arXiv:2305.03550v1 [quant-ph] 5 May 2023

集成超导原子芯片上光学光子与微波光子之间的相干接口

David Petrosyan, [1,2] J´ozsef Fort´agh, [2] 和 Gershon Kurizki[3]

[1] *Institute of Electronic Structure and Laser, Foundation for Researc h and Technology – Hellas, GR-70013 Heraklion, Crete, Greece*

[2] *Center for Quantum Science, Physikalisches Institut, Eberhard Karls Universität Tübingen, D-72076 Tübingen, Germany*

[3] *Department of Chemical and Biological Physics, Weizmann Institute of Science, Rehovot 7610001, Israel*（日期：2023年5月8日）

亚波长原子阵列展现出令人瞩目的光学特性，与相控阵天线的特性类似，例如产生准直定向发射，或在集体共振频率附近几乎完美地反射光。我们提出将单层亚波长原子阵列用作可切换镜面，从而在传播的光学光子与超导共面波导谐振器中的微波光子之间实现相干接口。在所提出的装置中，原子阵列位于集成超导芯片的表面附近，该芯片包含微波腔和光波导。驱动激光将原子激发态耦合到具有强微波跃迁的里德堡态。随后，超导腔中是否存在微波光子，将决定原子阵列对入射的、频率适当且带宽有限的光脉冲呈透明还是反射状态。

I. 引言

将具有不同量子力学功能的模块集成起来的系统，即混合量子系统 [1–3], ，有望兼具这些功能的优势，从而成为各种量子技术的关键，尤其是在量子信息处理与通信领域。本文考虑一种将超导微波和光学元件与冷俘获原子相结合的系统，以实现微波光子与光学光子之间的高效接口。微波与光辐射之间的相干接口 [4–9] ，是实现超导电路互连所必需的；超导电路是微波领域中量子信息处理的最佳平台，而光学光子则是远距离传输量子信息的最佳载体 [10, 11]。

本方案沿循了一条极具拓扑学意义的路径：光与规则排列的强相互作用原子阵列之间的相互作用 [12–24], ，由协同迪克效应 [25] 以及原子之间共振偶极–偶极交换相互作用 [26–28]共同决定。亚波长原子阵列具有对应于亚辐射或超辐射光学模式的协同共振，并可用作例如完美光学反射镜 [12, 15, 16, 18–20] ，或用作向所需空间模式发射光子的定制型高效光子发射体 [14, 17]。通过额外的激光将原子激发至强相互作用的里德伯态，还可以在此类系统中实现单光子之间的高度非线性相互作用 [22, 24]。在这里，我们将亚波长原子阵列对光学光子的近乎完美反射、电磁诱导透明（EIT）[29] （使阵列完全透明）以及里德伯原子跃迁与微波辐射的强耦合结合起来；这种耦合能够开启和关闭电磁感应透明，从而实现了光学场与微波场之间的相干接口。

II. 与探测场相互作用的二能级原子阵列

我们首先重新考察空间周期性原子阵列的集体辐射性质，同时考虑入射探测场在接近原子跃迁共振时的时间和空间分布。

A. 原子的动力学

考虑一个由 N 个原子组成的系综，它们与探测场 $\boldsymbol{E}_p(\boldsymbol{r},\ t)$ 在跃迁 $|g\rangle \to |e\rangle$ 上相互作用，失谐为 $\Delta_p = \omega_p - \omega_e$，其中 ω_p 是探测场的载波频率，而 ω_e 是原子跃迁频率，见图1(a)。原子被囚禁在周期为亚波长尺度的二维晶格中，$s < \lambda_e = 2\pi c/\omega_e$，见图1(b)。利用 Born-Markov近似消去与原子相互作用的自由空间辐射模式 [26–28], 我们得到描述原子系统密度算符 $\hat{\rho}$ 动力学的主方程，

$$\partial_t \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \hat{\rho}] + \mathcal{L}[\hat{\rho}], \tag{1}$$

其中，$H = H_{\rm af} + H_{\rm RDDI}$ 是系统的厄米哈密顿量，$\mathcal{L}[\rho]$ 是描述集体原子衰减的 Lindblad 算符，详见下文。

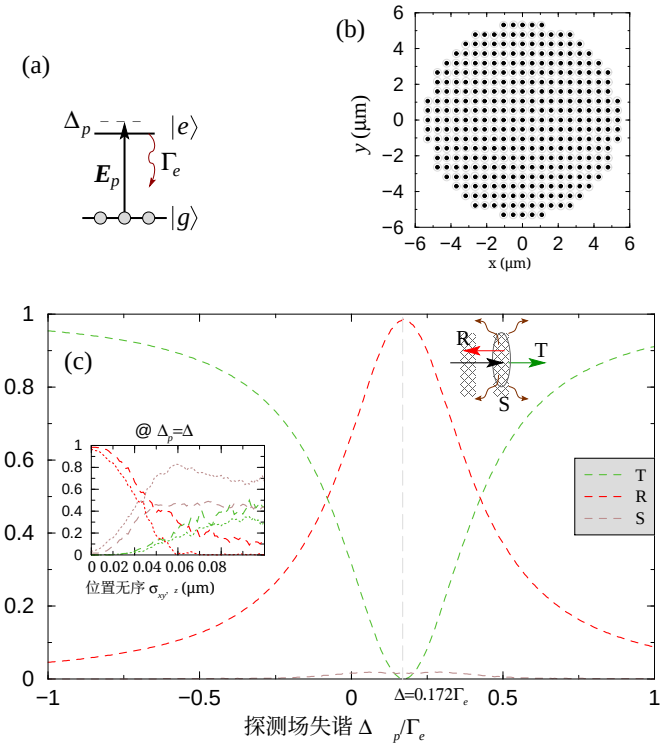

图 1. (a) 与探测场相互作用的原子的能级图
场 $\boldsymbol{E}_p$ 与原子跃迁共振频率失谐 Δ_p，
而原子激发态 $|e\rangle$ 以速率衰变至基态
$|g\rangle$ 衰变速率为 $\Gamma_e = 2\pi \times 6$MHz。(b) 二维原子阵列，
原子（黑色实心圆），晶格间距为 $s = 532$nm
小于原子跃迁的波长 $\lambda_e = 780$nm，跃迁
跃迁 $|e\rangle \to |g\rangle$。原子位置可能偏离
平衡晶格位置（空心灰色圆圈）。（c）透射—
透射（T，绿色）、反射（R，红色）和散射（S，棕色）
持续时间为 $\bar{n}_p = 1$ 的入射相干探测脉冲的光谱
tion $\tau = 2\,\mu$s（高斯包络）处于高斯空间模式中
束腰为 $w_0 \quad = 3\lambda_e = 2.34\mu$m 聚焦于，并垂直于.....
xy 平面中的原子层。插图显示了透射，
探测场的反射与散射娱乐主管
共振频率 $\Delta_p = \Delta\,(\Delta = 0.172\Gamma_e \simeq 2\pi \times 1$MHz)
相对于（高斯）原子位置的不确定度（标准差-
偏差） $\sigma_x = \sigma_y$ 当 $\sigma_z = 0$ （虚线），以及 σ_z 当
$\sigma_x = \sigma_y = 0.01\ \mu$m（虚线）。该图是通过.....获得的。
from 对耗散动力学方程 (14) 进行蒙特卡罗模拟，
并对随机原子波函数取平均，
平均结果基于 100–200 条独立轨迹，并结合
方程 (15) 和 (16)。

原子-场相互作用哈密顿量为

$$H_{\rm af} = \sum_j^N \{\hbar\omega_e \hat{\sigma}_{ee}^j - [\hat{\sigma}_{eg}^{(j)} \boldsymbol{\wp}_{eg} \cdot \boldsymbol{E}_p(\boldsymbol{r}_j) e^{-i\omega_p t} + \text{H.c.}]\}, \quad (2)$$

其中，$\hat{\sigma}_{\mu\nu}^j \equiv |\mu\rangle_j\langle\nu|$ 是第 j 个原子的投影（$\mu = \nu$）或跃迁（$\mu \neq \nu$）算符，$\boldsymbol{\wp}_{eg}$ 是原子跃迁偶极矩，而 $\boldsymbol{E}_p(\boldsymbol{r}) = \hat{\boldsymbol{e}}_p \phi(\boldsymbol{r}) \hat{a}_p$ 是偏振为 $\hat{\boldsymbol{e}}_p$、处于空间模式 $\phi(\boldsymbol{r})$ 中的量子化探测场，其光子湮灭算符为 $\hat{a}_p$。

接下来，共振偶极-偶极交换相互作用由位置 $\boldsymbol{r}_i$ 和 $\boldsymbol{r}_j$ 处的原子 i 和 j 之间的相互作用描述

$$H_{\rm RDDI} = \hbar \sum_{j\neq i} V_{ji} \hat{\sigma}_{eg}^{(j)} \hat{\sigma}_{ge}^{(i)} \quad (3)$$

with

$$\begin{aligned} V_{ji} &= -\frac{k_e^2}{\hbar\epsilon_0} \boldsymbol{\wp}_{eg}^* \cdot \text{Re}[\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{r}_i, k_e)] \cdot \boldsymbol{\wp}_{eg} \\ &= \frac{3\Gamma_e}{4} \left\{ [1 - (\hat{\boldsymbol{\wp}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ij})^2] \frac{\cos(k_e r_{ij})}{k_e r_{ij}} \right. \\ &\quad \left. - [1 - 3(\hat{\boldsymbol{\wp}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ij})^2] \left[\frac{\sin(k_e r_{ij})}{(k_e r_{ij})^2} + \frac{\cos(k_e r_{ij})}{(k_e r_{ij})^3} \right] \right\}, \end{aligned}$$

其中，$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}', k_e)$ 是自由电磁场 [26, 27]，$k_e = \omega_e/c$ 的并矢格林张量，$\hat{\boldsymbol{\wp}} \equiv \frac{\boldsymbol{\wp}_{eg}}{\wp_{eg}}$ 是原子偶极矩方向上的单位矢量，$\hat{\boldsymbol{r}}_{ij} \equiv \frac{\boldsymbol{r}_{ij}}{r_{ij}}$ 是沿原子 i 和 j 之间相对位置矢量 $\boldsymbol{r}_{ij} = \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j$ 方向的单位矢量，$r_{ij} \equiv |\boldsymbol{r}_{ij}|$ 是原子间距，$\Gamma_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4k_e^3 |\wp_{eg}|^2}{3\hbar}$ 是原子处于激发态 $|e\rangle$ [30, 31] 时通常的自发衰变率，

最后，原子衰变的 Lindblad 算符表示为 [26–28]

$$\mathcal{L}[\hat{\rho}] = \frac{1}{2} \sum_{ij} \Gamma_{ji} [2\hat{\sigma}_{ge}^{(j)} \hat{\rho} \hat{\sigma}_{eg}^{(i)} - \{\hat{\sigma}_{eg}^{(j)} \hat{\sigma}_{ge}^{(i)}, \hat{\rho}\}], \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma_{ji} &= \frac{k_e^2}{\hbar\epsilon_0} \boldsymbol{\wp}_{eg}^* \cdot \text{Im}[\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{r}_i, k_e)] \cdot \boldsymbol{\wp}_{eg} \\ &= \frac{3\Gamma_e}{2} \left\{ [1 - (\hat{\boldsymbol{\wp}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ij})^2] \frac{\sin(k_e r_{ij})}{k_e r_{ij}} \right. \\ &\quad \left. + [1 - 3(\hat{\boldsymbol{\wp}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ij})^2] \left[\frac{\cos(k_e r_{ij})}{(k_e r_{ij})^2} - \frac{\sin(k_e r_{ij})}{(k_e r_{ij})^3} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Stochastic wavefunction approach

原子系统的耗散动力学也可以使用量子蒙特卡罗随机波函数方法 [31, 32]，进行模拟。在该方法中，系统的波函数 $|\Psi\rangle$ 按照薛定谔方程 $\partial_t |\Psi\rangle = -\frac{i}{\hbar}\tilde{H}|\Psi\rangle$ 演化，其中有效哈密顿量为

$$\tilde{H} = H_{\rm af} + H_{\rm RDDI} - \frac{i}{2} \sum_{ij} \Gamma_{ji} \hat{\sigma}_{eg}^{(j)} \hat{\sigma}_{ge}^{(i)}, \quad (5)$$

其中虚数项源自 Lindblad 算符的最后一项（4）。由于有效哈密顿量是非厄米的，波函数的范数 $||\Psi(t)|| = \sqrt{\langle\Psi(t)|\Psi(t)\rangle}$ 并不守恒，~~演化会受到~~ Lindblad 算符第一项引起的量子跃迁的中断。我们可以对其进行对角化

矩阵 $\Gamma_{ji}=\sum_l P_{jl}^\dagger\Gamma_l P_{li}$，得到集体衰减率 Γ_l，并将 Lindblad 算符改写为对角形式，

$$\mathcal{L}[\hat{\rho}]=\frac{1}{2}\sum_l \Gamma_l[2\hat{\Sigma}_l\hat{\rho}\hat{\Sigma}_l^\dagger-\{\hat{\Sigma}_l^\dagger\hat{\Sigma}_l,\hat{\rho}\}], \tag{6}$$

其中集体跃迁算符为 $\hat{\Sigma}_l=\sum_j P_{lj}\hat{\sigma}_{ge}^{(j)}$[33]。集体衰减通道 l 上发生量子跃迁 $|\Psi\rangle\to\hat{\Sigma}_l|\Psi\rangle$ 的相对概率由 $\langle\Psi|\hat{\Sigma}_l^\dagger\hat{\Sigma}_l|\Psi\rangle$ 确定。系统在任意时刻的归一化波函数为 $|\Psi(t)\rangle=|\Psi(t)\rangle/||\Psi(t)||$，系统任意可观测量 $\mathcal{O}$ 的期望值通过对许多彼此独立模拟的轨迹 $M\gg 1$ 取平均获得：$\langle\mathcal{O}\rangle=\mathrm{Tr}[\hat{\rho}\mathcal{O}]=\frac{1}{M}\sum_m^M\langle\bar{\Psi}_m|\mathcal{O}|\bar{\Psi}_m\rangle$；而密度算符为 $\hat{\rho}(t)=\frac{1}{M}\sum_m^M|\bar{\Psi}_m(t)\rangle\langle\bar{\Psi}_m(t)|$。

B. 场的动力学

现在考虑原子辐射的场，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{\mathrm{rad}}(\boldsymbol{r},t)&=\frac{k_e^2}{\epsilon_0}\sum_j \boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}_j,\boldsymbol{r}_i,k_e)\cdot\wp_{eg}\hat{\sigma}_{ge}^j(t-|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j|/c)\\&=\frac{\wp_{eg}k_e^2}{4\pi\epsilon_0}\sum_j\frac{e^{-i\omega_e(t-|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j|/c)}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j|}\hat{\sigma}_{ge}^j(t-|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j|/c)\\&\quad\times[\mathbb{I}-\hat{\boldsymbol{r}}_j\otimes\hat{\boldsymbol{r}}_j]\cdot\hat{\wp},\end{aligned} \tag{7}$$

其中 I 是单位张量，且 $\hat{\boldsymbol{r}}_j\equiv\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j|}$。在远场区域，对于辐射场的每个偏振分量 $\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r},\sigma}\perp\boldsymbol{r}$，我们有

$$|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_j|\simeq r-(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}_j)/r=r-\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}_j$$

$$E_{\mathrm{rad}}^{(\sigma)}(\boldsymbol{r},t)=(\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r},\sigma}\cdot\hat{\wp})\frac{\wp_{eg}k_e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^{i(k_e r-\omega_e t)}}{r}\sum_j\hat{\sigma}_{ge}^j e^{-i\boldsymbol{k}_e\cdot\boldsymbol{r}_j},$$

其中 $\boldsymbol{k}_e\equiv k_e\hat{\boldsymbol{r}}$。

一般而言，任意位置处的总场由入射场与原子辐射场叠加而成，

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{tot}}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{E}_{\mathrm{in}}(\boldsymbol{r},t)+\boldsymbol{E}_{\mathrm{rad}}(\boldsymbol{r},t). \tag{8}$$

但是，如果我们关注特定空间模式 $\phi(\boldsymbol{r})$ 中的场，该模式对应于入射场模式或反射场模式，或者由光子收集光学系统或探测器等定义，那么计算该模式 [21–24, 34] 中的总光子率会更加容易。设所选模式 $\phi(\boldsymbol{r})$ 中、具有偏振 $\hat{\boldsymbol{e}}$ 的场为 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\hat{\boldsymbol{e}}\phi(\boldsymbol{r})\hat{a}$。那么，对于以该模式发射的光子率（单位时间内的光子数）$\langle\hat{\alpha}^\dagger\hat{\alpha}\rangle=\frac{c}{L}\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\rangle$，我们有

$$\hat{\alpha}=\hat{\alpha}_{\mathrm{in}}+\frac{i\hat{\boldsymbol{e}}^*\cdot\wp_{ge}}{\hbar}\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 Fc}}\sum_j\phi^*(\boldsymbol{r}_j)\hat{\sigma}_{ge}^j, \tag{9}$$

其中 $F=\int d\boldsymbol{r}_\perp^2|\phi(\boldsymbol{r})|^2$，而 L 是量子化长度。具体来说，考虑前向高斯模式

$$\phi(\boldsymbol{r})=\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 AL}}\frac{\zeta}{q^*(z)}\exp\left[ik\left(z+\frac{x^2+y^2}{2q^*(z)}\right)\right], \tag{10}$$

其中 $A=\pi w_0^2/2$ 是截面，w_0 是焦点处的束腰 $z=0$，$\zeta=kw_0^2/2$ 是瑞利长度，而 $q(z)=z+i\zeta$ 是复光束参数。现在 $F=\int d\boldsymbol{r}_\perp^2|\phi(\boldsymbol{r})|^2=\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 L}$ 和式（9）可改写为更直观的形式

$$\hat{\alpha}=\hat{\alpha}_{\mathrm{in}}+\frac{i}{\sqrt{\langle\hat{\alpha}_{\mathrm{in}}^\dagger\hat{\alpha}_{\mathrm{in}}\rangle}}\sum_j\Omega^*(\boldsymbol{r}_j)\hat{\sigma}_{ge}^j, \tag{11}$$

其中 $\Omega(\boldsymbol{r})=\frac{1}{\hbar}\hat{\boldsymbol{e}}\cdot\wp_{ge}\phi(\boldsymbol{r})\sqrt{n}$，$n=\frac{L}{c}\langle\hat{\alpha}^\dagger{}_{\text{入射}}\hat{\alpha}_{\mathrm{in}}\rangle$，是入射场在原子位置 $\boldsymbol{r}$ 处的拉比频率。

回到聚焦于原子阵列且垂直于阵列的高斯模式中的探测场，对于透射场，我们有

$$\hat{\alpha}_{\mathrm{T}}=\hat{\alpha}_p+\frac{i}{\sqrt{\langle\hat{\alpha}_p^\dagger\hat{\alpha}_p\rangle}}\sum_j\Omega_p^*(\boldsymbol{r}_j)\hat{\sigma}_{ge}^j, \tag{12}$$

其中 $\Omega_p(\boldsymbol{r})=\frac{\wp_{eg}}{\hbar}\phi(\boldsymbol{r})\sqrt{n_p}$，$n_p=\frac{L}{c}\langle\hat{\alpha}_p^\dagger\hat{\alpha}_p\rangle$；而对于在向后传播的高斯模式 $\phi^*(\boldsymbol{r})$ 中反射的场，我们有

$$\hat{\alpha}_{\mathrm{R}}=\frac{i}{\sqrt{\langle\hat{\alpha}_p^\dagger\hat{\alpha}_p\rangle}}\sum_j\bar{\Omega}_p^*(\boldsymbol{r}_j)\hat{\sigma}_{ge}^j, \tag{13}$$

其中 $\bar{\Omega}_p(\boldsymbol{r})=\frac{\wp_{eg}}{\hbar}\phi^*(\boldsymbol{r})\sqrt{n_p}$，而该模式中的入射场为零。注意，如果所有原子都位于 $z=0$，原子沿前向和后向辐射的场是对称的；否则 $\bar{\Omega}_p(\boldsymbol{r})\neq\Omega_p(\boldsymbol{r})$，这种对称性就会被打破。

C. 弱入射探测场

现在，我们考虑一个具有高斯时间包络 $\alpha_p=\sqrt{\langle a_p^\dagger a_p\rangle}\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2\pi}\tau}}e^{-(t/2\tau)^2}$ 的弱（相干）探测脉冲，其持续时间为 $\tau=L/c$，归一化方式为 $\int|\alpha_p|^2dt=\bar{n}_p=1$，即该脉冲平均包含一个光子。场为 σ_+ 偏振，并以高斯空间模式（10）沿法线方向入射到原子阵列上。假设原子为 ^{87}Rb，其共振跃迁 $|e\rangle\to|g\rangle$ 的波长为 $\lambda_e=780$ nm，自由空间衰减率为 $\Gamma_e=2\pi\times 6$MHz，且跃迁偶极矩沿 $\hat{\wp}=\hat{\boldsymbol{x}}+i\hat{\boldsymbol{y}}/\sqrt{2}$ 方向（闭合 $\Delta M=1$ 跃迁）。正方二维原子晶格的周期为 $s=0.68\lambda_e=532$nm [19, 20]，且其尺寸远大于原子薄层所在位置处的探测光束腰 w_0。

我们使用随机量子轨迹方法模拟系统的动力学。我们可以将集体原子波函数展开为 $|\Psi\rangle=a|G\rangle+$

$\sum_j b_j e^{-i\omega_e t}|e_j\rangle + \sum_{i<j} b_{ij}^{(2)} e^{-i2\omega_e t}|e_i,e_j\rangle + \ldots$，其中 $|G\rangle \equiv |g_1,g_2,\ldots,g_N\rangle$ 是集体基态，$|e_j\rangle \equiv |g_1,g_2,\ldots,e_j,\ldots,g_N\rangle$ 是单激发态，$|e_i,e_j\rangle \equiv |g_1,\ldots,e_i,\ldots,g_l,\ldots,e_j,\ldots,g_N\rangle$ 是双激发态，依此类推。根据薛定谔方程，振幅 $a, b_j, b_{ij}^{(2)}, \ldots$ 随时间演化，通过

$$\partial_t a = i\sum_j \Omega_p^*(\boldsymbol{r}_j) b_j e^{i\Delta_p t}, \tag{14a}$$

$$\partial_t b_j = i\Omega_p(\boldsymbol{r}_j) a e^{-i\Delta_p t} + i\sum_{i\neq j}\Omega_p^*(\boldsymbol{r}_i) b_{ij}^{(2)} e^{i2\Delta_p t} - \frac{1}{2}\Gamma_e b_j - \sum_{j'\neq j}(\Gamma_{jj'} - iV_{jj'}) b_{j'}, \tag{14b}$$

$$\partial_t b_{ij}^{(2)} = i\Omega_p(\boldsymbol{r}_i) b_j e^{-i2\Delta_p t} + i\Omega_p(\boldsymbol{r}_j) b_i e^{-i2\Delta_p t} - \Gamma_e b_{ij}^{(2)} - \sum_{j'\neq i,j}(\Gamma_{jj'} - iV_{jj'}) b_{ij'}^{(2)} - \sum_{j'\neq i,j}(\Gamma_{ij'} - iV_{ij'}) b_{j'j}^{(2)}, \tag{14c}$$

$\ldots$ ，

其间会发生量子跃迁，将系统投影到少一个激发的状态。任意时刻归一化后的原子振幅为 $\bar{a}(t) = a(t)/||\Psi(t)||$，$\bar{b}_j(t) = b_j(t)/||\Psi(t)||$，$\bar{b}_{ij}^{(2)}(t) = b_{ij}^{(2)}/||\Psi(t)||$，等等，而透射场和反射场的振幅为

$$\alpha_{\mathrm{T}} = \alpha_p + \frac{i}{|\alpha_p|}\sum_j \Omega_p^*(\boldsymbol{r}_j)\langle\tilde{\sigma}_{ge}^j\rangle, \tag{15a}$$

$$\alpha_{\mathrm{R}} = \frac{i}{|\alpha_p|}\sum_j \bar{\Omega}_p^*(\boldsymbol{r}_j)\langle\tilde{\sigma}_{ge}^j\rangle, \tag{15b}$$

其中，缓慢变化的原子偏振为

$$\langle\tilde{\sigma}_{ge}^j\rangle = \bar{a}^*\tilde{b}_j + \sum_{i\neq j}\tilde{b}_i^*\tilde{b}_{ij}^{(2)} + \ldots. \tag{16}$$

其中有 $\tilde{b}_j = \bar{b}_j e^{i\Delta_p t}$，$\tilde{b}_{ij}^{(2)} = \bar{b}_{ij}^{(2)} e^{i\Delta_p t}$，等等。探测脉冲的总透射和反射概率 $p_{\mathrm{T,R}}$ 通过积分 $p_{\mathrm{T,R}} = \int dt|\alpha_{\mathrm{T,R}}|^2$ 求得，而散射概率为 $p_{\mathrm{S}} = 1 - p_{\mathrm{T}} - p_{\mathrm{R}}$。

首先，我们对一个由 $N \gtrsim 100$ 个原子组成的小系统，在无量子跃迁的情况下模拟原子振幅方程（14），即假设条件无跃迁动力学 [31, 32]。我们验证，对于一个持续时间为 $\tau \simeq 2\ \mu$秒、平均包含 $\bar{n}_p = 1$ 个光子的弱入射脉冲，各种 n-光子态的概率 p_n 为 $p_{n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots} = (1, 1, 1/2, 1/6, \ldots) \times e^{-1}]$；双激发的总概率 $P_{2e} = \sum_{i<j}|\bar{b}_{ij}^{(2)}|^2$ 在所有时刻都保持较低，峰值为 $P_{2e} \simeq 10^{-4}$，而单激发的总概率 $P_{1e} = \sum_j |\bar{b}_j|^2$ 峰值达到 $P_{1e} \simeq 2\times 10^{-2}$。这意味着双激发和多重激发的贡献很小（$\sim 0.5\%$）对原子偏振（16）的贡献。因此，我们可以忽略多重原子激发的振幅 $b_{ij}^{(2)}$，这使得方程（14）的蒙特卡罗模拟特别高效且易于处理，即使对于较大的 $N \sim 500$ 也是如此。随后，任何一次量子跃迁都会将系统投影到集体基态 $|G\rangle$，因为我们至多只有一个集体激发；因此，无需像上文所述那样确定各种集体衰减通道及其跃迁概率。

在图 1(c) 中，我们展示了探测场的透射、反射和散射谱。我们观察到在 $\Delta_p = \Delta \simeq 0.17\Gamma_e$ 处存在集体共振，其位置 Δ 和宽度 Γ 取决于晶格常数；更准确地说，它们取决于原子的面密度，而与晶格几何形状无关（正方形、三角形）[15], 并且随着密度增加（s 减小）Δ 会向蓝侧移动（$\Delta > 0$ 增大），且共振展宽，$\Gamma = \frac{3}{4\pi}\frac{\lambda^2}{a^2}\Gamma_e$。

接下来我们观察到，在共振条件下，透射消失，而反射概率达到较大值 $p_{\mathrm{R}} \gtrsim 0.98$；不过，由于我们截断了多重原子激发，该值略小于 1。我们已经验证，通过降低脉冲振幅 α_p、降低平均光子数 $\bar{n}_p = \langle\hat{a}_p^\dagger\hat{a}_p\rangle \ll 1$ 或增加脉冲持续时间 τ，反射概率会增大，并趋近于 $p_{\mathrm{R}} \to 1$，正如弱连续波平面波场 [15] 照射下无限晶格的线性响应和静态原子极化率理论所预测的那样。

最后，我们模拟了存在原子位置无序时系统的动力学，见图 1(c) 的插图。我们观察到，相对于晶格常数 s 或波长 λ_e，仅几个百分点的位置无序就已经显著降低了原子镜的性能：当无序的标准差为 $\sigma_{xy,\ z} \gtrsim 0.025s \simeq 20$ nm 时，反射概率降低至 $p_{\mathrm{R}} \lesssim 0.65$，与 [19, 20] 一致。对于更大的无序，我们观察到，沿场传播轴 z 的原子位置无序 σ_z（表面粗糙度）比法平面 xy 内类似的位置无序 σ_{xy} 导致更多的光散射。

III. 涉及多能级原子的混合系统

在考察了弱探测脉冲在由二能级原子构成的二维阵列上的透射和反射后，接下来我们将考虑一种混合量子系统，它将此类原子阵列与超导和光学元件集成在一起。

我们的目标是扩展含有微波谐振器的超导原子芯片的功能，使其能够介导超导量子比特之间的耦合 [3, 35, 36] 同时与冷俘获原子相互作用 [37, 38]。我们设想的装置如图所示。2：原子阵列被放置在邻近位置

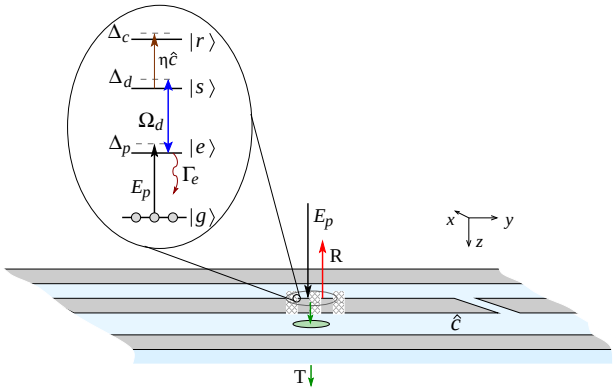

图2. 混合系统示意图：二维原子阵列位于超导微波共面波导谐振器附近，而入射探测场 E_p 被反射或透射至光波导中，光波导的收集透镜位于原子阵列下方、谐振器超导元件之间的间隙处。插图展示了原子能级示意图：初始处于基态 $|g\rangle$ 的原子通过跃迁 $|g\rangle \to |e\rangle$ 与探测场相互作用，失谐为 Δ_p；电子激发态 $|e\rangle$ 在拉比频率为 Ω_d 、失谐为 Δ_d的经典驱动场作用下与里德堡态 $|s\rangle$耦合，而里德堡跃迁 $|s\rangle \to |r\rangle$ 与微波腔模 $\hat{c}$ 强耦合，耦合强度为 η ，失谐为 Δ_c。微波腔光子的有无会改变原子阵列的透射和反射。

率由一种共面波导谐振器实现，该谐振器还集成了光学元件，用于将传输的探测场收集到光波导中。波矢为 $\boldsymbol{k}_d$、频率为 ω_d 的强经典场以拉比频率 Ω_d和失谐 $\Delta_d = \omega_d - \omega_{se}$驱动电子激发态$|e\rangle$ 到里德堡态 $|s\rangle$ 的原子跃迁。频率为 ω_c 的谐振器微波场模 $\hat{c}$ 通过里德堡态 $|s\rangle$ 和 $|r\rangle$ 之间的偶极允许跃迁，以失谐 $\Delta_c = \omega_c - \omega_{rs}$和强度 η （真空拉比频率）与原子发生强耦合。耦合强度 $\eta(\boldsymbol{r}) = (\wp_{rs}/\hbar)\varepsilon_c\phi_c(\boldsymbol{r})$与原子跃迁的偶极矩 $\wp_{rs}$ 、有效体积为 V_c的腔内单光子电场 $\varepsilon_c = \sqrt{\hbar\omega_c/\epsilon_0 V_c}$ 以及原子所在位置 $\boldsymbol{r}$ 处的腔模函数 $\phi_c(\boldsymbol{r})$成正比。我们假设参数与 [5, 37, 38]中的参数相近：带状线长度为 $l = 10.5$mm，与接地电极之间的间隙宽度为 $d = 10\ \mu$m时，有效腔体积为 $V_c \simeq 2\pi d^2 l$ ，对于频率为 $\omega_c/2\pi = c/l\sqrt{\epsilon_r} \simeq 12$GHz （$\epsilon_r \simeq 5.6$）的全波长腔模，单光子电场为 $\varepsilon_c = \sqrt{\hbar\omega_c/\epsilon_0 V_c} \simeq 0.37$V/m。原子置于驻波腔场的波腹处，该腔场随其与芯片表面的距离增加而呈倏逝衰减， $\phi_c(z) \simeq e^{-|z|/d}$。我们选择铷的里德堡态$|i\rangle = |68P_{3/2}, m_J = 1/2\rangle$和 $|s\rangle = |69S_{1/2}, m_J = 1/2\rangle$，其跃迁频率为 $\omega_{rs}/2\pi \simeq 12$GHz，偶极矩为 $\wp_{si} \simeq 2000 a_0 e$ [39]。然后，对于距芯片表面 $z = 10 - 15\ \mu$m 处的原子与腔模的耦合强度为 $\eta(z)/2\pi \simeq 2-4$MHz。

总哈密顿量 $H = H_{\rm af} + H_{\rm RDDI} + H_{\rm d} + H_{\rm c}$现在增加了两个新项，

$$H_{\rm d} = \hbar \sum_j^N \{\omega_s \hat{\sigma}_{ss}^j - [\Omega_d e^{i\boldsymbol{k}_d\cdot\boldsymbol{r}_i}\hat{\sigma}_{se}^j + \text{H.c.}]\}, \tag{17}$$

它们分别源于与空间均匀驱动场的耦合，以及

$$H_{\rm c} = \hbar \sum_j^N \{\omega_r \hat{\sigma}_{rr}^j - [\eta(\boldsymbol{r}_j)\hat{c}\,\hat{\sigma}_{rs}^j + \text{H.c.}]\}, \tag{18}$$

源于与微波腔的耦合。与上述讨论一致，我们可以在至多单激发态基底上展开集体原子波函数，写为 $|\Psi\rangle = a|G\rangle + \sum_j b_j e^{-i\omega_e t}|e_j\rangle + \sum_j c_j e^{-i\omega_s t}|s_j\rangle + \sum_j d_j e^{-i\omega_r t}|r_j\rangle$，其中 $|s_j\rangle \equiv |g_1, g_2, \ldots, s_j, \ldots, g_N\rangle$ 和 $|r_j\rangle \equiv |g_1, g_2, \ldots, r_j, \ldots, g_N\rangle$ 是单个里德伯激发态。于是，根据薛定谔方程，振幅 a, b_j, c_j, d_j 的演化满足

$$\partial_t a = i\sum_j \Omega_p^*(\boldsymbol{r}_j) b_j e^{i\Delta_p t}, \tag{19a}$$

$$\partial_t b_j = i\Omega_p(\boldsymbol{r}_j) a e^{-i\Delta_p t} + i\Omega_d^* e^{-i\boldsymbol{k}_d\cdot\boldsymbol{r}_i} c_j e^{i\Delta_d t} - \frac{1}{2}\Gamma_e b_j - \sum_{j'\neq j}(\Gamma_{jj'} - iV_{jj'})b_{j'}, \tag{19b}$$

$$\partial_t c_j = i\Omega_d e^{i\boldsymbol{k}_d\cdot\boldsymbol{r}_i} b_j e^{-i\Delta_d t} + i\Omega_c^* d_j e^{i\Delta_c t} - \frac{1}{2}\Gamma_s c_j, \tag{19c}$$

$$\partial_t d_j = i\Omega_c c_j e^{-i\Delta_c t} - \frac{1}{2}\Gamma_r d_j, \tag{19d}$$

其中我们纳入了里德堡态的小衰减率$\Gamma_{s,\ r} \ll \Gamma_e$，而 $\Omega_c = \eta\sqrt{n_c}$ 是包含 $n_c = \langle c^\dagger c\rangle$ 个微波光子的腔场的拉比频率。我们假设腔模函数 $\phi_c(\boldsymbol{r})$，以及由此得到的 η，在原子阵列$\lambda_c \sim l$上变化很小；该阵列平行于芯片表面，其尺寸远小于微波辐射的波长。

a. 共振驱动和腔场。在图3 中，我们展示了入射探测脉冲作用下四能级原子介质的透射、反射和散射光谱。当微波腔场模式为空时，$n_c = 0$ 且 $\Omega_c = 0$，原子跃迁 $|e\rangle \to |s\rangle$ 至长寿命里德堡态 $|s\rangle$的相干驱动会使原子共振发生 Autler-Townes 劈裂，劈裂量为 $\pm\Omega_d$ （假设 $|\Delta_d| \ll \Gamma_e$），从而在共振探测场 [29]下产生电磁感应透明（EIT）。实际上，频率处于 EIT 窗口内的探测场不会感受到任何原子的作用。我们将驱动场的失谐调节为 $\Delta_d = -\Delta$，使跃迁 $|g\rangle \to |s\rangle$ 处于双光子共振状态，并使集体共振频率 $\Delta_p = \Delta$ 处的探测场获得完美透射， $p_{\rm T} \simeq 1$， $p_{\rm R,S} \simeq 0$，

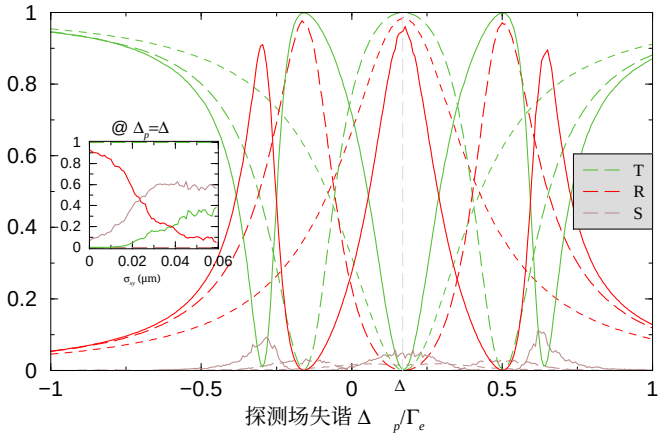

图3. 对于入射相干探测脉冲（$\bar{n}_p = 1$），其持续时间为 $\tau = 2\,\mu$s，聚焦于 xy 平面中的原子层，四能级原子二维阵列的透射（T，绿色）、反射（R，红色）和散射（S，棕色）光谱。驱动场的拉比频率为 $\Omega_d = 2\pi \times 2.0\,\mathrm{MHz}$，失谐为 $\Delta_d = -0.172\Gamma_e$，从而使探测场在集体共振频率 $\Delta_p = \Delta = 0.172\Gamma_e$处满足双光子共振。假设腔模处于共振状态，$\Delta_c = 0$，并以 $\eta = 2\pi \times 2.0\,\mathrm{MHz}$ 的耦合强度耦合到里德堡跃迁。里德堡态的衰减率为 $\Gamma_{s,\,r} = 10^{-3}\Gamma_e$，其他参数与图1相同。腔模为空，$n_c = 0$ 且 $\Omega_c = 0$（长虚线）；或含有一个光子，$n_c = 1$ 且 $\Omega_c = \eta$（实线）。作为参照，我们还展示了图1(c)中双能级原子的响应（细虚线）。插图显示了在集体共振频率 $\Delta_p = \Delta$ 处，探测场的透射、反射和散射随原子位置不确定度 $\sigma_x = \sigma_y$ 的变化，其中 $\sigma_z = 0.01\,\mu$m。图中数据由方程(19)的蒙特卡罗模拟，并结合方程(15)和(16)得到。

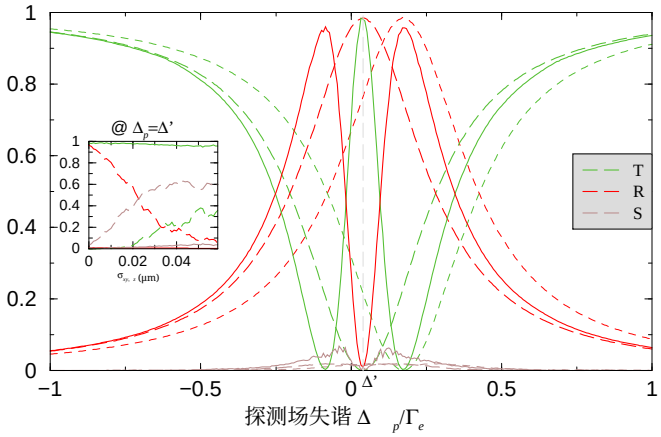

图4. 对于入射探测脉冲，原子阵列的透射（T，绿色）、反射（R，红色）和散射（S，棕色）光谱。驱动场的拉比频率为 $\Omega_d = 2\pi \times 4.0\,\mathrm{MHz}$，失谐为 $\Delta_d = -2\pi \times 20.0\,\mathrm{MHz}$；腔模的耦合强度为 $\eta = 2\pi \times 4.0\,\mathrm{MHz}$，失谐为 $\Delta_c = -\Delta_d - \Delta \simeq 2\pi \times 19.0\,\mathrm{MHz}$。其余参数与图3相同。当腔模为空时，$n_c = 0$ 和 $\Omega_c = 0$（长虚线），探测场在交流斯塔克频移后的集体共振频率 $\Delta_p = \Delta' \equiv \Delta + S_e$处，几乎被原子阵列完全反射。当腔模中含有一个光子时，$n_c = 1$ 和 $\Omega_c = \eta$（实线），它与驱动场共同作用，使探测场在 $\Delta_p = \Delta'$附近实现电磁感应透明。作为参考，我们还展示了图1(c)中双能级原子的响应（细虚线）。插图显示了频率为 $\Delta_p = \Delta'$ 的探测场的透射、反射和散射随原子位置不确定度 $\sigma_x = \sigma_y$ 的变化，其中 $\sigma_z = 0.01\,\mu$m。

即使经过无序原子阵列也是如此。然而，当谐振腔模中占据一个或多个光子时，$n_c \geq 1$ and $\Omega_c = \eta\sqrt{n_c}$，它会使电磁感应透明共振偏移 $\pm\Omega_c$，探测脉冲的完美透射则在 $\Delta_p = \Delta$处转变为强反射，这与二能级原子介质的情况相同。此时，反射共振再次对原子位置无序敏感；当 $\sigma_{x,\,y,\,z} = 10\mathrm{nm}$ 时，我们已得到 $p_\mathrm{T} \simeq 0$、$p_\mathrm{R} \simeq 0.85$和 $p_\mathrm{S} \simeq 0.15$。

b. 非共振驱动与腔场。接下来我们考虑一种稍有不同的方案：假设驱动场和腔模均与相应的原子跃迁大幅失谐，$|\Delta_d| \gg \Omega_d$and $|\Delta_c| \gg \eta$，但它们的失谐满足 $\Delta_d + \Delta_c = -\Delta$，对应于跃迁 $|e\rangle \to |r\rangle$ 上的双光子共振，其失谐较小，为 $-\Delta$。对非共振中间态$|s\rangle$ 进行绝热消去后，我们得到能级 $|e\rangle$ 的交流斯塔克频移 $S_e = |\Omega_d|^2/\Delta_d$，以及能级 $|r\rangle$的交流斯塔克频移 $S_r = -|\Omega_c|^2/\Delta_c$。当腔模为空时，$n_c = 0$ and $\Omega_c = 0$，失谐的驱动场不会产生电磁感应透明，而只会使二能级原子的集体反射共振发生频移。至 $\Delta_p = \Delta' \equiv \Delta + S_e$（集体共振相对于斯塔克频移后的原子跃迁仍处于失谐 Δ $|g\rangle \to |e\rangle$），如图4所示。反射概率对原子位置无序的敏感性与二能级原子的情况相似。但是，当腔模包含一个光子时，$n_c = 1$ 和 $\Omega_c = \eta$ 与驱动场共同作用，通过对 $|e\rangle \to |r\rangle$ 跃迁进行双光子驱动，以有效拉比频率 $\Omega^{(2)} = \Omega_c\Omega_d/\Delta_d$ 和失谐 $-\Delta + S_e - S_r$，使探测场产生电磁感应透明。假设 $S_e \simeq S_r$，则对于频率为 $\Delta_p = \Delta'$的探测场，我们有一个三光子共振 $|g\rangle \to |r\rangle$。现在，频率位于EIT窗口内的探测场以接近单位的概率透射，$p_\mathrm{T} \simeq 1\,p_\mathrm{R,S} \simeq 0$，并且对原子位置无序不敏感。当然，对于更大的腔光子数 $n_c > 1$，能级 $|r\rangle$ 的交流斯塔克频移将有所不同，$S_r = -|\eta|^2 n_c/\Delta_c$；原则上，可以通过调节驱动场的频率以满足三光子共振条件并实现电磁感应透明来补偿这一变化。但是，如果我们的目标是实现一个由微波腔光子的存在或缺失控制的探测场开关，则该方案应应用于 $n_c = 0$ 或1。

总而言之，在方案 (a) 中，光学探测脉冲

在微波腔为空时透过原子阵列，而当腔内有一个或多个光子时则被反射；方案 (b) 的情况则相反。对于完全有序的原子阵列，方案 (b) 的反射概率比方案 (a) 更接近 1；在两种方案中，随着原子在平面内的位置不确定性增加，反射概率都会迅速降低$\sigma_{x,\ y}$ 而沿场传播方向的位置不确定性增大时，反射概率下降得更为明显。在两种方案中，电磁感应透明所实现的透射几乎完美，并且不受阵列中原子位置不确定性的影响。在所有情况下，要使开关性能良好，持续时间为 τ 的探测脉冲带宽必须远小于反射共振线宽、原子-腔耦合强度以及电磁感应透明带宽 [29]：方案 (a) 中为 $2\pi/\tau < |\Omega_{d,\ c}|^2/\Gamma_e$ ；方案 (b) 中为$2\pi/\tau < \Gamma$， $|\Omega^{(2)}|^2/\Gamma_e$ 。

IV. 结论

总之，我们研究了一种混合量子系统，该系统由二维原子阵列和一块集成超导芯片组成；芯片上集成了微波共面波导谐振器和光学元件，可实现光学光子与微波光子之间的强相干耦合。我们的方案可通过原子阵列实现高保真度的光学光子透射或反射，而这一过程由腔内是否存在微波光子来控制。该腔通过具有强电偶极矩的共振里德堡跃迁与原子强耦合。微波场与光场之间的量子接口对于多种量子技术应用都具有重要意义，包括实现量子通信和量子互联网：基于超导电路的远距离量子计算机之间，可利用光学光子在损耗极低的光波导中长距离传输。

致谢

我们感谢 Ephraim Shahmoon、Michael Fleischhauer 和 Christian Groß 富有启发性的讨论。本研究得到了欧盟 QuantERA 项目 MOCA 和 PACE-IN（GSRT 资助编号：T11EPA4-00015）的支持。D.P. 还获得了欧盟 HORIZON-RIA 项目 EuRyQa 的资助。D.P. 和 J.F. 还获得了德国研究联合会（DFG）的资助（SPP 1929 GiRyd 和 FOR-5413）。G. K. 还获得了欧盟 FET Open 项目 PATHOS 以及德国研究联合会（DFG）的资助（FOR-7274）。

[1] Z.-L. Xiang、S. Ashhab、J. You 和 F. Nori, *Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems* **85**, 623 , 《现代物理评论》（2013年）。[2] G. Kurizki、P. Bertet、Y. Kubo、K. Mølmer、D. Pet- rosyan、P. Rabl、J. Schmiedmayer, *Quantum technologies with hybrid systems* **112**, 3866 2015 , 《美国国家科学院院刊》（）。[3] A. A. Clerk、K. W. Lehnert、P. Bertet、J. R. Petta 和 Y. Nakamura, *Hybrid quantum systems with circuit quantum electrodynamics* **16**, 257 267 2020 , 《自然·物理》–（）。[4] N Lauk、N Sinclair、S Barzanjeh、JP Covey、M Saffman、M Spiropulu、C. Simon, *Perspectives on quantum transduction* **5**, 020501 2020 , 《量子科学与技术》（）。[5] D. Petrosyan、K. Mølmer、J. Fort´agh、M. Saffman，在超导芯片上利用原子实现微波到光学频率转换，《新物理学杂志》21，073033（2019年）。[6] J. P. Covey、A. Sipahigil、M. Saffman，通过冷镱原子系综中的四波混频实现微波到光学频率转换，《物理评论A》100，012307（2019年）。[7] H.-T. Tu、K.-Y. Liao、Z.-X. Zhang、X.-H. Liu、S.-Y. Zheng、S.-Z. Yang、X.-D. Zhang、H. Yan 和 S.-L. Zhu, *High-efficiency coherent microwave-to-optics conversion via off-resonant scattering* **16**, 291 296 , 《自然·光子学》–（2022年）。[8] A. Kumar、A. Suleymanzade、M. Stone、L. Taneja、A. Anferov、D. I. Schuster 和 J. Simon, *Quantum-enabled millimetre wave to optical transduction using neutral atoms* **615**, 614 619 2023 , 《自然》–（）。[9] R. Sahu、L. Qiu、W. Hease、G. Arnold、Y. Minoguchi、P. Rabl 和 J.M. Fink, *Entangling microwaves with optical light* 2301 03315 , arXiv: 。

[10] H.J. Kimble, *The quantum internet*,《自然》453, 1023（2008年）。[11] S. Wehner、D. Elkouss 和 R. Hanson, *Quantum internet: A vision for the road ahead*, 《科学》362，eaam9288（2018年）。[12] R. J. Bettles、S. A. Gardiner 和 C. S. Adams, *Enhanced Optical Cross Section via Collective Coupling of Atomic Dipoles in a 2D Array* **116**, 103602 , 《物理评论快报》（2016年）。[13] G. Facchinetti、S. D. Jenkins 和 J. Ruostekoski, *Storing Light with Subradiant Correlations in Arrays of Atoms*, 《物理评论快报》117，1243601（2016年）。[14] A. Asenj-Garcia、M. Moreno-Cardoner、A. Albrecht、H. J. Kimble 和 D. E. Chang, *Photon Storage Lifetimes Using Subradiance and "Selective Radiance" in Atomic Arrays* **7**, 031024 , 《物理评论X》（2017年）。[15] E. Shahmoon、D. S. Wild、M. D. Lukin 和 S. F. Yelin, *Cooperative Resonances in Light Scattering from Two-Dimensional Atomic Arrays* , 《物理评论快报》118，113601（2017年）。[16] Y. Solomons、R. Ben-Maimon、E. Shahmoon, *Universal approach for quantum interfaces with atomic arrays*, arXiv:2302.04913 [quant-ph]。[17] A. Grankin、P. O. Guimond、D. V. Vasilyev、B. Vermer- sch 和 P. Zoller, *Free-space photonic quantum link and chiral quantum optics* **98**, 043825 2018 , 《物理评论A》（）。[18] P.-O. Guimond、A. Grankin、D. V. Vasilyev、B. Verm- ersch 和 P. Zoller, *Subradiant Bell States in Distant Atomic Arrays* **122**, 093601 2019 , 《物理评论快报》（）。

[19] J. Rui、D. Wei、A. Rubio-Abadal、S. Hollerith、J. Zeiher、D. M. Stamper-Kurn、C. Gross 和 I. Bloch, *A subradiant optical mirror formed by a single structured atomic layer* **583**, 369 2020 , 《自然》（）。[20] K. Srakaew、P. Weckesser、S. Hollerith、D. Wei、D. Adler、I. Bloch、J. Zeiher, *A subwavelength atomic array switched by a single Rydberg atom* 2207 09383 , arXiv: . .

[21] M. T. Manzoni1、M. Moreno-Cardoner、A. Asenjo- Garcia、J. V. Porto、A. V. Gorshkov 和 D. E. Chang, *Optimization of photon storage fidelity in ordered atomic arrays* **20**, 083048 2018 《新物理学杂志》（）。[22] M. Moreno-Cardoner、D. Goncalves 和 D. E. Chang, *Quantum Nonlinear Optics Based on Two-Dimensional Rydberg Atom Arrays* **127**, 263602 , 《物理评论快报》（2021年）。[23] S. P. Pedersen、L. Zhang、T. Pohl, *Quantum nonlinear optics in atomic dual arrays* 2201 06544 2022 , arXiv: .（）。

[24] L. Zhang、V. Walther、K. Mølmer、T. Pohl, *Photon-photon interactions in Rydberg-atom arrays* **6**, , 《量子》674 2022（）。[25] R. H. Dicke, *Coherence in Spontaneous Radiation Processes* **93**, 99 1954 , 《物理评论》（）。[26] R. H. Lehmberg, *Radiation from an N-Atom System*, 《物理评论A》2，883（1970年）；2，889（1970年）。[27] D. F. V. James, *Frequency shifts in spontaneous emission from two interacting atoms* **47**, 1336 , 《物理评论A》（1993年）。[28] D.P. Craig 和 T. Thirunamachandran, *Molecular Quantum Electrodynamics* 1984 （学术出版社，伦敦，）。[29] M. Fleischhauer、A. Imamoglu 和 J. P. Marangos, *Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent Elec-media* **77**, 633 2005 , 《现代物理评论》（）。

[30] M. O. Scully 和 M. S. Zubairy, *Quantum Optics* （剑桥大学出版社，剑桥，1997年）。[31] P. Lambropoulos 和 D. Petrosyan, *Fundamentals ofQuantum Optics and Quantum Information*（施普林格，柏林，2007年）[32] M.B. Plenio 和 P.L. Knight, *The quantum-jump approach to dissipative dynamics in quantum optics* , 《现代物理评论》70，101（1998年）。[33] R. Jones、R. Saint 和 B. Olmos, *Far-field resonance fluorescence from a dipole-interacting laser-driven cold atomic gas* **50**, 014004 2017 , 《物理学杂志B》（）。[34] A. Kurko、P. Domokos、A. Vukics、T. Bækkegaard、N.T. Zinner、J. Fort´agh、D. Petrosyan, *Optimal collection of radiation emitted by a trapped atomic ensemble*, 《EPJ量子技术》8，11（2021年）。[35] A. Blais、R.-S. Huang、A. Wallraff、S. M. Girvin 和 R. J. Schoelkopf, *Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation* **69**, 062320 2004 , 《物理评论A》（）。[36] R. J. Schoelkopf 和 S. M. Girvin, *Wiring up quantum systems* **451**, 664 2008 , 《自然》（）。[37] H. Hattermann、D. Bothner、L. Y. Ley、B. Ferdinand、D. Wiedmaier、L. S´ark´any、R. Kleiner、D. Koelle 和 J. Fort´agh, *Coupling ultracold atoms to a superconducting coplanar waveguide resonator* **8**, 2254 , 《自然·通讯》（2017年）。[38] M. Kaiser、C. Glaser、L. Y. Ley、J. Grimmel、H. Hatter- mann、D. Bothner、D. Koelle、R. Kleiner、D. Petrosyan、A. G¨unther 和 J. Fort´agh, *Cavity driven Rabi oscillations between Rydberg states of atoms trapped on a superconducting atom chip* **4**, 013207 , 《物理评论研究》（2022年）。[39] T.F. Gallagher, *Rydberg Atoms* （剑桥大学出版社，剑桥，1994年）。