arXiv:2305.03554v3 [math.DS] 7 Feb 2024

自适应非 线性控制：面向动态特性未知的双旋翼飞行器 s

Jhon Manuel Portella Delgado 和 Ankit Goel

摘要—本文提出一种基于模型的自适应非线性控制器，用于解决双旋翼飞行器的轨迹跟踪问题。该非线性控制器通过动态扩展双旋翼飞行器模型、利用输入输出线性化稳定扩展后的动态、结合有限时间收敛参数估计器增强控制器，并设计线性跟踪控制器来构建。不同于基于时间分离原理、将平动和转动动态分离的控制系统，本文提出的方法直接用于为系统的完整非线性动态设计控制器，以获得期望的瞬态性能。通过仿真验证了所提出的控制器在平滑和非平滑轨迹跟踪问题中的有效性。

关键词：反馈线性化、动态扩展、有限时间估计、多旋翼飞行器。

I. 引言

多旋翼无人机已在多种工程应用中作为一种低成本工具取得了巨大成功，例如精准农业 [1], 环境勘测[2], [3], 建筑管理 [4] 以及载荷运输 [5]。然而，多旋翼飞行器在制造和运行方面的低成本推动了新型构型与设计的发展。此外，随着这些新型设计被应用于新的应用场景，其预期运行范围也在不断扩大。因此，由于存在非线性、时变及未建模的动力学特性，运行环境未知且不确定，以及新型构型的开发周期较短，多旋翼飞行器控制仍然是一项极具挑战性的问题。

多种控制技术已应用于多旋翼飞行器控制系统的设计中 [6]–[8]。然而，这些技术通常需要精确的被控对象模型，因此容易受到物理模型参数不确定性的影响 [9], [10]。为解决未建模、未知及不确定动力学的问题，人们已应用多种自适应控制技术，例如模型参考自适应控制 [11], [12], L1 自适应控制 [13],自适应滑模控制 [14]–[16], 回顾性代价自适应控制 [17], [18]。

多旋翼飞行器的动力学由相互耦合的平移动力学和转动力学组成，从而形成一个十二阶非线性动力学。最先进的控制架构将非线性动力学分解为线性平移动力学和非线性转动动力学[19]。随后，在多回路架构中，分别为平动和转动动力学设计级联稳定控制器与调节控制器。尽管可以为级联控制系统中的每个回路设计并实现具有理论性能保证的控制器，却无法保证闭环系统的性能。级联控制系统基于时间分离原理来证明级联回路架构的合理性；该原理适用于每个后续回路都显著快于前一个回路的情况。这一关键假设使耦合动力学能够解耦，并用于为每个回路设计更简单的控制器。然而，众所周知，只要任何一个回路发生故障，整个控制系统就会失效。由于每个回路中的控制器通常需要手动调参，这类级联控制系统难以调试，因此极易发生故障。

因此，本文考虑为多旋翼飞行器系统的完全耦合非线性动力学设计一个自适应控制系统。为简化控制器设计技术的介绍，我们考虑一个双旋翼飞行器系统。该系统保留了四旋翼飞行器系统的耦合非线性动力学，但由六阶非线性系统建模，而非十二阶非线性系统 [20], [21]。

所提出的控制器基于输入输出线性化（IOL）技术 [22]–[24]。为避免对六阶非线性系统应用 IOL 技术所产生的非线性输入映射中的奇异性，我们首先对系统进行动态扩展，以设计线性化控制器 [25]。幸运的是，动态扩展后的系统是完全可线性化的，因此不存在零动态。接下来，我们设计一种具有有限时间收敛特性的自适应参数估计器，以快速估计非线性动力学中的不确定参数。最后，设计一个静态反馈控制器，以获得期望的瞬态特性并跟踪期望轨迹。

因此，本文的贡献包括：1）为完全非线性的扩展双旋翼飞行器系统设计线性化控制器，而不将非线性系统解耦为更简单的子系统；2）利用有限时间收敛参数估计器对所提出的控制器进行自适应扩展；3）验证了

Jhon Manuel Portella Delgado 是马里兰大学巴尔的摩县分校机械工程系的研究生，地址为美国马里兰州巴尔的摩市 Hilltop Circle 1000 号，邮编 21250。jportella@umbc.edu

Ankit Goel 是机械工程系的助理教授
马里兰大学巴尔的摩县分校机械工程系，马里兰州巴尔的摩市 Hilltop Circle 1000 号，邮编 21250。 ankgoel@umbc.edu

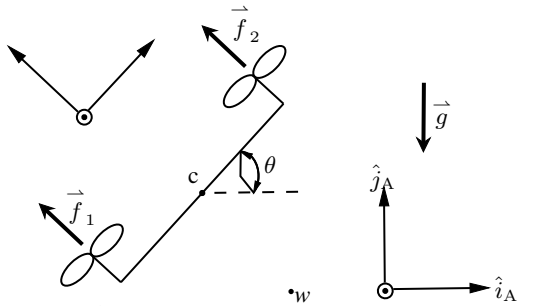

图 1：本文所研究的双旋翼飞行器构型。该双旋翼飞行器受限于$\hat{\imath}_A$–$\hat{\jmath}_A$ 平面内运动，并绕惯性坐标系 F_A. 的 k_A 轴旋转

所提出的控制器在光滑和非光滑轨迹跟踪问题中的表现。

本文结构安排如下。第 II 节推导双旋翼飞行器系统的运动方程。第 III节介绍适用于扩展双旋翼飞行器系统的自适应输入输出线性化控制器。第 IV 节给出仿真结果，以验证本文提出的控制系统。最后，本文在第 V节讨论结果并总结未来的研究方向。

II. 双旋翼飞行器动力学

本节使用牛顿-欧拉动力学推导双旋翼飞行器的运动方程。设 F_A 为惯性坐标系，F_B 为固定于双旋翼飞行器的坐标系$\mathcal{B}$ ，如图 1所示。注意，F_B 可通过绕 $\hat{}$轴旋转 k_A ，由 F_A 旋转 θ，因此

$$F_A \xrightarrow[3]{\theta} F_B. \tag{1}$$

令 c 表示双旋翼飞行器的质心， w 表示地球上的一个固定点，根据牛顿第二定律可得

$$m \overset{A}{\vec{r}}{}^{\bullet\bullet}_{c/w} = m\vec{g} + \vec{f}, \tag{2}$$

其中， m 为双旋翼飞行器的质量， g 为重力加速度， f 为螺旋桨施加于双旋翼飞行器的总作用力。令 $f_1 = f_1\hat{\jmath}_B$ 和 $f_2 = f_2\hat{\jmath}_B$ 分别表示两个螺旋桨施加的力，则有 $f = f_1 j_B + f_2 j_B$。写成 $r_{c/w} = r_1\hat{\imath}_A + r_2\hat{\jmath}_A$ 可得

$$m\ddot{r}_1 = -(f_1 + f_2)\sin\theta, \tag{3}$$

$$m\ddot{r}_2 = (f_1 + f_2)\cos\theta - mg. \tag{4}$$

接下来，由欧拉方程可得

$$\vec{J}_{\mathcal{B}/c} \overset{A}{\vec{\omega}}{}^{\bullet\bullet}_{B/A} = \vec{M}_{\mathcal{B}/c}. \tag{5}$$

注意，$J_{\mathcal{B}/c}$ $\omega_{B/A} = J\dot{\theta}k_B$ 和 $M_{\mathcal{B}/c} = \ell(f_2 - f_1)k_B$，其中 ℓ 是双旋翼飞行器机臂的长度，而因此，由（5）可得

$$J\ddot{\theta} = \ell(f_2 - f_1). \tag{6}$$

双旋翼飞行器的运动方程由（3）、（4）和（6）给出，可写成如下状态空间形式

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \tag{7}$$

其中

$$x \triangleq \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \theta & \dot{r}_1 & \dot{r}_2 & \dot{\theta} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{8}$$

$$u \triangleq \begin{bmatrix} f_1 + f_2 & \ell(f_2 - f_1) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{9}$$

and

$$f(x) \triangleq \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{-\sin x_3}{m} & 0 \\ \frac{\cos x_3}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

III. 自适应动态输入输出线性化控制

本节针对动力学未知的双旋翼飞行器，设计自适应动态输入输出线性化（ADIOL）控制器，以跟踪期望轨迹。ADIOL 控制器的设计包括：对双旋翼飞行器系统进行动态扩展，为扩展后的系统设计输入输出线性化控制器，然后通过有限时间收敛参数估计器对该控制器进行增强。在双旋翼飞行器系统中，动态扩展对于避免输入映射的奇异性是必要的，因为设计线性化控制器时需要对输入映射求逆。最后，为线性化后的系统设计线性控制器，以跟踪期望轨迹。图2展示了 ADIOL 控制系统的架构。

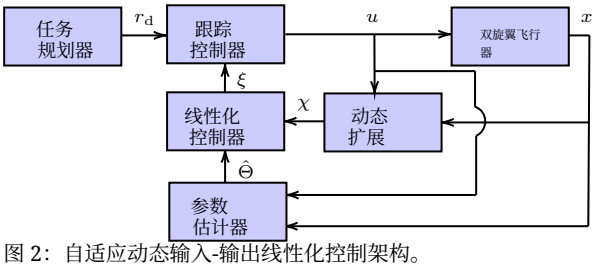

图 2：自适应动态输入-输出线性化控制架构。

输入输出线性化技术基于系统的正规形 [26, 第 517], [27]–[29]。在正规形中，系统动力学被分解为相互耦合的零动态和可线性化动力学。然而，要成功地对可线性化动力学进行线性化，必须对一个非线性映射求逆，

而这未必总是可行的。此外，零动态必须渐近稳定，输入输出线性化控制器才有实用价值。接下来，我们将使用 [30] 第三节中介绍的符号来设计输入输出线性化控制器。

在双旋翼飞行器动力学中，由于非线性映射 $\beta(x)$ 不可逆，如下所示，因此无法构造输入－输出线性化控制器。令双旋翼飞行器的位置作为系统的输出，即 $y = h(x) = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$.注意， y_1 和 y_2 的相对阶 ρ_1 和 ρ_2 分别为 2，因此

$$\beta(x) = \begin{bmatrix} L_g L_f h_1^{\rho_1 - 1}(x) \\ L_g L_f h_2^{\rho_2 - 1}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{\sin(x_3)}{m} & 0 \\ \dfrac{\cos(x_3)}{m} & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

由于 $\beta(x)$ 不可逆，采用当前输入和输出的选择无法对双旋翼飞行器系统进行输入－输出线性化。

A. 动态扩展

为克服由 β 的奇异性造成的这一限制，我们对双旋翼飞行器系统进行动态扩展，如下所示。定义

$$w \triangleq \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad \chi \triangleq \begin{bmatrix} x \\ u_1 \\ \dot{u}_1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

动态扩展后的系统为

$$\dot{\chi} = F(\chi) + G(\chi) w, \quad (13)$$

其中

$$F(\chi) \triangleq \begin{bmatrix} \chi_4 \\ \chi_5 \\ \chi_6 \\ -\dfrac{\sin \chi_3}{m} \chi_7 \\ -g + \dfrac{\cos \chi_3}{m} \chi_7 \\ 0 \\ \chi_8 \\ 0 \end{bmatrix}, G(\chi) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{J} \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

令双旋翼飞行器的位置作为动态扩展系统（13）的输出，即 $y = H(\begin{bmatrix} r_1 & r_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$. $\rho_1 \quad \rho_2$) 注意，y_1 和 y_2 的相对阶分别为 4，因此

$$\beta(\chi) \triangleq \begin{bmatrix} L_G L_F^3 H_1(\chi) \\ L_G L_F^3 H_2(\chi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{\sin \chi_3}{m} & -\dfrac{\cos \chi_3}{m} \dfrac{\chi_7}{J} \\ \dfrac{\cos \chi_3}{m} & -\dfrac{\sin \chi_3}{m} \dfrac{\chi_7}{J} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

假设 $\chi_7 = u_1 \neq 0$，这在多旋翼飞行器控制中是一个合理的假设，

$$\beta^{-1}(\chi) = \begin{bmatrix} -m \sin(\chi_3) & m \cos(\chi_3) \\ -\dfrac{J m \cos(\chi_3)}{\chi_7} & -\dfrac{J m \sin(\chi_3)}{\chi_7} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

此外，扩展系统中输出的相对阶 ρ 为 8，等于扩展系统状态 χ 的维数。因此，扩展双旋翼飞行器动力学中不存在零动态。

最后，13的正规形为

$$\dot{\xi} = A_c \xi + B_c (\alpha(\chi) + \beta(\chi) u), \quad (17)$$

其中

$$\xi \triangleq \begin{bmatrix} H_1(\chi) \\ L_F H_1(\chi) \\ \vdots \\ L_F H_1^{\rho_1 - 1}(\chi) \\ H_2(\chi) \\ L_F H_2(\chi) \\ \vdots \\ L_F H_2^{\rho_2 - 1}(\chi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_1 \\ \chi_4 \\ -\dfrac{\sin(\chi_3)}{m} \chi_7 \\ -\dfrac{\cos(\chi_3)}{m} \chi_6 \chi_7 - \dfrac{\sin(\chi_3)}{m} \chi_8 \\ \chi_2 \\ \chi_5 \\ -g + \dfrac{\cos(\chi_3)}{m} \chi_7 \\ -\dfrac{\sin(\chi_3)}{m} \chi_6 \chi_7 + \dfrac{\cos \chi_3}{m} \chi_8 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$A_c \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_c \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

and

$$\alpha(\chi) \triangleq \begin{bmatrix} L_F^4 H_1(\chi) \\ L_F^4 H_2(\chi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{\chi_6 (2 \chi_8 \cos(\chi_3) - \chi_6 \chi_7 \sin(x_3))}{m} \\ -\dfrac{\chi_6 (2 \chi_8 \sin(\chi_3) + \chi_6 \chi_7 \cos(\chi_3))}{m} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

由于映射 β 可逆，控制律

$$w = -\beta(\chi)^{-1} (\alpha(\chi) - v), \quad (21)$$

得到线性化动力学

$$\dot{\xi} = A_c \xi + B_c v. \quad (22)$$

B. 有限时间收敛的自适应增强

线性化控制律 (21) 需要精确知道双旋翼飞行器的质量 m 和转动惯量 J 。然而，由于这些物理参数通常无法精确获知，或经常随时间变化，我们使用具有有限时间收敛特性的在线参数估计器来估计未知参数。因此，对参数进行有限时间估计可实现对扩展双旋翼飞行器动力学的精确线性化。

有限时间收敛参数估计器 (29) 是通过利用 [31], [32]中提出的有限时间优化理论，对基于梯度的指数稳定参数估计器进行改进而构造的。

为了估计未知参数，我们使用双旋翼飞行器系统 (7) 构建线性回归方程，如下所示。此方法的灵感来源于 [33]中描述的 DREM 参数估计器。具体而言，我们将 (7) 写为

$$\dot{x} - \Psi(x) = \Phi(x,u)\Theta, \tag{23}$$

其中

$$\Psi(x) \triangleq \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix}, \Phi(x,u) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\sin(x_3)u_1 & 0 \\ \cos(x_3)u_1 & 0 \\ 0 & u_2 \end{bmatrix}, \tag{24}$$

and

$$\Theta \triangleq \begin{bmatrix} m^{-1} \\ J^{-1} \end{bmatrix}. \tag{25}$$

由于假设 x 和 u 已知，因此可以在线计算信号 Ψ和 Φ 。然而， $\dot{x}$ 未知。为避免要求 $\dot{x}$，我们使用严格真滤波器 $R(s)$ 对 (23) 进行滤波，以获得线性回归器

$$x_{\mathrm{f}} = \Phi_{\mathrm{f}}\Theta, \tag{26}$$

其中

$$x_{\mathrm{f}} \triangleq R(s)[\dot{x} - \Psi(x)], \quad \Phi_{\mathrm{f}} \triangleq R(s)[\Phi(x,u)]. \tag{27}$$

例如，令 $R(s) = \dfrac{1}{s+\gamma}$，其中 $\gamma > 0$，可得

$$x_{\mathrm{f}} = \frac{sx}{s+\gamma} - \frac{\Psi(x)}{s+\gamma}, \quad \Phi_{\mathrm{f}} = \frac{\Phi(x,u)}{s+\gamma}, \tag{28}$$

其中，现在仅使用状态 x 和输入 u.的测量值，即可在线计算 x_{f} 和 Φ_{f}

最后，我们使用该估计器。

$$\dot{\hat{\Theta}} = -c_1 \frac{\Xi}{||\Xi||_2^{1-\alpha_1}} - c_2 \frac{\Xi}{||\Xi||_2^{1-\alpha_2}}, \tag{29}$$

其中

$$\Xi \triangleq \overline{\Phi}\hat{\Theta} - \overline{X}, \tag{30}$$

c_1、 $c_2 > 0$、 $0 < \alpha_1 < 1$和 $\alpha_2 > 1$，以及

$$\dot{\overline{X}} = -\lambda\overline{X} + \Phi_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} x_{\mathrm{f}}, \tag{31}$$

$$\dot{\overline{\Phi}} = -\lambda\overline{\Phi} + \Phi_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\Phi_{\mathrm{f}}. \tag{32}$$

正标量 $\lambda > 0$ 是指数遗忘因子。数据矩阵 $\overline{X} \in \mathbb{R}^2$ 和 $\overline{\Phi} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ 初始化为零。

因此，自适应控制律为（21），其中 α 和 β根据 m 和 J 的估计值计算得出，估计值由式（29）给出，且 v 由下一节所述的线性跟踪控制器给出。

C. 轨迹跟踪控制

为了跟踪期望轨迹，我们使用以下控制律。

1）带积分作用的全状态反馈：带积分作用的全状态反馈控制器（FSI）的控制律 [p. 550 - 551][34] 为

$$v = K_\xi \xi + K_q q, \tag{33}$$

其中，积分输出误差 $q(t) \in \mathbb{R}^2$ 满足

$$\dot{q} = r_{\mathrm{d}} - r = \begin{bmatrix} r_{\mathrm{d},1} - r_1 \\ r_{\mathrm{d},2} - r_2 \end{bmatrix}. \tag{34}$$

增益矩阵 $K_\xi \in \mathbb{R}^{2\times 8}$ 和 $K_q \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ 通过极点配置技术选取，以获得期望的瞬态响应。FSI控制架构如图3所示。用于计算输出 C_{c} 的输出矩阵 $y = r$ 为

$$C_{\mathrm{c}} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{35}$$

注意，式（33）给出的FSI控制律，仅当期望输出轨迹由阶跃指令组成时，才会渐近收敛。

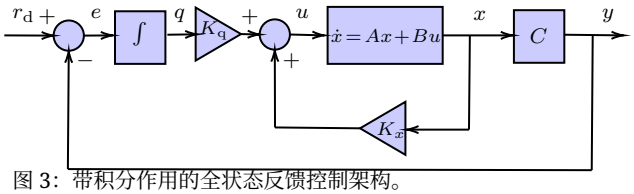

图 3: 带积分作用的全状态反馈控制架构。

2）完美跟踪控制器（PTC）：为跟踪平滑期望轨迹，我们考虑以下控制律

$$v = K(\xi - \xi_{\mathrm{d}}) + B_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}\dot{\xi}_{\mathrm{d}}. \tag{36}$$

增益矩阵 $K \in \mathbb{R}^{2\times 8}$ 采用极点配置技术进行选择，以获得所需的状态误差动态瞬态响应

$$\dot{e} = (A_{\mathrm{c}} + B_{\mathrm{c}}K)e, \tag{37}$$

其中，状态误差为 $e \triangleq \xi - \xi_{\mathrm{d}}$.

注意，PTC 控制律（36）需要期望状态轨迹，而（33）只需要期望输出轨迹。然而，正是编码在期望状态轨迹中的额外信息，使得使用 PTC 控制器（36）能够渐近地完美跟踪任意轨迹。此外，请注意

$$B_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}\dot{\xi}_{\mathrm{d}} = \begin{bmatrix}\dot{\xi}_{\mathrm{d}4}\\ \dot{\xi}_{\mathrm{d}8}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}y_{\mathrm{d}1}^{(4)}\\ y_{\mathrm{d}2}^{(4)}\end{bmatrix}, \tag{38}$$

对于光滑轨迹，假设该信息是可用的。

IV. 数值仿真

本节介绍由 ADIOL 控制器控制并被指令跟踪期望轨迹的双旋翼飞行器系统的数值仿真结果。具体而言，我们使用 ADIOL 控制器跟踪一条椭圆轨迹和一条二阶希尔伯特曲线。

下文假设双旋翼飞行器的质量和转动惯量分别为 1 kg 和 0.2 kgm^2, 。在参数估计器中，我们设置 $c_1 = 15$、$c_2 = 5$、$\alpha_1 = 0.2$ $\alpha_2 = 1.2$ $\gamma = 10$ $\lambda = 80$ $\Theta\ 0\ = [2\quad 6]^{\mathrm{T}}$. 、、、 和 ˆ( )

在 FSI 控制器中，使用 Matlab 的 place 例程将闭环特征值配置在 $(-4, -5, -5.5, -6, -8, -4, -5, -5.5, -6, -8)$，其结果为

$$K_{\xi} = \begin{bmatrix}4876 & 0\\ 1779 & 0\\ 320.5 & 0\\ 28.5 & 0\\ 0 & 4876\\ 0 & 1779\\ 0 & 320.5\\ 0 & 28.5\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad K_q = \begin{bmatrix}-528 & 0\\ 0 & -528\end{bmatrix}. \tag{39}$$

在 PTC 控制器中，使用 Matlab 的 place 例程将闭环特征值配置在 $(-1, -2, -3, -5, -1, -2, -3, -5)$，得到

$$K = \begin{bmatrix}30 & 61 & 41 & 11 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30 & 61 & 41 & 11\end{bmatrix}. \tag{40}$$

A. 椭圆轨迹

双旋翼飞行器被命令跟踪给定的期望椭圆轨迹，轨迹由以下方程表示。

$$r_{\mathrm{d}1}(t) = 5\cos(\phi) - 5\cos(\phi)\cos(\omega t) - 3\sin(\phi)\sin(\omega t),$$
$$r_{\mathrm{d}2}(t) = 5\sin(\phi) - 5\sin(\phi)\cos(\omega t) + 3\cos(\phi)\sin(\omega t),$$

其中 $\phi = 45$ 度和 $\omega = 0.5$ 弧度/秒$^{-1}$. 图4展示了双旋翼飞行器的轨迹跟踪响应，其中期望轨迹以黑色虚线表示，FSI 和 PTC 跟踪控制器的输出轨迹响应分别以蓝色和红色表示。图 5 展示了双旋翼飞行器在两种跟踪控制器作用下的位置 r_1，r_2 响应和滚转角 θ 响应。图6 展示了两种跟踪控制器下的位置误差ˆ以及参数估计误差的范数 $\Theta - \Theta$，并以对数刻度表示。最后，图 7 展示了 ADIOL 控制器生成的控制量 u（21）以及相应的力 f_1和 f_2. 。注意，力 f_1，f_2 是根据（9）计算得到的。

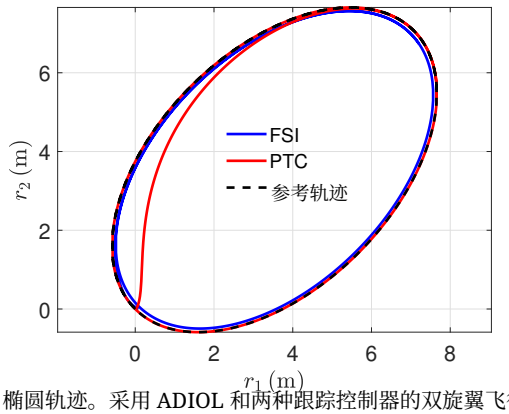

图4：椭圆轨迹。采用 ADIOL 和两种跟踪控制器的双旋翼飞行器的轨迹跟踪响应。ADIOL-FSI 和 ADIOL-PTC控制器的输出轨迹响应分别以蓝色和红色显示。参考轨迹以黑色虚线显示。

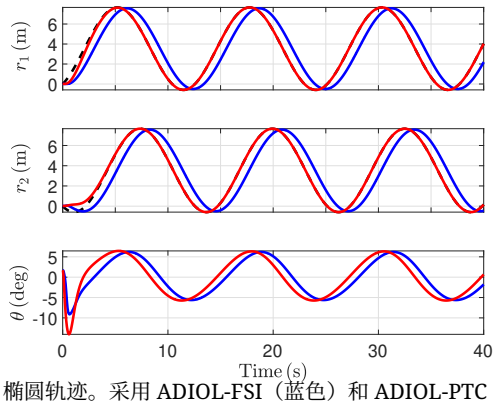

图5：椭圆轨迹。采用 ADIOL-FSI（蓝色）和 ADIOL-PTC（红色）的双旋翼飞行器的位置 (r_1, r_2) 和滚转角 θ 响应。

B. 二阶希尔伯特曲线轨迹

接下来，命令双旋翼飞行器跟踪一条由二阶希尔伯特曲线构造的轨迹。该轨迹采用 [35] 附录A中描述的算法构造，其最大速度为 $v_{\max}$ =1 m/s ，最大加速度为 $a_{\max} = 1$ m/s^2.图8 展示了双旋翼飞行器的轨迹跟踪响应，其中黑色虚线表示期望轨迹，FSI 的输出轨迹响应

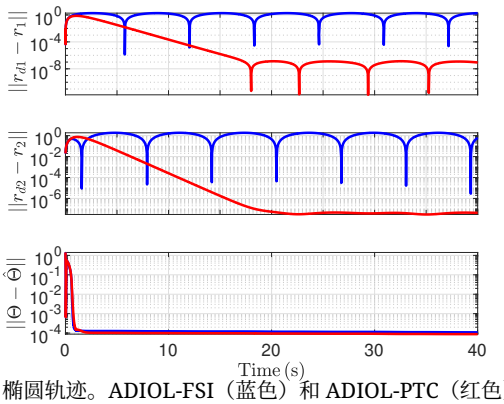

图 6：椭圆轨迹。ADIOL-FSI（蓝色）和 ADIOL-PTC（红色）的对数刻度位置误差和参数估计误差。

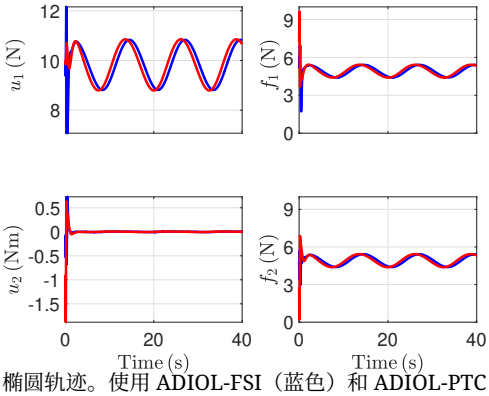

图 7：椭圆轨迹。使用 ADIOL-FSI（蓝色）和 ADIOL-PTC（红色）得到的控制 u以及对应的力 f_1 和 f_2 。

以及 PTC 跟踪控制器的输出轨迹分别以蓝色和红色显示。图9 展示了位置 r_1 和 r_2响应，以及双旋翼飞行器采用两种跟踪控制器时的滚转角 θ 响应。图10 以对数刻度展示了两种跟踪控制器得到的位置误差，以及参数估计误差的范数ˆ误差 $\Theta - \Theta$ 。最后，图 11 展示了 ADIOL 控制器生成的控制量(21)，以及相应的力 f_1 和 f_2。请注意，力f_1 和 f_2 是根据式（9）计算的。

前述两个示例表明，即使事先并不完全了解双旋翼飞行器的动力学特性，其轨迹也会指数收敛至期望轨迹。参数估计器会单调地减小参数误差。不过，众所周知，对于复合控制器而言，参数收敛并非闭环系统渐近稳定的必要条件。

V. 结论与未来工作

本文提出了一种自适应动态输入-输出线性化控制器，用于将双旋翼飞行器动力学线性化，并提出了两种用于双旋翼飞行器的线性控制器。

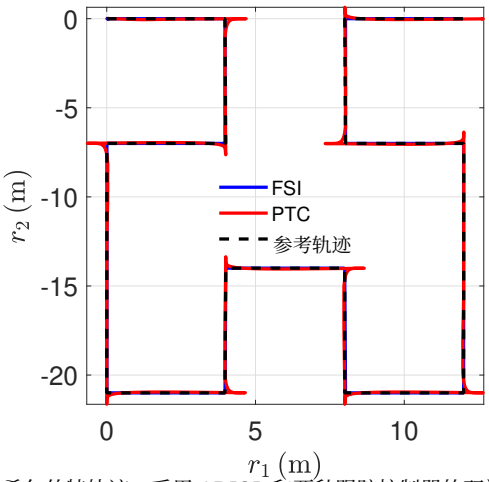

图 8：希尔伯特轨迹。采用 ADIOL 和两种跟踪控制器的双旋翼飞行器轨迹跟踪响应。ADIOL-FSI 和 ADIOL-PTC 控制器的输出轨迹响应分别以蓝色和红色表示。参考轨迹以黑色虚线表示。

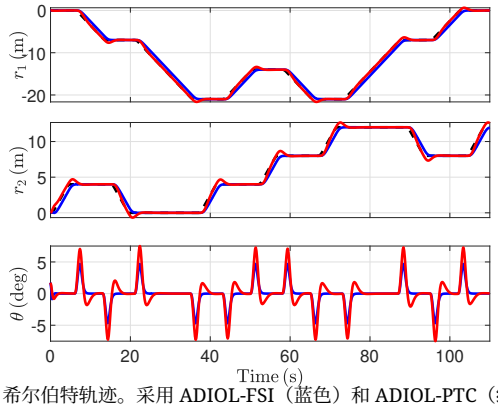

图 9：希尔伯特轨迹。采用 ADIOL-FSI（蓝色）和 ADIOL-PTC（红色）的双旋翼飞行器的位置（r_1，r_2）和滚转角 θ 响应。

轨迹跟踪问题。该控制器通过扩展双旋翼飞行器动力学以实现线性化、结合有限时间收敛参数估计器构建复合控制器，并为线性化动力学设计线性控制器以达到期望的跟踪性能。所提出控制器的性能通过椭圆轨迹和基于希尔伯特曲线的轨迹跟踪问题的数值仿真得到了验证。

尽管本文的工作并未对所提出的自适应控制器进行稳定性分析，但数值仿真证实，采用该控制器可获得指数稳定的闭环动力学。未来的工作将重点放在放宽全状态反馈的要求上，具体包括引入有限时间收敛的状态估计器、刻画所提出控制器对传感器噪声的鲁棒性，以及对所提出的自适应控制系统进行严格的稳定性分析。

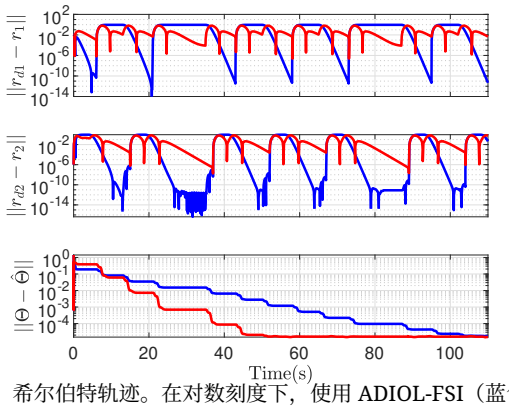

图10：希尔伯特轨迹。在对数刻度下，使用 ADIOL-FSI（蓝色）和 ADIOL-PTC（红色）时的位置误差和参数估计误差。

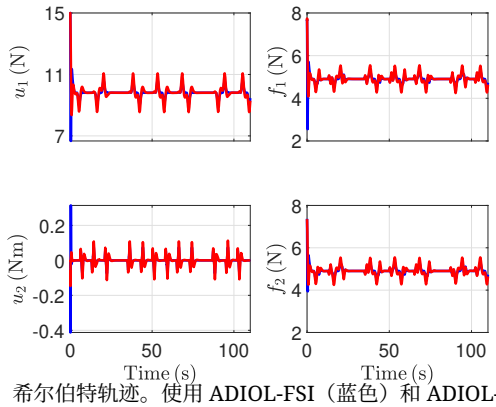

图11：希尔伯特轨迹。使用 ADIOL-FSI（蓝色）和 ADIOL-PTC（红色）获得的控制量 u 及相应的力 f_1 和 f_2 。

参考文献

[1] A. Mukherjee、S. Misra 和 N. S. Raghuwanshi，“精准农业中的无人机航空遥感解决方案综述”，J. Netw. Comput. Appl.，第 148 卷，页码 102 461，2019年。[2] A. Lucieer、S. M. d. Jong 和 D. Turner，“利用运动恢复结构（SfM）和多时相无人机摄影的图像相关绘制滑坡位移图”，Prog. Phys. Geogr.，第 38 卷，第 1 期，页码 97–116，2014年。[3] V. V. Klemas，“无人飞行器海岸与环境遥感：综述”，J. Coast. Res.，第 31 卷，第 5 期，页码 1260–1267，2015年。[4] Y. Li 和 C. Liu，“多旋翼无人机技术在建筑管理中的应用”，Int. J. Constr. Manag.，第 19 卷，第 5 期，页码 401–412，2019年。[5] D. K. Villa、A. S. Brandao 和 M. Sarcinelli-Filho，“多旋翼无人机载荷运输综述”，J. Intell. Robot. Syst.，第 98 卷，页码 267–296，2020年。[6] T. P. Nascimento 和 M. Saska，“多旋翼飞行器的位置与姿态控制：综述”，Annu. Rev. Contr.，第 48 卷，页码 129–146，2019年。[7] J. A. Marshall、W. Sun 和 A. L’Afflitto，“ 自主多旋翼小型无人航空系统的制导、导航与控制系统综述”，Annu. Rev. Contr.，第 52 卷，页码 390–427，2021年。[8] P. Castillo、A. Dzul 和 R. Lozano，“四旋翼微型飞行器的实时稳定与跟踪”，IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.，第 12 卷，第 4 期，页码 510–516，2004 年。[9] B. J. Emran 和 H. Najjaran，“四旋翼飞行器综述：一种欠驱动机械系统”，Annu. Rev. Contr.，第 46 卷，页码 165–180，2018年。

[10] R. Amin、L. Aijun 和 S. Shamshirband，“四旋翼无人机综述：控制方法与性能评估”，Int. J. Autom. Contr.，第10卷第2期，第87–103页，2016年。[11] B. Whitehead 和 S. Bieniawski，“四旋翼无人机的模型参考自适应控制”，载于 AIAA Guid. Nav. Contr. Conf. Ex.，2010年，第8148页。[12] Z. T. Dydek、A. M. Annaswamy 和 E. Lavretsky，“四旋翼无人机的自适应控制：基于飞行评估的设计权衡研究”，IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.，第21卷第4期，第1400–1406页，2012年。[13] Z. Zuo 和 P. Ru，“四旋翼无人机的增广 L1 自适应跟踪控制”，IEEE. Trans. Aerosp. Elec. Sys.，第50卷第4期，第3090–3101页，2014年。[14] T. Espinoza-Fraire、A. Saenz、F. Salas、R. Juarez 和 W. Giernacki，“四旋翼飞行器的自适应鲁棒轨迹跟踪控制”，Applied Sciences，第11卷第18期，第8571页，2021年。[15] Z. Wu、S. Cheng、K. A. Ackerman、A. Gahlawat、A. Lakshmanan、P. Zhao 和 N. Hovakimyan，“用于四旋翼飞行器几何跟踪控制的 L1 自适应增广”，载于2022年国际机器人与自动化会议（ICRA），IEEE，2022年，第1329–1336页。[16] O. Mofid 和 S. Mobayen，“具有参数不确定性的四旋翼无人机有限时间稳定自适应滑模控制”，ISA trans.，第72卷，第1–14页，2018年。[17] A. Goel、J. A. Paredes、H. Dadhaniya、S. A. Ul Islam、A. M. Salim、S. Ravela 和 D. Bernstein，“自适应数字自动驾驶仪的实验实现”，载于 Proc. Amer. Contr. Conf.，2021年，第3737–3742页。[18] J. Spencer、J. Lee、J. A. Paredes、A. Goel 和 D. Bernstein，“面向多旋翼飞行器的自适应PID自动调节器及其实验结果”，载于 Proc. Int. Conf. Rob. Autom.，IEEE，2022年，第7846–7853页。[19] PX4 用户指南，多旋翼飞行器控制架构，https://docs.px4.io/main/en/flight_stack/controller_diagra

[在线；访问日期：2月26日 2023]。[20] T. Meinlschmidt 和 H. Aschemann，《未知扰动下双旋翼飞行器的级联平坦性控制》，载于《2014年第19届自动化与机器人方法和模型国际会议（MMAR）》，IEEE，2014年，第845–850页。[21] T. Meinlschmidt、H. Aschemann 和 S. S. Butt，《结合无迹卡尔曼滤波进行扰动补偿的双旋翼飞行器级联反步控制》，载于《2014年控制、决策与信息技术国际会议（CoDIT）》，IEEE，2014年，第315–320页。[22] J.-J. E. Slotine、W. Li 等，《应用非线性控制》。普伦蒂斯·霍尔，恩格尔伍德克利夫斯，新泽西州，1991年，第199卷。[23] A. Isidori，《非线性控制系统：导论》。施普林格，1985年。[24] H. K. Khalil，《非线性控制》。培生，纽约，2015年，第406卷。[25] L. Triska、J. Portella 和 J. Reger，《不确定纯反馈系统自适应反步控制的动态扩展》，IFAC-PapersOnLine，第54卷，第14期，第307–312页，2021年。[26] H. K. Khalil，《非线性系统》，第3版。新泽西州上萨德尔河：普伦蒂斯-霍尔，2002年。[27] P. Brunovsk`y，《线性可控系统的分类》，Kybernetika，第6卷，第3期，第173–188页，1970年。[28] M. Fliess，《关于布鲁诺夫斯基标准形的一些说明》，Kybernetika，第29卷，第5期，第417–422页，1993年。[29] S. ˇCelikovsk`y，《非线性系统的全局线性化——综述》，巴拿赫中心出版物，第32卷，137，1995年1，123第–页。[30] J. M. Portella Delgado 和 A. Goel，《规避纵向飞行动力学输入输出线性化中的不稳定零动态》，载于《AIAA SCITECH 2024论坛》，2024年，第0321页。[31] K. Garg 和 D. Panagou，《固定时间稳定梯度流：连续时间优化中的应用》，IEEE《自动控制汇刊》，第66卷，2015年，2020年5，2002第–期，第页。

[32] K. Garg 和 M. Baranwal，“CAPPA：用于稀疏恢复的连续时间加速近端点算法”，IEEE信号处理快报，第 27 卷，第 1760–1764 页，2020年。[33] S. Aranovskiy、A. Bobtsov、R. Ortega 和 A. Pyrkin，“通过动态回归量扩展与混合进行参数估计”，载于 2016 年美国控制会议（ACC）论文集，IEEE，2016 年，第 6971–6976 页。[34] G. C. G. S. F. Graebe 和 M. E. Salgado，《控制系统设计》，2000 年。[35] J. Spencer、J. Lee、J. A. Paredes、A. Goel 和 D. Bernstein，“具有实验结果的多旋翼飞行器自适应PID自动调节器”，载于 2022 年国际机器人与自动化会议（ICRA）论文集，IEEE，2022 年，第 7846–7853 页。