排版后的文章中将在此处显示与文章类型相应的横幅

arXiv:2305.03415v1 [physics.flu-dyn] 5 May 2023

富氢贫燃烧中的耦合热声相互作用

Abhishek Kushwaha[1,2]†, Amitesh Roy[3], Ianko Chterev[4], Isaac Boxx[5], R. I. Sujith[1,2]

[1]印度金奈泰米尔纳德邦 600036，印度理工学院马德拉斯分校航空航天工程系[2]印度金奈泰米尔纳德邦 600036，印度理工学院马德拉斯分校复杂系统临界转变研究卓越中心[3]加拿大安大略省 M3H 5T6，多伦多大学航空航天研究所[4]德国斯图加特 70569，德国航空航天中心（DLR）燃烧技术研究所[5]德国亚琛 52062，亚琛工业大学能源、过程与化学工程光学诊断讲席

（收到日期：xx；修订日期：xx；接受日期：xx）

摘要

本文提出了一个用于研究技术预混旋流火焰中流动速度与声压及放热率同步性的框架。该框架采用扩展本征正交分解，识别速度场中速度与放热波动高度相关的区域。我们将该框架应用于研究在采用富氢天然气运行的技术预混旋流稳定燃气轮机模型燃烧室中，与周期1和周期-2型热声不稳定性相关的耦合相互作用。利用扩展POD，我们发现了火焰表面和放热率中与流场主导相干结构相关的结构。在具有周期1振荡的热声不稳定性期间，流动速度、火焰表面和放热率场中的相关结构具有相同的空间区域。对于周期-2振荡，火焰表面和放热率场中的结构具有很强的相关性。然而，这些结构对流场相干结构的贡献较小。利用流速场主导POD模态的时间系数，我们还观察到，在周期1和周期- 2振荡状态期间，声压、放热率以及速度场中前两个主导POD模态的时间系数的时间序列之间分别存在1:1和2:1的频率锁定行为。这些频率锁定状态表明了潜在的相位同步状态，并进一步与流动速度场中的相干结构建立了相关性。

1. 引言

减少全球温室气体排放对于确保地球适宜居住至关重要。这些排放的主要来源之一是碳氢燃料燃烧，而碳氢燃料燃烧仍然是发电的主要来源。

† 通讯邮箱：abhikushwaha8090@gmail.com

现代燃气轮机广泛应用于航空和热电厂。添加氢气的贫燃烧已成为提升贫燃极限、提供高能量并减少碳排放的重要替代方案。（Janus 等1997；Schefer，2003；Birol，2019；Hord1978）。

尽管氢富集具有明显的优势，但氢富集对湍流燃烧室热声稳定性的影响尚未得到充分理解，仍然是一个活跃的研究课题。湍流贫预混火焰对声学波动尤为敏感。在适当条件下，声场、湍流与火焰之间的正反馈会导致热声不稳定性，从而产生大振幅压力波动（Lieuwen，2021；Sujith 与 Pawar，2021）。当热释放率与压力振荡同相发生，且声学驱动大于声学阻尼时，热声不稳定性（TAI）便会发展，导致燃烧室声场的能量增加（Rayleigh，1878；Chu，1965；Putnam，1971）。压力振荡的振幅会增强声学阻尼和声学驱动中的非线性效应（Lieuwen 与 Yang，2005；Sujith 与 Pawar，2021）。声学损失与增长之间的平衡会导致极限环振荡（Dowling，1997）。热声不稳定性状态可能对发动机部件造成不利影响，引发结构损伤，进而导致非计划停机和任务失败（Juniper 与 Sujith，2018）。

在燃烧系统中，燃烧不稳定性开始时会出现大尺度相干结构（Poinsot 等1987年；Sterling 与 Zukoski，1987；George 等2018）。反应流场与压力振荡之间的相互同步，与燃烧从稳定运行转变为 TAI 状态有关（Mondal等 2017年；Pawar 等 2017年；Singh 等 2022）。本研究旨在提出一种基于扩展POD的新框架，用于量化旋流稳焰燃烧室中流动相干结构与热释放率及压力振荡之间的同步。为此，我们量化了在不同氢富集水平下所达到的各种动力学状态中，这些相干流动结构与压力振荡之间的相互同步。

1.1. 旋流与火焰的动力学

<escape>旋流火焰广泛应用于飞机和燃气涡轮发动机中，因为它们是稳定湍流火焰最简单且可靠的方法之一（Gupta 等 1984；Hoffmann 等 1994；Reddy 等 2006；Freitag 与 Janicka，2007；Candel 等 2014）。旋流的使用能够改善空燃混合（Syred 等 2014），降低燃料消耗并减少尾气污染物排放（Rashwan等 2016）。</escape>

强旋流会形成中心回流区或“涡破裂泡”（VBB）（Harvey 1962），为火焰基部提供高温气体，从而提高火焰的静态稳定性。当旋流数超过临界阈值时，流动会沿流动中心线回流，并通过螺旋不稳定性形成内回流区（IRZ）（Gupta 等 1984；Choi 等 2007）。轴向通量中的周向动量与轴向动量之比称为旋流数。在旋流足够强时，会通过螺旋不稳定性形成进动涡核（PVC）（Liang 与 Maxworthy，2005；Gallaire 等 2006；Qadri等 2013）。另一方面，旋流遇到突扩时会形成外回流区（ORZ），使流动沿突扩平面回流。湍流火焰可稳定在中心回流区或内回流区，或外回流区

，也可同时稳定在两个区域，具体取决于燃烧室的整体几何形状（Gupta 等 1984）。此外，在湍流火焰的非等温条件下，密度分层会显著改变流体动力学稳定性。事实上，研究表明，密度分层会抑制进动涡核的形成（Oberleithner 等 2013）。因此，旋流与火焰的全局稳定性会显著影响整体流动特性（Oberleithner 等2011；Stöhr 等 2011）。

1.2. 氢富集对旋流湍流火焰的影响

氢富集会显著改变湍流火焰的特性。Wicksall 等人（2005）将反应区的大小与通过旋流稳定的纯甲烷-空气火焰进行比较后发现，向甲烷中加入氢气会使火焰更加稳定。随后形成的氢气$_2$富集火焰中 OH、H 和 O自由基浓度的增加，直接促成了预混湍流燃烧室中火焰稳定极限的提高（Schefer，2003）（Cozzi & Coghe，2006）。H_2富集的一个关键特征，是相较于纯甲烷，富氢甲烷混合物具有高得多的燃烧速度；这是由于氢气具有快速的反应速率，这一点已在数值模拟（Hawkes & Chen 2004；Nam 等，2019；Guo 等，2020；Xia 等，2022）和实验（Mandilas 等，2007；Strakey 等，2007；Nakahara & Kido 2008；Zhang 等，2020；Pignatelli 等，2022）中得到观察。

反应速率升高还会显著增加火焰面密度，尤其是在氢气$_2$富集时（Halter 等，2007；Guo 等，2010），并且湍流小尺度与火焰前沿相互作用会增强火焰褶皱（Emadi等，2012）。此外，添加氢气会改变火焰与湍流及压力波动的相互作用方式，从而提高氢气掺混甲烷的反应速率（Kim 等，2009）。添加 $textrmH_2$ 可以增强火焰锚定并拓宽贫燃极限，因为它能增强火焰抵抗湍流所致应变的能力（Schefer 等，2002；Zhang 等，2011）。

因此，甲烷中的氢气$_2$ 富集会增加火焰表面积和火焰褶皱，并通过提高热释放率波动促成 TAI 状态（Zhang 与 Ratner，2019）。此外，氢气$_2$富集程度不同时，火焰形状的整体变化也会显著影响 TAI，同时影响污染物排放（Schmitt 等，2007）。Tuncer 等（2009）报告称，氢富集使燃烧速度提高，进而导致火焰质心向入口移动，从而控制火焰形状。同样，在不同程度的氢气$_2$ 富集下，旋流甲烷-空气火焰会发生显著变化，从柱状、V形转变为M形火焰（Davis 等，2013；Taamallah 等，2015；Shanbhogue 等，2016；Chterev 与 Boxx，2019）。事实上，在不同程度的氢气$_2$ 富集下，这些影响在高压条件下依然存在（Chterev 与 Boxx，2021），而旋流流动的稳定性决定了具体的火焰形状。García-Armingol 等（2014）发现，当旋流流动具有外部反应区时，V形火焰会转变为M形火焰。

通过线性稳定性分析，Oberleithner 等人 (2015年)发现，V形火焰具有显著的径向梯度，从而抑制了进动涡核（PVC）的形成，且火焰主要沿剪切层锚定。相比之下，M形火焰沿外部回流区锚定，并具有平缓的密度梯度。这些火焰也会出现进动涡核。然而，进动涡核在驱动热声

不稳定性方面的作用尚未得到令人满意的解释（Candel等人 2014）。尽管最初被认为是热声不稳定性的诱因之一（Gupta 等人 1984；Huang 与 Yang，2009），但研究发现，在许多情况下，进动涡核对轴对称旋流燃烧器的热声特性影响有限（Boxx 等人 2010年；Moeck 与 Paschereit，2012；Oberleithner 等人 2013）。这是因为进动涡核引起的火焰反对称扰动不会影响全局热释放率的振荡（Candel等人 2014）。

在旋流燃烧器热声不稳定性的具体情境中，添加 H_2 可使系统状态从燃烧噪声转变为 TAI（Janus 等，1997）。这里，“燃烧噪声”指一种稳态运行状况，其特征是低振幅、非周期性声学振荡，具有宽带频谱（Candel 等，2009）和分形特征（Nair 与 Sujith，2014）。添加氢气会使 TAI 状态的出现（Figura 等，2007）转移至较低的当量比，同时动态压力振幅降低。这些特征被归因于 $textrmCH_4$和 $textrmH_2$组合中所含的氢气，因为氢气会提高反应速率并缩短对流时间尺度。Hong 等（2013）报告称，随着氢气含量变化，频率和火焰响应也会改变，这是热释放率与压力波动之间相对相位变化所致。除了在火焰传递函数方面取得多项进展外，Æsøy 等（2020）还发现，使用富氢燃料时，热释放率与压力之间的相位差会减小。Lee 与 Kim（2020）分别研究了介观燃烧器燃烧甲烷和氢气时的动力学，并报告称，纯氢运行时的动力学与较高阶特征模态有关。类似地，许多研究表明，氢气富集对燃烧动力学具有不同影响（Taamallah 等，2015；Shanbhogue 等，2016；Zhang 与 Ratner，2019；Chterev 与 Boxx，2019）。

1.3. 热声系统的模态分解

相干结构与湍流燃烧器的整体热声行为密切相关（Poinsot等，1987年；Sterling 与 Zukoski，1987年；Schadow 与 Gutmark，1992），因为这些结构决定了流动的行为。研究人员利用火花纹影成像和 C_2 辐射映射等技术，追踪了相干结构的形成、发展和消亡。这些结构会影响未燃燃油-空气混合物与燃烧后的高温气体之间的混合过程。压力波动与相干结构周期性脱落之间的相互同步，是导致 TAI 状态出现的关键机制之一（Poinsot 等，1987年；Pawar等，2017年；George等，2018）。

分析湍流中相干模式最重要的技术之一是本征正交分解（POD）方法（Lumley 1967年；Sirovich 1987年）。POD方法通过正交模态对湍流速度场进行约化，这些模态通过优化$\boldsymbol{L}^2$-范数或速度场的动能获得。POD模态彼此正交，并表征包含最多能量的相干结构。流体动力系统包含强耦合的子系统，为了理解流动中的相干结构对其他相关变量的影响，Borée (2003年) 提出了扩展本征正交分解（EPOD）。该方法用于投影

其他相关变量（如浓度、温度等）在速度场的POD模态上，并获得这些相关变量中类似的流动结构。

在热声学领域，研究人员已利用 POD 探究相干结构与压力变化之间的关系。例如，Sui等（2017年）利用瑞克管重构的二维压力场，通过 POD 方法研究不同特征模态的声学波动在空间中的行为。他们报告称，热源能够减弱压力波动。他们还利用传统的李萨如图形（轴对称图形）展示了不同滤波模态系数之间的 1:1 和 2:1 耦合。李萨如图形是一种表示一对信号的方法，可根据这对信号主导频率之间的比值来表征频率锁定行为（Greenslade Jr 1993）。Boxx 等 （2010年）利用 POD 研究进动涡核，并指出能量最高模态中的主导涡旋沿逆时针方向旋转，而第二模态中的主导涡旋则沿顺时针方向旋转。借助 POD 模态，他们报告称，前两个主导模态代表螺旋形进动涡核，第三模态则与轴向的热声脉动有关。Duwig 和 Iudiciani（2010年）利用声激励火焰的平面激光诱导荧光数据，通过扩展本征正交分解研究反应流场模态与非定常火焰之间的相关性。类似地，扩展本征正交分解也被用于确定在各种热声系统中，相干结构对相关变量模态的影响；这些相关变量包括压力、温度、标量浓度（OH* 和 CH* 强度场）（Sieber 等2017年；Wang 等 2019年；Lohrasbi 等2021年）。

1.4. 本研究的贡献

本研究旨在提供一个框架，用以理解流速场与热释放率及声压之间的同步，并阐明添加 H_2 如何影响高湍流旋流火焰的相干流动结构、热释放率波动以及部分预混旋流稳定火焰的热声行为。为表征这种耦合相互作用，我们采用 POD 提取测得速度场的主导模态。借助主导 POD 模态，我们通过 EPOD 模态揭示它们对热释放率波动的影响。本研究将笛卡尔参考系中测得的速度 x分量（u_x）称为流场的横向分量，并将速度 y分量（u_y）称为轴向分量。这也使我们能够关联添加 H_2对热声行为的影响。我们比较了周期-1和周期-2热声不稳定状态下此类扩展POD模态的行为（Kushwaha 等 2021年），并将其特征与燃烧噪声基准工况进行对比。通过同时分析空间扩展本征正交分解模态，我们将旋流流动主导模态、火焰结构和热释放率场的行为与燃烧室的自激声学模态联系起来。由此，我们阐明了旋流火焰在不同动力学状态下的整体同步行为，并将其与旋流流动的主导模态或相干结构联系起来。

本文其余部分安排如下。在 §2 中，我们介绍所用实验装置和成像技术的详细信息。在 §3 中，我们讨论用于研究方法论

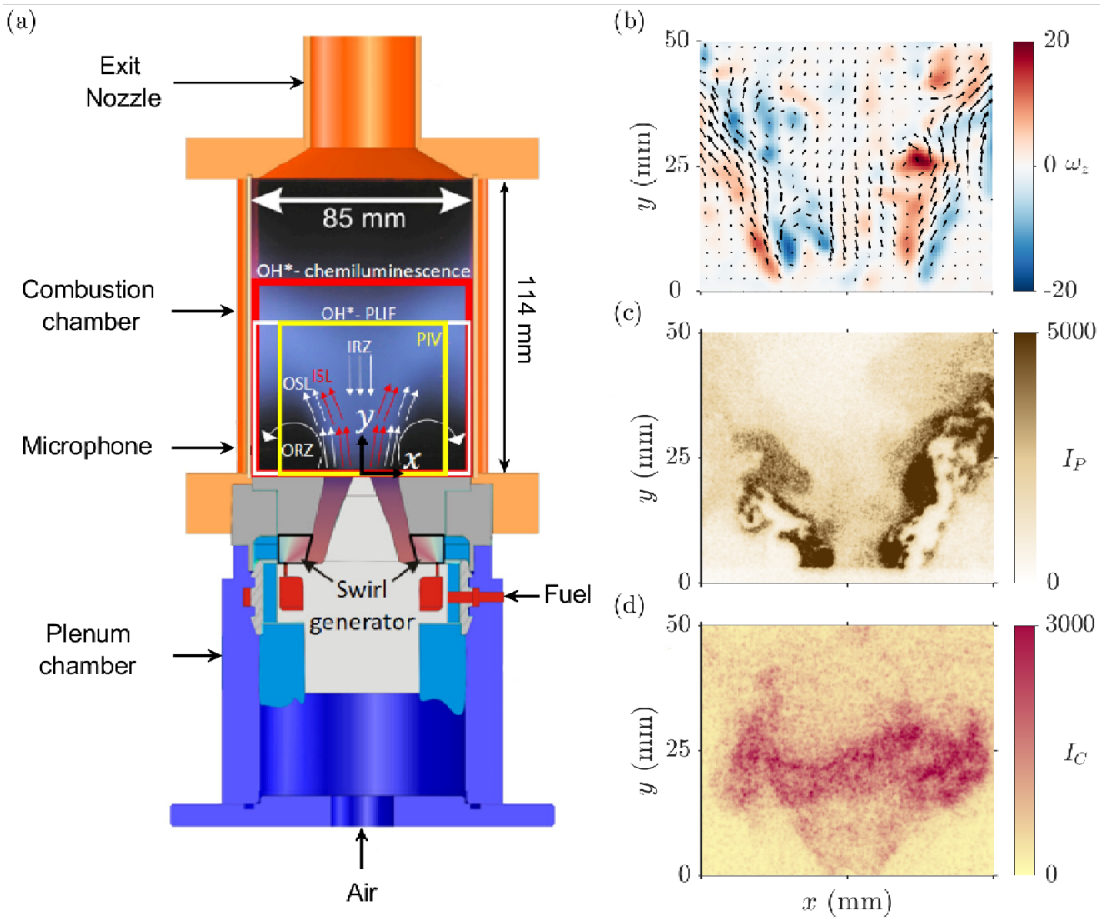

图1：(a) 旋流稳定型 PRECCINSTA燃烧器示意图。标出了旋流流动的各项特征：OSL——外剪切层，ISL——内剪切层，ORZ——外回流区，IRZ——内回流区。同时还标出了粒子图像测速（PIV）、OH*化学发光和平面激光诱导荧光（PLIF）成像区域（Kushwaha 等 2021年）。此外，还给出了瞬时 (b) 涡量场、(c) 显示火焰面积的 OH-PLIF 强度以及 (d) 显示热释放率分布的 OH*化学发光场，以供参考。

耦合相互作用特征并检验混沌是否存在。随后在 §4 中给出结果并进行讨论。我们在 §5 中总结主要发现。

2. 实验装置

实验是在图1所示的技术预混式燃气轮机模型燃烧器（PRECCINSTA构型）中进行的1。空气流经内嵌12个径向旋流通道的旋流发生器后，进入圆柱形稳压腔。燃料（添加量可变的氢气的甲烷混合物）通过直径为1 mm的孔口注入每个旋流通道。随后，反应物混合物通过出口直径为（D = 27.85 mm）的锥形喷嘴，并进入燃烧室。喷嘴内部设有一个尖端呈圆弧形的锥形中心体。燃烧室高度为 114 mm，横截面面积为 85 × 85 mm^2。燃烧器配有石英窗，为开展各种流动诊断提供光学通道。对于本文报告的所有实验，燃烧器均保持相同的初始条件。

实验　涉及不同条件下 CH_4-空气火焰 TAI 状态动力学的　s

序号	H_2(%)	$Re(\times10^4)$	ϕ_g	Pth（kW）	p'rms（kPa）	动力学状态
1	0	2.41	0.65	25.31	0.09	混沌
2	20	2.74	0.65	22.26	0.91	周期-2极限环振荡
3	50	2.64	0.65	22.50	0.71	P1 极限环振荡

表 1：实验期间不同运行参数的取值。说明：H_2(%)——燃料中 H_2 的体积百分比；Re ——名义雷诺数；ϕ_g ——全局当量比；Pth——额定热功率（kW）和动力学状态。此处分析的实验工况已突出显示。

H_2 富集水平在保持全局当量比恒定的情况下进行调整。具体而言，同时降低 $\dot{m}_{CH_4}$ 并提高 $\dot{m}_{H_2}$。本文分析的动力学状态，其运行条件如表1所示。当 H P_{th}的富集水平变化时，热功率$_2$ 也会从 22.17 kW 略微变化至 25.31 kW。根据喷嘴的出口直径，标称雷诺数约为 $2x10^4$。关于实验装置、仪器设备、设备灵敏度和不确定度以及光学诊断的更全面说明，见补充材料第 § S1 节。

3. 分析方法

3.1. 扩展 *ded prop*或正交 *gonal decompos*化 *f*或获取 *g* 相关变量 *d flow s*结构

*s*本征正交分解（POD）是一种数据驱动技术，可将大尺度、高维过程或数据集简化为低维确定性模态（Berkooz 等 1993年；Oberleithner等 2015年；Taira 等 2017年）。POD 将随空间和时间变化的观测量快照分解为正交模态，按能量对其排序，并获得对应模态的空间结构。本文采用 Sirovich （1987年）提出的快照 POD 方法。该方法通过空间平均算子，从速度、压力、温度和浓度等场的时间分辨快照中提取相干结构。该方法使用 $\boldsymbol{L}^2$-范数对模态进行分类；对于速度场，该范数等价于脉动动能，对于其他场则等价于方差。

速度波动（$\mathbf{u}'$）可按照以下方式分解为空间模态（$\boldsymbol{\psi}_i$）和时间模态（$\boldsymbol{a}_i$）：

$$\mathbf{u}'(x,y,t) := \mathbf{u}(x,y,t) - \bar{\mathbf{u}}(x,y) := \sum_{i=1}^{N} a_i(t)\,\boldsymbol{\Psi_i}(x,y), \tag{3.1}$$

其中，$\bar{\mathrm{u}}(x,y)$表示瞬时速度场$\mathrm{u}(x,y,t)$的时间平均值 $=u_x\hat{}i+u_y\hat{}j+u_z\hat{}k$，分辨率为 $m\times n$。根据所关注的速度分量，我们将每幅图像重塑为一行，并构成一个二维矩阵，其大小为 $N\times(m\times n)$（Taira等，2017年），其中 N 为图像总数。每个快照均被视为平方可积向量场$\mathrm{L}^2(\xi)$中的一个元素，该向量场在希尔伯特空间中定义。平方可积函数类与内积相容，因此是唯一的，这使我们能够定义正交条件。两个向量 $\bar{}$和x场在希尔伯特空间中的内

希尔伯特空间中两个向量场 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 的乘积定义为

$$(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})_{\xi} := \int_{\xi} \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\beta} \, d\boldsymbol{x}, \tag{3.2}$$

其中，在空间域 $\xi \subset \mathrm{IR}^3$ 中， $\boldsymbol{x}$ 是一个点，相应的范数 $||\boldsymbol{\alpha}||_{\xi}$ 定义为

$$||\boldsymbol{\alpha}||_{\xi} := \sqrt{(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha})_{\xi}}. \tag{3.3}$$

通常，与快照数量相比，空间点的数量要大得多。因此，我们通过构造相关矩阵来量化各个快照之间的关系$\mathbf{R}_{(N \times N)}$

$$R_{i,j} := \frac{1}{N} \left[\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t_i), \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t_j)^T \right]. \tag{3.4}$$

此处，每个快照在调整形状、从尺寸 $(m \times n)$ 变换后存储于 $\mathbf{x} = x_i$ 中，而 T 表示矩阵的转置。

利用特征值分解，我们计算相关矩阵$\mathbf{R}$的特征向量和特征值，

$$\mathbf{R} a_i = \lambda_i a_i. \tag{3.5}$$

$\mathbf{R}$ 的特征值 $\lambda_i \geqslant 0$均为实数且非负。不失一般性，我们假设特征值按降序排列，即 $\lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant ..... \geqslant \lambda_N$. 特征向量$\mathbf{a}_i$ 称为速度场的时间系数，并满足正交条件

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} a_i(t_k) a_j(t_k) = \lambda_i \delta_{ij}, \tag{3.6}$$

其中， δ_{ij} 是克罗内克δ函数。

空间模态通过将快照投影到时间系数上确定如下，

$$\boldsymbol{\Psi_i}(\mathbf{x}) := \frac{1}{N \lambda_i} \sum_{j=1}^{N} a_i(t_j) \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t_j). \tag{3.7}$$

空间模态在构造上相互正交，即 $(\boldsymbol{\Psi}_p, \boldsymbol{\Psi}_q)_{\xi} = \delta_{pq}$。重塑$\boldsymbol{\Psi_i}(\mathbf{x})$后，我们可以得到空间模态 $\boldsymbol{\Psi_i}(x, y)$，其行和列分别为 m和 n。

此外，可以使用 POD 方法识别流动结构与其他量（如浓度、温度或压力）中的结构之间的相关性。这可以通过扩展POD分析（Borée 2003）实现。速度场 $u(\mathbf{x}, t)$与一组强度场 $I(\mathbf{x}, t)$同时测量。 $I(\mathbf{x}, t)$¯首先分解为平均值 $I(\mathbf{x}, t)$和脉动部分 $I'(\mathbf{x}, t)$

$$I(\mathbf{x}, t) = \bar{I}(\mathbf{x}) + I'(\mathbf{x}, t). \tag{3.8}$$

类似于 速度的空间模态 $\Psi(\mathbf{x})$，可以定义一组扩展POD模态 $\boldsymbol{\Omega}_i(\mathbf{x})$

如下：

$$\mathbf{\Omega_i}(\mathbf{x}) = \frac{1}{N\lambda_i}\sum_{j=1}^{N}\mathbf{a}_i(t_j)I'(\mathbf{x},t_j), \tag{3.9}$$

其中，$\boldsymbol{a_i}(t_j)$ 是速度场 POD 模态的时间系数。通过这种方式，我们将旋流中观察到的相干结构与 OH-PLIF（I_P）和 OH*化学发光场（I_C）中的扩展模态相关联。

3.2. 相干结构的时间同步

POD 和扩展POD分析量化了流动和火焰结构的空间范围。这些空间延展模态之间的时间相互作用同样重要，我们根据其同步特性对这些相互作用进行量化。具体做法是对 POD 时间系数、压力以及全局热释放率波动进行时间序列分析。

我们利用解析信号的概念和希尔伯特变换（Rosenblum 等 1996）计算瞬时相位。对于给定信号 $x(t)$，经 全局最大值归一化后，可从复解析信号中得到瞬时振幅 $A(t)$ 和相位 $\phi(t)$ 。

$$\xi(t) = x(t) + i\mathcal{H}\left(x(t)\right) = A(t)\exp\left(i\phi(t)\right) \tag{3.10}$$

其中，$A(t)$ 和 $\phi(t)$ 分别表示解析信号的瞬时振幅和相位。希尔伯特变换为 $\mathrm{H}(x(t)) = 1/\pi\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)/(t-\tau)d\tau$，其中积分按柯西主值计算。通过绘制不同状态下 $\xi(t)$ 的相空间轨迹并判定其旋转中心，验证时间系数的解析性。对于周期信号，存在唯一的旋转中心，因此可以唯一确定信号的相位。由于瞬时相位是单调递增或递减的量，首先将其折返至区间 $[-\pi,\pi]$。最后，通过测量瞬时相位差来评估成对信号之间的同步：$\Delta\phi_{x_1,x_2} = \phi_{x_1}(t) - \phi_{x_2}(t)$。当相位差 $\Delta\phi_{x_1,x_2}$ 被限制在均值相位 C 附近的一个小区间 $\epsilon(\leqslant 2\pi)$ 内时，认为信号处于锁相状态；即 $|\Delta\phi_{x_1,x_2}(t) - C| = |\phi_{x_1} - \phi_{x_2} - C| \leqslant \epsilon$ （ Pikovsky 等，2001 ）。

使用信号对的相图或李萨如图，进一步可视化已识别结构之间的时间相互作用。根据各信号的主导频率（f_1，f_2）和平均相位差（$\Delta\phi_m$），推断信号之间的确切关系。具体做法是，将主导频率叠加，以此构造解析信号对，

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1\sin(2\pi f_1 t + \Delta\phi_m) + A_2\sin(2\pi f_2 t + \Delta\phi_m), \\ x_2 &= B_1\sin(2\pi f_1 t) + B_2\sin(2\pi f_2 t), \end{aligned} \tag{3.11}$$

其中，f_1 是信号的主导频率，f_2 是 f_1的倍数，即 f_2 =2f_1。A_1，A_2，B_1 和 B_2 是与不同信号对的主导模态 f_1 和 f_2相关联的振幅。

3.3. 量化相干结构的混沌演化

为了量化相干结构的混沌时间演化，我们进行 $0-1$ 检验，以量化混沌典型的相空间轨迹无界增长

（Gottwald & Melbourne 2004）。对于任意输入时间序列 γ（t），第一步是计算平移变量 x（n）和 y（n），使得

$$x(n) = \sum_{j=1}^{n} \gamma(t)\cos(tc), \quad y(n) = \sum_{j=1}^{n} \gamma(t)\sin(tc) \tag{3.12}$$

其中，$n = 1, 2, \ldots\ldots, N$，其中 N 表示时间信号中的数据点数。对于我们的分析，所选取的 c 值位于区间$(\pi/5, 4\pi/5)$ (Nair 等人，2013）。这两个平移变量的性质可用于判断系统中是否存在混沌。对于周期性或准周期性振荡，这些变量表现出有界行为；而对于混沌动力学，它们的行为则无界且不规则。随着 n 增大，轨迹在 $x - y$ 平面中的演化可借助修正均方位移 $M(n)$ 计算如下（Ashwin等人，2001）：

$$M(n) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{n}\left[(x(j+n) - x(j))^2 + (y(j+n) - y(j))^2\right] - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{n}\gamma(t)\frac{1-\cos(jc)}{1-\cos(c)} \tag{3.13}$$

对于混沌状态，平移变量之间的位移 $M(n)$ 随 n 单调增大，而在规则状态下则趋于近似恒定。通过线性回归，可按如下方式计算平均位移的渐近增长率（K）：

$$K = \lim_{n\to\infty} \frac{\log M(n)}{\log n}. \tag{3.14}$$

Gottwald 和 Melbourne（2009）指出，当 n 的值较小时，线性回归方法会导致 K 值发生变化。为了估算 K 值，我们采用一种优于线性回归方法的相关性方法。在该方法中，K 是向量 $\zeta = (1, 2, 3, \ldots, n)^T$ 和 $\Delta = (M(1), M(2), M(3), \ldots, M(n))^T$ 的相关系数。随后，相关系数可定义为

$$K = \mathrm{corr}(\zeta, \Delta) = \frac{\mathrm{cov}(\zeta, \Delta)}{\sqrt{\mathrm{var}(\zeta)\mathrm{var}(\Delta)}} \in [-1, 1] \tag{3.15}$$

其中，

$$\mathrm{cov}(\zeta, \Delta) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left[\zeta(j) - \bar{\zeta}\right]\left[\Delta(j) - \bar{\Delta}\right], \quad \mathrm{var}(\zeta) = \mathrm{cov}(\zeta, \zeta), \quad \text{and} \quad \bar{\zeta} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\zeta(j).$$

K 的取值介于 0 和 1 之间。对于混沌信号，K 的取值接近 1；对于规则信号，其取值则接近 0。

4. 结果与讨论

我们首先考察燃烧室在不同 H_2 富集水平下表现出的三种不同动力学状态——混沌、周期-1 和周期-2 振荡。与这些状态对应的运行条件列于表 1中。燃烧室最初处于热声稳定状态，仅使用 CH_4，预混当量比为 $\phi = 0.65$，热功率为 25.31 kW。在这些条件下，

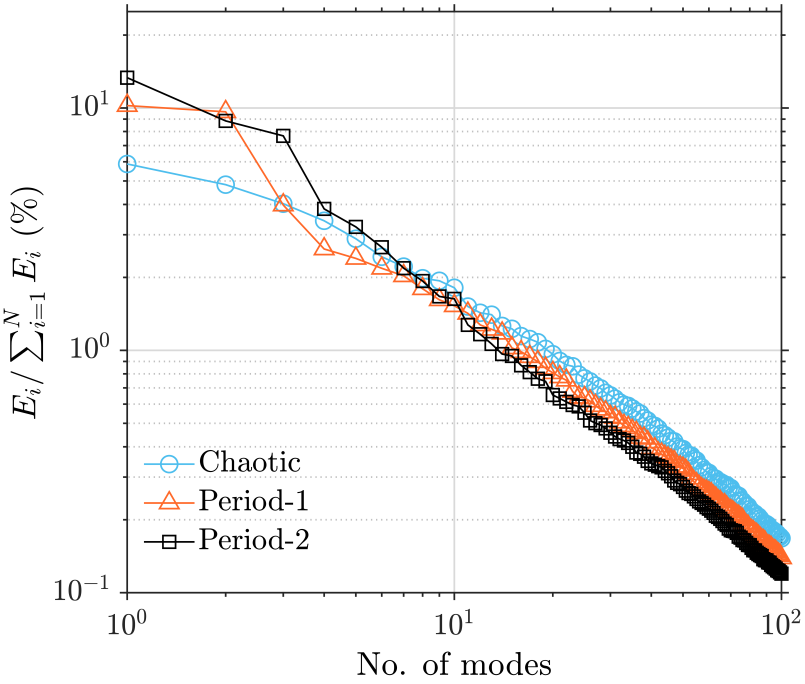

图2：由流动速度场（4.1）$\mathbf{u}'$获得的 POD 模态谱中动能所占比例，涵盖表1中标出的三种动力学状态。前两个主模态所含动能比稳定运行期间高出一个数量级，这凸显了大尺度相干结构在热声不稳定状态（周期-1和周期-2）中的关键作用。

热声系统表现为低振幅、混沌的压力振荡。我们将这一基准状态称为混沌状态。当 CH_4-空气火焰富集 H_2,后，燃烧室内的压力波动表现出高振幅的周期-1和周期-2极限环振荡（LCO），对应的氢富集比例分别为 50% 和 20%。我们分别将这些状态称为周期-1状态和周期-2状态。

我们通过进行 POD 分析和扩展POD分析，分离出流速场中的大尺度相干结构，并研究其对火焰表面和放热率场的影响。湍流中的大尺度结构包含大部分湍动能，它推动级联过程和湍流现象学。因此，动能含量最大的 POD 模态及其相关的火焰结构将主导流动与火焰动力学。这一点可通过以下关系看出：每个 POD 模态中包含的湍动能 E 和脉动动能 E_i 与相关矩阵（3.4）的特征值以及流场脉动之间的关系相联系：

$$E_i := \frac{1}{2}\overline{(\mathbf{u}', \mathbf{\Psi}_i)^2} = \frac{1}{2}\lambda_i, \qquad E = \sum_{i=1}^{N} E_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} \lambda_i. \tag{4.1}$$

图 2 展示了不同动力学状态下，速度场的前 100 个模态所包含的湍动能百分比（E_i/E）。对于所有情况，前 100 个模态均包含超过 90% 的湍动能，其中前几个主模态占总动能的很大一部分。在混沌振荡期间，前三个POD 模态包含总动能的 14.74% 。

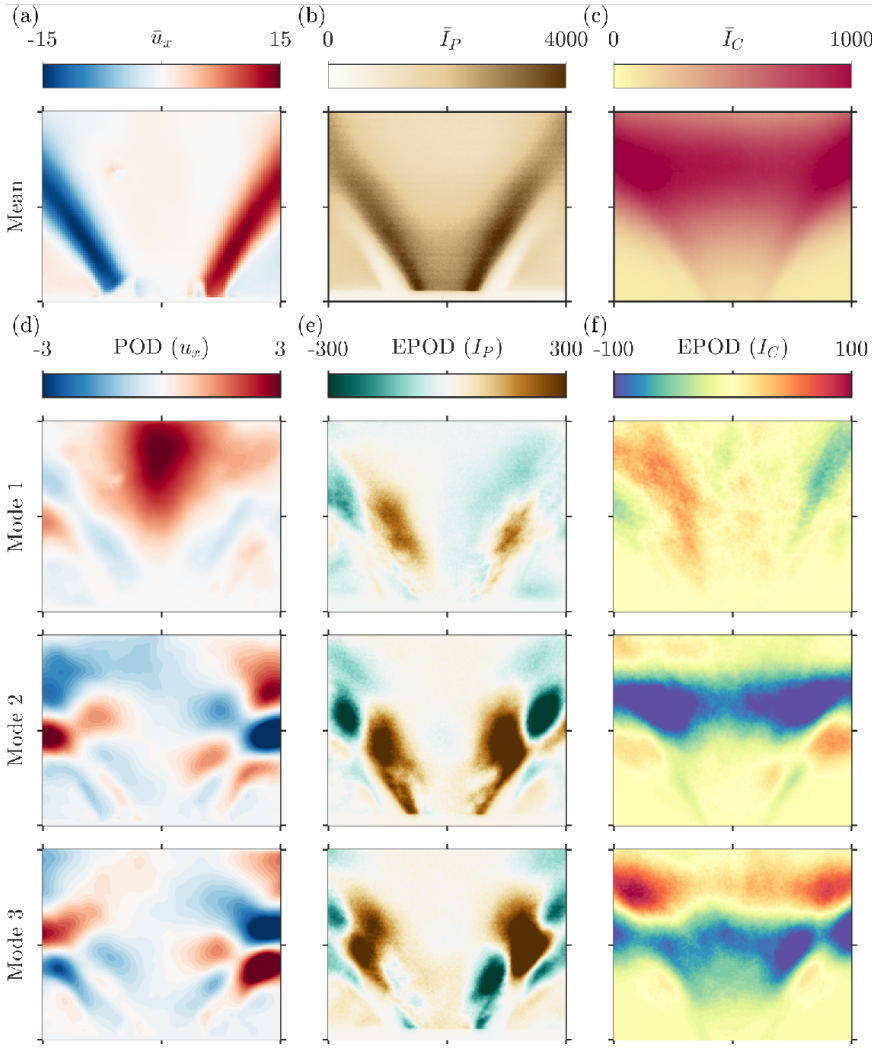

图 3：基准条件下纯 CH_4-空气火焰的流动与火焰动力学。(a) 横向速度分量 u_x、(b) 根据 OH-PLIF图像得到的火焰刷，以及 (c) 根据 OH*化学发光得到的热释放率波动的平均值。面板 (d-f) 展示了u'_x的前三个 POD 模态，以及与 I'_P和 I'_C相关的扩展模态。

此外，对于周期-1极限环振荡，前两个模态包含 19.87% 的湍动能。第三模态所包含的能量占比比总能量低一个数量级。更高阶 POD 模态的能量含量急剧下降。对于周期-2极限环振荡，前三个模态所包含的总动能占比相近，总量约为总能量的 29.86%。

按照定义，与前几个主模态相关的空间结构预计将主导流场动力学。在后续分析与可视化中，我们考察速度场的横向分量（u_x）及其对湍流火焰的影响。若改为考察轴向分量（u_y），结论仍然相同（参见补充信息）。

4.1. 无 H_2 时的混沌振荡

仅以 CH 运行的旋流燃烧室中火焰与流动的动力学特性[4] 在 ϕ =0.65 的情况如图所示3。第一行显示了横向速度的平均值

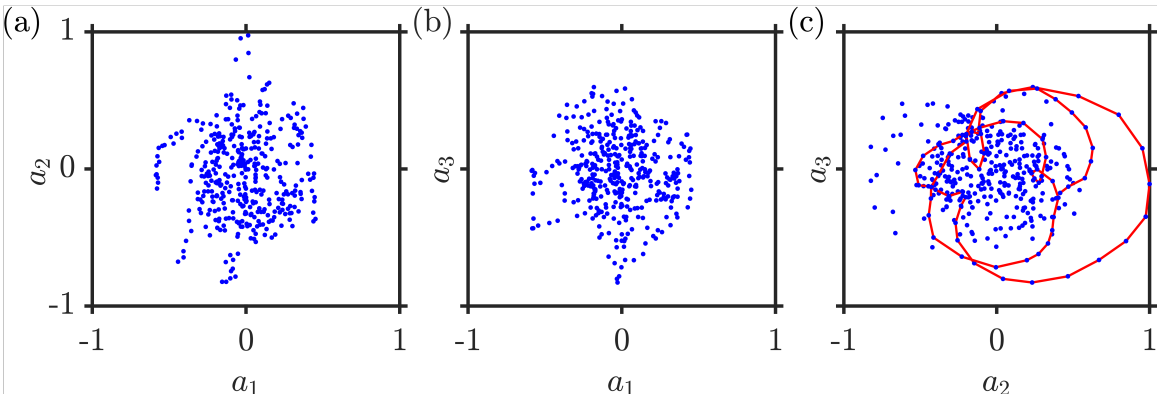

图 4: （a-c）速度场时间系数对（a_1 - a_3）在混沌振荡状态下的相图。红线表示若干周期轨道。

¯分量（$\bar{u}_x$），由时间平均 OH-PLIF成像获得的火焰刷（I_P）¯以及由 O H*化学发光成像获得的平均热释放率（I_C）。时间平均基于 3000 张瞬时图像（或 0.3 秒）进行。图3a 显示剪切层沿线的横向速度较高，其符号相反表明旋流沿顺时针方向流动。此外，流动中的内、外回流都很弱（补充材料中的图2a 也显示了这一点： $\bar{u}_y$ ）。因此，火焰可见于内剪切层沿线稳定，从而形成湍流火焰刷的典型 V 形（图 3b）。与突扩平面出口处的附着点相比，火焰刷厚度也可见沿下游方向增加。由于化学发光图像在面外方向上进行视线积分，火焰刷厚度增加使得燃烧室下游形成持续、连续的热释放率分布带（图 3c）。

图 3d 展示了横向（u_x）速度的前三个 POD 模态，它们共同占 14.74% 的湍动能（图 2）。横向速度的第一个 POD 模态呈现出一种沿流向幅值逐渐增大的相干结构。该结构表明存在一个具有正速度幅值的涡泡，显示了其整体运动方向。相比之下，模态2和模态3呈现出波数和频率相同的模态，其幅值先增大，然后在下游衰减。这些结构沿流向错开约四分之一波长。模态2和模态3属于一个振荡过程，与 POD 模态1中观察到的回流泡周围的螺旋模态失稳有关。模态系数之间的李萨如图（ $a_2 - a_3$ 图 4）中可以观察到这一点。我们还注意到，与u_y 相关的沿剪切层分布的前三个 POD 模态（补充材料中的图2d）也表明存在相同的相干结构，且各模态具有相同的轴向波数，但在轴向上彼此错开。此外，这三个模态均呈现出中心回流区的对流（补充材料中的图2d）。

火焰轮廓的扩展POD模态（I_p）与 u_x 的POD模态相关联，也显示于图3e中。通过图3e中火焰表面的扩展POD模态 I_p ，我们可以观察到火焰动力学的一些显著特征。图3e中与 u_x 相关的主导POD模态对应于中心回流泡，但并未与火焰表面的扩展POD模态相关。只有较弱的结构

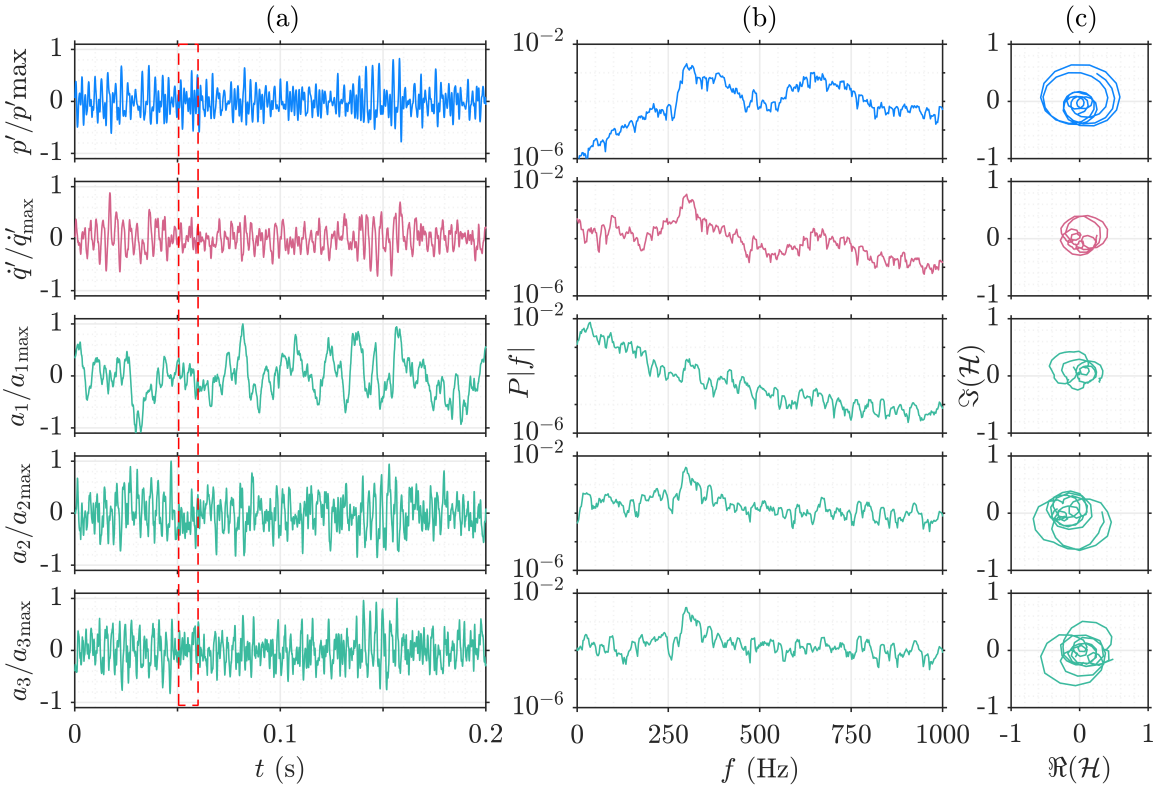

图 5：混沌振荡状态下热声响应的表征。（a）声压、放热率以及前三个 POD 模态的时间系数的波动时间序列和（b）功率谱。（c）面板（a）中所示信号片段在复解析平面中的相空间轨迹。

沿剪切层的结构才反映在火焰表面的扩展POD模态中。这是由于V形火焰（图3b）沿内剪切层稳定存在，并未延伸至内回流区。火焰表面中增强的活动在火焰表面的第二和第三扩展POD模态中得到进一步凸显。在u_y 的第二和第三POD模态中沿剪切层存在的相干结构，与扩展POD模态中的结构明显相关。扩展POD模态结构还发生了四分之一波长的偏移。可以看到，该结构的振幅在火焰附着区下游增大，从而确定了对火焰动力学变化贡献最大的区域。有趣的是，尽管由于流场中的螺旋不稳定性，相干结构呈反对称性（图3d中的模态2和3），但火焰表面的扩展模态结构明显保持了轴对称性。

这些局部流动与火焰动力学对全局热释放率分布的影响，可以通过图中所示的热释放率分布扩展模态结构来理解3f。与火焰表面的扩展结构一样，热释放率的第一扩展模态与中心回流区不相关，这证实了由旋流产生的中心涡泡不会影响热释放率的波动。另一方面，第二和第三扩展模态与速度场中存在的相干结构具有良好的相关性。事实上，我们注意到，热释放率扩展POD的结构沿剪切层分布，并与火焰表面的扩展模态结构相伴出现。第二和第三模态同样与

信号 ↓ \ 动力学状态 →	混沌振荡	周期-1极限环振荡	周期-2极限环振荡
p'	0.99	0.08	0.01
$\dot{q}'$	0.98	0.11	0.05
a_1	0.62	0.15	0.27
a_2	0.99	0.12	0.32
a_3	0.99	0.61	0.79

表 2：本文讨论的所有动力学状态下，不同信号的 0-1检验结果。接近 1 的值表明信号中存在混沌。此外，具有规则动力学特征的信号，其数值接近 0。

相同的结构有关，只是沿四分之一波长发生了位移。这些结构呈带状，是因为化学发光成像沿视线进行积分，显示了三维火焰结构中热量释放所覆盖的环形区域。需要指出的是，当使用流向速度u_y从火焰表面和热释放率中获取扩展POD模态时，我们的观察结果保持不变（见补充材料中的图2e、f）。这些观察结果表明，与最主要POD模态对应的热释放率分布和火焰表面结构并不相关。其他模态中的相干结构与其他场中的结构表现出一定的相关性。然而，由于模态2和3的湍动能较低，它们的总体影响仍然很小。

接下来，我们将探讨这些空间模态与系统热声响应之间的关系。图5 展示了声压（p'）和热释放率波动（$\dot{q}'$）的归一化时间序列，以及前三个 POD 模态的时间系数随时间的变化。这里，$\dot{q}'(t)$ 由各化学发光图像求和得到。每个时间序列均按各自的最大值进行归一化，以便进行比较。本文旨在探究空间模态随时间的演变方式，以及它们与 p' 和 $\dot{q}'$波动之间的关系。对于每种情况，均通过功率谱密度和解析信号的相图来表征其时间演变，解析信号的定义见（3.10）。

当前基准工况对应于燃烧室低振幅的稳定运行。在该基准工况下，压力和热释放率振荡仍呈现混沌特性，正如先前文献（Kushwaha 等人 2021年）所报告的那样。这一点可从图 5b 中看出，其中 p'、$\dot{q}'$ 以及时间系数（a_1、a_2、a_3）的功率谱密度呈现出宽带特性。此外，这些信号解析表示的相图显示不存在唯一的旋转中心。因此，这些信号是非解析的，无法为其赋予相位。

我们对这些信号进行 0-1检验（见 §3.3），以确定其动力学是否呈现混沌。平移变量之间位移 K 的渐近增长率 M 列于表 2。值得注意的是，所有信号的取值都接近 1，这表明这些量的演化均呈混沌状态。因此，在燃烧室稳定运行期间，热释放率和压力振荡均呈现混沌，这与先前的研究结果一致（Nair 与 Sujith，2014；Kushwaha 等，2021年）。

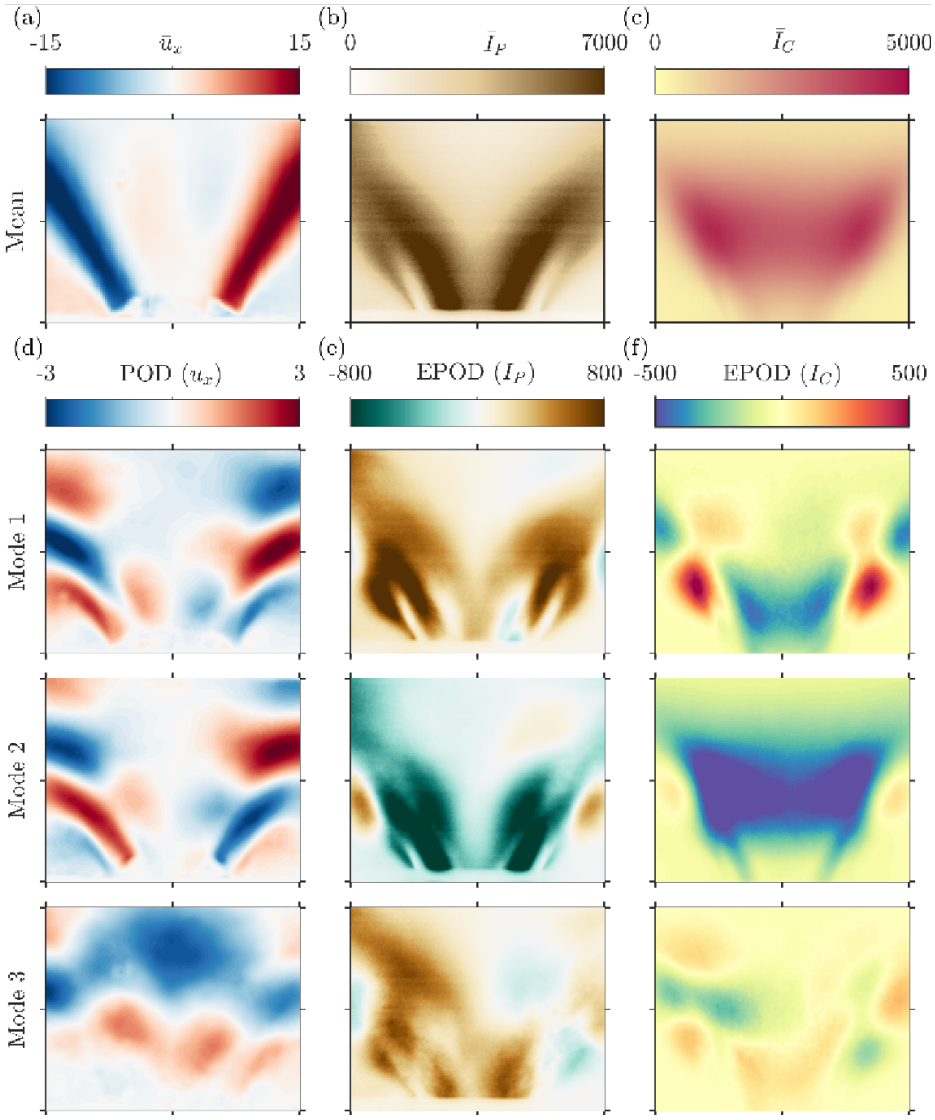

图6：50%氢富集条件下周期-1 TAI期间的流动与火焰动力学。(a) 横向速度分量 $\bar{u}_x$、(b) 根据OH-PLIF图像得到的火焰刷，以及 (c) 根据 OH*化学发光得到的热释放率波动的平均值。(d-f) 显示了 u'_x 的前三个 POD 模态，以及与 I'_P 和 I'_C 相关的扩展模态。

4.2. *50% H_2* 富集条件下的周期-*1*极限环振荡

在当量比恒定为 $\phi = 0.65$、热功率为 $P = 20$kW，并加入 50% 氢气后，燃烧室呈现 TAI 状态。我们观察到持续的周期-1极限环振荡，其振幅为 $p'_{\mathrm{rms}} = 0.91$ kPa。图6展示了时间平均速度场、火焰刷和热释放率。图6a 显示，剪切层沿线存在较高的横向速度，且两侧符号相反，表明存在旋流。与基准工况相比，剪切层明显更宽。火焰也沿剪切层稳定，并向外回流区延伸，形成 M形火焰（图6b）。可以看出，火焰锚定在非常靠近突扩平面的位置。热释放分布场的时间平均图像显示，有一个集中的高热释放率区域。峰值 I_C 的位置更靠近

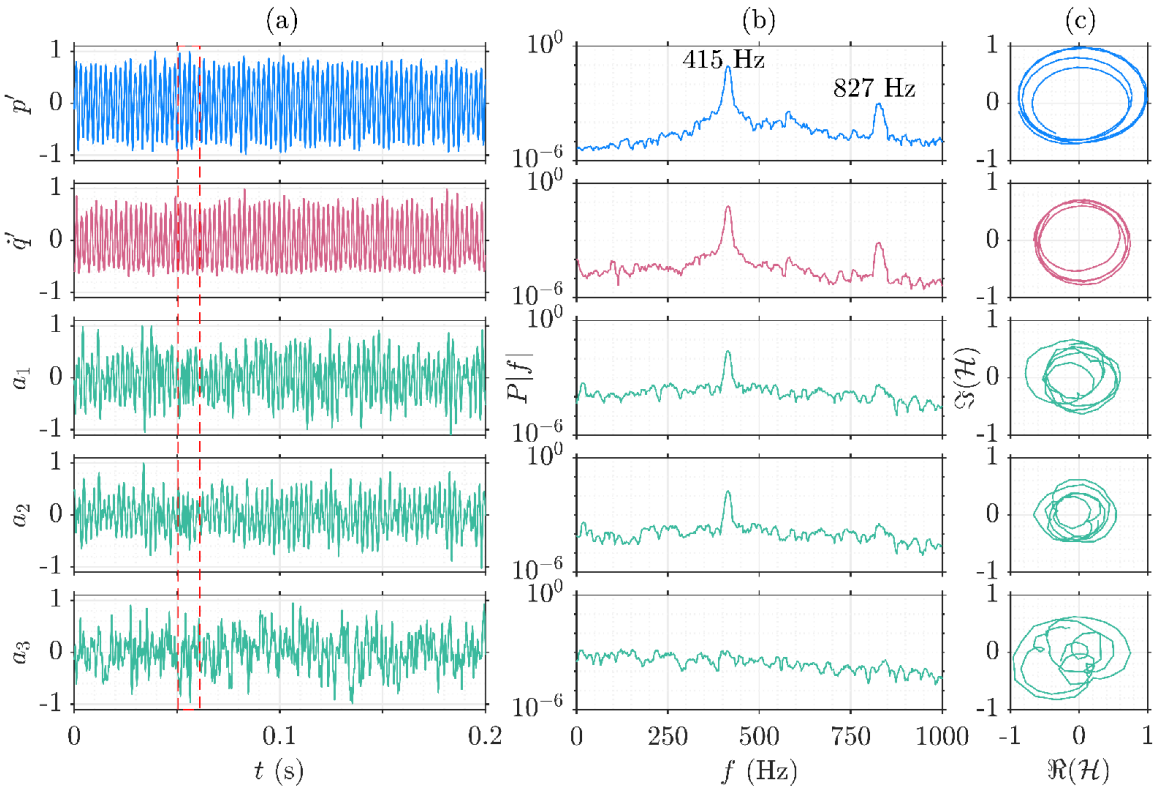

图 7：周期-1 TAI 期间动态响应的表征。（a）声压、热释放率以及前三个 POD 模态时间系数的时间序列和（b）功率谱。时间序列均以各自的最大值进行归一化。（c）信号中图（a）所示部分在复解析平面中的相空间轨迹。

火焰锚定点；相比之下，在基准混沌工况下，峰值出现在更下游的位置。

图 6d 展示了与横向速度波动相关的前三个主导 POD 模态 u'_x。这三个模态共同包含 30% 的总动能。第一和第二 POD 模态表明存在相同的相干结构，其形式为频率和波数均相同的环形涡。这些模态相差四分之一波长，即 $\pi/2$ 弧度（见图9a）。与基准工况相比，周期-1极限环振荡期间的主导相干结构由螺旋环形涡构成。可以观察到，环形涡的振幅明显强于基准工况下的振幅（参见图 3）。还可以看到，环形涡延伸至更大的径向区域，其反相特征在流动轴线中心两侧呈非对称交替分布（$x = 0$）。除环形涡之外，前两个 POD 模态还显示出沿内回流区分布的一种反对称模态结构，该结构随时间发生对流。第三模态显示出一种沿燃烧室长度方向延伸的轴对称相干结构。

火焰表面的扩展POD模态如图所示 6e。对于前两个模态，我们注意到，扩展结构明显呈M形，火焰表面的分支沿环形结构的节线以及内部相干结构延伸。两个扩展模态彼此偏移 $\pi/2$ 弧度，分别对应正强度和负强度，表明POD模态与火焰表面扩展POD模态结构之间存在相关性。此外，第一个和第二个

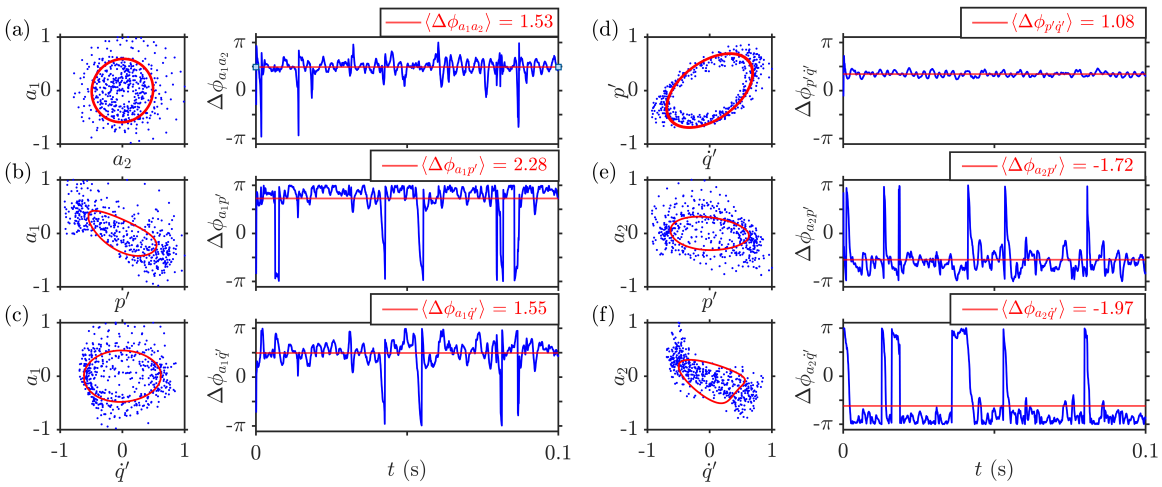

图 8: （a-f）流速场时间系数相对于声压和热释放率的相图，以及与原始数据具有相同主导频率和相位差的解析曲线；同时还给出了相应的相位差，其中红线表示相位差的平均值。图示为具有周期-1 LCO 的 TAI 状态。

扩展正交分解模态沿剪切层具有最大强度。然而，我们在火焰的第三扩展正交分解模态结构中观察到了小尺度结构。图6f展示了热释放率分布的扩展正交分解模态。前两个扩展正交分解模态显示了内回流区内及沿剪切层的结构。沿剪切层的结构证实了流场中环形涡的存在（图8d）。然而，我们未在OH-PLIF图像和OH*化学发光的第三扩展正交分解模态中观察到高强度结构。由于火焰表面和热释放率的第三扩展模态中的结构呈随机排列，流场中的相干结构与内回流区不相关。

为进一步探究其动力学特性，图 7 展示了时间序列、功率谱和解析信号。将 p' 和 $\dot{q}'$ 信号分别按其全局最大值归一化后，其时间序列的振幅波动较混沌振荡期间更大（图 7a）。此外，我们在 p' 和 $\dot{q}'$ 信号中观察到 415 Hz 处的明显峰值及其 827 Hz 处的高次谐波（图 7b）。时间系数 a_1和 a_2 具有周期性（图 7a），并在 415 Hz 处呈现明显峰值（图 7b）。然而，第三模态未表现出周期性行为（图 7a），且其功率谱呈宽带特征，没有明显峰值（图 7b）。不过，第三模态的时间系数表现出非周期性行为（图 7a），其功率谱也呈宽带特征，没有明显的频率峰值（图 7b）。复平面上的轨迹也没有唯一的旋转中心，这表明该信号不是解析信号。此外，从表 2 可以看出，a_1的 $0-1$ 检验值为 $K = 0.61$，这表明模态 3 可能呈现混沌演化。

为了理解各变量之间的耦合行为，我们展示了李萨如图，并确定了图 8中不同信号对之间的相位差。图7c 所示的复解析平面中的相空间轨迹清晰地显示，除 a_3之外，所有信号对都具有唯一的旋转中心。这表明，除 a_3 之外，所有信号在本质上都是解析的，且其相位定义明确。我们计算瞬时相位差的平均值，并用红线表示。借助主导频率以及

对于每对信号，我们根据（3.11）生成解析曲线，并在李萨如图中绘出。这些解析曲线揭示了主导 POD 模态与压力波动和热释放率波动之间的相位和频率关系。我们还指出，压力波动对应于燃烧室中的声驻波，因此穿过节线时，相位会跃变 2π。因此，接下来讨论的相位关系预计在燃烧室突扩平面附近保持不变，该处的 POD 如图 7所示。

在图 8a 中，a_1 与 a_2 之间的相位图显示，前两个 POD 模态在 $\pi/2$ 附近锁相，属于同一个振荡相干结构。我们还注意到，p' 与 $\dot{q}'$ 在接近 $\langle\Delta\phi\rangle = \pi/3$ 的均值处锁相（图 8d），这表明在 TAI 状态下满足瑞利判据。$\langle\cdot\rangle$ 表示时间平均值。主导 POD 模态与 p' 和 $\dot{q}'$之间的关系颇为有趣。椭圆形李萨如图（图 8b）表明，a_1 在 $\Delta\phi = 3\pi/4$ 处与 p' 锁相；圆形图（图 8c）则表明，a_1 在 $\Delta\phi = \pi/2$ 处与 $\dot{q}'$ 锁相。接下来我们注意到，与同一主导相干结构相关的第二模态 a_2，在 $-\pi/2$ 处与 p' 锁相（图 8e），并且与 $\dot{q}'$ 的相位差为 $\approx -5\pi/8$。

TAI状态发生的机制之一通常与相干结构的存在有关。先前的研究表明，相干结构诱发的热释放率波动与压力波动同相（Poinsot 等 1987年; Chakravarthy 等 2007; Pawar 等 2017年）。然而，上述相位关系表明，相干模态与 p' 和 $\dot{q}'$ 波动之间存在非平凡的相互作用方式。当前的关系表明，能量最强的相干结构所呈现的热释放率波动滞后 $\pi/2$的相位，随后又在相位延迟 $\pi/3$后与 p' 波动相关联。然而，由 $\langle\Delta\phi_{a_1,p'}\rangle$ 和 $\langle\Delta\phi_{a_1,\dot{q}'}\rangle$ 得到的平均相位关系与 $\langle\Delta\phi_{p',\dot{q}'}\rangle$ 得到的平均相位关系之间存在不匹配，这表明还存在其他机制，使相干结构与压力波动耦合。

因此，我们确定了包含大部分能量的相干结构、火焰脉动、全局热释放率波动与压力场之间的相位关系。中心平面上的火焰表面结构和热释放率分布场与速度场中的相干结构高度相关，并且从时间上看，燃烧室内各子系统表现出 1:1 的频率锁定行为。

4.3. 周期-2极限环振荡（周期-2极限环振荡）

现在，我们将注意力转向燃烧室以恒定当量比运行时，在周期-2极限环振荡状态下观察到的耦合动力学$\phi = 0$。65 ，热功率为 $P = 20$ kW，且氢气含量仅为20% 。与前文相同，我们在图9中绘出均值、POD 模态和扩展POD模态，并在图10中展示时间动力学。

在平均横向速度场（图9a）中，我们注意到，沿剪切层和外回流区（ORZ）存在较高的速度波动，且二者的符号相反。波动强度低于周期-1极限环振荡期间观察到的强度（图6a）。此外，OH-PLIF图像的平均图像显示，存在一股柱状火焰，其强度极高，并沿着该装置的内回流区稳定分布

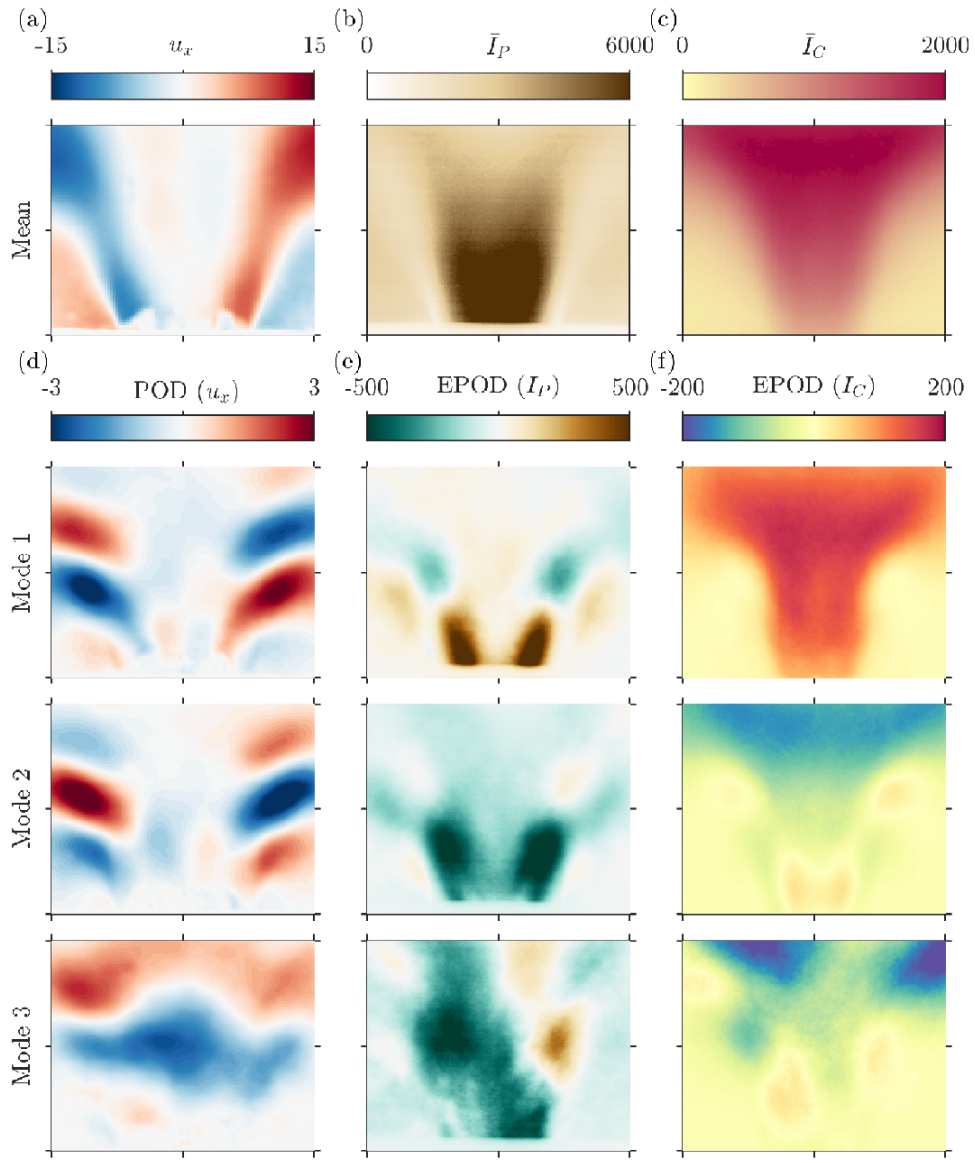

图 9： (a) 横向速度分量 u_x、(b) 通过 OH-PLIF图像获得的火焰刷，以及 (c) 通过 OH*化学发光获得的热释放率波动的平均值。(d-f) 展示了在燃料中氢气体积分数为 20% 的周期-2极限环振荡状态下， u_x'的前三阶 POD 模态以及与 I_P'和 I_C'相关的扩展模态。

燃烧室（图 9b）。大部分热释放发生在内回流区沿线，并向下游延伸至燃烧室外，如图 9c 所示。这与周期1振荡期间 M形火焰的平均剖面不同（图 6a）。这些结果表明，当燃料中氢气体积分数变化较小时，火焰表面形状和热释放率分布与周期-1极限环振荡状态相比发生了彻底改变。

为深入研究周期-2 LCO 的状态，图9d 展示了横向分量的前三个主导 POD 模态，它们累计包含总动能的23%。前两个模态表明，相干结构对称地分布在流动轴线两侧，并呈现反相行为。这些相干结构证实了流动具有螺旋特性。此外，

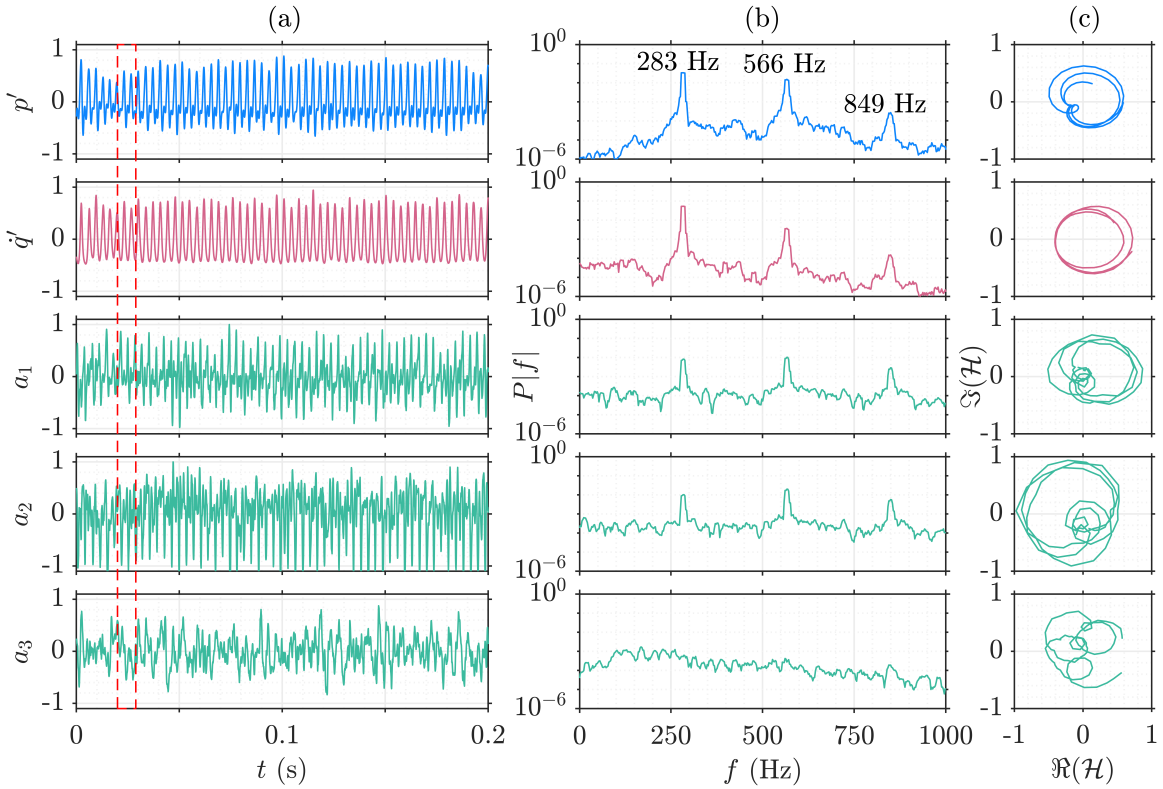

图10: （a）声压、热释放率以及前三个 POD 模态的时间系数时间序列，均按各自的最大值归一化；（b）相应的功率谱；（c）复平面中的解析信号，对应于周期-2极限环振荡状态下红色虚线框所圈定的时间序列。

在内回流区（IRZ）还可以看到速度脉动较弱的小尺度相干结构。不同于周期-1 LCO 期间（图6d），此处可以看到相干结构仅限于周边区域，并沿剪切层向内延伸。然而，第三模态显示出沿轴向的对流结构（图9d）。在轴向速度分量的 POD 模态中，我们也看到了类似的细长相干结构（见补充材料中的图 4）。这些观察结果表明，主导模态中的流动结构证实了螺旋不稳定性的存在。然而，热释放率场表明，最大热释放发生在内回流区，并未沿着流动中的螺旋结构分布。

与速度场第一和第二个POD模态相对应的火焰表面EPOD模态显示，燃烧室入口附近沿剪切层分布着火焰表面波动较大的结构（图9e）。这表明，与周期-1极限环振荡的情况相比，火焰表面更长，这是由于氢气含量较低；氢气含量较高时，火焰较小（Zhen 等，2012）。火焰表面的EPOD模态与对流运动的相干结构密切相关。此外，第三个EPOD模态显示火焰表面呈不对称分布，并随流动向下游输运（图9e）。在基于流动轴向速度分量得到的火焰表面扩展模态中，内回流区附近也可见类似结构（补充材料中的图4）。热释放率分布的前两个EPOD模态证实，最大热释放率出现在燃烧室下游（图9f）。热释放率分布的前两个EPOD模态关于

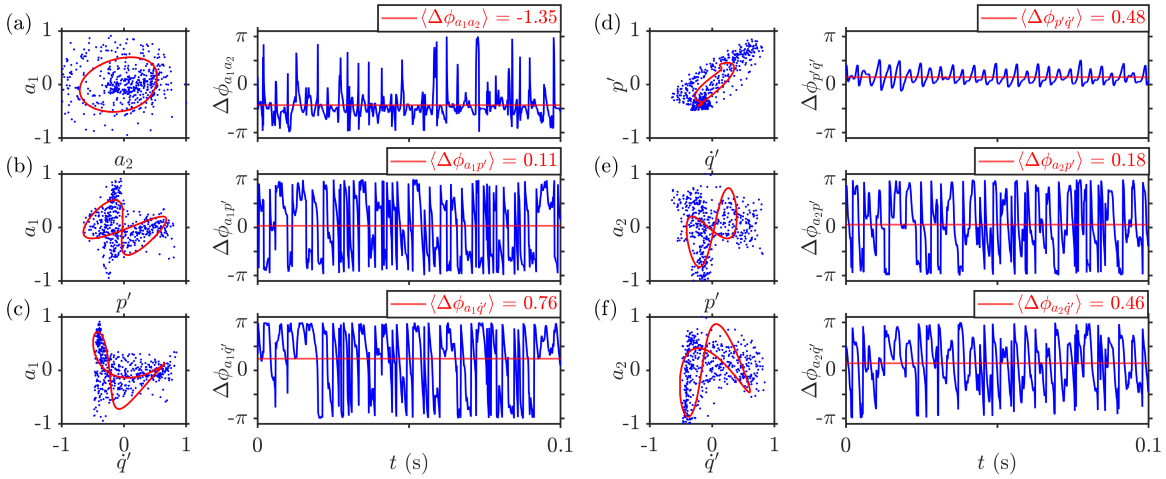

图11：（a-f）TAI处于周期-2极限环振荡状态时，流速场时间系数相对于声压和热释放率的相图，以及具有与原始数据相同主导频率和相位差的解析曲线；（i-vi）对应的相位差，其中红线表示相位差的平均值。

轴线 $x = 0$ 对称。与OH-PLIF图像的第三个EPOD模态类似，热释放率分布场的第三个EPOD模态中，结构的出现没有任何规律。前两个模态的结果表明，相干结构的空间位置与EPOD模态中结构的位置并不一致。轴向速度分量POD模态中的相干结构，其空间位置与火焰表面和热释放率分布场对应EPOD中的结构位置一致（补充材料中的图4）。此外，火焰表面和热释放率分布场EPOD模态中的结构彼此吻合。

为了解周期-2极限环振荡状态的时间动力学，我们在图10中展示了时间序列、功率谱和解析信号。 p' 和$\dot{q}'$信号的归一化时间序列呈现出高振幅波动。声压表现为周期-2极限环振荡，其特征是具有两个主导时间尺度。我们观察到，该信号每两次振荡重复一次（Kushwaha 等人，2021）。热释放率信号表现为周期-1极限环振荡（图10a）。 p' 和 $\dot{q}'$ 的功率谱在283 Hz处有明显峰值，其高次谐波分别位于566 Hz和849 Hz。 p' 功率谱中的基频和第一谐波具有相近的功率量级（图10b）。在复平面上，解析信号的轨迹形成双环图案。我们观察到 $\dot{q}'$ 轨迹具有唯一的旋转中心（图10c），这表明这些信号是解析信号。时间系数 a_1 和 a_2 呈现周期-2行为（图10a），并在283 Hz处出现明显峰值，其高次谐波分别位于566 Hz和849 Hz（图10b）。信号 a_1 和 a_2在复平面上呈现旋转中心，因此是解析信号（图10c）。对于第三模态，时间序列中没有观察到周期性行为，如图10a所示。此外，我们注意到其功率谱呈宽带频谱，没有明显峰值（图10b）。该信号的轨迹没有唯一的旋转中心（图10c），这表明该信号不是解析信号。

在图 11中，我们展示了不同信号对的相图，以及周期-2极限环振荡TAI状态下相应信号对之间的相位差。与周期-1极限环振荡状态不同，我们观察到了一些类似于

李萨如图形的不同模式。信号对 a_1 和 a_2 的相图显示，相干结构处于锁相状态，相位差约为 $\pi/2$ （图 11a）。重构曲线呈现圆形模式，证实了 a_1 和 a_2之间存在 1:1 频率锁定。信号对 a_1 和 p' 表现出频率锁定行为，平均相位差介于 0 和 $\pi/4$ （图 11a）。然而， a_1 和 p' 之间的瞬时相位差变化很大，这可能是由于流动中存在强烈湍流所致。相图中的重构曲线呈现双瓣模式（图 11a），与李萨如图形相同，表明存在 2:1 频率锁定行为。类似地，其他信号对也呈现出双瓣模式（图 11c-f），这是信号之间存在 2:1 频率锁定时的传统特征。传统的 2:1 李萨如图形具有形状和大小相等的瓣（至少关于某一轴对称）。然而，由于实验数据中存在高次谐波，我们观察到的模式具有不相等的形状和大小。这些结果证实，在周期-2极限环振荡TAI状态下，时间动力学同时表现出 1:1 和 2:1 频率锁定行为。

因此，我们发现，流速场、声压场和放热率场中的主导相干结构之间存在相位关系。火焰表面结构与放热率中的结构具有很强的相关性。然而，这些结构对流速场中的相干结构贡献较小。时间分析表明，燃烧室的各个子系统表现出 1:1 和 2:1 的频率锁定行为。

5. 结论

本文提出了一种用于分析多个同步采集的流动参数同步特性的框架。该框架利用扩展本征正交分解，寻找平面速度场测量中观测到的相干结构与放热率、声压波动和OH分布等参数之间的相关性。我们采用本征正交分解（POD）表征流场中的相干结构。此外，在混沌振荡、周期-1和周期-2极限环振荡的热声不稳定性等不同动力学状态出现期间，我们利用扩展POD描述OH-PLIF图像和热释放率分布场中的结构。通过改变燃料中的氢气含量，同时保持热功率和当量比恒定，观测到上述不同的动力学状态。

在混沌振荡状态下，我们几乎无法发现流动、火焰和热释放率分布场中的结构之间存在相关性。然而，在 P1 极限环振荡状态下，我们观察到，高能量相干结构与火焰表面和热释放率分布场中的高能量结构相关，因为这些结构出现在相同的空间区域。在周期-2极限环振荡期间，火焰表面中的结构与放热率场中的结构强烈相关。然而，这些场中的结构对速度场相干结构的贡献较小。

时间序列分析表明，前两阶模态的时间系数占主导地位，并决定了热声不稳定性期间流场的性质，包括

周期-1和周期-2极限环振荡。此外，不同信号对在相图中的模式表明，在周期-1极限环振荡期间，声场、热释放率和流场之间呈现1:1频率锁定行为。对于周期-2极限环振荡，我们观察到1:1和2:1两种频率锁定行为。

因此，借助流场主导 POD 模态的时间系数，我们提出了一个框架，用于理解流速场与声压及热释放率之间的同步。除此之外，我们还利用 OH-PLIF图像和 OH*化学发光场的 EPOD模态，探究了流场中的相干结构与火焰及热释放率分布场之间的相关性。本研究加深了对流动速度和热释放率分布中相干性的基础认识，这种相干性会导致实际燃气轮机中可能出现的不同类型的热声不稳定性。

致谢：Abhishek Kushwaha 谨此感谢印度人力资源发展部提供的博士奖学金。作者感谢 Samadhan A. Pawar 博士（加拿大 UTIAS）就本主题进行的有益讨论。

经费支持：本项目获得了欧盟地平线2020研究与创新计划下欧洲研究理事会（ERC）的资助（资助协议编号：682383）。本研究还得到印度理工学院马德拉斯分校 IoE倡议的支持（SB/2021/0845/AE/MHRD/002696）。

利益声明：作者声明不存在利益冲突。

数据可用性声明： 支持本研究发现的数据可根据合理请求向通讯作者索取。

参考文献

Æsøy, E., Aguilar, J. G., Wiseman, S., Bothien, M. R., Worth, N. A. & Dawson, J. R. 2020 贫燃预混氢气/甲烷火焰传递函数的缩放与预测。《*Combustion and Flame*》**215**, 269–282. Ashwin, P., Melbourne, I. & Nicol, M. 2001 螺旋的超漂移：局部分岔与统计性质。《*Physica D*》**156** (3-4), 364–382. Berkooz, G., Holmes, P. & Lumley, J. L. 1993 本征正交分解在湍流分析中的应用。《*Annual Review of Fluid Mechanics*》**25**(1), 539–575. Birol, F. 2019 氢能的未来：把握当下机遇。国际能源署为二十国集团编写的报告，第*82–83*页，日本。Borée, J. 2003 扩展本征正交分解：分析湍流中相关事件的工具。《*Experiments in Fluids*》**35** (2), 188–192, DOI: 10.1007/s00348-003-0656-3. Boxx, I., Stöhr, M., Carter, C. & Meier, W. 2010 燃气轮机模型燃烧器中部分预混旋流火焰瞬态现象的时间分辨平面测量。《*Combustion and Flame*》**157**(8), 1510–1525. Candel, S., Durox, D., Ducruix, S., Birbaud, A.-L., Noiray, N. & Schuller, T. 2009 火焰动力学与燃烧噪声：进展与挑战。《*International Journal of Aeroacoustics*》**8** (1), 1–56. Candel, S.,Durox, D., Schuller, T., Bourgouin, J.-F. & Moeck, J.P. 2014 旋流火焰的动力学。《*Annual Review of Fluid Mechanics*》**46**, 147–173, dOI: 10.1146/annurev-fluid-010313-141300. Chakravarthy, S., Sivakumar, R. & Shreenivasan, O. 2007 钝体与后向台阶燃烧器中的涡声锁定。《*Sadhana*》**32** (1), 145–154, DOI:10.1007/s12046-007-0013-y. Choi, J., Rusak, Z. & Kapila, A. 2007 旋流条件下预混化学反应的数值模拟。《*Combustion Theory and Modelling*》**11** (6), 863–887, DOI: https://doi.org/10.1080/13647830701256085. Chterev, I. & Boxx, I. 2019 贫燃预混氢富集火焰的火焰拓扑与燃烧不稳定性边界

火焰。载于第27届国际爆炸与反应系统动力学研讨会，7月28日至8月2日，中国北京。DOI: https://elib.dlr.de/130096/. Chterev, I. & Boxx, I. 2021 氢富集对贫燃技术预混增压火焰动力学的影响。《Combustion and Flame》225, 149–159, DOI: 10.1016/j.combustflame.2020.10.033. Chu, B. T. 1965 流动中小扰动的能量传递（第一部分）。Acta Mech. 1 (3), 215–234, DOI: 10.1007/BF01387235. Cozzi, F. & Coghe, A. 2006 氢富集非预混旋流天然气火焰的行为。《国际氢能杂志》31 (6), 669–677, DOI: 10.1016/j.ijhydene.2005.05.013. Davis, D., Therkelsen, P., Littlejohn, D. & Cheng, R. 2013 氢气对模型燃气轮机燃烧室低旋流喷射器火焰热声耦合机制的影响。Proc. Combust. Inst. 34 (2), 3135–3143, DOI: 10.1016/j.proci.2012.05.050. Dowling, A. P. 1997 管道火焰的非线性自激振荡。《流体力学杂志》346, 271–290, DOI: 10.1017/S0022112097006484. Duwig, C. & Iudiciani, P. 2010 用扩展本征正交分解分析非定常火焰。Flow, turbulence and combustion 84 (1), 25–47, DOI: https://doi.org/10.1007/s10494-009-9210-6. Emadi, M., Karkow, D., Salameh, T., Gohil, A. & Ratner, A. 2012 低旋流预混甲烷–空气火焰因氢富集和增压而产生的火焰结构变化。《国际氢能杂志》37 (13), 10397–10404, DOI: 10.1016/j.ijhydene.2012.04.017. Figura, L., Lee, J. G., Quay, B. D. & Santavicca, D. A. 2007 燃料组成对贫燃预混燃烧室中火焰结构和燃烧动力学的影响。载于 Turbo Expo：陆地、海洋与航空动力，，第47918卷，第181–187页。10.1115/GT2007-27298. Freitag, M. & Janicka, J. 2007 使用 LES 研究强旋流无约束预混火焰。Proc. Combust. Inst. 31 (1), 1477–1485, DOI: 10.1016/j.proci.2006.07.225. Gallaire, F., Ruith, M., Meiburg, E., Chomaz, J.-M. & Huerre, P. 2006 作为全局模态的螺旋涡破裂。《流体力学杂志》549, 71–80, DOI: 10.1017/S0022112005007834. García-Armingol, T., Hardalupas, Y., Taylor, A. & Ballester, J. 2014 局部火焰性质对基于化学发光的化学计量测量的影响。Exp. Therm Fluid Sci. 53, 93–103, DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2013.11.009. George, N. B., Unni, V. R., Raghunathan, M. & Sujith, R. 2018 经由间歇性从燃烧噪声向热声不稳定性转变过程中的模式形成。《流体力学杂志》849, 615–644, DOI: 10.1017/jfm.2018.427. Gottwald, G. A. & Melbourne, I. 2004 确定性系统混沌的新检验。Proc. R. Soc. London, Ser. A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 460 (2042), 603–611, DOI: 10.1098/rspa.2003.1183. Gottwald, G. A. & Melbourne, I. 2009 关于混沌0–1检验的实施。SIAM Journal on Applied Dynamical Systems 8 (1), 129–145. Greenslade Jr, T. B. 1993 李萨如图形概述。Phys. Teach 31 (6), 364–370. Guo, H., Tayebi, B., Galizzi, C. & Escudie, D. 2010 氢富集湍流贫燃预混甲烷–空气火焰的燃烧速度与表面特性。《国际氢能杂志》35 (20), 11342–11348, DOI: 10.1016/j.ijhydene.2010.07.066. Guo, S., Wang, J., Zhang, W., Zhang, M. & Huang, Z. 2020 氢富集对旋流/钝体贫燃预混火焰稳定的影响。《国际氢能杂志》45 (18), 10906–10919, DOI: 10.1016/j.ijhydene.2020.02.020. Gupta, A. K., Lilley, D. G. & Syred, N. 1984 旋流。Tunbridge Wells。Halter, F., Chauveau, C. & Gökalp, I. 2007 预混甲烷/空气火焰中添加氢气的影响特性。《国际氢能杂志》32 (13), 2585–2592, DOI: 10.1016/j.ijhydene.2006.11.033. Harvey, J. 1962 关于涡破裂现象的一些观察。Journal of Fluid Mechanics 14 (4), 585–592. Hawkes, E. R. & Chen, J. H. 2004 氢富集贫燃预混甲烷–空气火焰的直接数值模拟。《Combustion and Flame》138 (3), 242–258, DOI: 10.1016/j.combustflame.2004.04.010. Hoffmann, S., Habisreuther, P. & Lenze, B. 1994 用于预测旋流火焰稳定性边界的相关关系的建立与评估。Chem. Eng. Process. Process Intensif. 33 (5), 393–400, DOI: 10.1016/0255-2701(94)02011-6. Hong, S., Shanbhogue, S. J., Speth, R. L. & Ghoniem, A. F. 2013 丙烷/氢气火焰中压力与放热波动之间的相位及其在模态转换中的作用。《Combustion and Flame》160 (12), 2827–2842, DOI: 10.1016/j.combustflame.2013.07.001.

Hord, J. 1978 氢气是一种安全的燃料吗？《国际氢能杂志》**3** (2), 157–176, DOI: 10.1016/0360- 3199(78)90016-2. Huang, Y. & Yang, V. 2009 贫预混旋流稳定燃烧的动力学与稳定性。 *Prog.Energy Combust. Sci.***35** (4), 293–364. Janus, M. C., Richards, G. A., Yip, M. J. & Robey, E. H. 1997 环境条件和燃料组成对燃烧稳定性的影响。载于*Turbo Expo*：陆地、海洋与航空动力, , vol. 78699, p. V002T06A035. 美国机械工程师学会, DOI: 10.1115/97-GT-266. Juniper, M. P. & Sujith, R. I. 2018 热声振荡的敏感性与非线性。《*Annual Review of Fluid Mechanics*》**50**, 661–689, DOI:https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122316-045125. Kim, H. S., Arghode, V. K., Linck, M. B. & Gupta, A. K. 2009 氢气添加对受限旋流稳定甲烷-空气火焰的影响。《国际氢能杂志》**34** (2), 1054–1062, DOI: 10.1016/j.ijhydene.2008.10.034. Kushwaha, A., Kasthuri, P., Pawar, S. A., Sujith, R. I., Chterev, I. & Boxx, I. 2021 氢富集部分预混旋流稳定甲烷/空气燃烧室中热声振荡的动力学表征。*J. Eng. Gas Turbines Power* **143** (12). Lee, T. & Kim, K. T. 2020 中尺度多喷嘴阵列中贫全预混氢气-空气火焰的燃烧动力学。《*Combustion and Flame*》**218**, 234–246. Liang, H. & Maxworthy, T. 2005 旋流射流的实验研究。《流体力学杂志》**525**, 115–159, DOI: https://doi.org/10.1017/S0022112004002629. Lieu wen, T. C. 2021非定常燃烧室物理. 剑桥大学出版社。 Lieuwen, T. C. & Yang, V. 2005 燃气涡轮发动机中的燃烧不稳定性：运行经验、基本机制与建模. 美国航空航天学会。 Lohrasbi, S., Hammer, R., Essl, W., Reiss, G., Defregger, S. & Sanz, W. 2021 对基于扩展适当正交分解的相关分析的改进：空间考量。*Int. J.HeatMassTransfer* **175**, 121065, DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121065. Lumley, J. L. 1967 非均匀湍流的结构。大气湍流与无线电波传播pp. 166–178. Mandilas, C., Ormsby, M., Sheppard, C. & Woolley, R. 2007 氢气添加对层流和湍流预混甲烷及异辛烷-空气火焰的影响。*Proc. Combust. Inst.* **31** (1), 1443–1450, DOI: 10.1016/j.proci.2006.07.157. Moeck, J. P. & Paschereit, C. O. 2012 多个线性不稳定热声模态的非线性相互作用。*Int. J. Spray Combust. Dyn.***4** (1), 1–27. Mondal, S., Pawar, S. & Sujith, R. I. 2017 两个经历通向混沌的准周期途径的相互作用振荡系统的同步行为。《混沌：非线性科学跨学科期刊》**27**(10), 103119, dOI: 10.1063/1.4991744. Nair, V. & Sujith, R. I. 2014 燃烧噪声中的多重分形性：预测即将发生的燃烧不稳定性。《流体力学杂志》**747**, 635–655, dOI: 10.1017/jfm.2014.171. Nair, V., Thampi, G., Karuppusamy, S., Gopalan, S. & Sujith, R. 2013 燃烧噪声中的混沌消失是燃烧不稳定性即将发生的先兆。*Int. J. Spray Combust. Dyn.***5** (4), 273–290, dOI:https://doi.org/10.1260/1756-8277.5.4.273. Nakahara, M. & Kido, H. 2008 含烃氢混合物的湍流燃烧速度研究。*AIAA J.* **46** (7), 1569–1575, DOI: 10.2514/1.23560. Nam, J., Lee, Y., Joo, S., Yoon, Y. & Yoh, J. J. 2019 氢气组成对部分预混燃气涡轮燃烧室影响的数值分析。《国际氢能杂志》**44** (12), 6278– 6286, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2019.01.066. Oberleithner, K., Sieber, M., Nayeri, C. N., Paschereit, C. O., Petz, C., Hege, H.-C., Noack, B. R. & Wygnanski, I. 2011 涡破裂旋流射流中的三维相干结构：稳定性分析与经验模态构建。《流体力学杂志》**679**, 383–414, DOI: https://doi.org/10.1017/jfm.2011.141. Oberleithner, K., Stöhr, M., Im, S. H., Arndt, C. M. & Steinberg, A. M. 2015 旋流燃烧室中进动涡核的形成及其受火焰诱导的抑制：实验与线性稳定性分析。《*Combustion and Flame*》**162** (8), 3100–3114, DOI: 10.1016/j.combustflame.2015.02.015 . Oberleithner, K., Terhaar, S., Rukes, L. & Oliver Paschereit, C. 2013 非均匀密度为何会抑制进动涡核。*J. Engng. Gas Turbines Pow.* **135** (12). Pawar, S. A., Seshadri, A., Unni, V. R. & Sujith, R. I. 2017 热声不稳定性作为相互作用的

受限声场与湍流反应流之间的同步。J. Fluid Mech. 827, 664–693, DOI: 10.1017/jfm.2017.438. Pignatelli, F., Kim, H., Subash, A., Liu, X., Szasz, R., Bai, X., Brackmann, C., Aldén, M. & Lörstad, D. 2022 引燃器对实验室尺度燃气轮机模型燃烧器中湍流预混甲烷/空气和氢富集甲烷/空气火焰的影响。《国际氢能杂志》47 (60), 25404–25417, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2022.05.282. Pikovsky, A., Rosenblum, M., Kurths, J. & others 2001 非线性科学中的普适概念。Self 2, 3. Poinsot, T. J., Trouve, A. C., Veynante, D. P., Candel, S. M. & Esposito, E. J. 1987 涡驱动的声学耦合燃烧不稳定性。J. Fluid Mech. 177, 265–292, DOI: https://doi.org/10.1017/S0022112087000958. Putnam, A. A. 1971 工业中的燃烧驱动振荡。Elsevier Publishing Company. Qadri, U. A., Mistry, D. & Juniper, M. P. 2013 螺旋涡破裂的结构敏感性。J. Fluid Mech. 720, 558–581, DOI: https://doi.org/10.1017/jfm.2013.34. Rashwan, S. S., Nemitallah, M. A. & Habib, M. A. 2016 预混燃烧技术综述：稳定性、排放控制、应用及数值案例研究。Energy & Fuels 30 (12), 9981– 10014, DOI: https://doi.org/10.1021/acs.energyfuels.6b02386. Rayleigh, J. W. S. 1878 某些声学现象的解释。Nature 18 (455), 319–321, DOI:10.1038/018319a0. Reddy, A. P., Sujith, R. & Chakravarthy, S. 2006 突扩燃烧室几何结构中的旋流器流场特性。J. Propul. Power 22 (4), 800–808, DOI: https://doi.org/10.2514/1.15940. Rosenblum, M. G., Pikovsky, A. S. & Kurths, J. 1996 混沌振荡器的相位同步。Physical review letters 76 (11), 1804. Schadow, K. & Gutmark, E. 1992 与排气燃烧室中涡脱落相关的燃烧不稳定性及其被动控制。Prog. Energy Combust. Sci. 18 (2), 117–132, DOI: https://doi.org/10.1016/0360-1285(92)90020-2. Schefer, R. 2003 通过氢富集提高贫燃火焰稳定性。《国际氢能杂志》28 (10), 1131–1141, DOI: 10.1016/S0360-3199(02)00199-4. Schefer, R. W., Wicksall, D. & Agrawal, A. 2002 贫预混旋流稳定燃烧器中氢富集甲烷的燃烧。Proc. Combust. Inst. 29 (1), 843–851, DOI:10.1016/S1540-7489(02)80108-0. Schmitt, P., Poinsot, T., Schuermans, B. & Geigle, K.-P. 2007 旋流湍流高压燃烧器中传热、一氧化氮排放和燃烧不稳定性的涡大型模拟与实验研究。J. Fluid Mech. 570, 17–46, DOI: https://doi.org/10.1017/S0022112006003156. Shanbhogue, S. J., Sanusi, Y. S., Taamallah, S., Habib, M. A., Mokheimer, E. M. A. & Ghoniem, A. F. 2016 旋流稳定预混 CH4/H2燃烧中的火焰宏观结构、燃烧不稳定性及熄火应变标度关系。Combust. Flame 163, 494–507, DOI: https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2015.10.026. Sieber, M., Oliver Paschereit, C. & Oberleithner, K. 2017 旋流稳焰燃烧室中相干结构的先进识别。J. Eng. Gas Turbines Power 139 (2), DOI: https://doi.org/10.1115/1.4034261. Singh, S., Roy, A., Dhadphale, J. M., Chaudhuri, S. & Sujith, R. I. 2022 湍流热声转变的平均场同步模型。arXiv预印本 arXiv:2208.11550 . Sirovich, L. 1987 湍流与相干结构的动力学。I. 相干结构。Q. Appl. Math. 45 (3), 561–571, DOI: https://doi.org/10.1090/qam/910462. Sterling, J. & Zukoski, E. E. 1987 排气燃烧室中的纵向模态燃烧不稳定性。Stöhr, M., Sadanandan, R. & Meier, W. 2011 湍流旋流火焰中涡-火焰相互作用的相位分辨表征。Exp. Fluids 51 (4), 1153–1167. Strakey, P., Sidwell, T. & Ontko, J. 2007 氢气添加对旋流稳定燃烧室贫燃熄火影响的研究。Proc. Co mbust. Inst. 31 (2), 3173–3180, DOI: https://doi.org/10.1016/j.proci.2006.07.077. Sui, J., Zhao, D., Zhang, B. & Gao, N. 2017 使用本征正交分解方法对Rijke型热声不稳定性进行实验研究。Exp. Therm Fluid Sci. 81, 336–344, DOI: https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2016.10.026. Sujith, R. I. & Pawar, S. A. 2021 热声不稳定性：复杂系统视角。Springer Nature. Syred, N., Giles, A., Lewis,J., Abdulsada, M., Medina, A. V., Marsh, R., Bowen, P. J. & Griffiths,A. J.

2014 通用旋流燃烧器中甲烷和高氢含量燃料预混燃烧的入口和出口配置对吹熄和回火的影响。应用能源 **116**, 288–296, DOI: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2013.11.071. Taamallah, S., LaBry, Z. A., Shanbhogue, S. J. & Ghoniem, A. F. 2015 贫燃预混旋流稳焰燃烧中的热声不稳定性及其与声学耦合和解耦火焰宏观结构的联系。燃烧学会论文集 **35** (3), 3273–3282, DOI: https://doi.org/10.1016/j.proci.2014.07.002. Taira, K., Brunton, S. L., Dawson, S. T., Rowley, C. W., Colonius, T., McKeon, B. J., Schmidt, O. T., Gordeyev, S., Theofilis, V. & Ukeiley, L. S. 2017 流体流动的模态分析：综述。*AIAA* 期刊**55** (12), 4013–4041, DOI: https://doi.org/10.2514/1.J056060. Tuncer, O., Acharya, S. & Uhm, J. 2009 受限预混富氢甲烷火焰的动力学、氮氧化物排放和回火特性。《国际氢能杂志》**34** (1), 496–506, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2008.09.075. Wang, P., Ma, H. & Liu, Y. 2019 汽轮机调节阀内压力波动和涡结构的本征正交分解与扩展本征正交分解分析。燃气轮机与动力工程杂志 **141** (4), DOI: https://doi.org/10.1115/1.4040903. Wicksall, D., Agrawal, A., Schefer, R. & Keller, J. 2005 以氢气/甲烷/空气为燃料的贫燃预混旋流稳焰燃烧室中火焰与流场的相互作用。燃烧学会论文集 **30** (2), 2875–2883, DOI: https://doi.org/10.1016/j.proci.2004.07.021. Xia, H., Han, W., Wei, X., Zhang, M., Wang, J., Huang, Z. & Hasse, C. 2022 钝体旋流燃烧器中不同热边界条件下 CH4/H2/空气旋流火焰边界层回火的数值研究。燃烧学会论文集 DOI: https://doi.org/10.1016/j.proci.2022.07.040. Zhang, J.& Ratner,A. 2019 常压和高压条件下氢气-甲烷/空气预混火焰热声不稳定性激发的实验研究。《国际氢能杂志》**44** (39), 21324–21335, DOI: 10.1016/j.ijhydene.2019.06.142 . Zhang, Q., Shanbhogue, S. J., Shreekrishna, Lieuwen, T. & O'Connor, J. 2011 旋流中火焰附着点附近的应变特性。燃烧科学与技术 **183** (7), 665–685, DOI: https://doi.org/10.1080/00102202.2010.537288. Zhang, W., Wang, J., Lin, W., Mao, R., Xia, H., Zhang, M. & Huang, Z. 2020 通过结构分析研究差异扩散对湍流贫燃预混富氢火焰的影响。《国际氢能杂志》**45** (18), 10920–10931, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2020.02.032. Zhen, H., Cheung, C. S., Leung, C. W. & Choy, Y. S. 2012 氢气浓度对预混液化石油气-氢气火焰排放和传热的影响。《国际氢能杂志》**37**(7), 6097–6105.

排版后的文章将在此处显示与文章类型相符的横幅

arXiv:2305.03415v1 [physics.flu-dyn] 5 May 2023

富氢贫燃烧中的耦合热声相互作用

Abhishek Kushwaha[1,2]†, Amitesh Roy[3], Ianko Chterev[4], Isaac Boxx[5], R. I. Sujith[1,2]

[1]印度理工学院马德拉斯分校航空航天工程系，印度泰米尔纳德邦金奈，邮编 600036[2]印度理工学院马德拉斯分校复杂系统临界转变研究卓越中心，印度泰米尔纳德邦金奈，邮编 600036[3]多伦多大学航空航天研究所，加拿大安大略省，邮编 M3H 5T6[4]德国航空航天中心（DLR）燃烧技术研究所，德国斯图加特，邮编 70569[5]亚琛工业大学能源、过程与化学工程光学诊断讲席，德国亚琛，邮编 52062

（收到日期 xx；修订日期 xx；接受日期 xx）

本补充材料全面讨论了实验装置和诊断技术（§1），以及 0 – 1 混沌测试（§2）的采样要求。在 §3中，介绍了速度场流向分量的相关结果，并讨论了其意义。

1. 实验装置、仪器设备与诊断技术

实验在大气压下进行，所用设备为图1所示的技术预混式燃气轮机模型燃烧器（PRECCINSTA构型）。空气进入圆柱形稳压腔后，流经带有12个径向旋流通道的旋流发生器。燃料（甲烷与不同比例的氢气）通过直径为1 mm的孔口注入每个旋流通道。部分预混旋流反应物射流经出口直径为（D= 27.85 mm）的锥形喷嘴进入燃烧室。燃烧室高114 mm，横截面积为 85 × 85mm^2，呈方形。位于角部的金属支架用于支撑石英玻璃，从而为燃烧室提供光学通道。燃烧室出口由锥形喷嘴和其后的排气管道组成。收缩比（燃烧室入口处喷嘴出口面积与燃烧室横截面积之比）为0.17。该收缩比可确保燃烧室内的燃烧在大气压下进行。

使用三个独立的质量流量传感器来控制甲烷（$\dot{m}_{\mathrm{CH_4}}$）、氢气（$\dot{m}_{\mathrm{H_2}}$）和空气（$\dot{m}_a$）的质量流率。通过添加氢气与甲烷混合，使每种情况下的全局当量比（ϕ_g）和热功率（P_{th}）保持恒定。这些运行条件通过同时降低 $\dot{m}_{\mathrm{CH_4}}$ 并提高 $\dot{m}_{\mathrm{H_2}}$来实现。燃烧室的热功率使用 $P_{th} = \dot{m}_{\mathrm{CH_4}} h_{\mathrm{CH_4}} + \dot{m}_{\mathrm{H_2}} h_{\mathrm{H_2}}$ 测量，其中 $h_{\mathrm{CH_4}}$ 和 $h_{\mathrm{H_2}}$ 分别为甲烷（$h_{\mathrm{CH_4}}$ = 55.5 MJ/kg）和氢气（$h_{\mathrm{H_2}}$ = 141.7 MJ/kg）的热值。实验的热功率 P_{th}

† 通讯邮箱：abhikushwaha8090@gmail.com

随着 H_2 的体积百分比变化，热功率在 22.17 kW 至 25.31 kW 之间变化。实验的标称雷诺数 Re 使用以下表达式计算，

$$Re = \frac{4\dot{m}_t}{\mu\pi L_c} \tag{1.1}$$

其中 $\dot{m}_t(= \dot{m}_{CH_4} + \dot{m}_{H_2} + \dot{m}_a)$ 表示总质量流率，单位为 kg/s。混合气体 μ的动力黏度（μ）根据 H_2 –CH_4–空气混合物按照 Wilke(1950)计算。燃烧室入口处喷嘴的直径（D）被用作特征长度（L_c）。 Re 范围为 2.3×10^4 至 2.8×10^4。全局当量比（ϕ_g）、热功率（P_{th}）和雷诺数（Re）列于正文的表 1 中。

为了解系统的状态，进行了各种测量。为测量与不同动力学状态相关的燃烧室内声压波动，使用了经振幅和相位校准的麦克风探头，其配备 Brüel and Kjaer (B&K) Type 4939 1⁄4 英寸自由场电容式麦克风。该麦克风的灵敏度为 4 mV/Pa，不确定度为 ±3 dB。麦克风放置在距燃烧室突扩平面 20 mm 处，并以 100 kHz 的采样频率记录数据。

采用立体粒子图像测速（sPIV）测量燃烧室内的流动特性。立体PIV系统由一台双腔二极管泵浦固态激光器（Edgewave，IS200-2-LD，532 nm下最高可达9 mJ/脉冲）和一对CMOS相机（Phantom v1212）组成；相机位于激光片光的两侧，朝下观察燃烧室。每种运行状态下，均以 640 × 800 像素的分辨率采集10,000张（1秒）PIV图像。PIV测量区域覆盖 65 × 50 mm^2,的范围（稿件图1中的 $-32 < x < 32$ mm和 $0 < y < 50$ mm）。PIV系统的投影像素分辨率为0.08 mm/像素。帧间脉冲间隔（Δt）设为10 ms。使用一对柱面透镜（f = −38 mm和 250 mm）将光束整形成片光，并使用第三个柱面透镜（f = 700 mm）将其压薄至束腰。将标称直径为 1 μm的二氧化钛（TiO_2）颗粒播撒到燃烧室内的空气流动中，以获得散射荧光。采用商用多遍自适应窗口偏移互相关技术完成图像映射、校准和粒子互相关（LaVision DaVis 10）。最终询问窗口大小为 16 × 16 像素，重叠率为 50%。这对应于1.3 mm的窗口尺寸和0.65 mm的矢量间距。通过这种方式，量化了与燃烧器中心线对齐的平面内的三个速度分量。根据LaVision DaVis中的相关统计量，瞬时速度的不确定度估计为：面内分量（x-y）为 ±0.7 m/s，面外分量（z轴）为 ±1.8 m/s。稿件图1b展示了通过PIV测量获得的典型速度场。

使用一台增强型高速 CMOS 相机（LaVision HSS 5，配备 LaVision HS-IRO），搭载快速 UV 镜头（Halle， f = 64 mm， f/2.0）和带通滤光片（300–325 nm），对自激 OH* 自由基的视线积分化学发光进行成像，像素分辨率为 512×512。根据信号强度，像增强器的门控时间设为 25 至 50 μs。每次记录的图像数量受相机板载存储器限制。每种工况均采集 8192 帧。通过对所有像素的强度进行积分，计算全局热释放率 $\dot{q}'(t)$ 信号。

OH 平面激光诱导荧光（PLIF）成像系统由一台高重复频率脉冲 Nd:YAG 激光器（Edgewave IS400-2-L，532 nm、150 W、10 kHz）泵浦的倍频染料激光器，以及一套增强型高速 CMOS 相机系统组成。染料激光系统（Sirah Credo）的运行功率为 5.3 W 至 5.5 W，波长为 283 nm，重复

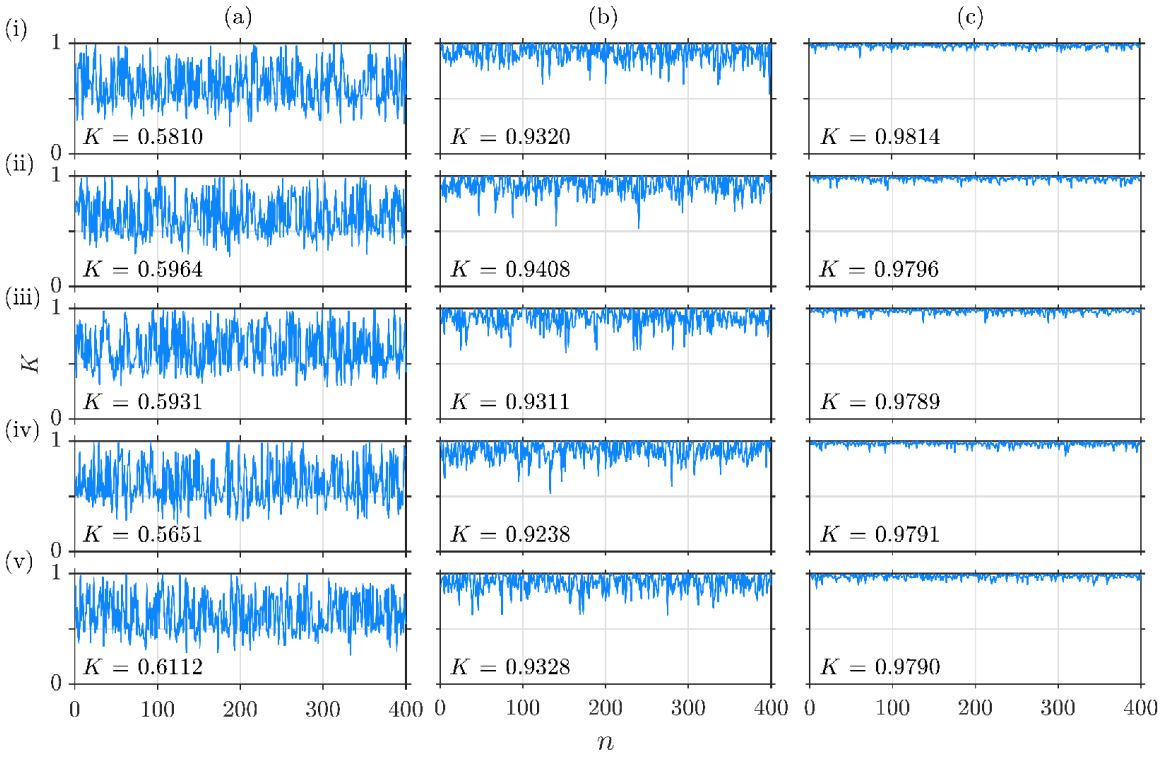

图 1：信号（a） a_1、（b） a_2 和（c）热释放率信号的渐近增长率（K）随采样频率变化的情况：（i）10 kHz、（ii）5 kHz、（iii）2.5 kHz、（iv）2 kHz 和（v）1 kHz。每个子图中均标出了渐近增长率的中位数。

频率为 10 kHz（即 0.53 – 0.55 mJ/脉冲）。染料激光器调谐至激发 $A^2\sum^+ - X^2\prod(v'=1, v''=0)$ 带的 $Q_1(6)$ 线。实验期间，使用配备 WG-305 和 UG-11 滤光片的光电倍增管（PMT）以及一束参考层流预混火焰，持续监测激光波长。利用三片熔融石英柱面透镜，将 283 nm 平面激光诱导荧光激发光束整形成约 50 mm 高、 $\times 0.2$ mm 厚的光片。所有透镜均镀有增透膜，以最大限度提高透射率。

采用一台高速 CMOS 相机（LaVision HSS 6）和一台外置两级图像增强器（LaVision HS-IRO）对 OH-PLIF 荧光信号进行成像；这套设备与 OH 相机分别位于燃烧室两侧。OH-PLIF 相机还配备了另一只快速紫外物镜（Cerco， f =45 mm， $f/1.8$）和一片带通滤光片（300–325 nm）。相机阵列尺寸为 768×768 像素，投影像素分辨率为 0.115 mm/像素。OH*化学发光、OH-PLIF 和立体 PIV 图像以 10 kHz 的采样频率同步采集，并与采样频率为 100 kHz 的麦克风测量数据锁相。本研究仅使用三种成像技术共同覆盖的区域。

2. 0 – 1 混沌测试的采样要求

我们需要以最佳采样率使用压力数据进行这项检验（Fouda等，2014）。0-1检验的结果高度依赖于信号的采样方式（Fouda等，2014）。因此，我们将原始声压信号（采样率为100 kHz）降采样至多个不同的采样率（20 kHz、10 kHz、6.67 kHz、5 kHz、4 kHz、3.33 kHz、2.85 kHz和2.5 kHz）。随后，我们使用上述降采样率下的周期信号，检验混沌检验的一致性（Melosik 与 Marszalek，2016年）。我们发现，采样率为6.67 kHz的降采样信号具有一致性。进一步降采样

至低于这一采样率会导致压力信号振荡中的关键特征（例如，极大值、极小值和振幅的位置）遭到破坏。因此，我们将原始信号的采样率从100 kHz降至6.67 kHz（Kushwaha 等 2021年）。我们还使用Toker 等人（2020）最近开发的新型混沌检验算法——混沌决策树算法，验证了我们的结果。

然而，高速图像（粒子图像测速和 OH*化学发光）以 10 kHz 的采样率采集，这表明 POD 模态的时间系数和热释放率信号的采样率也为 10 kHz。我们检查了这些信号 a_1， a_2 和 $\dot{q}'$ 在不同采样率下的情况，即 10 kHz、5 kHz、2.5 kHz、2 kHz 和 1 kHz。在图1a 中，我们展示了混沌振荡情况下，不同采样频率对应的 K 值变化。采用相关法后，我们发现 a_1信号的 K 值在 0.5 到 0.6 之间变化，这表明其具有间歇性。然而，通过观察稿件中 a_1 信号的时间序列，我们发现其表现为非周期行为。此外，对于 a_2 和 $\dot{q}'$，我们注意到增长率在 1 附近变化，且 K 值在 0.92 到 0.99 之间变化。这表明信号 a_2 和 $\dot{q}'$ 也呈现混沌行为。

3. 基于轴向速度分量的空间结果

为验证主文稿中展示的基于横向速度分量（u_x）和轴向速度分量（u_y）的扩展本征正交分解模态之间的差异，我们重构了上述各动力学状态下的轴向速度 POD 模态，即混沌振荡、周期-1和周期-2极限环振荡。图2第一行展示了轴向速度分量的平均值（$\bar{u}_y$）、根据 OH-PLIF图像得到的火焰刷

$\bar{}$ $\bar{}$(I_P)，以及根据 OH*化学发光图像得到的热释放率（I_C）。图2a 显示剪切层中存在高速度，且沿径向延伸至燃烧室壁面。此外，内回流区和外部回流区的速度波动较弱。火焰沿剪切层稳定。OH-PLIF强度的平均值呈现出 V 形火焰，如图2b 所示。随着火焰刷厚度增加，大部分热释放率出现在下游靠近燃烧室壁面处（图2c）。

图 2d 展示了轴向分量的第一个 POD 模态，其中燃烧室下游的剪切层沿线存在高强度结构，表明流动具有旋流行为。这些相干结构沿轴向发展，并在燃烧室壁面附近呈现较强波动。类似地，模态 2 和模态 3 也呈现沿剪切层分布的相干结构，其间相差约四分之一波长（图 2d）。此外，火焰表面的第一个扩展正交分解模态（图 2e ）呈现出沿剪切层分布的小尺度结构。此外，在模态 2 和 3 中，我们观察到燃烧室入口附近的结构（图 2e）。热释放率分布的第一个扩展正交分解模态呈现出燃烧室壁面附近沿剪切层分布的结构（图2f）。我们还观察到，热释放率分布的扩展正交分解模态中，在远离入口且靠近燃烧室壁面的剪切层沿线存在结构（图 2f）。

为了解热声不稳定状态下轴向速度相干结构的作用（其特征为周期-1极限环振荡），我们展示了加入氢气（50%）后，轴向速度场的时间平均值、火焰表面和热释放率分布场的空间特征，如图3所示。我们观察到剪切层沿线存在较大的速度波动，如图3a所示。此外，我们还观察到内回流区中的速度波动。同时，我们也注意到M形火焰（图3b），其锚定在燃烧室突扩平面附近。

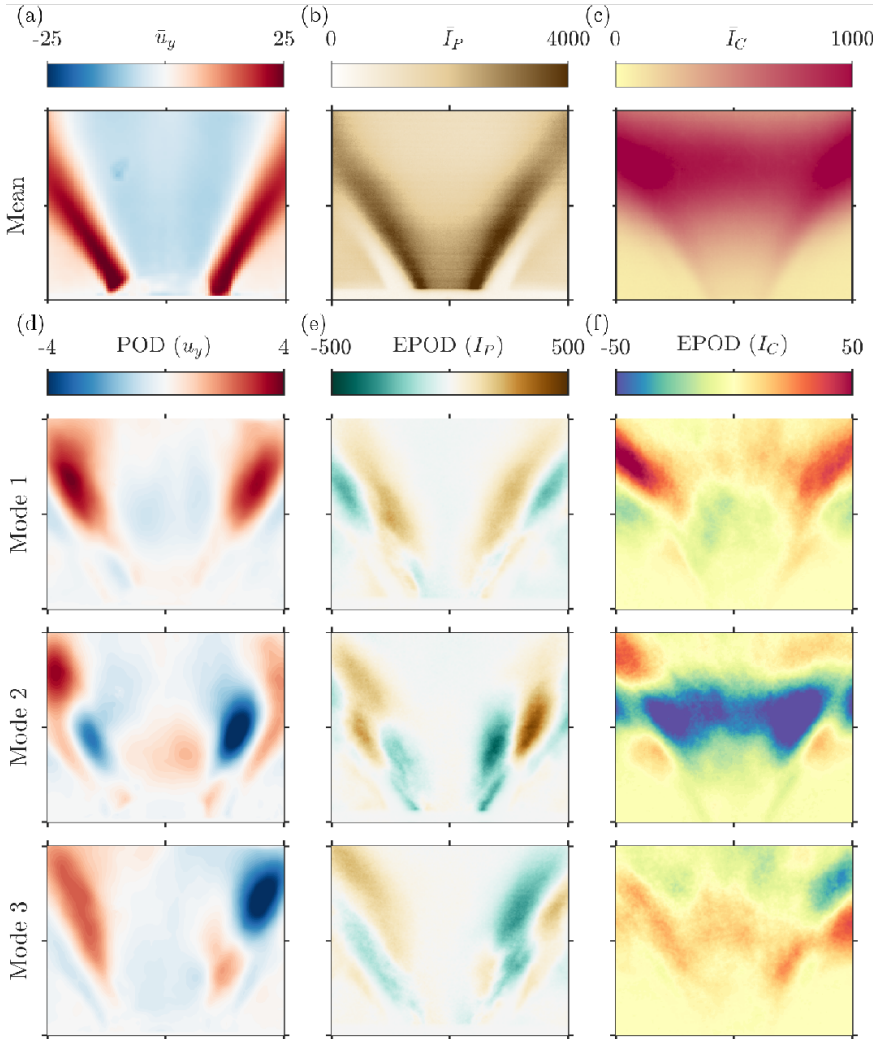

图2：纯 CH_4-空气火焰的流动与火焰动力学。(a) 轴向速度分量的平均值（u_y）；(b) 根据OH-PLIF图像获得的火焰刷；(c) 根据 OH*化学发光获得的热释放率波动。(d-f) 显示了 u'_y 的前三个 POD 模态，以及与 I'_P和 I'_C相关的扩展POD模态。

大部分热释放发生在内回流区（IRZ）和剪切层沿线（图3c）。

轴向速度分量的前三个模态如图 3d 所示。这些模态中的振荡呈对称分布且同相。同相是指相干结构中的速度波动方向相同。所有模态均显示燃烧室下游存在高能结构。此外，我们还观察到内回流区存在较大的速度波动，表明有环形涡存在。火焰表面的第一和第二个扩展正交分解模态在剪切层（图3e）沿线具有最大强度，位置靠近燃烧室入口。然而，我们在第三个扩展正交分解模态中观察到小尺度结构（图 3e）。此外，热释放率分布场（OH*化学发光）的第一和第三个扩展正交分解模态显示了沿剪切层分布的结构，并呈现出环形涡的存在（图 3f）。然而，热释放率分布场的第二个扩展正交分解模态显示出强度较低的结构。

在当量比（ϕ）为 0.65、热功率（P）为 20 kW 的条件下加入 20% 氢气后，我们观察到热声不稳定性以及周期-2极限环振荡。图 4a 显示，剪切层和外

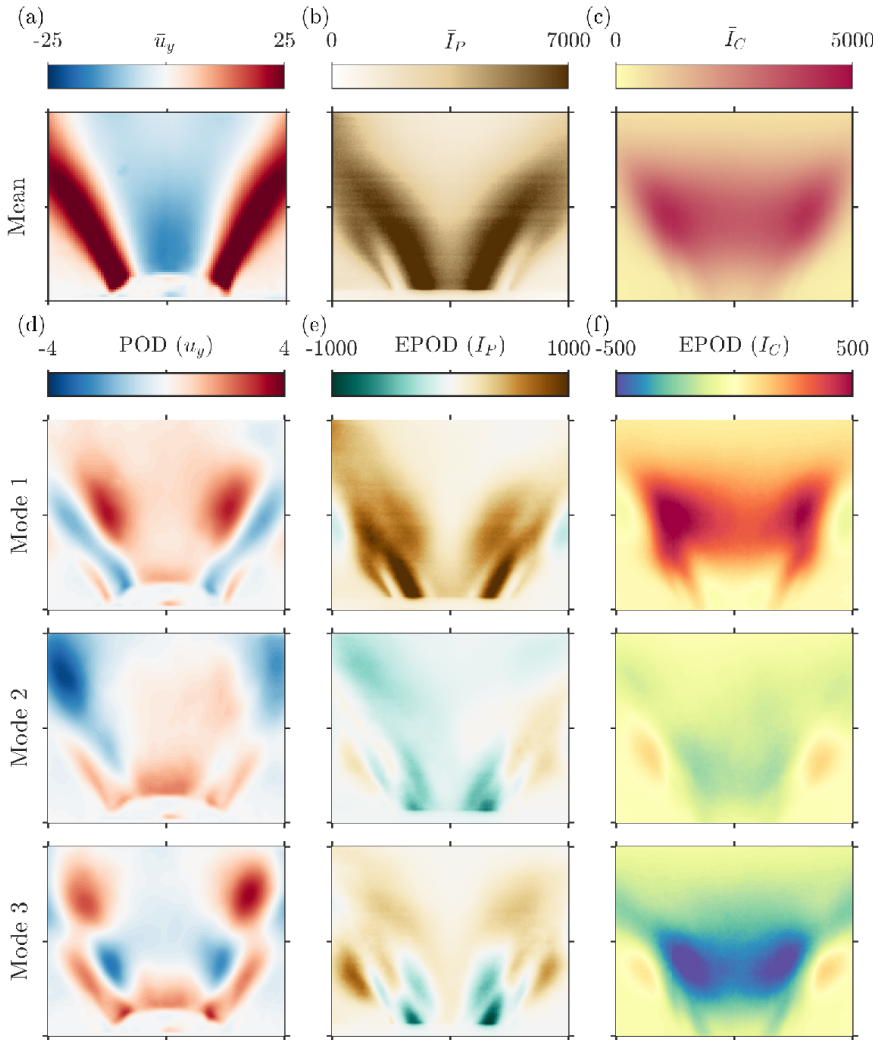

图 3：50% H_2富氢 CH_4-空气火焰的流动与火焰动力学。(a) 轴向速度分量 (u_y) 的平均值；(b) 由 OH-PLIF图像获得的火焰刷；(c) 由 OH*化学发光获得的热释放率波动。(d-f) 显示了 u'_y 的前三个 POD 模态，以及与 I'_P和 I'_C相关的扩展POD模态。

回流区（ORZ）的平均速度场中存在较强的速度振荡。图 4b 显示，在燃烧室入口附近观察到了 OH-PLIF 强度极高的柱状火焰。大部分热释放率发生在燃烧室下游（图 4c）。

图 4d 展示了轴向速度模态中前三个主导的POD模态。第一模态显示，内回流区（IRZ）内存在较高的速度波动，并锚定于燃烧室入口处。我们还观察到沿剪切层分布的低能量结构（图 4d），揭示了流动中的螺旋运动。第二POD模态显示，在突扩平面附近的剪切层沿线存在高能量结构（图 4d）。内回流区同样表现出较高的速度波动。此外，第三模态在剪切层沿线呈现出尺度较小和较大的结构。火焰表面的第一和第二扩展正交分解模态在剪切层以及燃烧室入口附近的内回流区内呈现出高强度结构（图4e）。第三扩展正交分解模态显示剪切层沿线存在较小的结构，表明火焰表面更长（图 4e）。这些结构与轴向速度场中的相干结构相关。在图 4f 中，热释放率分布场的第一和第二扩展正交分解模态表明，大部分热释放发生在燃烧室下游，说明存在环形涡。在第三扩展正交分解模态中

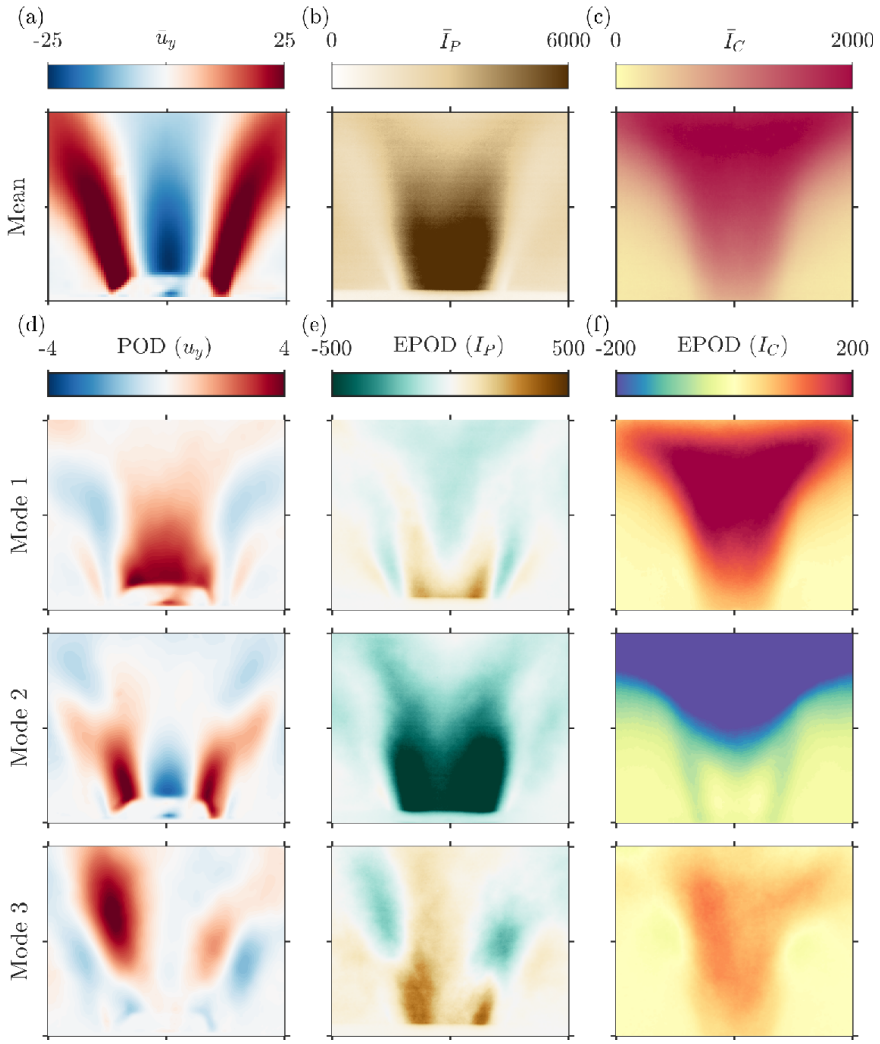

图4：20% H_2富氢 CH_4-空气火焰的流动与火焰动力学。(a) 轴向速度分量的平均值（u_y）、(b) 根据 OH-PLIF图像获得的火焰刷，以及 (c) 根据 OH*化学发光获得的热释放率波动。(d-f) 显示了 u'_y 的前三个 POD 模态，以及与 I'_P和 I'_C相关的扩展POD模态。

，我们观察到内回流区（IRZ）中有部分热释放以柱状形态出现（图4f），这与火焰表面的第三扩展正交分解模态相似。

参考文献

Fouda, J. S. A. E., Bodo, B., Sabat, S. L. & Effa, J. Y. 2014 一种用于在过采样时间序列观测中检测混沌的改进型0-1检验。国际分岔与混沌期刊 **24** (05), 1450063, dOI:https://doi.org/10.1142/S0218127414500631. Kushwaha, A., Kasthuri, P., Pawar, S. A., Sujith, R. I., Chterev, I. & Boxx, I. 2021 富氢部分预混旋流稳定甲烷/空气燃烧室中热声振荡的动力学表征。燃气轮机与动力工程期刊 **143** (12). Melosik, M. & Marszalek, W. 2016 连续系统混沌的0/1检验。波兰科学院公报：技术科学 (3), 521–528. Toker, D., Sommer, F. T. & D'Esposito, M. 2020 一种检测自然界混沌的简单方法。通讯生物学**3** (1), 1–13, dOI:https://doi.org/10.1038/s42003-019-0715-9. Wilke, C. 1950 一种气体混合物黏度方程。中国化学物理学报 **18** (4), 517–519, DOI: https://doi.org/10.1063/1.1747673.