arXiv:2305.03625v1 [cs.SD] 5 May 2023

基于物理的声学全息图

Antonio Stanziola[1], Ben T. Cox[1], BradleyE. Treeby[1], 和 Michael D. Brown[1,2,*]

[1]医学物理与生物医学工程系，伦敦大学学院，英国伦敦 Gower St，WC1E 6BT[2]神经科学系，伊拉斯姆斯医学中心，荷兰鹿特丹 *michael.brown.13@ucl.ac.uk

摘要

增材制造技术的进步使得能够制造价格低廉、可规模化生产的衍射声学透镜，通过相位和/或振幅调制生成复声场。然而，这些全息图的设计依赖于从光学中借鉴的薄元件近似，这可能会严重限制实际声场的保真度。本文介绍了具有复杂内部结构的基于物理的声学全息图。这些结构通过优化全息图内部的声学属性分布，利用带有制造约束的可微声学模型进行设计。这些全息图可使用现代三维打印机，以简便且低成本的方式制造。实验测量表明，与传统薄元件全息图相比，其性能有显著提升。

1 引言

声学全息图是一种成本低廉、技术简单的相控阵替代方案，可用于生成高保真的三维声压与相位分布 [1, 2]。它们是可进行 3D 打印的薄透镜，旨在将连续波入射场映射到预先计算的相位分布上，随后该分布通过衍射形成所需的场。声学全息图在生物医学和物理声学领域有广泛应用，包括经颅超声刺激 [3], 超声治疗 [4], 压缩成像 [5], 细胞组装 [6], 和粒子捕获[7]。

迄今为止，声学全息图一直是薄光学全息图的直接对应物，其在声学领域的应用也采用了相同的薄元件近似进行设计。换言之，设计的是一张相位和振幅调制薄片，实际制造时则制成具有有限厚度的全息图，其中包含厚度各异的独立像素（柱体） [1, 3]。然而，众所周知，当全息图特征尺寸接近波长 [8], 时，薄元件近似会愈发失效，而声学全息图几乎总是在这一范围内工作。设计时若忽略透镜的物理结构及透镜内部由此产生的复杂三维波场，全息图的能力就会受到严重限制。因此，我们需要采用不依赖此类简化假设的新型全息图及其设计方法。

在此，我们介绍基于物理的声学全息图：设计过程中采用可微声学模型，将全息图内部的复杂三维波场与制造约束纳入考量。这使得实验实现能够以高保真度呈现复杂声场的全息图成为可能。透镜采用基于梯度的优化方法进行设计，并通过可微声学模拟器高效地求解。这使得我们能够便捷地针对透镜材料属性使用自动微分，而无需手动推导伴随变量。

2 透镜设计

我们在此考虑一个换能器发射单一频率波，该波在均匀介质中传播，并穿过一块非均匀全息图。该全息图旨在控制透镜外部空间变化的声场，例如目标深度 d 处的声压分布。全息图的内部材料结构由向量 $\theta = (c, \rho, \alpha)$ 表示，该向量刻画了声速的非均匀分布

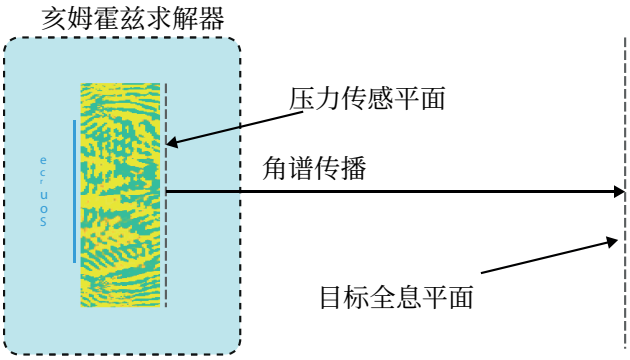


图 1：声学全息模拟的设置。在透镜和声源周围的一个小区域内求解亥姆霍兹方程。随后，提取位于透镜旁边、与声源相对一侧的平面上的声场，并使用角谱法将其传播至目标平面。然后，将目标平面上的波场与目标波场进行比较，并利用损失函数的梯度迭代更新透镜的材料参数。

c、密度 ρ 和吸收 α。对于给定的换能器，所产生的三维声波场 P 由全息材料属性 θ 决定，此处将其写作 $P(\theta)$。

任意位置处的波场均可通过求解非均匀亥姆霍兹方程 [9]获得。然而，为了提高计算效率，此处通过在环绕透镜和换能器的有限空间区域内求解亥姆霍兹方程，来计算三维波场 $P(\theta)$（见图 1）。随后，利用角谱法（AS） [10], , 通过在周围均匀介质中传播声场，计算给定全息图 $Q(\theta)$ 在目标深度 d处产生的复声场，并将其记为 $\mathcal{A}_d$。这一过程可表示为

$$Q(\theta) = \mathcal{A}_d \mathcal{S}_r P(\theta) \tag{1}$$

其中， $\mathcal{S}_r$ 是一个算子，用于提取距离透镜 r 处平面上的场值。如果透镜轴与某一计算域轴对齐，则该算子在离散形式下等价于沿特定维度在指定索引处截取表示 P 的三维数组的一个切片。这里，声场使用 j-Wave 软件包求解 [9], 该软件包采用傅里叶谱方法求解非均匀亥姆霍兹方程，并实现了 [10] 中所述的角谱法。

为设计透镜，需要最小化实值损失函数 $\ell(Q, Q_0)$，其中 Q_0 是目标场。如果该函数关于其自变量可微（例如均方误差或归一化互相关算子），则可以使用基于梯度的优化方法来调整 θ的值。由于使用 j-Wave 对式（1）进行数值实现时采用了可微语言 [9, 11], , 因此可以应用链式法则来求损失函数相对于 θ 的梯度（反向传播就是其中一种特例）。

全息图的优化通过梯度下降来完成。所用的损失函数取决于所需的全息图。例如，对于聚焦透镜，可以最大化目标位置处的声功率。这里，我们最大化目标深度 $q = |Q|$ 处声场振幅与目标振幅$q_0 = |Q_0|$之间的相关性，并通过强度项进行正则化

$$\ell(q_0, q) = -\frac{\|q_0^* q\|}{\|q_0\| \|q\|} - \lambda \|q\| \ . \tag{2}$$

这里， λ 是强度项的权重，通过实验确定； $\|\cdot\|$ 表示 ℓ_2 范数。正则化项通过惩罚过度使用吸收和后向散射，提高所设计透镜的衍射效率。

3 透镜优化与制造

为了展示基于物理的声学全息图的潜力，我们设计了全息图，并使用 Stratasys J835（Stratasys，美国明尼苏达州伊迪纳）进行制造。这使得能够在单个组件中同时打印多种机械性能各异的材料，空间分辨率为 $<$200 μm。这些性能可以变化。

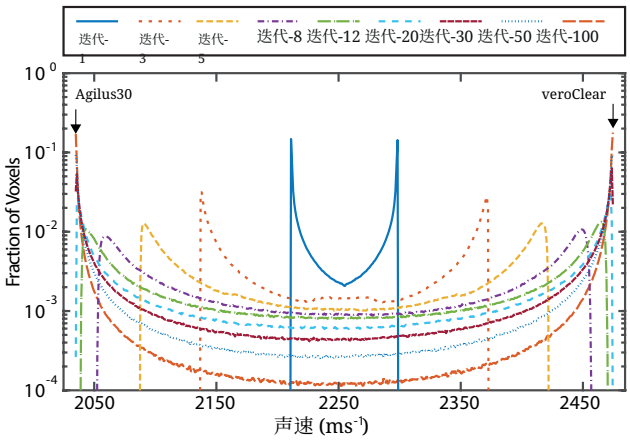


图 2：经过多次迭代后，透镜内部声速分布的演变。该分布逐渐向制造方法所规定的约束靠拢，最终形成可直接制造的高度二值化透镜。这一二值化过程最大限度地增强了透镜的散射强度。

从类似橡胶的 Agilus30 到坚硬的、类似聚甲基丙烯酸甲酯（PMMA）的 veroClear [12]。请注意，尽管所选制造方法仅支持离散材料，但可以通过对二元材料组件进行亚波长抖动来近似连续介质属性 [13]。

所选制造方法的约束 所选制造方法通过对材料参数化而纳入透镜设计中。 1
分布进行参数化， 混合模型。吸收、声速和密度的取值定义为

$$\theta = \left[\begin{pmatrix} c_1 \\ \rho_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_0 \\ \rho_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} \right] \sigma(\gamma) + \begin{pmatrix} c_1 \\ \rho_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

其中， γ 是由优化过程调节的实标量场， $\sigma(x) = e^x/(1+e^x)$是 sigmoid 函数，而(c_i, ρ_i, α_i)是第 $i-$ 种材料的声学参数，对应于用于打印的两种材料，这两种材料此前已进行表征 [12]。将材料属性纳入优化过程，可确保材料参数的范围受限于物理上可实现的范围，同时也可避免声学参数落入数值模拟不稳定或不准确的区域。请注意， γ 对于这三个声学参数均相同（它标识材料混合物）。

我们通过实验展示所提出方法的性能。对于目标场，我们选择了一个此前已实现过的图案：和平鸽 [1]。声源为一片直径 25.4 mm 的 PZT 圆盘（日本 Olympus），设计频率为 2 MHz，透镜的厚度和直径分别为 6 mm 和 50 mm，目标深度位于透镜输出表面之后 12 mm 处（距声源表面 18 mm）。我们使用 Adam 优化器 [14] 对透镜进行优化，参数为 $\beta = [0.9, 0.9]$，学习率为 $= 0.4$，共迭代 500 次。
梯度下降迅速收敛到高度二值化的分布（图 2）。这意味着在加工时无需采用近似连续声学参数的方法。由于简单阈值化所引入的误差很小，因此优化后的透镜可以直接加工。对于图 3(a) 中的全息图，使用 k-Wave [15] 对连续全息图与二值化全息图进行比较时，二者与目标场的相关性差异仅为 1.5%。

用于实验比较的全息图取自梯度下降的第 50 次迭代。迭代次数选择对实验性能的影响将在补充材料第 I 节中讨论。为与基于物理的全息图进行比较，还根据 [1] 中所述的薄元件近似设计了一个全息图。该全息图采用相同的输入参数进行设计，但将直径调整为 25.4 mm，以匹配活塞式声源的直径，因为薄元件近似无法利用更大的孔径。加工后的两个全息图如图 3 所示。

使用定制的测试水槽和三轴计算机控制定位系统，对两个全息图的输出场进行了表征。测试中使用了 0.2 mm 针式水听器（Precision Acoustics，Dorchester）。全息图直接贴附于换能器的前表面，并通过高压脉冲激励（JSR DPR300，Imaginant，美国纽约）。在 54×54 mm 的区域内以 0.3 mm 的步长记录声场。扫描以全息图中心为中心，距输出表面约 1.2 cm。记录了信号。

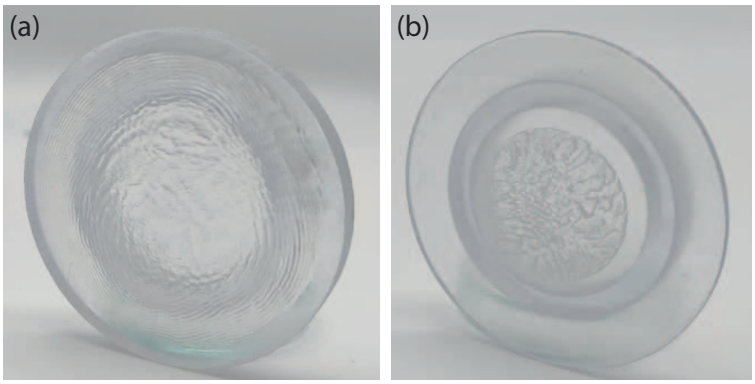


图 3：（a）使用可微仿真设计的全息透镜照片。（b）使用薄元件近似设计的全息透镜照片。

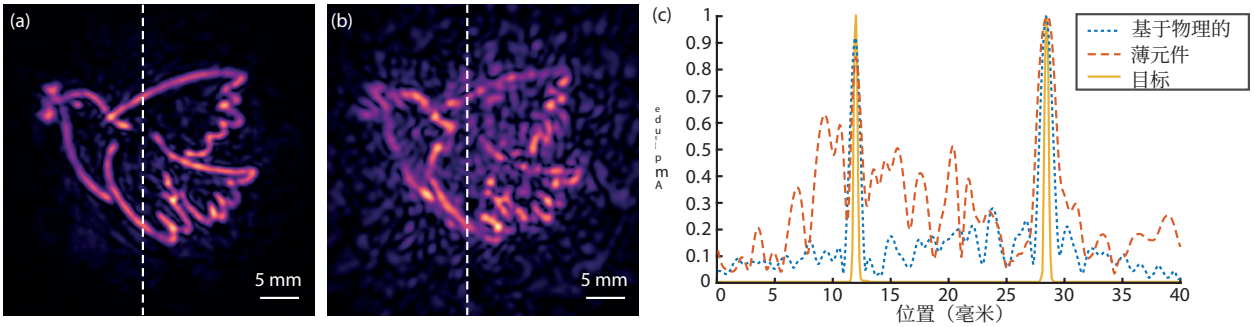


图 4：（a）使用通过全波模型求导设计的全息图，在目标深度处实验测得的声场。（b）使用薄元件近似设计的全息图，在目标深度处实验测得的声场。（c）沿（a）和（b）中虚线测得的归一化压力与目标场的对比。基于物理的全息图具有明显更低的背景。对于（a）和（b），目标深度均为距声源 18 mm。

使用 M4i.4421-x8 数字化仪（Spectrum，德国）进行 100 次平均。在每个测量位置提取 2 MHz 下的声场，并使用角谱法投影平面数据，以重建三维声场。随后，通过最大化与目标场的相关性，在每个数据集中确定目标深度。

薄元件全息图和基于物理的全息图在目标深度处生成的声场如图 4 所示。与薄元件全息图相比，基于物理的全息图具有显著更高的保真度。这证实，对底层物理过程采用更准确的模型，能够显著提升全息图的性能。通过比较目标图案上的平均压力与平均背景压力来评估对比噪声比，基于物理的全息图为 7.6，而薄元件全息图为 3.8。将两个实验目标场的归一化截面与目标分布进行比较时，可以明显看出这一改进（图 4（c））。基于物理的全息图和薄元件全息图与目标分布的相关系数分别为 0.75 和 0.56。这表明，采用基于物理的方法不仅能够降低背景，还能更准确地逼近目标分布。

4 讨论与结论

我们介绍了基于物理的声学全息图，其设计采用可微声学模型，能够更准确地考虑全息图内部复杂的三维波场。与传统的薄元件近似方法相比，这种方法显著提高了生成声场的保真度。所采用的基于梯度的优化技术计算效率高，且适用于各种应用。这些应用包括声学全息图的现有用途，例如经颅超声刺激（TUS）、超声治疗和声学组装。在提升保真度的同时，还可以纳入物理过程的其他方面。对于 TUS，可以在设计中考虑颅骨与全息图之间的混响（见

图 S3）；对于组装，则可以对排列中的声学非均匀性进行建模。我们已发布开源 Python 软件包 holab（https://github.com/ucl-bug/holab），以便进一步探索和试验全息图优化。

这种方法是逆向设计或拓扑优化的一种应用，已得到广泛应用。例如，在纳米光子学领域，它已被用于设计超表面 [16] 和非线性光学开关[17]。然而，由于制造限制，这些设计成果在实际制造方面可能面临挑战 [18]，而且通常仍需简化物理过程（例如，使用周期性或轴对称结构，或彼此不耦合的单元）[19]。在此，我们展示了一种方法，它能够精确纳入制造限制，不会超出线性声学理论的范围简化物理过程，并能收敛到可直接且低成本制造的结果。

未来，这种方法有望扩展到使用非线性声学材料，从而可能构建能够执行非线性计算的声学系统。例如，这种方法已被用于生成能够执行图像分类等任务的光学神经网络 [20] 。

参考文献

[1] Kai Melde、Andrew G Mark、Tian Qiu 和 Peer Fischer。声学全息图。《自然》，537(7621):518–522，2016年。[2] Ronald John Lalonde、Arthur Worthington 和 John W Hunt。用于超声热疗的场共轭声学透镜。《IEEE超声、铁电与频率控制汇刊》，40(5):592–602，1993年。[3] Sergio Jiménez-Gambín、Noé Jiménez、José María Benlloch 和 Francisco Camarena。利用全息图聚焦穿过颅骨的任意超声场。《物理评论·应用》，12(1):014016，2019年。[4] Guillaume Maimbourg、Alexandre Houdouin、Thomas Deffieux、Mickael Tanter 和 Jean-François Aubry。3D打印自适应声学透镜：利用单元换能器进行经颅超声治疗的颠覆性技术。《医学与生物学中的物理学》，63(2):025026，2018年。[5] Pieter Kruizinga、Pim van der Meulen、Andrejs Fedjajevs、Frits Mastik、Geert Springeling、Nico de Jong、Johannes G Bosch 和 Geert Leus。利用单个传感器进行压缩式3D超声成像。《科学进展》，3(12):e1701423，2017年。[6] Kai Melde、Heiner Kremer、Minghui Shi、Senne Seneca、Christoph Frey、Ilia Platzman、Christian Degel、Daniel Schmitt、Bernhard Schölkopf 和 Peer Fischer。紧凑型全息声场实现物质在 3D 空间中的快速单步组装。《科学进展》，9(6):eadf6182，2023年。[7] Luke Cox、Kai Melde、Anthony Croxford、Peer Fischer 和 Bruce W Drinkwater。增强超声粒子操控的声学全息相控阵。《物理评论·应用》，12(6):064055，2019年。[8] Uriel Levy、Emanuel Marom 和 David Mendlovic。用于分析闪耀光栅的薄元件近似：简化模型与有效性范围。《光学通信》，229(1-6):11–21，2004年。[9] Antonio Stanziola、Simon R. Arridge、Ben T. Cox 和 Bradley E. Treeby。j-Wave：开源可微波模拟器。《SoftwareX》，22:101338，2023年。[10] Xiaozheng Zeng 和 Robert J McGough。角谱法在近场声压模拟中的评估。《美国声学学会杂志》，123(1):68–76，2008年。[11] Antonio Stanziola、Simon Arridge、Ben T. Cox 和 Bradley E. Treeby。用于在 JAX 中编写可微偏微分方程离散化的研究框架。2021年神经信息处理系统大会可微编程研讨会，2021年。[12] Marina Bakaric、Piero Miloro、Ashkan Javaherian、Ben T Cox、Bradley E Treeby 和 Michael D Brown。1至3.5 MHz频率范围内3D打印光聚合物材料的超声衰减与频散测量。《美国声学学会杂志》，150(4):2798–2805，2021年。[13] Ali Aghaei、Nicolas Bochud、Giuseppe Rosi、Quentin Grossman、Davide Ruffoni 和 Salah Naili。仿生功能梯度软硬复合材料的超声表征：实验与建模。《美国声学学会杂志》，151(3):1490–1501，2022年。[14]Diederik P Kingma 和 Jimmy Ba。Adam：一种随机优化方法。arXiv预印本 arXiv:1412.6980，2014年。[15] Bradley E Treeby 和 Benjamin T Cox。k-Wave：用于光声波场模拟与重建的 MATLAB 工具箱。《生物医学光学杂志》，15(2):021314，2010年。[16] Mahdad Mansouree、Hyounghan Kwon、Ehsan Arbabi、Andrew McClung、Andrei Faraon 和 Amir Arbabi。通过伴随变量优化实现的多功能2.5D超构结构。《Optica》，7(1):77–84，2020年。

[17] Tyler W Hughes、Momchil Minkov、Ian AD Williamson 和 Shanhui Fan。用于非线性纳米光子器件的伴随方法与逆向设计。ACS Photonics，5(12):4781–4787，2018年。[18] Sean Molesky、Zin Lin、Alexander Y Piggott、Weiliang Jin、Jelena Vuckovi´c 和 Alejandro W Rodriguez。纳米光子学中的逆向设计。Nature Photonics，12(11):659–670，2018年。[19] Tyler W Hughes、Momchil Minkov、Victor Liu、Zongfu Yu 和 Shanhui Fan。迈向大面积金属透镜全波仿真的路径展望。Applied Physics Letters，119(15):150502，2021年。[20]Tianyu Wang、Mandar M Sohoni、Logan G Wright、Martin M Stein、Shi-Yuan Ma、Tatsuhiro Onodera、Maxwell G Anderson 和 Peter L McMahon。利用多层非线性光学神经网络进行图像传感。Nature Photonics，页码 1–8，2023年。

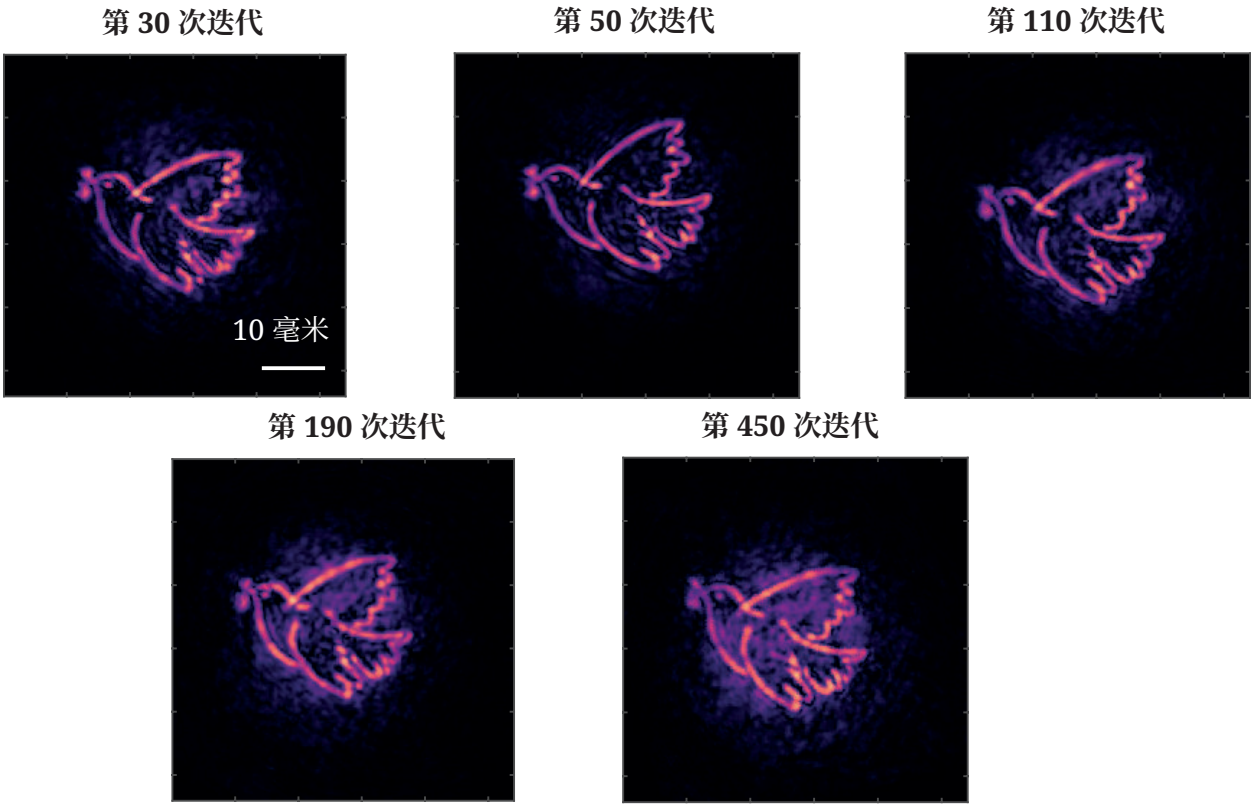


图 S1：对 5 个透镜进行实验测得的声场。这些透镜是在对第 30、50、110、190 和 450 次迭代的梯度下降输出进行二值化后制作的。

基于物理的声学全息图——补充信息

梯度下降迭代与过拟合

对于图 4 所示的示例，观察到在本研究所用的 Adam 优化器参数下，梯度下降在 ∼50 次迭代内收敛至高度二值化的分布。通过对介质参数应用简单的阈值处理，并对所得二值结构进行 3D 打印，即可制作出该分布。继续进行梯度下降会使结构进一步变化，同时损失略有降低。

为检验哪次迭代在实验中表现最佳，我们选取第 30、50、110、190 和 450 次迭代的结果制作了 5 个全息图。按照第 III 节所述的装置对每个全息图进行实验测量，各全息图的声场如图 S1 所示。从第 30 次迭代到第 50 次迭代，输出场的保真度有所提高。这是因为在第 30 次迭代时，材料分布尚未完全二值化，因此在准备制作文件时会引入误差。采用亚波长抖动[13], 或许可以减小这种差异，但这会增加技术复杂性。超过第 50 次迭代后，实验测得声场的保真度开始下降，而这一变化并未被模型预测到。

为研究这一差异，使用 k-Wave 工具箱 [15] 通过梯度下降不同迭代次数得到的全息图进行了时域仿真。从每次仿真中使用滑动时间窗提取全息图之后的 2 MHz 声场，并使用角谱法（角谱法）传播至目标深度。图 S2 展示了每个全息图与稳态场的相关系数随时间的变化。

随着梯度下降迭代次数增加，声场收敛至稳态的速度会越来越慢。这表明，该模型在全息图轮廓中采用了更高程度的多重散射。这类结构对制造误差所造成的数值模拟与实验结果不匹配更加敏感，因此实验表现更差。可以像本文这样，选择较早的一次迭代，使全息图的二值化误差较小，从而避免这一问题。未来可以对梯度下降进行正则化，以消除这种现象，例如在时域中进行优化，并对传播声场进行加窗处理。

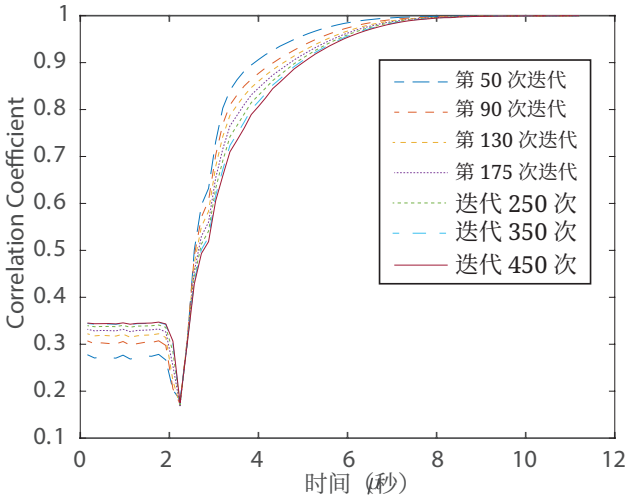


图 S2：通过时域 k-Wave 仿真评估的 7 个不同全息图中，2 MHz 窗口化声场在目标深度处的相关系数随时间的变化。

经颅聚焦

如图 S3 所示，我们进行了一次数值实验，以考察基于物理的全息图用于经颅聚焦的潜力。设计全息图，使其在像差体后方形成与论文正文实验中相同的目标（鸽子）。声源为一个直径 25.4 mm 的 PZT 换能器，频率为 2 MHz，透镜厚度和直径分别为 6 mm 和 50 mm，目标深度距声源表面 24.7 mm。图 S3 (a) 和 (d) 所示的像差体结构根据一份离体颅骨的 CT 扫描图像改编而成。全息图通过在单个亥姆霍兹求解器计算域中进行反向传播来优化，该计算域同时包含全息图和颅骨。因此，模型充分考虑了全息图内部以及全息图与颅骨之间的波相互作用。采用基于物理的方法，可以在像差体后方的目标深度清晰地形成鸽子图案（图 S3 (a-c)）。作为对比，我们还针对相同参数设计并模拟了一个薄元件全息图。对于薄元件全息图，先通过像差体进行反向传播，再进行相位共轭。薄元件近似的简化假设以及模型中未考虑颅骨与全息图之间的混响，这两者引入的误差导致目标场的实际重建出现显著像差（图 S3 (d-f)）。

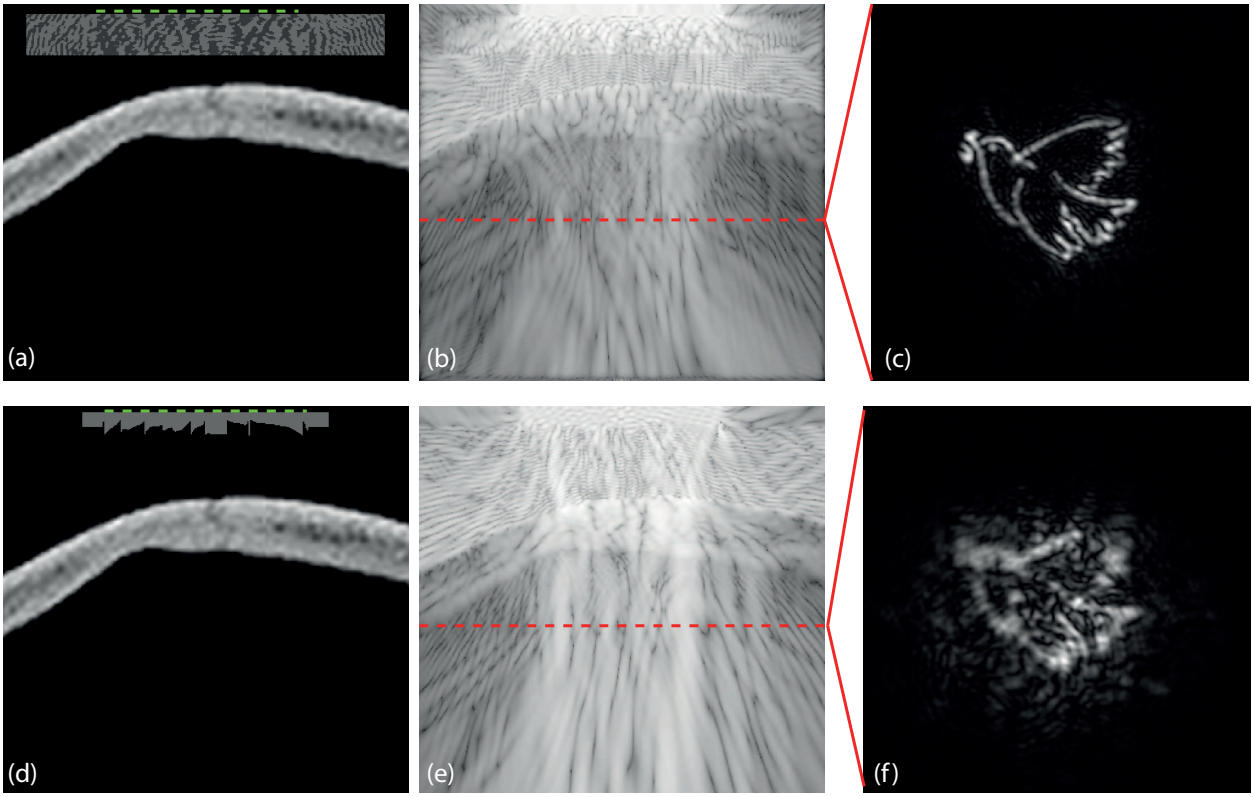


图 S3：展示基于物理的全息图在经颅聚焦方面潜力的数值实验。（a）穿过基于物理的全息图和像差体的横截面上的声速。声源以虚线表示。（b）使用 k-Wave 工具箱模拟同一横截面所生成的声压。红色虚线表示目标深度。（c）基于物理的全息图在目标深度上生成的声压。目标分布得到了清晰实现。（d）穿过薄元件全息图和像差体的横截面上的声速。声源以虚线表示。（b）使用 k-Wave 工具箱模拟同一横截面所生成的声压。红色虚线表示目标深度。（c）薄元件全息图在目标深度上生成的声压。由于对相关物理过程建模不完整，目标分布受到显著像差的影响。

此图“simulation_setup.png”以“PNG 格式”提供，来源：

http://arxiv.org/ps/2305.03625v1

此图“stream.jpg”以“jpg”格式提供，来源：

http://arxiv.org/ps/2305.03625v1