该计划应持续执行，直至发生中断或时间范围结束，以先发生者为准。如果在时段 $\tau^\omega$观测到火灾中断，在给定当前关断状态 $z_{\cdot\tau^\omega-1}$的情况下，模型将进入第二阶段并产生第二阶段值函数 $f^\omega$；我们假设已揭示的起火位置处的组件将被关断。

$$Z^* = \min \sum_{\omega\in\Omega} p^\omega \left[ \sum_{t=1}^{\tau^\omega-1} \sum_{d\in\mathcal{D}} w_d(1 - x_{dt}) + f^\omega(z_{\cdot\tau^\omega-1}, \xi^\omega) \right]$$

满足 $\forall t \in \mathcal{T}$:

$$P_{ijt}^L \le -b_{ij}\left(\theta_{it} - \theta_{jt} + \bar{\theta}(1 - z_{ijt})\right) \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{L} \quad (1a)$$

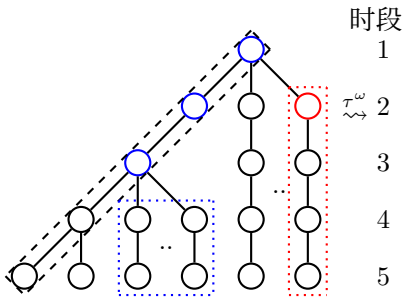



图2：包含 $T = 5$ 和 $\tau^\omega = 2$的野火中断问题情景树示意图。红框中的分支表示在时段2发生中断的扰动场景。蓝框中的分支表示共享相同历史信息的情景（蓝色节点）。

$$P_{ijt}^L \ge -b_{ij}\left(\theta_{it} - \theta_{jt} + \underline{\theta}(1 - z_{ijt})\right) \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{L} \quad (1b)$$

$$-W_{ij} z_{ijt} \le P_{ijt}^L \le W_{ij} z_{ijt} \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{L} \quad (1c)$$

$$\sum_{g\in\mathcal{G}_i} P_{gt}^G + \sum_{l\in\mathcal{L}_i} P_{lt}^L = \sum_{d\in\mathcal{D}_i} D_{dt} x_{dt} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \quad (1d)$$

$$\underline{P}_g^G z_{gt} \le P_{gt}^G \le \bar{P}_g^G z_{gt} \qquad \forall g \in \mathcal{G} \quad (1e)$$

$$z_{it} \ge x_{dt} \qquad \forall i \in \mathcal{B}, d \in \mathcal{D}_i \quad (1f)$$

$$z_{it} \ge z_{gt} \qquad \forall i \in \mathcal{B}, g \in \mathcal{G}_i \quad (1g)$$

$$z_{it} \ge z_{ijt} \qquad \forall i \in \mathcal{B}, (i,j) \in \mathcal{L} \quad (1h)$$

$$z_{it} \ge z_{jit} \qquad \forall i \in \mathcal{B}, (j,i) \in \mathcal{L} \quad (1i)$$

$$z_{ct} \ge z_{c\min\{t+1,T\}} \qquad \forall c \in \mathcal{C} \quad (1j)$$

$$z_{ct} \in \{0,1\} \qquad \forall c \in \mathcal{C}. \quad (1k)$$

目标函数考虑期望成本，该成本由中断前的负荷削减成本和中断后的总成本组成。约束（1a）—（1e）对应于直流潮流模型，约束（1f）—（1i）对组件交互进行建模，相当于 [8] 中的约束（7）—（9）。约束（1j）描述了组件状态的时序逻辑：一旦组件被关闭，就会保持关闭状态，相应的 $z$ 变量为 0。该两阶段混合整数随机规划模型的情景树如图2所示，其中每个节点代表一个时间段内的决策，每条向右延伸的分支代表一个中断场景。左侧对角分支上的黑框表示在未发生中断时获得的名义计划。假设我们有一个具有 $\tau^\omega = 2$ 的场景 $\omega$ 。右侧的红框描述了与该值函数 $f^\omega$ 相关的决策，红色节点表示扰动时间 $\tau^\omega = 2$。蓝框中的分支表示在第4时段发生中断且共享相同历史信息（蓝色节点）的情景。

我们将中断后的预期总成本$\sum_{\omega\in\Omega} p^\omega f^\omega(\cdot, \xi^\omega)$定义为野火风险度量。对于每个情景，第二阶段值函数 $f^\omega$ 以关断状态变量 $\hat{z}_{\cdot\tau^\omega-1}$ 和中断不确定性 $\xi^\omega$ 作为输入。该函数关注 $\tau^\omega$ 之后的运行情况，并可通过求解以下混合整数规划进行评估：

$$f^\omega(\hat{z}_{\cdot\tau^\omega-1}, \xi^\omega) =$$

$$\min \quad \sum_{t=\tau^\omega}^{T} \sum_{d\in\mathcal{D}} w_d(1-x_{dt}^\omega) + \sum_{c\in\mathcal{C}} r_c \eta_c^\omega$$

s.t. $\forall t \in \{\tau^\omega, \dots, T\}$ :

$$P_{ijt}^{L,\omega} \le -b_{ij}\left(\theta_{it}^\omega - \theta_{jt}^\omega + \bar{\theta}(1-y_{ij}^\omega)\right) \qquad \forall (i,j)\in\mathcal{L} \quad (2a)$$

$$P_{ijt}^{L,\omega} \ge -b_{ij}\left(\theta_{it}^\omega - \theta_{jt}^\omega + \underline{\theta}(1-y_{ij}^\omega)\right) \qquad \forall (i,j)\in\mathcal{L} \quad (2b)$$

$$-W_{ij}y_{ij}^\omega \le P_{ijt}^{L,\omega} \le W_{ij}y_{ij}^\omega \qquad \forall (i,j)\in\mathcal{L} \quad (2c)$$

$$\sum_{g\in\mathcal{G}_i} P_{gt}^{G,\omega} + \sum_{l\in\mathcal{L}_i} P_{lt}^{L,\omega} = \sum_{d\in\mathcal{D}_i} D_{dt}x_{dt}^\omega \qquad \forall i\in\mathcal{B} \quad (2d)$$

$$\underline{P}_g^{G,\omega} y_g^\omega \le P_{gt}^{G,\omega} \le \bar{P}_g^{G,\omega} y_g^\omega \qquad \forall g\in\mathcal{G} \quad (2e)$$

$$y_i^\omega \ge x_{dt}^\omega \qquad \forall i\in\mathcal{B}, d\in\mathcal{D}_i \quad (2f)$$

$$y_i^\omega \ge y_g^\omega \qquad \forall i\in\mathcal{B}, g\in\mathcal{G}_i \quad (2g)$$

$$y_i^\omega \ge y_{ij}^\omega \qquad \forall i\in\mathcal{B}, (i,j)\in\mathcal{L} \quad (2h)$$

$$y_i^\omega \ge y_{ji}^\omega \qquad \forall i\in\mathcal{B}, (j,i)\in\mathcal{L} \quad (2i)$$

$$y_c^\omega \le z_c^\omega \qquad \forall c\in\mathcal{C} \quad (2j)$$

$$y_c^\omega \le 1-\eta_c^\omega \qquad \forall c\in\mathcal{C} \quad (2k)$$

$$\eta_c^\omega \ge v_c^\omega \qquad \forall c\in\mathcal{C} \quad (2l)$$

$$\eta_k^\omega \ge u_c^\omega z_c^\omega \qquad \forall c\in\mathcal{C}, k\in I_c^\omega \quad (2m)$$

$$z_c^\omega = \hat{z}_{c\tau^\omega-1} \qquad \forall c\in\mathcal{C} \quad (2n)$$

$$y_c^\omega, \eta_c^\omega, z_c^\omega \in \{0,1\} \qquad \forall c\in\mathcal{C}. \quad (2o)$$

目标函数包括中断后的负荷削减成本和野火损害成本。对于组件 $c\in\mathcal{C}$，其野火损害成本记为 $r_c$，由电力组件的更换成本和附近社区的经济损失构成。在模型（2）中，带电状态将在剩余时间范围内保持不变，因为我们假设所有野火损害均在时段 $\tau^\omega$ 显现，且此后不再进行恢复决策。约束（2a）—（2e）对直流潮流约束进行了等价建模，其形式与模型（1）相同。约束（2f）—（2i）表示组件的运行状态，与第一阶段对应的约束（1f）—（1i）类似。我们通过非预见性约束（2n）创建第一阶段关断决策 $z_c^\omega$ 的本地副本，从而确保在野火扰动发生时，所有具有相同历史信息的情景中每个组件的关断状态都相同。该绑定关系如图2所示，并在 [30]中进行了详细讨论。令 $z_c^\omega$表示组件 $c$ 是否已被关断，约束（2j）确保被关断的组件在第二阶段持续处于停运状态。约束（2k）规定受损组件不再运行，其中外生火灾损害由约束（2l）建模，内生火灾损害由约束（2m）建模。注意，在组件 $c$ 处发生的内生火灾需要同时满足故障发生$u_c^\omega = 1$ 以及该组件未被关断 $z_c^\omega = 1$，并会向组件 $k\in I_c^\omega$蔓延。

## III. 基于拉格朗日割的分解算法

值函数 $f^\omega$ 是一个非凸函数，没有解析形式，因为我们需要求解混合整数规划子问题 (2) 才能对其进行评估。求解模型 (1) 的一种常见方法是用闭式近似替代 $f^\omega$，例如线性切割平面。如果状态变量是二元变量，我们可以生成拉格朗日割，将每个 $\omega\in\Omega$ [31]对应的 $f^\omega$ 等价地重构为凸分段线性函数。由于我们的状态变量$z$ 是二元变量，这些拉格朗日割也可以应用于模型 (1)。本节首先推导拉格朗日割，并说明切平面法的收敛性质。此外，我们提出一种改进的拉格朗日割，平方最小化割 (SMC)，并阐述其如何加速切平面算法。

在第 $\ell$次迭代中，我们求解拉格朗日对偶问题 (3)，得到割截距 $v^{\omega,\ell}$ 其值为最优值 $v^*$，梯度 $\lambda^{\omega,\ell}$ 为最优解 $\lambda^*$。值得注意的是，模型 (3) 是一个凸规划，我们可以使用凸规划算法高效地求解，例如采用稳定化技术的束方法 [38]:

$$v^* = \max_{\lambda} R^\omega(\hat{z},\lambda), \quad (3)$$

其中，拉格朗日松弛问题 $R^\omega(\hat{z},\ \lambda)$ 是通过松弛非预见性约束 (2n) 得到的:

$$R^\omega(\hat{z},\lambda) = \min \quad \sum_{t=\tau^\omega}^{T}\sum_{d\in\mathcal{D}} w_d(1-x_{dt}^\omega) + \sum_{c\in\mathcal{C}}[r_c\eta_c^\omega + \lambda_c(\hat{z}_{c,\tau^\omega-1} - z_c^\omega)] \quad (4)$$

$$\text{s.t.} \quad \text{Constraints (2a)} - \text{(2m)}, \text{(2o)}.$$

由于将模型 (2) 中的所有变量设为零，总能为子问题 (2) 找到一个可行解，因此我们无需生成可行性割来刻画 $f^\omega$ 的定义域，而可以专注于生成最优性割来近似$f^\omega$ [29]。对于特定的 $\omega$，我们将 $f^\omega$ 的下近似记为 $V^\omega$，并将第 $\ell$ 个割写为:

$$V^\omega \ge v^{\omega,\ell} + (\lambda^{\omega,\ell})^\top (z_{\tau^\omega-1} - \hat{z}^\ell_{\tau^\omega-1}). \quad (5)$$

通过构造 $L-1$ 拉格朗日割 (5)，我们可以用 $f^\omega$ 替换该函数，从而得到模型 (1) 的下近似 ($M_L$)。由于这些割构成了 $f^\omega$ 的下近似，最优值 $Z_L^*$ 是 $Z^*$ 的下界。

$$(M_L) \quad Z_L^* = \min \quad \sum_{\omega\in\Omega} p^\omega \left[\sum_{t=1}^{\tau^\omega-1} w_d(1-x_{dt}) + V^\omega\right] \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \quad \text{Constraints (1a)} - \text{(1j)}$$

$$V^\omega \ge (\lambda^{\omega,\ell})^\top (z_{\cdot\tau^\omega-1} - \hat{z}^\ell_{\cdot\tau^\omega-1}) + v^{\omega,\ell}, \quad \forall \omega\in\Omega, \ell = 1,\dots,L-1.$$

一旦获得 ($M_L$) 的最优解 ($\hat{x}$, $\hat{z}$, $\hat{V}$, $\hat{P}$)，它就是模型 (1) 的一个可行解，我们可以通过对每个 $\omega\in\Omega$ 计算 $f^\omega$ ($\hat{z}_{\cdot\tau^\omega-1}$, $\xi^\omega$) 来求得一个上界。下面的算法1给出了分解算法的详细步骤，该算法迭代更新上下界。最后，当相对间隙在预定义的容差阈值 $\epsilon\ge 0$ 以内时，我们终止算法 1。可以证明，算法1在有限步内收敛到最优值。

**定理1**（收敛性）。当 $\epsilon = 0$ 时，算法*1* 在有限次迭代后终止，并在有限次迭代后输出模型（1）的最优解 $L$。

**算法1：** 基于拉
格朗日割的分解算法，用于求解模型（1）

初始化割迭代次数 $\ell = 1$，下界 $LB = 0$，上界 $UB = \infty$ 和 $\epsilon \geq 0$;
**当** $\frac{UB - LB}{UB} \geq \epsilon$ **时执行**
  /* 前向步骤 */
  求解主问题（$M_\ell$），并获得第一阶段。断电解 $\hat{z}^\ell$、最优值 $Z_\ell^*$，以及值函数的近似值 $V^{\omega,\ell}$;
  更新 $LB = Z_\ell^*$;
  **对于** $\omega \in \Omega$ **执行**
    求解模型 (2)，并得到 $f^\omega(\hat{z}^\ell_{\cdot\tau^\omega}, \xi^\omega)$;
  **end**
  令 $\bar{Z} = Z_\ell^* + \sum_{\omega\in\Omega} p^\omega (f^\omega(\hat{z}^\ell_{\cdot\tau^\omega}, \xi^\omega) - \hat{V}^{\omega,\ell})$;
  **if** $\bar{Z} < UB$ **然后**
    更新 $UB = \bar{Z}$ 和当前最优解作为 $z^* = \hat{z}^\ell$;
  **end**
  /* 反向步骤 */
  **对于** $\omega \in \Omega$，**执行**
    求解拉格朗日对偶问题 (3)，并得到最优解 $\lambda^{\omega,\ell}$ 以及最优值 $v^{\omega,\ell} = R^\omega(\hat{z}^\ell, \lambda^{\omega,\ell})$;
    并将割 (5) 添加到 $(M_\ell)$;
  **end**
  令 $\ell = \ell + 1$;
**结束**
输出 $\epsilon$-最优值 $UB$ 和解 $z^*$。

证明。根据参考文献 [31]，中的定理 3，对于给定的当前第一阶段解 $\hat{z}$ 和场景 $\omega$，证明在 $\hat{z}$ 处生成的拉格朗日割是紧的，这意味着该割在 $\hat{z}$ 处的值等于值函数 $f^\omega(\hat{z}_{\cdot\tau^\omega-1}, \xi^\omega)$在该特定点的值。由于所有状态变量均为二元变量，因此不同第一阶段解 $z$的数量有限，这使我们能够用有限个拉格朗日割完整描述值函数。因此，存在有限的迭代次数 $k_1$，此后不会再生成新的割。对于任意迭代 $k > k_1$，给定由此得到的第一阶段状态变量 $\hat{z}^k$ 和第二阶段值函数近似值$\{V^{\omega,k}\}_{\omega\in\Omega}$，可能出现两种情况：1）对于每个场景 $\omega$，$V^{\omega,k} = f^\omega(\hat{z}^k_{\cdot\tau^\omega-1}, \xi^\omega)$；在此场景下，所得上界 $\bar{}$等于主问题 $Z_k^*$的最优值，因此算法以全局最优解终止；2）存在一个场景 $\omega$，使得 $V^\omega < f^\omega(\hat{z}^k_{\cdot\tau^\omega-1}, \xi^\omega)$；在这种情况下，会生成一个拉格朗日割，以改进对第二阶段值函数的近似。然而，这与迭代 $k_1$之后不再生成新割的结论相矛盾。因此，该算法经过有限步后收敛到全局最优解。

□

尽管拉格朗日割 (5) 在当前二进制解 $\hat{z}$ 处是紧的且有效的，并且能够实现有限收敛，但该割可能具有较大的斜率，因而无法在其他解处提供良好的下近似（如图 3 中的黑线所示）。因此，我们提出了一种旋转割，即 SMC，如图 3 中的红线所示。我们不再通过求解模型 (3) 来获得割系数 $\lambda$ 和 $v$，而是求解一个替代模型：

$$\min_{\lambda} \quad \lambda^\top \lambda \tag{7a}$$

$$\text{s.t.} \quad R^\omega(\hat{z}, \lambda) \geq (1-\delta) f^\omega(\hat{z}_{\cdot\tau^\omega-1}, \xi^\omega), \tag{7b}$$

且我们令 $\lambda^{\omega,\ell}$ 等于其最优解 $\lambda^*$，并令 $v^{\omega,\ell} = R^\omega(\hat{z}, \lambda^*)$。图 3 显示，陡峭割与平坦割之间的区别在于它们与水平面所成的角度。我们更倾向于选择 $\lambda^\top\lambda$较小的平坦割，因为 $\lambda$ 表示线性割的系数。在最小化 $\lambda^\top\lambda$并旋转该割时，该割可能会在当前最优解 $\hat{z}$处变为非紧。因此，我们设置约束 (7b)，强制割值在 $\hat{z}$处的 $f^\omega$的 $\delta$ 邻域内，这可视为一个“锚点”。模型 (7) 始终可行，因为求解模型 (3) 得到的拉格朗日割系数可作为一个可行解。由于给定 $\hat{z}$时，函数 $R^\omega$ 是关于 $\lambda$ 的凹函数，约束 (7b) 刻画了一个凸集，因此我们可以再次使用凸规划求解方法来求解模型 (7)。

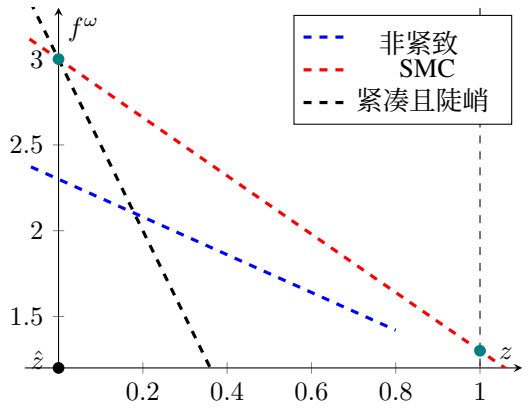



图 3：不同类型割的示意图：黑色割和红色割在 $\hat{z} = 0$ 处是紧的，而蓝色割不是，因为其在 $\hat{z}$ 处的值小于函数值；红色割的性能优于黑色割，因为它还在另一个 $\hat{z} = 1$ 处准确表征了函数值。

## IV. 数值结果

本节首先介绍数值实验设置，并据此评估我们分解方法的效率和解的质量。随后，我们将两阶段混合整数随机规划模型（1）与四个基准案例进行比较：忽略野火中断的确定性模型、具有完美野火信息的决策后观望模型、基于综合野火风险指标的模型，以及旨在最小化最坏情景总成本的鲁棒优化模型。最后，我们考察名义解针对野火中断概率潜在不准确性的鲁棒性。

### A. 实验设置

我们采用 RTS-GMLC 73节点案例 [33]，并在 24小时时域内进行实验，每个时段为一小时（$T = 24$）。我们假设电力需求保持恒定，但在上午 9 点至中午 12 点以及下午 3 点至 7 点的高峰时段除外，此时的需求为非高峰值的 1.2 倍。

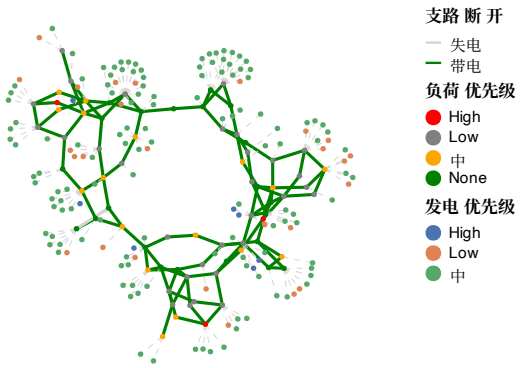



图 4：RTS-GMLC 系统示意图。

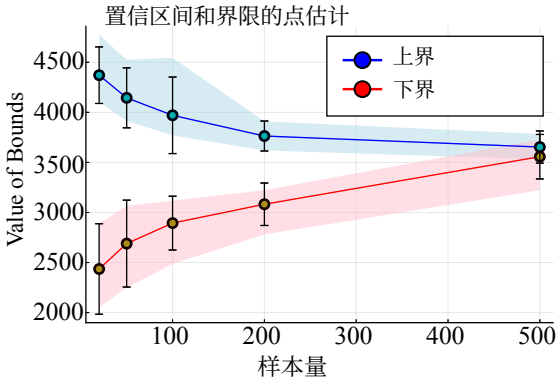



图5：不同样本量下解的上下界的置信区间（条形）和点估计（圆形）。阴影区域表示极值范围（最大值和最小值）。

火灾和突发停电造成的经济损失取决于火灾强度以及受影响区域的负荷量。为量化野火损害和负荷损失造成的经济影响，我们根据各电气元件的重要性及其对所在区域的影响，为其分配数值评分，采用的方法与德克萨斯州野火风险评级系统中的价值响应指数类似 [39]。我们根据 [40], [41], [42], 和 [43] 中的价值数据，为每个电气元件分配经缩放的成本，以便为设备损害和削减负荷设定可比较的成本值。我们得到以下成本参数：

1) 负荷优先级 $w_d$ 范围为 50 到 1000；2) 风力涡轮机、火电厂和核电厂的损害成本 $r_c$ 分别为 50、1000 和 2500；3) 每条母线的损害成本 $r_c$ 为 50；4) 输电线路的损害成本 $r_c$ 为 $0.285\ell$，其中 $\ell$为输电线路的长度。

图 4 根据负荷削减成本和损害成本，分别对负荷和发电机优先级进行颜色编码。

所有优化模型均使用 Julia v1.6 [45] 中的 JuMP [44] 实现，并在配备 10 核 M1 Pro CPU 和 32GB 内存的计算机上使用 Gurobi v9.5.1 [46] 求解。网络图使用 PowerPlot.jl 生成，该工具依赖 PowerModels.jl 软件包 [47]。场景模拟由基于智能体的模型软件包 Agent.jl [48] 构建。对于算法1和 SMC，我们设置 $\epsilon = 1\%$ 和 $\delta = 10^{-4}$。

### *B.* 计算性能与解的分析

我们考察算法性能和解的质量如何随样本量变化。我们的两阶段混合整数随机规划模型使用一组情景 Ω，可视为样本均值近似（SAA），并可作为野火发展真实随机过程最优值的下界估计量。随着情景数量增加，近似精度会提高，但所需计算工作量也会增加 [29]。我们的目标是确定一个样本量，使其能在可接受的计算预算内得到高质量解。为此，我们首先获得二十个第一阶段样本均值近似解 $X = \{\hat{x},\ \hat{z},\ \theta,\ P\}$ 及其最优值，对应的样本量分别为 20，50，100，200 和 500。

接下来，我们按照第 II-A 节所述流程生成 $n = 5,000$ 个野火情景 Ω，用于样本外测试。我们使用这 5，000 个情景评估每个样本均值近似解的期望总成本，方法如下：

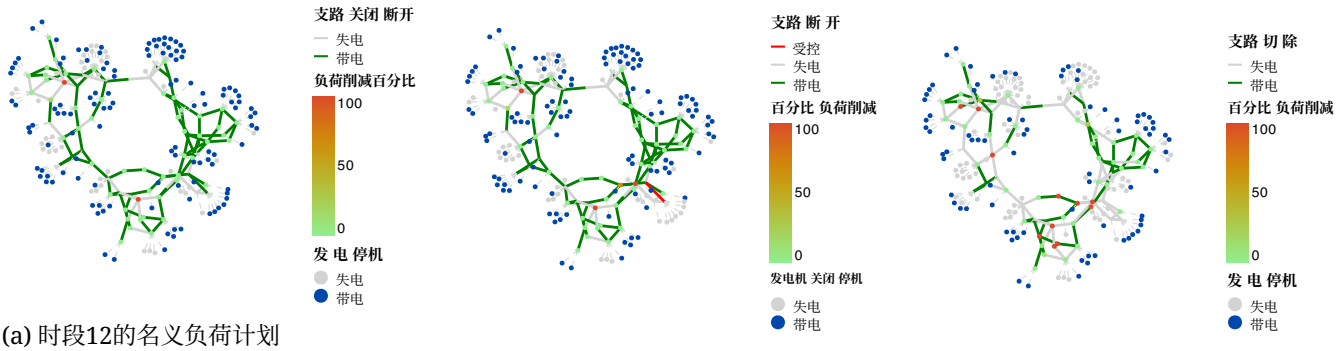
$$g_n(\hat{X}) = \min \sum_{\omega\in\hat{\Omega}} \frac{1}{n}\left[\sum_{t=1}^{\tau^\omega-1}\sum_{d\in\mathcal{D}} w_d(1-\hat{x}_{dt}) + f^\omega(\hat{z}_{\cdot\tau^\omega-1}, \xi^\omega)\right]. \quad (8)$$

此类成本可作为真实野火发展的上界估计量。我们取这二十个上下界估计量的均值，并计算每种样本量下的95%置信区间，如图5所示。图中显示，随着样本量增加，上下界估计量之间的差距逐渐缩小，且两种估计量的变异性都降低。我们认为，样本量为500时的这一差距可以接受。

随着样本量增加，求解随机混合整数规划模型(1)变得越来越困难。表I展示了算法1结合SMC的有效性。样本量为500时，该算法能够在合理的时间内（18,000秒）求解模型。相比之下，Gurobi等最先进的求解器无法处理此类问题。表I凸显了通过使用SMC提升计算性能的必要性，因为采用原始拉格朗日割（LC）的算法无法在给定的时间限制内求得最优解。

我们在具体运营日之前离线模拟情景并求解两阶段随机混合整数规划，从而得到名义计划。运营期间，我们按名义计划执行，直到发生野火扰动。根据野火扰动的实际情况，我们可以求解第二阶段问题以获得补救决策，这一过程通常不到一秒。因此，算法1的运行时间足以满足模型的实际应用需求。

模型 (1) 得出的名义计划在降低负荷削减成本和减少野火风险之间进行了权衡。例如，输电线路72引发内生野火的风险较高；按发生内生野火的情景数量计算，它在所有输电线路中排名第10。




(a) 时段12的名义负荷计划及其对应的负荷削减百分比 (b) 时段12额外削减的负荷 (c) 时段22的名义负荷计划，展示了输电线路72失电时名义计划如何进行优化，展示了名义计划如何优化负荷分布并将不确定性下的风险暴露降至最低。与名义计划保持其带电时相比，这是有意为之。负荷分布并将不确定性下的风险暴露降至最低。

图6：名义计划中权衡关系的可视化。右下角的红线代表输电线路72。

表I：采用 SMC 和 LC 的算法1在容差为 1.0% 时的运行时间（秒），与使用 Gurobi 求解 MIPGap 为 = 1% 的模型 (1) 所需的运行时间进行比较。

| 样本量 | 算法 1 时间 | | Gurobi 求解时间 |
|---|---|---|---|
| | SMC（秒） | LC（秒） | （秒） |
| 20 | 712 | 3287 | 84 |
| 50 | 1248 | 8741 | 376 |
| 100 | 2604 | 17911 | 1510 |
| 200 | 5323 | > 18000 | 9186 |
| 500 | 12776 | > 18000 | > 18000 |

然而，在包含24个时段的时间范围内，名义计划不会过早对其断电，因为它连接到一条母线，而该母线上有多台发电机，可为大量负荷供电；见图 6a。为说明这种权衡，我们比较了对线路72断电和保持其带电的结果。如果我们在$t = 12$时有意提前对线路72断电，就会导致发电量大幅减少并造成负荷削减；见图 6b。负荷削减成本高于线路72造成的预期损害成本，因此名义计划倾向于让其保持带电。然而，在时段22之后，名义计划会对其断电（图 6c），因为其故障造成的预期损害成本超过发电量减少所带来的负荷削减成本。当我们将时间范围长度扩展至 $T = 36$ 和 $T = 48$时，也观察到了类似的“时域末端”效应。

### C. 基准比较

我们选取第四节 B 部分中以样本量 500 运行 20 个批次所得到的最优解中的最佳解，作为两阶段随机混合整数规划模型（1）的解，记为 $X^* = \{x^*, z^*, \theta^*, P^*\}$。随后，我们将该最优解 $X^*$ 与以下三个基准模型进行比较：

1) 一种不考虑可能发生的中断、以最大化负荷满足度为目标的确定性模型：

$$(M^{det}) \quad \min \quad \sum_{t=1}^{T} \sum_{d \in \mathcal{D}} w_d (1 - x_{dt})$$
$$\text{s.t.} \quad \text{Constraints (1a)} - \text{(1j)}.$$

由于 ($M^{det}$) 未考虑野火风险，最优解将给出一个没有断电的名义计划 $X^{det} = \{x^{det}, z^{det}, \theta^{det}, P^{det}\}$。

2）一种先知模型，在决策前假设已知 $\xi^\omega$ ，从而可以制定情景特定计划。对于每个 $\omega \in \Omega$，我们求解

$$(M^{ws,\omega}) \qquad g^{ws,\omega} =$$
$$\min \quad \sum_{t=1}^{\tau^\omega - 1} \sum_{d \in \mathcal{D}} w_d (1 - x_{dt}) + f^\omega(z_{\cdot \tau^\omega - 1}, \xi^\omega)$$
$$\text{s.t.} \quad \text{Constraints (1a)} - \text{(1j)},$$

并得到一个情景特定解 $X^{ws,\omega} = \{x^{ws,\omega}, z^{ws,\omega}, \theta^{ws,\omega}, P^{ws,\omega}\}$。随后可计算预期先知成本：$g_n^* = \sum_{\omega \in \Omega} \frac{1}{n} g^{ws,\omega}$。

3） [19] 提出的基于野火风险的模型，可同时降低野火风险和负荷削减：

$$(M^{rb}) \quad \min \quad \sum_{t=1}^{T} \left[ \frac{\alpha R_{Fire,t}}{R_{Tot}} - (1 - \alpha) \frac{\sum_{d \in \mathcal{D}} x_{dt} w_d D_{dt}}{D_{Tot}} \right]$$
$$\text{s.t.} \quad \text{Constraints (1a)} - \text{(1j)}$$
$$R_{Fire,t} = \sum_{c \in \mathcal{C}} R_{ct} z_{ct} \qquad \forall t \in \mathcal{T},$$

分量级风险度量 $R_{ct}$ 表示在所有情景中，从组件 $c$ 起始的内生火灾所影响的组件数量的平均值。图7展示了 $t = 13$对应的 $R_{ct}$ 。图中标出了面临显著野火风险的组件。通过控制带电组件的数量，我们可以计算时段 $t$的总野火风险 $R_{Fire,t}$ 。我们将总负荷 $D_{Tot} = \sum_{d \in \mathcal{D}, t \in \mathcal{T}} D_{dt}$ 和总野火风险 $R_{Tot} = \sum_{c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} R_{ct}$ 用作归一化因子，以便在目标函数中综合考虑野火风险和负荷削减。参数$\alpha \in [0, 1]$ 用于调整满足负荷需求与降低野火风险之间的权衡。求解模型（$M^{rb}$）可得到名义计划 $X^{rb,\alpha} = \{x^{rb,\alpha}, z^{rb,\alpha}, \theta^{rb,\alpha}, P^{rb,\alpha}\}$。

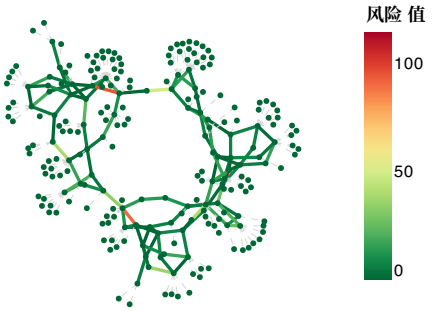



图7：野火风险示意图 $R_{ct}$ 于 $t = 13$。

4）基于情景的鲁棒优化模型：最小化最坏情景下的总成本：

$$(M^{ro}) \ \min \ \max_{\omega\in\Omega} \ \sum_{t=1}^{\tau^\omega-1} \sum_{d\in\mathcal{D}} w_d(1-x_{dt}) + f^\omega(z_{\cdot\tau^\omega-1}, \xi^\omega)$$
$$\text{s.t. (1a)} - \text{(1k)} \qquad \forall t \in \mathcal{T}.$$

求解模型（$M^{ro}$）可得名义计划 $X^{ro} = \{x^{ro}, z^{ro}, \theta^{ro}, P^{ro}\}$。

求解每个模型后，再使用相同的 $n = 5{,}000$ 个样本外情景 Ω 进行评估，这些情景也用于评估两阶段随机混合整数规划模型 (1)。对于确定性模型和等待观望模型，我们得到以下两个比率，以显示它们相对于模型 (1) 的差异：

$$\frac{g_n(X^{det}) - g_n(X^*)}{g_n(X^*)} = 0.639 \text{ and } \frac{g_n(X^*) - g_n^*}{g_n(X^*)} = 0.416.$$

第一个比率强调，与不考虑潜在野火的确定性方法相比，两阶段随机混合整数规划可以显著改善运行效果。第二个比率量化了完全信息价值。如果能在作出断电决策之前准确预测野火，我们可以节省 41.6% 的成本。这个较大的比率反映了野火情景的高方差，也说明单一名义切断计划难以在所有情景下都达到最优。虽然完全不可能获得完美信息，但如果能获得辅助数据，就会有所帮助；基于这些数据，我们可以更好地表征这些情景。例如，我们可以排除在有降水预报的区域发生野火的情景。

图 8 通过选取二十个情景中的一个子集展示了这种效果：我们可以观察到，在除一个情景外的所有选定情景中，SMIP解的成本都显著低于确定性解的成本，并且在两个情景中接近可能达到的最低成本。如果辅助数据表明这两个情景很可能发生，那么我们的SMIP解将表现良好。相反，如果辅助数据表明情况并非如此，我们可能需要使用经过优化的情景集重新求解两阶段随机混合整数规划模型 1。

对于基于野火风险的模型（$M^{rb}$），我们使用情景集合 $\Omega^*$，据此获得 $X^*$，并计算所有 $t \in \mathcal{T}$ 的野火风险值 $R_{Fire,\ t}$。我们获得了 $\alpha \in \{0.0, 0.1, \ldots, 0.9\}$ 的一个解 $X^{rb,\ \alpha}$。我们列出了在

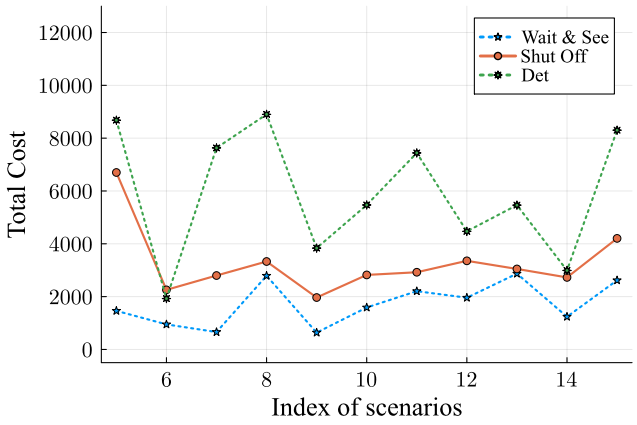



图 8：模型 (1)、确定性模型 ($M^{det}$) 和等待观望模型 ($M^{ws,\omega}$) 的情景特定成本。对于每个场景，绿色星形和橙色圆形分别表示由 ($M^{det}$) 和模型 (1) 生成的名义计划所产生的成本。蓝色星形表示等待观望成本。

非扰动场景（无野火点燃）和扰动˜场景下的样本外平均负荷削减成本及野火损害成本，见表 II；这些结果使用 Ω 进行评估。

如果忽略野火风险（$\alpha = 0.0$），则等同于确定性解 $X^{det}$，这会导致较高的样本外成本 $g_n(X^{det})$。随着 $\alpha$ 增大，我们可以先通过对潜在高风险组件采取预防性切断来降低总成本，从而减少损害成本。然而，随着 $\alpha$ 进一步增大，名义计划会变得过于保守，许多组件会失电，以至于不断增加的负荷削减成本超过了减少的损害成本。这体现了基于野火风险的模型（$M^{rb}$）面临的一项重大挑战：目前缺少指导来选择合适的 $\alpha$。

随后，我们通过表II中的相对改进比（RRI）($g_n(X^{rb,\alpha}) - g_n(X^*))/g_n(X^*)$，将我们的混合整数随机规划模型（1）与基于野火风险的模型（$M^{rb}$）进行比较。结果表明，通过求解模型（1）获得的名义计划表现显著更好，并且对于 $X^{rb,\alpha}$，所有选定的 $\alpha$ 的RRI值均超过45%。这表明，在不考虑野火情景和潜在自适应补救措施的情况下，静态的非鲁棒规划远非最优，而与保守程度无关。其原因在于，($M^{rb}$)仅考虑最小化总野火风险并满足电力需求，从而导致名义计划尽可能早地对带有 $R_{ct} > 0$ 的任何组件进行断电，针对某些 $t \in \mathcal{T}$ 而言，只有在该行动不会影响未来电力供应时才会如此。然而，这一特性可能会因对过多组件进行断电而损害电网的韧性。如果发生中断，可能会产生非常高的负荷削减成本。

我们采用了一种类似于参考文献 [49]中的情景追加算法。该算法首先求解一个仅考虑预先指定情景子集 $\Omega \subset \Omega^*$ ˆ 的松弛模型ˆ，并获得一个解 $X$。随后运行一个预言机，以在给定 $X$ 的情况下寻找最坏情景 ˆ$\omega \in \Omega^*$。我们将该情景追加到 ˆ 情景集合 Ω 中，并重复上述过程，直到得到的 ˆ$\omega$ 已经在 ˆ ˆ Ω 中。实验表明，子集 Ω 包含 23 个情景，远小于 $|\Omega^*| = 500$，从而能够

表II：名义计划在非扰动和扰动场景下的负荷削减成本和损害成本 $X^{rb,\ \alpha}$

| $\alpha$ | 非扰动 削减负荷 | 扰动 削减负荷 | 扰动 损害 | 总成本 $g_n(\cdot)$ | 总成本 RRI |
|---|---|---|---|---|---|
| $0.0/X^{det}$ | 0.0 | 3247.0 | 2814.0 | 5936.2 | 63.9% |
| 0.1 | 148.6 | 3843.5 | 1767.5 | 5495.4 | 51。7% |
| 0.2 | 162.9 | 3850.7 | 1739.8 | 5480.8 | 51.4% |
| 0.3 | 221.4 | 3891.0 | 1713.9 | 5489.4 | 51。6% |
| 0.4 | 171.6 | 3786.3 | 1783.4 | 5454.9 | 50.6% |
| 0.5 | 251.1 | 3712.8 | 1773.9 | 5373.7 | 48.4% |
| 0.6 | 106.7 | 3686.8 | 1817.0 | 5390.5 | 48.9% |
| 0.7 | 469.3 | 3721.4 | 1754.1 | 5425.9 | 50.0% |
| 0.8 | 883.6 | 3949.0 | 1700.1 | 5532.7 | 52.8% |
| 0.9 | 1505.8 | 4285.3 | 1341.1 | 5510.5 | 52.2% |
| $X^*$ | 1678.2 | 2355.2 | 1333.6 | 3612.7 | 0.0% |

使我们能够在 109 秒内运行该算法。尽管鲁棒优化算法运行得更快，但与 SMIP 解 $X^*$ 相比，使用表III中的场景集 Ω 得到的鲁棒解 $X^{ro\tilde{}}$ 样本外测试结果较差。鲁棒名义计划 $X^{ro}$ 在时间范围初期切断了更多组件的供电，以缓解内生性野火风险，如图 9 所示。因此，这种保守策略在名义场景和扰动场景中都导致大量负荷削减，使总成本高达 $X^*$ 的四倍。Ω 中各场景的样本内最坏情况成本 * 对于 $X^{ro}$ 为 32，374，而 $X^*$ 为 34，016；这是合理的，因为 $X^{ro}$ 优化的是最坏情景。然而，如表III最后一列所示，样本外最坏情况成本表明，$X^{ro}$ 对场景选择十分敏感，在面对新样本时表现不佳。相比之下，我们的随机规划解 $X^*$ 表现出较强的稳健性，其样本外最坏情况成本甚至低于样本内成本。此外，在其他场景下，$X^{ro}$ 的表现明显逊于 $X^*$。尽管鲁棒模型生成可行名义计划所需的时间较短，但数值结果表明，鲁棒名义计划较为保守，因为它依赖有限的场景信息，并优先考虑最小化最坏情况成本。

表III：名义计划在非扰动和扰动场景下的负荷削减成本与损害成本。

| | 非扰动 削减负荷 | 扰动 削减负荷 | 扰动 损害 | Cost $g_n(\cdot)$ | Cost 最坏情况 |
|---|---|---|---|---|---|
| $X^{ro}$ | 30130.2 | 18067.3 | 2506.3 | 20770.5 | 56848.3 |
| $X^*$ | 1678.2 | 2355.2 | 1333.6 | 3612.7 | 28871.1 |

### *D.* 中断概率的敏感性分析 性

我们使用第 II-A 节所述的概率模型模拟野火情景集，该模型随后作为混合整数随机规划中的不确定性模型。有必要检验混合整数随机规划最优解针对这种不确定性模型潜在不准确性的稳健性。因此，本节进行敏感性分析，以检查基于不同不确定性假设获得的混合整数随机规划解的样本外性能。

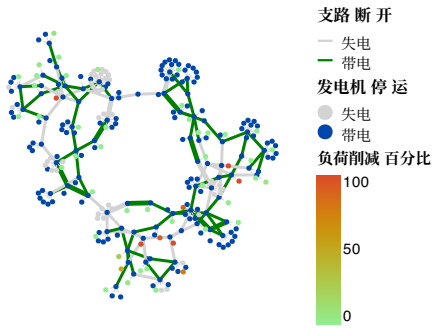



图 9：$X^{ro}$ 在时间 $t = 16$下名义计划对应的电力系统示意图。

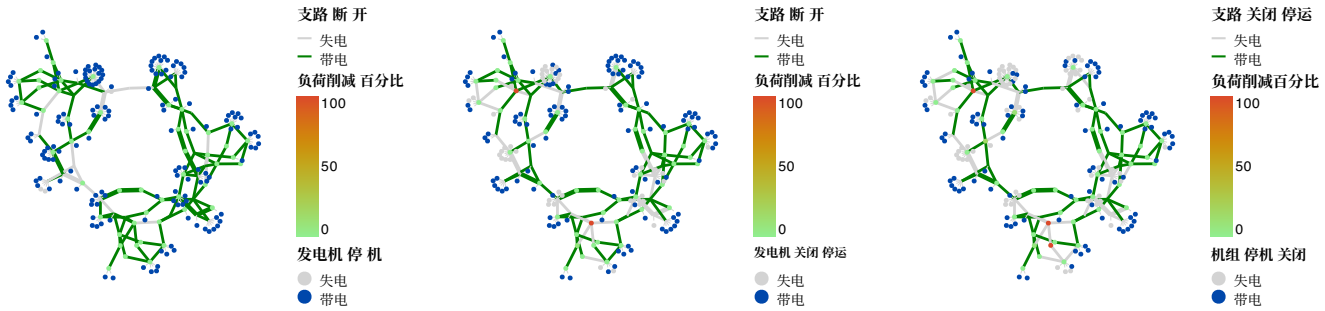
在第 II 节中，我们在随机混合整数规划模型 (1) 中构造了一个场景集 $\Omega^*$，其中每个场景发生的概率相等，$1/|\Omega^*|$。该场景集可划分为 $\Omega^* = \Omega^*_D \cup \Omega^*_N$，其中 $\Omega^*_D$（$\Omega^*_N$）表示发生（未发生）中断的场景集。当没有发生中断时，名义计划将在整个时间范围内执行。因此，该划分等价于 $\Omega^* = \Omega^*_D \cup \{\omega_0\}$，其概率分别为 $p^{\omega_0} = |\Omega^*_N|/|\Omega^*|$ 和 $p^{\omega} = (1 - p^{\omega_0})/|\Omega^*_D|$，对于$\omega \in \Omega^*_D$，其中 $\omega_0$ 是一个未发生中断的场景。

对于敏感性分析，我们对 $p^{\omega_0}$添加扰动 $\Delta p$，并相应地调整 $\omega \in$的 $p^{\omega}$ $\Omega^*_D$。我们针对每个 $\Delta p$ 求解混合整数随机规划，并测试其解在场景集 Ω 上的样本外性能˜，结果如表 IV 所示。样本外无中断概率 $|\Omega_N|/|\Omega|$ 约为 0。05，与 Ω*的情况相似。

我们从表 IV 中观察到，即使输入扰动是原始无中断概率的四倍（$\Delta p = 0.2$），最优 SMIP解仍能取得良好的样本外性能。这表明，SMIP最优解能够抵御输入不准确性。当 $\Delta p$ 不断增大时，SMIP会选择一项切断更少组件的名义计划，从而最小化无野火扰动场景下的负荷削减成本。这会同时导致更高的样本外负荷削减成本和损害成本，因为为防止内生野火而执行的切断措施不足。敏感性分析结果表明，只要在估计野火风险时所采用的不确定性模型不过于宽松，SMIP最优解就是可靠的。

表I：名义计划 $X^{\Delta p}$ 在无扰动和扰动场景下的负荷削减成本与损害成本。

| $\Delta p$ | 无中断 削减负荷 | 有扰动 削减负荷 | 有扰动 损害 | 总成本 $g_n(\cdot)$ | 总成本 RRI |
|---|---|---|---|---|---|
| −0.05 | 1805.1 | 2553.0 | 1242.7 | 3782.8 | 4.5% |
| −0.015 | 1741.5 | 2513.7 | 1353.6 | 3787.3 | 4.6% |
| $0.0/X^*$ | 1678.2 | 2355.2 | 1333.6 | 3612.7 | 0.0% |
| 0.015 | 1660.0 | 2343.9 | 1341.7 | 3609.7 | −0.1% |
| 0.05 | 1504.9 | 2360.2 | 1325.4 | 3609.6 | −0.1% |
| 0.1 | 1250.7 | 2344.8 | 1317.1 | 3586.5 | −0.7% |
| 0.2 | 828.4 | 2196.5 | 1578.8 | 3697.5 | 2.3% |
| 0.3 | 207.3 | 2181.1 | 1752.3 | 3882.5 | 7.3% |
| 0.5 | 185.1 | 2343.5 | 1845.6 | 4109.1 | 13.5% |
| 0.7 | 109.7 | 2410.8 | 1851.0 | 4153.3 | 15.0% |
| 0.9 | 99.0 | 2476.8 | 1878.1 | 4276.7 | 18.4% |




(a) 在第16时段，$X^{exo}$ 中有15条输电线路失电。(b) 在第16时段，$X^{*}$ 中有26条输电线路失电。(c) 在第16时段，$X^{end}$ 中有31条输电线路失电。

图 10：内生和外生野火风险之间相互作用的可视化。

表 V：不同场景生成的名义计划在不同测试集上的表现。

| | 外生野火情景集 | | | | 混合野火情景集 | | | | 内生野火情景集 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Type | 非中断 削减负荷 | 造成中断 削减负荷 | 损害 | 总计 $g_n(\cdot)$ | 非中断 削减负荷 | 中断 削减负荷 | 损害 | 总计 $g_n(\cdot)$ | 非中断 削减负荷 | 中断 削减负荷 | 损害 | 总计 $g_n(\cdot)$ |
| $X^{exo}$ | 0.0 | 707.1 | 636.5 | 1289.8 | 0.0 | 3231.8 | 2961.0 | 5960.2 | 0.0 | 3380.4 | 2979.8 | 6106.0 |
| $X^{*}$ | 1678.1 | 1892.8 | 636.5 | 2495.2 | 1678.2 | 2355.2 | 1333.6 | 3612.7 | 1678.2 | 3107.1 | 1814.0 | 4792.8 |
| $X^{end}$ | 1998.5 | 2249.9 | 636.5 | 2850.9 | 1998.5 | 2748.6 | 1240.3 | 3909.1 | 1998.5 | 3147.0 | 1514.0 | 4554.4 |

### *E.* 内生野火与外生野火之间的相互作用

在本节中，我们研究内生野火和外生野火如何相互作用并影响切断计划。直观而言，考虑内生野火往往会促使执行更多切断，以防止由电力系统组件引发的故障；而外生野火的存在会引入额外的负荷削减成本，这些成本可以通过保持更多组件带电来缓解。为量化这种相互作用，我们比较三项名义计划：1） $X^{exo}$，通过求解模型（1）获得，该模型使用的 500 个情景仅包含外生野火；2） $X^{end}$，通过求解模型（1）获得，该模型使用的 500 个情景仅包含内生野火；以及 3） $X^{*}$，在第 IV-C 节中获得，使用的 500 个情景包含外生野火和内生野火的混合情形。图 10 展示了电力系统状态，突出显示了时段 $t = 16$ 内的失电组件和负荷削减。左图所示的名义计划 $X^{exo}$ 包含的失电组件数量最少。相比之下，右图显示名义计划 $X^{end}$ 导致的切断数量最多。考虑外生野火和内生野火的名义计划 $X^{*}$ 则代表了二者之间的权衡。我们进行了另外三项样本外测试，以评估这些名义计划在 5，000 个情景下的表现：1）仅包含外生野火；2）仅包含内生野火；以及 3）内生野火和外生野火的混合情形，如图 10 所示。当内生野火可能发生时，名义计划 $X^{exo}$ 在负荷削减成本和损害成本方面的表现均较差。名义计划 $X^{end}$ 变得过于保守，切断了过多组件，导致负荷削减成本始终较高。而名义计划 $X^{*}$ 则在两者之间实现了平衡。我们的研究结果证实了关于外生野火和内生野火相互作用的直觉，并凸显了在电力系统运行中对这两类野火进行建模的重要性。

## V. 结论与未来工作

本研究丰富了野火风险下电力系统运行的随机优化研究。我们提出了一种新颖的两阶段随机规划，可刻画野火中断的不确定性和时间动态。我们还开发了一种高效的分解算法，利用状态变量的二元结构生成有效割，以求解大规模实例。数值实验表明，我们的方法在解的质量和计算速度方面均具有效性和稳健性。通过将随机规划模型与确定性对应模型及基于场景的鲁棒优化模型进行比较，实验展示了随机规划模型的优势。

对于未来的工作，我们计划从几个方向扩展我们的研究。一个方向是研究一种理论驱动方法，以便在我们的分解算法中生成有效且高效的割。另一个方向是扩展当前的建模设定：1）放宽最多发生一次中断的假设，并将我们的模型扩展为多阶段问题；2）纳入机组组合决策，这需要开发相应的算法，以处理用于建模爬坡约束的连续状态变量；3）基于高保真野火模拟器构建符合实际情况的多时段不确定集/模糊集，并在鲁棒优化/分布鲁棒优化中对野火中断进行建模。第三个方向是解决在我们的模型中采用潮流线性近似时，如何确保交流潮流可行性的挑战。最后，我们旨在开发一种滚动时域框架，以处理野火预测更新，并动态地重新优化断电计划。

## 参考文献

[1] J. W. Muhs、M. Parvania 和 M. Shahidehpour，“野火风险缓解：电力系统规划与运行中的范式转变”，*IEEE*《电力与能源开放获取期刊》，第 7 卷，第 366–375 页，2020年。

[2] T. P. Holmes、R. J. Huggett Jr 和 A. L. Westerling，《大型野火的统计分析》，《森林扰动经济学》，第 79 卷，第 59–77 页，2008 年。[3] D. A. Z. Vazquez、F. Qiu、N. Fan 和 K. Sharp，《电力系统中的野火缓解计划：文献综述》，IEEE电力系统学报，第 37 卷，第 5 期，第 3540–3551 页，2022年。[4]《2019年野火风险报告》，CoreLogic，技术报告，2019年。[在线]。获取地址：https://www.corelogic.com/wp-content/uploads/sites/4/downloadable-docs/wildfire-report 0919-01-screen.pdf [5] M. Choobineh、B. Ansari 和 S. Mohagheghi，《野火蔓延过程中电网的脆弱性评估》，《消防安全期刊》，第 73 卷，第 20–28 页，2015年。[6] S. Jazebi、F. de Le´on 和 A. Nelson，《野火管理技术综述——第一部分：成因、预防、检测、扑救和数据分析》，IEEE电力输送学报，第 35 卷，第 1 期，第 430–439 页，2020年。[7]《公用事业公共安全断电计划（断电）》。加州公用事业委员会（CPUC），2022年。 [在线]。获取地址：https://www.cpuc.ca.gov/psps/ [8] N. Rhodes、L. Ntaimo 和 L. Roald，《通过优化断电平衡野火风险与停电》，IEEE电力系统学报，第 36 卷，第 4 期，第 3118–3128 页，2021年。[9] S. Taylor 和 L. A. Roald，《用于野火风险缓解的风险评估与最优线路升级选择框架》，《电力系统研究》，第 213 卷，第 108592 页，2022年。[10] J. W. Muhs、M. Parvania 和 M. Shahidehpour，《野火风险缓解：电力系统规划与运行的范式转变》，IEEE《电力与能源开放获取期刊》，第 7 卷，第 366–375 页，2020年。[11] M. Davoudi、B. Efaw、M. Avenda˜no-Mora、J. L. Lauletta 和 G. B. Huffman，《为预防野火而对配电系统实施重合闸》，IEEE电力输送学报，第 36 卷，2307，2021 4，2298 期，第 – 页。[12] T. Zhou、B. Li、C. Wu、Y. Tan、L. Mao 和 W. Wu，《电力系统野火预防中的大数据挖掘技术研究》，载于《2019年IEEE第三届能源互联网与能源系统集成会议（EI2）》，2019年，第 866–871 页。[13] R. Bayani、M. Waseem、S. D. Manshadi 和 H. Davani，《极端天气条件下输电线路引发野火起火的风险量化》，IEEE系统学报，第 17 卷，第 1 期，第 1024–1034 页，2022年。[14] W. Hong、B. Wang、M. Yao、D. Callaway、L. Dale 和 C. Huang，《野火事件下数据驱动的电力系统最优决策策略》，劳伦斯利弗莫尔国家实验室，技术报告 LLNL-CONF-831390，2022年。[15] C. Huang、Q. Hu、L. Sang、D. D. Lucas、R. Wong、B. Wang、W. Hong、M. Yao 和 V. Donde，《野火缓解的公共安全断电（PSPS）综述：政策、实践、模型与数据来源》，IEEE能源市场、政策与监管学报，2023年。[16] A. Lesage-Landry、F. Pellerin、J. A. Taylor 和 D. S. Callaway，《公共安全断电的最优调度》，arXiv预印本 arXiv:2203.02861，2022年。[17] R. Bayani 和 S. D. Manshadi，《长期野火风险下电网的弹性扩展规划》，IEEE智能电网学报，2023年。[18] Y. Zhou、K. Sundar、D. Deka 和 H. Zhu，《不确定野火风险下电力系统拓扑控制的优化》，arXiv预印本 arXiv:2303.07558，2023年。[19] N. Rhodes 和 L. Roald，《高野火起火风险下输电线路断电与恢复的协同优化》，arXiv预印本 arXiv:2204.02507，2022年。[20] A. Kody、A. West 和 D. K. Molzahn，《分担负荷：利用滚动优化考量断电调度中的公平性，以缓解野火起火风险》，载于《2022年IEEE第61届决策与控制会议（CDC）》。IEEE，2022年，第 5705–5712 页。[21] G. Y. Ke，《危险品应急物流的可靠管理：两阶段鲁棒优化方法》，《计算机与运筹学研究》，第 138 卷，第 105557 页，2022年。[22] S. Jazebi、F. de Le´on 和 A. Nelson，《野火管理技术综述——第二部分：紧急呼吁投资于预防性解决方案的研究与开发》，IEEE电力输送学报，第 35 卷，第 1 期，第 440–450 页，2020年。[23] S. Li 和 T. Banerjee，《2000 8779、2021 2019、11、1 至 年加利福尼亚州野火的时空模式》，《科学报告》，第 卷，期：。[24] M. Nagpal、R. P. Barone、T. G. Martinich、Z. Jiao、S.-H. Manuel 和 S. Merriman，《野火导致失电线路并联电抗器跳闸》，IEEE电力输送学报

，第34卷，第 2 号，第760–768页，2018年。

[25] H. N. V. Pico 和 B. B. Johnson，“多机多变流器电力系统的暂态稳定性评估”，IEEE电力系统学报，第34卷，第5期，第3504–3514页，2019年。[26] J. W. Mitchell，“极端天气条件下的电力线路故障与灾难性野火”，《工程失效分析》，第35卷，第726–735页，2013年。[27] J. H. Scott、M. P. Thompson 和 D. E. Calkin，“土地与资源管理的野火风险评估框架”，美国农业部林务局落基山研究站，技术报告 RMRS-GTR-315，2013年。[28] S. Dian、P. Cheng、Q. Ye、J. Wu、R. Luo、C. Wang、D. Hui、N. Zhou、D. Zou、Q. Yu 和 X. Gong，“将野火蔓延预测整合到输电线路停运预警中”，IEEE Access，第7卷，第27 586–27 603页，2019年。[29] J. R. Birge 和 F. Louveaux，《随机规划导论》。美国纽约州纽约：施普林格出版社，1997年。[30] H. Yang 和 H. Nagarajan，“N-1扰动下配电网的最优潮流：多阶段随机规划方法”，《INFORMS计算杂志》，第34卷，第2期，第690–709页，2022年。[31] J. Zou、S. Ahmed 和 X. A. Sun，“随机对偶动态整数规划”，《数学规划》，第175卷，第1-2期，第461–502页，2019年。[32] J. Freire 和 C. Dacamara，“使用元胞自动机模拟野火蔓延并辅助火灾预防与扑救”，《自然灾害与地球系统科学讨论》，第1–17页，2018年。[33] C. Barrows、A. Bloom、A. Ehlen、J. Ik¨aheimo、J. Jorgenson、D. Krishnamurthy、J. Lau、B. McBennett、M. O’Connell、E. Preston、A. Staid、G. Stephen 和 J.-P. Watson，“IEEE可靠性测试系统：提议的2019年更新版”，IEEE电力系统学报，第35卷，第1期，第119–127页，2020年。[34] MapTools，“为何使用UTM坐标”，2023年。 [在线]。网址：https://www.maptools.com/tutorials/utm/why use utm [35] “野地火灾潜势指数（WFPI）。” [在线]。网址：https: //www.usgs.gov/fire-danger-forecast/wildland-fire-potential-index-wfpi [36] A. Alexandridis、D. Vakalis、C. Siettos 和G. Bafas，“用于森林火灾蔓延预测的元胞自动机模型：1990年席卷斯佩察岛的野火案例”，《应用数学与计算》，第204卷，第1期，第191–201页，2008年。[37] S. Yang、W. Zhou、S. Zhu、L. Wang、L. Ye、X. Xia 和 H. Li，“考虑恶劣天气时空变化的架空输电线路故障概率估计”，《现代电力系统与清洁能源杂志》，第7卷，第1期，第131–138页，2019年。[38] C. Lemar´echal、A. Nemirovskii 和 Y. Nesterov，“束方法的新变体”，《数学规划》，第69卷，第1期，第111–147页，1995年。[39] “德克萨斯农工大学林务局：德克萨斯州野火风险评估门户。”[在线]。网址：https://texaswildfirerisk.com/[40] 世界核能协会，“核电经济学”，2022年。 [在线]。网址：https://world-nuclear.org/information-library/economic-aspects/economics-of-nuclear-power.aspx [41] D. Blewett，“风力涡轮机成本：多少钱？2022年值得购买吗？”，2022年。 [在线]。网址：https://weatherguardwind.com/how-much-does-wind-turbine-cost-worth-it/[42] 世界核能协会，“核能融资”，2020年。 [在线]。网址：https://world-nuclear.org/information-library/economic-aspects/financing-nuclear-energy.aspx [43] “2021年输电成本报告。”澳大利亚能源市场运营商，技术报告，2021年。 [在线]。网址：https://aemo.com.au/-/media/files/major-publications/isp/2021/transmission-cost-report.pdf?la=en [44] I. Dunning、J. Huchette 和 M. Lubin，“JuMP：用于数学优化的建模语言”，《SIAM评论》，第59卷，320，2017 2，295第 – 页。[45] S. K. Jeff Bezanson、Alan Edelman 和 V. Shah，“Julia：数值计算的新方法”，《SIAM评论》，2014年。[46] Gurobi Optimization, Inc.，Gurobi优化器参考手册，2014年。[在线]。网址：https://www.gurobi.com [47] C. Coffrin、R. Bent、K. Sundar、Y. Ng 和 M. Lubin，“PowerModels.jl：用于探索潮流建模形式的开源框架”，载于2018年电力系统计算会议（PSCC），2018年6月，第1–8页。[48] G. Datseris、A. R. Vahdati 和 T. C. DuBois，“Agents.jl：代码复杂度极低、性能优异且功能丰富的基于智能体的建模软件”，《模拟》，第003754972110688页，2022年。[49] H. Yang、D. P. Morton、C. Bandi 和 K. Dvijotham，“电力生产的鲁棒优化”，《INFORMS计算杂志》，第33卷，第1期，第336–351页，2021年。