arXiv:2305.04231v1 [econ.TH] 7 May 2023

# 私人实验、数据截断与可验证披露

娄一川*

初步且尚不完整

2023年5月9日

摘要

发送者希望通过呈现从一系列私人实验中获得的证据来说服接收者。发送者可以完全灵活地选择实验，并根据私人实验历史作出调整。发送者可以可信地披露每项实验结果，但无法证明自己是否已披露全部信息。通过要求“连续披露”，我首先表明，私人序贯实验问题可以重新表述为一个静态问题：发送者选择单一信号来了解状态。基于这一观察，我推导出信号在均衡中被选取的必要条件，继而确定此类信号所诱导的信念集合。最后，我根据受该集合约束的价值函数凹化，刻画发送者最优信号。

* 经济学系，东京大学。电子邮件：yichuanlou@e.u-tokyo.ac.jp。

DepartZH

# 1 引言

本文研究这样一种情形：一位代理人（发送者）寻求证据，以说服另一位代理人（接收者）采取某些行动。证据由一系列私人实验生成，发送者可以根据实验历史灵活设计每项实验。发送者可以可信地披露每一项证据，但无法证明自己是否已披露全部信息。发送者可以选择通过“右截断”或“右删失”来隐瞒信息：披露此前所有证据是揭示某项特定证据的必要条件，但可以将之后的任何证据继续隐瞒。对数据施加右截断限制也称为“连续披露”，因为发送者不能以不连续的方式挑选实验结果。

现实生活中有许多例子表明，数据必须从时间 0 开始连续披露，直至某个截断点，且不能选择性地披露某些数据点。一个例子是财务报告，其中公司选择发布有关其财务表现的信息。在这种情况下，公司可以披露截至某个时间点之前的所有相关财务信息，但不一定披露之后产生的任何信息。同样，在科学研究中，研究者收集并分析数据，可能只报告截至某个内生截断日期所收集的数据，而忽略该日期之后收集的任何数据。在这两种情况下，连续披露的要求旨在降低数据操纵的风险。

本文聚焦于此类证据收集与披露博弈的均衡结果。我研究均衡中产生并披露的信息类型，并从发送者的角度刻画最优证据收集。

为实现这一目标，我考虑发送者（男性）与接收者（女性）之间的一种沟通博弈。起初，发送者并不知情，与接收者持有相同的先验信念。发送者秘密获取有关世界状态的信息。具体而言，他可以进行一系列实验，并根据过去的实验来调整每项实验的特征。选择停止实验后，发送者可以

按照上文所述的右截断方式披露实验结果。接收者观察发送者的消息，然后采取行动。

本文的主要结果如下：

(A) 通过要求“连续披露”，我发现，私人序贯实验问题可以重新表述为一个静态问题：发送者选择一个信号来了解状态，且没有第二次机会。

(B) 发送者没有进一步获取信息的动机这一条件，缩小了均衡中可诱导的信念集合。这一发现使我能够采用沟通文献中常用的信念分析方法。更具体地说，发送者在最优信号下的收益，恰好等于其效用函数在这些信念上的凹化，并在先验处取值。

相关文献。关于可验证信息的策略性／自愿披露，最早可追溯至Grossman 和 Hart (1980年）、Grossman (1981年）以及Milgrom (1981年），他们确立了“逐步揭示”结果：在任何均衡中，发送者都会完全披露其信息——如果某些类型选择 pooling，其中至少有一种类型“优于”平均水平，因此会倾向于自我披露。这一结果依赖于若干假设，包括各方共同知道发送者是在外生地获得私人信息、披露没有成本且信息可验证。与这类文献不同，我表明，如果私人信息是内生获取且秘密搜集的，那么均衡中几乎所有信息都会被披露；如果存在一个信息被隐瞒的均衡，其结果必定与另一个信息被完全披露的均衡相同。[1]

本文对若干说服文献有所贡献，这些文献研究证据的生成如何内生决定。Brocas 和 Carrillo (2007), Felgenhauer 和 Schulte(2014), Felgenhauer 和 Loerke (2017), Henry 和 Ottaviani (2019), 以及Herresthal (2022) 考察信息获取按顺序进行的环境：发送者每个时点都会决定继续实验还是停止实验。

[1]信息获取的隐蔽性并非实现完全揭示的必要条件。Gentzkow and Kamenica(2017b）例如，在公开情形下也得出了类似的结果。

在对称信息框架下（即实验及其结果均可公开观察），Brocas 和 Carrillo(2007) 和 Henry 和 Ottaviani (2019) 表明，当发送者控制公共信息流时，解的结构与Kamenica 和 Gentzkow (2011) 所刻画的结构密切相关。若假设实验是隐蔽进行的（实验及其结果均为私人信息），Felgenhauer 和 Schulte (2014), Felgenhauer 和 Loerke(2017) 以及 Herresthal (2022) 研究了按顺序收集信息并披露私人观察结果的激励。本文的一项贡献是，通过强制实行“连续披露”并限制发送者认证其所进行实验的能力，指出动态博弈可以等价地转化为一个便于简单分析的静态博弈。

另一支文献考察信息获取为一次性的环境；发送者受限于只能进行一次实验。Gentzkow and Kamenica (2017b研究了披露模型中的公开证据获取，其中每种类型都能完美地自我认证，并证明披露要求从不改变均衡结果的集合。DeMarzo, Kremer, and Skrzypacz (2019年) 和 Shishkin (2023) 在 Dye (1985) 和 Jung andKwon (1988年) 的自愿披露模型中，将发送者的证据内生化，并设定空结果具有正概率。 Henry (2009年) 研究了私人实验，其中发送者在事前选择进行多少有成本的研究，涵盖公开和隐蔽两种情形。他指出，在后一种情形下，发送者或许会被诱导进行额外研究，以抵消接收者关于披露具有选择性的推断。 Escud´e (2023) 探讨了一个比较静态问题：获取和披露信息的激励如何取决于所获信息的可验证性。

# 2 一个引例

考虑一位正在与院长协商加薪事宜的助理教授。院长正在考虑是给予小幅加薪、大幅加薪，还是维持现状。院长希望根据教授的研究情况来决定薪酬，而教授的研究可能是好，也可能是不好。如果院长认为研究良好的概率至少为 $4/5$ ，她就会给予大幅加薪；如果她认为研究不好的概率至少为 $3/5$ ，她就会维持现状。对于处于这两种情况之间的信念，院长会提供小幅加薪。另一方面，无论世界状态如何（即教授的研究情况如何），如果教授没有获得加薪，其效用为0；如果获得小幅加薪，其效用为1；如果获得大幅加薪，其效用为 $6/5$ 。教授和院长共享一个先验信念，即 $Pr(good) = 1/5$。

为了说服院长加薪，教授提供了其源自实验的研究证据。可以将实验的选择视为一系列决策：是否就当前研究举办系研讨会、将近期论文投给哪本期刊、是否进入高级职位市场并获得一些外部聘用邀请，等等。我将实验形式化为定义在某个实验结果集合上的分布 $\lambda(\cdot|good)$ 和 $\lambda(\cdot|bad)$。

首先考虑公共实验：实验历史是共同知识。教授私下观察实验结果，然后通过可验证信息策略性地披露这些结果。Kamenica 和 Gentzkow (2011年)表明，这种公共获取私人信息的表述所产生的均衡结果，与他们的完全承诺模型所产生的结果相同；此外，该模型还要求教授如实披露其私人信息。利用他们的结果，可以推知

教授最优地选择一个二元实验，记为 $\lambda_1$:

$$\lambda_1(g_1|good) = 1 \quad \lambda_1(g_1|bad) = 3/8$$
$$\lambda_1(b_1|good) = 0 \quad \lambda_1(b_1|bad) = 5/8.$$

因此，院长会以 50 的概率给予小幅加薪，并以 50 的概率维持现状。

接下来，考虑私人实验：教授私下按顺序进行任意数量的实验（数量取决于他从先前实验结果中了解到的信息），并有选择地披露结果。教授进行前 $t$ 次实验后的实验历史记为 $h_t = \{(\lambda_i, y_i)\}_{i=1}^t$，其中 $y_i$ 表示 $\lambda_i$ 的第 $i^{th}$ 个实验结果。我假设教授不能操纵或捏造实验结果。从这个意义上说，$(\lambda_i, y_i)$ 是“硬”信息。然而，教授可以按“时间顺序”隐瞒实验结果：若他想隐瞒第 $i^{th}$ 个实验的实验结果（$\lambda_i, y_i$），就必须隐瞒该实验之后的所有结果。换句话说，教授发送的消息采用右截断形式——若要披露某个实验结果，他也必须披露此前的所有结果。举例来说，假设教授先将论文投给一家顶级期刊并遭到拒稿，随后又投给一家二流期刊并被接受。那么，如果教授想披露论文已被接受，院长有权知道教授最初遭到顶级期刊拒稿。

如今众所周知，贝叶斯劝说（或等价地说，此处的公开实验）为发送者从任何可能的通信协议中获得的发送者收益设定了上限。这自然引出了一个问题：当实验变为私下进行时，教授是否也能实现这一上限。事实证明，答案是否定的。为说明这一点，假设院长预期教授会进行 $\lambda_1$，在观察到任一实现值后停止，并如实传达实验结果。如果 $\lambda_1$的结果是 $b_1$，那么教授会按照预期立即停止，并报告 $b_1$。这是因为

教授无法通过继续实验并希望获得某个正面结果以供披露而获益——他必须报告 $b_1$ ，这会导致后验信念 $Pr(good) = 0$。相比之下，如果 $\lambda_1$ 的结果是 $g_1$，教授可以秘密偏离预定方案，运行第二个实验，记为 $\lambda_2$:

$$\lambda_2(g_2|good) = 1 \quad \lambda_2(g_2|bad) = 0$$

$$\lambda_2(b_2|good) = 0 \quad \lambda_2(b_2|bad) = 1.$$

也就是说，教授还会进行一次完全信息实验，使得状态不再存在任何不确定性。然后，如果 $\lambda_2$ 的结果是 $g_2$，教授就可以通过在$(\lambda_1, g_1)$后附上$(\lambda_2, g_2)$来“出其不意”地向院长揭示信息，从而使院长以概率1相信这项研究是 $good$ ，并为教授带来最高收益 $6/5$。如果 $\lambda_2$ 的结果是 $b_2$，教授则可以只报告$(\lambda_1, g_1)$，仍能确保获得1的收益。因此，院长知道教授会进行额外的私人实验，并且如果第二次实验失败，就会揭示$(\lambda_1, g_1)$，所以不会照单全收所揭示的证据$(\lambda_1, g_1)$。

然而，教授可以通过进行以下单次实验来消除院长的怀疑，该实验记为 $\lambda_1'$:

$$\lambda_1'(g_1|good) = 1 \quad \lambda_1'(g_1|bad) = 1/16$$

$$\lambda_1'(b_1|good) = 0 \quad \lambda_1'(b_1|bad) = 15/16.$$

事实上，不难看出，在实验 $\lambda_1'$ 下，教授不再有动机通过进行额外的私人实验并隐瞒不利结果来偏离策略。因此，院长会以40%的概率给予大幅加薪，以60%的概率维持现状。如下文所示，这是教授通过序贯私人实验所能做到的最好结果。

图1 可视化 概括了这个例子。由于状态是二元的，我确定了院长的职位。 -

先验信念 $\mu$ 及其赋予教授的研究为优质的概率， $Pr(good)$。将这一概率置于横轴，图中绘出了教授通过无信息沟通、贝叶斯劝说（等价于公共实验）和私人序贯实验所能获得的最高价值。也就是说，图中绘出了教授的价值函数（左图）、其凹包络（中图），以及红色阴影区域上的凹包络（右图）。如下文所示，这片红色阴影区域代表所有“额外学习证明”的信念；在这些信念下，教授更倾向于真实披露，而不是继续获取信息后再进行选择性披露。

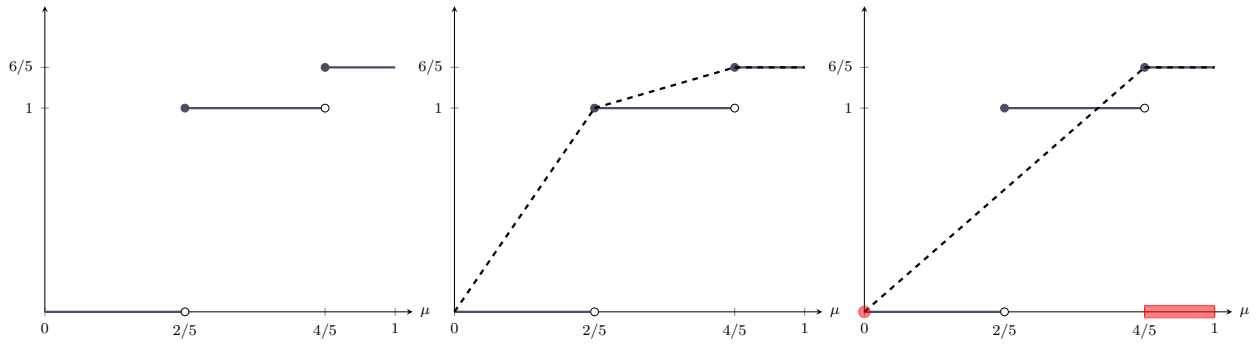


图1：教授—院长例子。

# 3 模型

我分析一个包含两名玩家的博弈：发送者（男性）和接收者（女性）。两名玩家的收益都取决于接收者的行动 $a \in A$ 以及未知的世界状态 $\omega \in \Omega$。因此，发送者和接收者分别具有如下效用函数 $v: A \to \mathbb{R}$ 和 $u: A \times \Omega \to \mathbb{R}$，并且双方都旨在最大化期望收益。[2]

我对模型施加了一些技术性限制。发送者和接收者共享一个先验$\mu_0 \in \Delta(\Omega)$。$\Omega$ 和 $A$ 均为紧致可度量空间。双方的效用函数都是连续的。对于关于 $\omega$ 的任意给定信念，我假设接收者具有唯一的最优行动，即对于所有 $\mu \in \Delta(\Omega)$， $a^*(\mu) \equiv \arg\max_{a \in A} E_\mu[u(a, \omega)]$ 是单值的。当接收者

[2]发送者具有状态无关偏好的假设在硬证据沟通文献中很常见（例如，Glazer and Rubinstein (2004)、Hart, Kremer, and Perry(2017)、Rappoport (2022)）。

持有某种信念 $\mu$，发送者的效用为

$$\hat{v}(\mu) \equiv v(a^*(\mu)).$$

## 3.1 原始博弈

实验。一个（Blackwell）实验 $\lambda$ 由一个足够大的实验结果空间 $Y$ 和一族定义在 $Y$ 上的分布 $\{\lambda(\cdot|\omega)\}_{\omega\in\Omega}$ 组成。令 $\Lambda$ 表示所有实验的集合。

原始博弈。原始博弈是一个私人实验的序贯博弈。发送者可以使用 $\Lambda$ 中的所有实验。他可以根据需要进行任意多次实验。在给定状态的条件下，实验结果相互独立地抽取。进行前 $t$ 次实验后的实验历史记为 $h_t = \{(\lambda_i, y_i)\}_{i=1}^t$。在每个 $h_t$，发送者可以继续实验并进行一次额外实验，也可以停止实验并发送一条消息 $n$。可行消息集合将在下一段中说明。接收者观察消息 $n$，但无法观察发送者停止实验时的实验历史。随后，接收者采取行动。

截断式消息传递。发送者无法操纵或捏造实验结果——每项结果都是“硬”信息。不过，他可以通过“右截断”来隐瞒实验结果：要披露某项特定证据，就必须披露此前的所有证据，但可以隐瞒此后的任何证据。形式上，令$n = \{(\lambda_i, y_i)\}_i$ 表示发送者的消息。[3] 若消息 $n = \{(\lambda_i, y_i)\}_i$ 在历史 $h_t = \{(\lambda_i, y_i)\}_{i=1}^t$下是（右）截断可行的，则 $n \subset h_t$，并且还有，对于所有 $1 \leq i \leq j$，$(\lambda_j, y_j) \in n$ 意味着 $(\lambda_i, y_i) \in n$。记 $N(h_t)$ 为截断可行消息的集合

[3]注意，接收者观察到的不仅是消息中包含的结果，还包括生成这些结果所用实验的精度。

在 $h_t$ 处。我假设 $N(h_t)$ 始终包含空历史，记作 $\emptyset$。

由于发送者的消息采取了右截断实验历史的形式，我有时将这种披露要求称为“连续披露”。

策略与均衡。发送者的策略规定了他在每个可能观察到的实验历史 $h_t$ 处的行为。在每个 $h_t$处，发送者可以继续进行实验，并选择精度依赖于历史的后续实验；也可以停止实验并发送消息。接收者的策略规定了她对每条可能观察到的消息采取的行动。均衡概念是纯策略下的弱序贯均衡，即满足序贯理性和弱信念一致性的均衡。为避免重复，后文将在对偶表述中给出更多细节。

## 3.2 替代博弈

本节考察另一种环境：发送者事先一次性选择收集多少信息，从而使信息获取成为静态过程。博弈的其余部分保持不变，但仍有一个重要问题尚未明确：如果发送者暗中偏离，改做精度不同且实验结果也不同的实验，那么他发送消息时如何假装自己没有偏离？

为了明确这种包含一次性证据收集的披露博弈，我需要重新表述所有实验构成的集合的定义，以消除这种歧义。以下表述可以解决这个问题。

信号。信号 $\pi$ 是扩展的状态空间 $\Omega \times [0,1]$ 使得 $\pi \subset S$，其中$S$ 是 $\Omega$ 的非空勒贝格可测子集的集合 $\times [0,1]$ (Green and Stokey1978；Gentzkow andKamenica 2017a，b）。元素 $s \in S$ 是一个信号实现。对此形式化表述的解释是，随机变量 $x$从 $[0,1]$,中均匀抽取，并根据状态决定信号实现； $s$

给定 $\omega$， $Pr(s|\omega) = \ell(\{x|(\omega, x) \in s\})$，其中 $\ell(\cdot)$ 表示勒贝格测度。将$\mu_s$ 记为关于 $\omega$ 在条件 $s$下的后验信念。[4]

令 $\Pi$ 为所有信号的集合。图 2 展示了信号的定义。在此例中，$\Omega = \{L, R\}$ 且 $\pi = \{l, r\}$，其中 $l = (L, [0, 0.75]) \cup (R, [0, 0.25])$，并且$r = (L, [0.75, 1]) \cup (R, [0.25, 1])$。因此，信号 $\pi$是 $\Omega \times [0, 1]$的一个划分，且信号实现的状态特定似然为 $Pr(l|L) = Pr(r|R) = 0.75$。

称 $\pi'$ 精炼 元素 $s$ 属于 $\pi$，如果存在 $\pi'$的一个子集，记作 $\mathcal{P}$，使得$s = \cup_{s' \in \mathcal{P}} s'$。将任何这样的 $s'$ 称为 下层元素 属于 $s$。因此，如果 $\pi'$ 是 $\pi$的精炼，记作 $\pi' \trianglerighteq \pi$，当且仅当 $\pi'$ 精炼 $\pi$的每个元素。[5] 图 2 展示了这样一个信号$\pi'$。

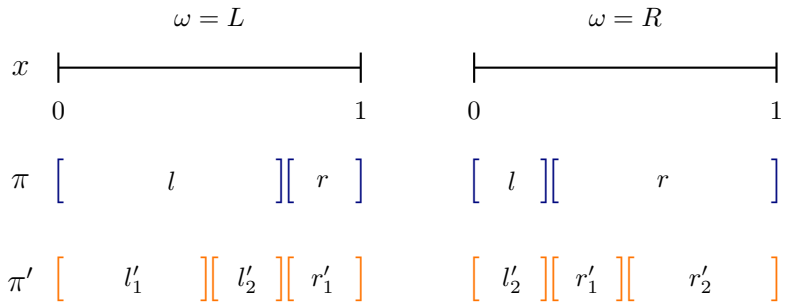


图 2：信号是 Ω 的划分 $\times [0, 1]$。

替代博弈的时序。博弈开始时，发送者选择一个信号 $\pi$，接收者无法观察这一选择。发送者私下观察到一个实现值 $s$（称为发送者的“类型”），随后向接收者发送一条消息 $m \in M^{\pi}(s)$，其中$M^{\pi}(s)$是在给定 $\pi$ （如下所述）的情况下，类型 $s$ 可用的消息集合。接收者观察消息并选择一项行动。请注意，尽管发送者可以完全自由地收集证据，但只能获取一个信号。因此，他的实验问题是静态的。

[4]对于任意 $s$，若 $Pr(s) = \sum_{\omega \in \Omega} Pr(s|\omega)\mu_0(\omega) > 0$，则有 $\mu_s(\omega) = \frac{Pr(s|\omega)\mu_0(\omega)}{Pr(s)}$。[5]细化序意味着 Blackwell 信息序（Green and Stokey 1978；Brooks、Frankel 和 Kamenica 2022）。

证据结构。不失一般性，我假设消息空间就是类型空间 $S$，并将类型为 $s$ 的人发送消息 $s'$ 解释为 $s$ 伪装成 $s'$。我将 $M$ 称为环境的证据系统，并将其视为一个原始要素。令 $M^\pi$表示所选信号为 $\pi$时的（依赖于信号的）证据结构。对于信号 $\pi$的任意实现值 $s$，$M^\pi$为 $s$指定一个集合 $M^\pi(s) \subset S$，作为可行消息的集合。全文中，我假设对于任意 $\pi$，$M^\pi$ 都满足以下条件：

**(C1)** 对任意 $s \in \pi$,

$$s \subset m \text{ for all } m \in M^\pi(s).$$

**(C2)** 对任意 $s \in \pi$,

$$s \in M^\pi(s).$$

**(C3)** 对任意 $s \in \pi$,且对任意以 $s$ 为细化对象的 $\pi' \in \Pi$，其中 $s = \cup_{s' \in \mathcal{P}} s'$ 且 $\mathcal{P} \subset \pi'$,

$$M^\pi(s) \subset M^{\pi'}(s') \text{ for all } s' \in \mathcal{P}.$$

**(C1)** 要求，如果在某个实现值下报告了 Ω 的一个子集 $\times [0,1]$，那么真实的实现值必须包含在该子集中。这是一种部分披露情形，在这种情形下，发送者可以“只说真话”，但不必“说出全部真相”。**(C2)** 表示发送者始终可以报告其确切类型。**(C3)** 表示，对于某个信号的任意类型，任何细化该类型的另一个信号中的较低元素都可以始终模仿该类型。

值得注意的是，接收者无法观察发送者选择了哪个信号，而发送者也无法证明这一点。[6] 此外，**(C3)**排除了发送者进行完美自我认证的可能性，因为来自另一信号的较低元素总是可以伪装成该元素。[7] 综上，替代博弈中的发送者

[6]相比之下，DeMarzo、Kremer 和 Skrzypacz (2019年）以及 Shishkin (2023) 赋予发送者为其信号提供证明的能力。[7]唯一的例外是，实现的类型呈现 $\omega \times \{x\}$ 的形式，其中 $\{x\} \subset [0,1]$ 是一个单点集。不过，这是一个零测集。

证明自己私下获知了什么的能力相当有限。然而，部分认证仍然可行：通过发送一条消息 $m$，其中包含 $s \subset m$，类型 $s$ 至少可以证明真实状态属于 $m$ 在状态空间 Ω 上的投影 $\text{Proj}_\Omega(m)$。

层级证据结构。给定一个信号 $\pi$，证据结构的一个特殊情形对应于所谓的层级证据结构 $M^\pi$，它除了满足 (C1)-(C3) 外，还满足

(C4)：对于任意 $s \in \pi$， $M^\pi(s) \subset 2^\pi$。

(C5)：对于任意 $s \in \pi$，对于所有 $m$， $m' \in M^\pi(s)$，要么 $m \subset m'$，要么 $m' \subset m$。

(C6)：对于任意 $s \in \pi$，以及任意满足 $s' \in \pi$ 且 $s' \subset m$ 的 $m \in M^\pi(s)$，必须有 $m \in M^\pi(s')$。

(C4) 要求，对每个类型 $s \in \pi$，可用消息的集合是 $\pi$ 的幂集的子集。(C5) 表示，给定类型的任意两条可用消息都必须彼此嵌套。最后，(C6) 表示，如果某条消息对一种类型可用且包含另一种类型，那么它也必须对后者可用。

今后，我将用“证据结构”一词来描述满足 (C1)-(C3) 的一般证据结构，用“层级证据结构”一词来描述还满足 (C4)-(C6) 的情形。

策略与均衡。令 $\sigma = (\pi, (\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi})$ 表示发送者的一种策略。它包括选择信号 $\pi \in \Pi$，以及在每个信号 $\pi'$ 后采用消息策略 $\gamma^{\pi'} : S \to \Delta(S)$，其性质是，对于每个 $s \in \pi'$，每条受支持的消息都属于 $M^{\pi'}(s)$。令 $\tilde{\mu}(m) \in \Delta(\Omega)$ 表示接收者看到消息 $m$ 时对 $\omega$ 的信念。

我采用Myerson （1991年）提出的弱序贯均衡概念。弱序贯均衡被定义为满足序贯理性和弱信念一致性的均衡，其中弱

一致性是指均衡路径上的贝叶斯一致性，以及与证据相符的路径外信念。形式上，一对（$\sigma, \tilde{\mu}$）是一个均衡，当且仅当 $\tilde{\mu}$ 满足弱信念一致性，且 $\sigma = (\pi,(\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi})$在每个信息集上都是对 $\tilde{\mu}$ 的最佳回应；也就是说，

(a) 弱信念一致性：信念映射 $\tilde{\mu} : S \to \Delta(\Omega)$ 与证据一致，并在可能时使用贝叶斯法则形成。特别地，如果 $m$是一个路径上消息，那么

$$\tilde{\mu}(m)(\omega) = \frac{\mu_0(\omega)\Big[\sum_{\{s \in \pi : m \in \text{Supp}(\gamma^\pi(s))\}} Pr(s|\omega)\gamma^\pi(s)(m)\Big]}{\sum_{\omega' \in \Omega} \mu_0(\omega')\Big[\sum_{\{s \in \pi : m \in \text{Supp}(\gamma^\pi(s))\}} Pr(s|\omega')\gamma^\pi(s)(m)\Big]} \quad \text{for all } \omega.$$

如果 $m$ 是一个路径外消息，那么

$$\text{Supp}(\tilde{\mu}(m)) \subset \text{Proj}_\Omega(m).^8$$

(b) 发送者事后最优性：对于任意 $\pi' \in \Pi$，每个 $s' \in \pi'$ 都有一个 $\gamma^{\pi'}(s')$，其支持集包含于

$$\arg\max_{m \in M^{\pi'}(s')} \hat{v}(\tilde{\mu}(m)).$$

(c) 发送者事前最优性： $\pi$ 的支持集包含于

$$\arg\max_{\pi' \in \Pi} \sum_{\omega,s,m} \mu_0(\omega) Pr(s|\omega)\gamma^{\pi'}(s)(m)\hat{v}(\tilde{\mu}(m)).$$

全文中，我将发送者在选择信号和消息策略时的策略限制为纯策略，无论是在均衡路径上还是路径外。我将博弈的结果定义为世界状态、接收者的信念、接收者的行动以及双方收益的联合分布。如果某一结果对应于一个，则该结果为均衡结果。

[8]注意，对于任意满足 $\text{Supp}(\mu') \subset \text{Proj}_\Omega(m)$ 的信念 $\mu' \in \Delta(\Omega)$，总可以找到一个元素 $s' \subset \Omega \times [0,1]$，使得 $s' \subset m$ 且 $\mu' = \mu_{s'}$。

均衡。

## 3.3 序贯实验的静态可复现性

在本小节中，我首先说明，按细化序递增的信号序列可以自然地导出一个层级证据结构。然后，我考虑一种所谓的层级替代博弈，在其中发送者选择一个按细化序排序的信号序列。我证明，原始博弈与层级替代博弈披露等价。

按细化序排序的信号序列。一个按细化序排序的信号序列 $\psi$ 是由某个长度为 $t \geq 0$的划分序列 $(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_t)$ 构成的，其中每个划分 $\pi_i$ 都比前一个划分 $\pi_{i-1}$更精细，即 $\pi_i \trianglerighteq \pi_{i-1}$。令 $\Psi$ 为所有按细化序排序的信号序列的集合。

注意，每个按细化序排序的信号序列 $\psi = (\pi_1, \ldots, \pi_t)$ 都会导出一个唯一的层级证据结构，记作 $M^\psi$:

$$M^\psi(s) \equiv \Big\{\pi_1(s), \pi_2(s), \ldots, \pi_t(s)\Big\} \quad \text{for all } s \in \pi_t,$$

其中，$\pi_i(s)$ 是包含 $s$的 $\pi_i$ 的划分元素。容易看出，每个这样的$M^\psi$都满足 (C1)-(C6)。注意，按细化序排序的信号序列 $\psi = (\pi_1, \ldots, \pi_t)$ 完全由最后一个信号 $\pi_t$ 及其导出的层级证据结构$M^\psi$确定。我将发送者选择按细化序排序的信号序列（或等价地，选择单个信号及一个层级证据结构）的博弈称为“层级替代博弈”。

下面的命题表明，原始博弈与层级替代博弈披露等价；也就是说，对于原始博弈中的每一种依赖历史的实验策略，都存在一个层级替代博弈中的按细化排序的信号序列，使二者产生相同的发送者信息结构和可用消息；反之亦然。

命题 1. 原始博弈与层级替代博弈在披露方面等价。

为避免一些繁琐却无助于加深理解的复杂细节，我省略了这个命题的证明。相反，我将借助前文的教授—院长例子和一些简单的示意图来说明主要思路。回想这个例子：教授一开始进行实验 $\lambda_1$。如果实验结果是 $b_1$，他就停止实验。如果实验结果是 $g_1$，他会再进行一次实验 $\lambda_2$，该实验有两种可能结果 $b_2$和 $g_2$。图 3展示了完整的实验过程。每段历史对应的截断可行消息如下：

$$
\begin{aligned}
N(\{(\lambda_1, b_1)\}) &= \Big\{\emptyset, (\lambda_1, b_1)\Big\}, \\
N(\{(\lambda_1, g_1), (\lambda_2, b_2)\}) &= \Big\{\emptyset, \{(\lambda_1, g_1)\}, \{(\lambda_1, g_1), (\lambda_2, b_2)\}\Big\}, \\
N(\{(\lambda_1, g_1), (\lambda_2, g_2)\}) &= \Big\{\emptyset, \{(\lambda_1, g_1)\}, \{(\lambda_1, g_1), (\lambda_2, g_2)\}\Big\}.
\end{aligned}
$$

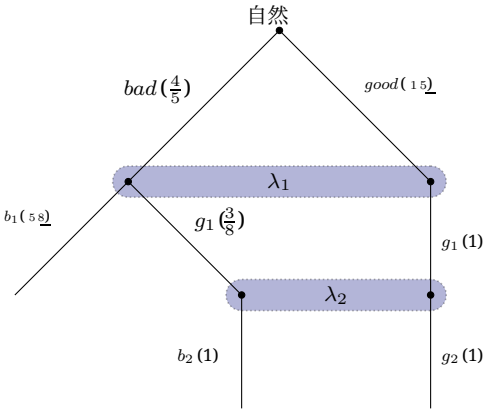


图 3：教授—院长例子。

为了再现发送者的信息结构和截断消息空间，我定义了一个按细化排序的信号序列 $\psi = (\pi_1, \pi_2)$，如图 4右侧面板所示。[9]的另一种示意图 $\psi$ 绘制为图 4左侧面板中的划分树。

[9]更具体地说，$s_1 = bad \times [0, 5/8]$、$s_2 = bad \times [5/8, 1]$和 $s_3 = good \times [0, 1]$。

诱导出的层级证据结构 $M^{\psi}$ 可表示为：

$$
\begin{aligned}
M^{\psi}(s_1) &= \Big\{ s_1, s_1 \cup s_2 \cup s_3 \Big\}, \\
M^{\psi}(s_2) &= \Big\{ s_2, s_2 \cup s_3, s_1 \cup s_2 \cup s_3 \Big\}, \\
M^{\psi}(s_3) &= \Big\{ s_3, s_2 \cup s_3, s_1 \cup s_2 \cup s_3 \Big\}.
\end{aligned}
$$

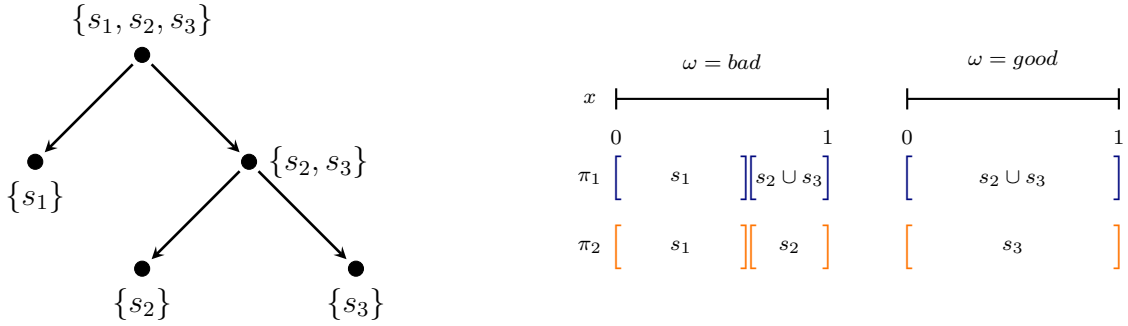


图 4：按细化排序的信号序列。

显然，在原始博弈中采用包含 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的实验计划，与在层级替代博弈中采用按细化排序的信号序列 $\psi = (\pi_1, \pi_2)$（或者等价地，采用信号 $\pi_2$ 及层级证据结构 $M^{\psi}$），会为发送者带来相同的信息结构。此外，$N(\cdot)$ 与 $M^{\psi}(\cdot)$ 之间存在一一对应关系，这意味着发送者证明其私人信息的能力相同。

命题 1 使我得以略去对原始序贯实验博弈的更复杂分析，转而聚焦于静态层级替代博弈。在层级替代博弈中，发送者实质上选择一个信号及一个层级证据结构；后者是上一小节所讨论的替代博弈的一种特殊情形。

以下我将聚焦于满足（C1）-（C3）的一般证据结构下的替代博弈。我将证明，层级证据结构所需的附加条件（C4）-（C6）不会影响均衡结果的集合。

# 4 替代博弈的均衡分析

在本节中，我对均衡策略和信念施加了若干限制，并证明这确实不会损失均衡结果。

如果发送者在博弈路径上完美揭示自己的类型，则称均衡（$\sigma, \tilde{\mu}$）为完全揭示均衡。

引理1. 限定为完全揭示均衡并不会改变均衡结果的集合。

为简洁起见，省略形式证明。不过，这条引理背后的基本思路很简单。如果在均衡路径上有多个类型发送相同的消息，那么只需将这些类型汇聚为一个类型，从而粗化信号。在新的信号下，存在一个完全揭示均衡，而且由此产生的结果与原均衡中的结果完全相同。

在完全揭示均衡（$\pi$,$(\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}$, $\tilde{\mu}$）中，发送者和接收者最终会拥有共同的后验信念。注意到 $\gamma^{\pi}(s) = s$ 可由（C2）保证始终可行，因此我可以将讨论范围限定为对所有 $s \in \pi$, $\gamma^{\pi}(s) = s$ 的情况。

我还对非均衡路径上的信念施加了一项实质性限制。具体而言，我假设，由路径外消息引发的信念会在与所发送消息相一致的约束下，使发送者的效用达到最低。

定义 1. 如果对于任意给定的非均衡路径消息 $m$，信念映射 $\tilde{\mu}$ 满足最坏路径外惩罚（弱序后验信念），则称其为最坏路径外惩罚（弱序后验信念）。

$$\tilde{\mu}(m) \in \underset{\mu \in \left\{\mu' \in \Delta(\Omega): \mathrm{Supp}(\mu') \subset \mathrm{Proj}_{\Omega}(m)\right\}}{\arg\min} \hat{v}(\mu). \tag{1}$$

首先请注意，对于任何路径外消息，弱序后验信念映射所规定的最严厉惩罚并不取决于发送者的实际类型。根据发送者的偏好

与状态无关这一假设，这意味着接收者无需了解发送者的类型，就能实施最严厉且可信的惩罚。其次，对于任何路径外消息 $m$，(1)右侧的集合并不取决于 $M$。尽管如此，任何满足(C1)-(C3)的证据系统 $M$及其依信号而定的证据结构，都会在 $m$导出相同的最严厉惩罚信念集合。

下一个结果表明，将非均衡路径上的惩罚限制为最强可信惩罚并不会造成损失。

引理2. 要求信念满足弱序后验信念，不会改变均衡结果集合。证明. 只需证明：对于任意均衡 $(\pi, (\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}, \tilde{\mu})$，将信念映射 $\tilde{\mu}$替换为以下信念规则 $\tilde{\mu}'$ 后，均衡结果保持不变：$\tilde{\mu}'(m) = \tilde{\mu}(m)$，若$m$ 处于均衡路径上；若$m$ 处于非均衡路径上，则为 $\tilde{\mu}'(m) \in \arg\min_{\mu \in \left\{\mu' \in \Delta(\Omega): \mathrm{Supp}(\mu') \subset \mathrm{Proj}_\Omega(m)\right\}} \hat{v}(\mu)$。这是因为，面对 $\tilde{\mu}$时，任何选择不发送路径外消息的（均衡路径上或非均衡路径上的）类型，在面对弱序后验信念规则 $\tilde{\mu}$时，仍有不发送该消息的激励相容性。因此，$(\pi, (\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}, \tilde{\mu}')$仍构成一个均衡，并且产生相同的均衡结果。

□

依据引理 2，我将重点讨论具有弱序后验信念映射的均衡。给定此惩罚规则，下文的引理 3 表明，当发送者偏离到另一个信号并获得一个非均衡路径信号实现时，只考虑一类简单的消息策略并不失一般性。

引理3. 令 $(\pi,(\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}, \tilde{\mu})$ 表示一个均衡。那么对于任意信号偏离 $\pi'$及其元素 $s' \in \pi'$，不失一般性，我可以将注意力限制在$\gamma^{\pi'}(s')$以 $\{s'\} \cup (\pi \cap M^{\pi'}(s'))$ 为支撑的情形。也就是说，类型 $s'$要么完全揭示其类型，要么在可行时伪装成均衡路径类型。

证明。若 $\gamma^{\pi'}(s') \in M^{\pi'}(s') \setminus \pi$，则类型 $s'$必须发送一条路径外消息。鉴于此后 $\tilde{\mu}$ 是弱序后验信念，且根据 (C1)，$\mathrm{Proj}_\Omega(s') \subset \mathrm{Proj}_\Omega(m)$，不难看出，发送者

弱偏好于报告 $s'$，而非报告任何 $m \in M^{\pi'}(s')) \setminus \pi$：

$$\min_{\mu \in \{\mu' \in \Delta(\Omega): \text{Supp}(\mu') \subset \text{Proj}_\Omega(s')\}} \hat{v}(\mu) \geq \min_{\mu \in \{\mu' \in \Delta(\Omega): \text{Supp}(\mu') \subset \text{Proj}_\Omega(m)\}} \hat{v}(\mu).$$

□

因此，引理3 给出了发送者在拥有非均衡路径私人信息（或类型）时激励的简单刻画：要么完全揭示自己的类型，要么伪装成某个均衡路径上的类型。

由于发送者选择信号的过程是隐蔽的，任何通过获取不同信号而进行的偏离都无法被察觉。此外，由于所有信号构成的集合很大，要确定发送者可能偏离到哪些信号可能很困难。然而，下一个结果大大简化了分析：只需检查发送者是否愿意偏离到精炼序关系中的信号。

引理4。设（$\pi$，（$\gamma^{\pi'}$）$_{\pi' \in \Pi}$）和 $\tilde{\mu}$ 分别表示一个策略组合和一条信念规则。那么，如果从信号 $\pi$ 偏离到另一个作为 $\pi$精炼的信号并无有利可图的偏离，那么从 $\pi$ 偏离到任何信号也都不会有有利可图的偏离。

证明。令 $\pi'$ 表示一个不同的信号，它不是 $\pi$的精炼。只需证明，发送者可以通过将 $\pi'$ 替换为另一个精炼自 $\pi$的信号 $\pi''$，获得至少同样好的结果。根据 $\pi'$的定义，存在一个满足 $s' \notin \pi$的类型 $s' \in \pi'$。于是必定存在 $\pi$的一个子集，记为 $\mathcal{P} \subset \pi$，使得对所有 $s \in \mathcal{P}$都有 $s \cap s' \neq \emptyset$，且 $s' \subset \cup_{s \in \mathcal{P}} s$。这意味着，根据（C1），任何消息 $m \in M^{\pi'}$（$s'$）都是非均衡路径上的。根据引理3，类型$s'$ 弱偏好于完全揭示自身。注意，对于所有 $s \in \mathcal{P}$，当$\tilde{\mu}$ 为弱序后验信念时，$\hat{v}$（$\tilde{\mu}$（$s'$））$\leq \hat{v}$（$\tilde{\mu}$（$s$））。因此，发送者可以将信号实现 $s'$替换为相应的信号实现集合 $\{s \cap s'\}_{s \in \mathcal{P}}$，从而获得至少同样好的结果。重复这一过程，直到 $\pi'$中的所有此类类型 $s'$ 都已处理完毕，由此生成一个新信号，记为 $\pi''$。显然，发送者弱偏好于 $\pi''$ 而非 $\pi'$；此外，$\pi''$ 是 $\pi$的精炼，由此完成

证明。[10] □

引理 4 指出了在发送者的信号选择阶段需要检验的唯一一类偏离。这使我能够大大简化博弈分析。通过推导有利的信号偏离存在的充分必要条件，我进一步简化了分析。

引理 5。令 $(\pi,(\gamma^{\pi'})_{\pi'\in\Pi})$ 和 $\tilde{\mu}$ 分别表示策略组合和信念规则。那么，$\pi'$ 是从 $\pi$ 出发、在 $\pi' \trianglerighteq \pi$ 下有利的信号偏离，当且仅当 $\pi'$ 蕴含一个信号实现值$s' \subsetneq s \in \pi$，使得 $\hat{v}(\tilde{\mu}(s')) > \hat{v}(\tilde{\mu}(s))$。此外，$\text{Proj}_\Omega(s')$ 必须是 $\text{Proj}_\Omega(s)$ 的真子集。

为简洁起见，省略了形式证明。偏离 $\pi$ 至 $\pi'$ 的基本思路很简单。举例来说，假设 $\pi'$ 包含两个信号实现值 $s'$ 和 $s''$，满足 $s = s' \cup s'' \in \pi$且$\hat{v}(\tilde{\mu}(s')) > \hat{v}(\tilde{\mu}(s))$。给定 $\pi'$，当信号实现值为 $s'$时，发送者报告 $m = s'$，这会使偏离被发现，并促使接收者采取更好的行动，即便接收者会施加最严厉的惩罚也是如此。当信号实现值为 $s''$时，发送者报告 $m = s$；根据(C3)，这是可行的，且偏离不会被发现，因此接收者仍会按照发送者的真实类型为 $s$ 来行动。

结合引理1-5，我可以在不损失均衡结果的前提下，将注意力限制在具有以下性质的特定形式的均衡类（$\pi,(\gamma^{\pi'})_{\pi'\in\Pi},\tilde{\mu}$）上：

**(P1)** 对所有 $m \in \pi$,

$$\tilde{\mu}(m)(\omega) = \frac{\mu_0(\omega)\ell(\{x|(\omega,x)\in s\})}{\sum_{\omega'\in\Omega}\mu_0(\omega')\ell(\{x|(\omega',x)\in s\})} \quad \text{for all } \omega.$$

[10]更准确地说，$\pi''$ 根据构造也是 $\pi'$ 的精炼。事实上，我可以将 $\pi''$ 写作 $\pi'' = \pi \vee \pi'$，其中 $\vee$ 表示并，也就是说，$\pi \vee \pi'$ 是 $\pi$ 和 $\pi'$共同的最粗精炼。

对于所有 $m \notin \pi$,

$$\tilde{\mu}(m) \in \underset{\mu \in \{\mu' \in \Delta(\Omega):\mathrm{Supp}(\mu') \subset \mathrm{Proj}_\Omega(m)\}}{\arg\min} \hat{v}(\mu).$$

(P2) 对所有 $s \in \pi$, $\gamma^\pi(s) = s$，且其支撑于

$$\underset{m \in M^\pi(s)}{\arg\max}\, \hat{v}(\tilde{\mu}(m)).$$

(P3) 不存在满足 $\mathrm{Proj}_\Omega(s') \subsetneq \mathrm{Proj}_\Omega(s)$ 的 $s' \subsetneq s$，使得 $\hat{v}(\tilde{\mu}(s')) > \hat{v}(\tilde{\mu}(s))$。

从此处起，我将聚焦于满足 (P1)-(P3) 的均衡。

# 5 基于信念的方法

回顾一下，引理 5 为信号选择阶段存在有利可图的偏离提供了一个简单的充要条件。具体而言，给定策略组合 $(\pi, (\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi})$ 和信念规则 $\tilde{\mu}$，如果不存在实现值 $s \in \pi$ 和一个较低元素 $s' \subsetneq s$同时满足 $\mathrm{Proj}_\Omega(s') \subsetneq \mathrm{Proj}_\Omega(s)$ 以及 $\hat{v}(\tilde{\mu}(s')) > \hat{v}(\tilde{\mu}(s))$，发送者就不会暗中偏离到另一个信号。

事实证明，这一条件可以等价地改写为信念空间中的条件。为说明这一点，令 $\mu$ 表示当信号 $\pi$ 中的某个类型 $s$ 选择完全揭示其类型时接收者的后验信念。相应地，令 $\mu'$ 表示发送者偏离到另一个信号，并在实现值为 $s' \subset s$ 时选择如实揭示该值后，接收者的后验信念。对于任何满足 $\mathrm{Supp}(\mu') \subsetneq \mathrm{Supp}(\mu)$ 的此类 $\mu'$，若 $\hat{v}(\mu) \geq \hat{v}(\mu')$，则该偏离无利可图。

因此，不存在来自某个信号的有利可图的偏离，等价于要求该信号所诱导的后验信念具备上述性质，我将在下文称之为“额外学习证明”。

定义 2. 若信念 $\mu \in \Delta(\Omega)$ 满足以下条件，则称其为额外学习证明（ALP）：

$$\hat{v}(\mu) \geq \underset{\mu' \in \left\{\mu'' \in \Delta(\Omega): \mathrm{Supp}(\mu'') \subsetneq \mathrm{Supp}(\mu)\right\}}{\arg\min} \hat{v}(\mu').$$

换言之，如果发送者无法通过暗中获知一个按精炼顺序更高的信号，并随后仅在收到好消息时才让接收者感到意外（发送路径外消息，从而严格提高其相较于均衡路径收益的收益），那么信念 $\mu$ 就满足 ALP 性质。令 $\Gamma^{ALP} \subset \Delta(\Omega)$ 表示所有额外学习免疫信念的集合。

上述讨论表明，可以像沟通文献中常见的做法那样，通过“基于信念的方法”来分析该模型。[11] 这种方法用接收者后验信念的事前分布取代发送者的策略和信念系统。显然，每个策略组合（$\pi$，$(\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}$）和信念规则 $\tilde{\mu}$ 都会生成接收者后验信念的一个分布，$\tau \in \Delta(\Delta(\Omega))$。根据贝叶斯法则，该后验分布的平均值等于先验，$\mu_0$；也就是说，$\sum_{\mathrm{Supp}(\tau)} \mu\tau(\mu) = \mu_0$。此外，引理5 表明，如果 $\tau$ 由某个均衡诱导，那么它的支撑集必定包含于集合 $\Gamma^{ALP}$ 之中。$\tau$ 本文的以下主要定理正式阐述了这一结论，并证明其逆命题也成立。

令 $(\tau, \nu)$ 表示一个数对，分别代表接收者的后验分布 $\tau$ 和发送者的事前期望收益 $\nu$。

定理 1. 如果 $(\pi、(\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}、\tilde{\mu})$ 是一个均衡，那么由此产生的数对 $(\tau, \nu)$ 必须满足

(I) $\tau$ 是 $\mu_0$ 在 $\Gamma^{ALP}$ 上受到支持的均值保持扩散，并且

(II) $\nu = E_{\tau}\hat{v}(\mu)$。

反过来，如果一对 $(\tau, \nu)$ 满足 (I) 和 (II)，那么必定存在一个均衡能够促成它。

[11] 例如，参见 Kamenica 和 Gentzkow(2011年）以及 Lipnowski 和 Ravid (2020年) .

定理 1 背后的关键观察是，可以将任意一个以 $\Gamma^{ALP}$ 为支撑集的后验信念贝叶斯可行分布转化为一个均衡信号。该定理还给出了一个便捷的公式，用于确定发送者的最大均衡价值——只需在满足（$I$）的后验信念分布中进行搜索，如下所示。

$$\max_{\tau \in \Gamma^{ALP}} E_\tau \hat{v}(\mu)$$
$$\text{s.t.} \quad \sum_{\text{Supp}(\tau)} \mu\tau(\mu) = \mu_0.$$

扩展Aumann 和 Maschler (1995) 和 Kamenica 和 Ge ntzkow (2011年)，上述最优化问题给出了对发送者最大均衡价值的有用几何刻画，我将在下面的推论 1 中介绍这一刻画。还需要再给出一些定义。设 $W \subset \Delta(\Omega)$ 是信念空间的任意子集。定义 $V_W$ 为$W$-凹化 $\hat{}v$，即在定义域 $W$上逐点大于 $\hat{}v$ 的最小凹函数。令 $\nu^*$ 表示发送者的最大均衡价值。

推论 1。发送者的最大均衡价值由 $\hat{}v$ 在 $\Gamma^{ALP}$ 上支撑的凹包络给出；也就是说，

$$\nu^* = V_{\Gamma^{ALP}}(\mu_0).$$

# 6 二元状态情形

在第 5 节中，我已确定均衡中可以诱导出的信念集合，即$\Gamma^{ALP}$。然而，由于该集合对偏好集合的细节十分敏感，因此在状态空间较大时，可能难以刻画。本节将考虑该模型的二元状态版本。这样，我便可以直观呈现发送者的间接效用 $\hat{}v$、ALP 信念集合 $\Gamma^{ALP}$，以及 $\Gamma^{ALP}$- 凹化后的 $\hat{}v$， $V_{\Gamma^{ALP}}$。随后，我可以用更直观的方式说明发送者如何实现其最大均衡价值。

令 $\Omega = \{L, R\}$。由于状态空间是二元的，我在此滥用记号，将每个信念 $\mu$ 与 $Pr(\omega = R) \in [0, 1]$ 对应起来。此时，ALP 信念集合的形式很简单：

$$\Gamma^{ALP} = \{0, 1\} \cup \{\mu \in (0, 1) : \hat{v}(\mu) \geq \max\{\hat{v}(0), \hat{v}(1)\}\}.$$

图5 展示了构造 $V_{\Gamma^{ALP}}$的一个示例。在图中， $\mu$ 表示状态为 $R$的概率。将该概率置于横轴上，图中绘制了一个任意的间接效用函数$\hat{v}$ （左），以及其 ALP信念域（中）和 $\Gamma^{ALP}$上的凹包络。

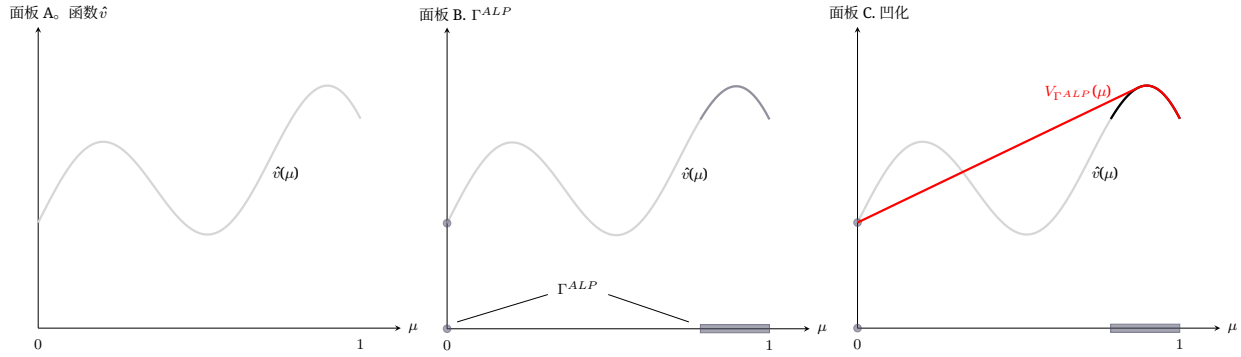


图 5：二元状态示例中凹化的示意图。

# 7 结论

本文研究一种说服情境：发送者试图凭借源自序贯私人实验的证据说服接收者，并且可以通过右截断的方式选择性地披露这些证据。我首先将动态问题转化为静态问题。然后，我使用基于信念的方法，分析发送者从此类证据收集与披露活动中获得的价值。

# A 附录

## A.1 定理证明1

当 $(\pi, (\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}, \tilde{\mu})$ 是一个均衡，且 $\tau$ 是接收者（以及发送者，参见引理1）后验信念的诱导分布时，均衡路径上的贝叶斯一致性意味着 $\sum \text{Supp}(\tau)\ \mu^{\tau}(\mu) = \mu_0$，其中 $\text{Supp}(\tau) = \{\mu_s\}_{s \in \pi}$。此外，由于 $(\pi, (\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}, \tilde{\mu})$ 是一个均衡，根据第5节开头的论证，后验分布$\tau$必须以集合 $\Gamma^{ALP}$ 为支撑集。由于双方共享后验信念，发送者的期望效用等于 $\nu = E_{\tau}\hat{}v(\mu)$。

为证明逆向结论，设 $(\tau, \nu)$ 是满足 $(I)$ 和 $(II)$ 的一对后验分布和发送者的期望效用。我将构造一个能够生成该结果的均衡。由于 $\tau$ 是 $\mu_0$的均值保持扩散，因此总存在一个能够诱导出它的信号（Green and Stokey1978）。令 $\pi$ 表示这样的信号。根据 $(P_1)$，定义信念映射 $\tilde{\mu}: S \to \Delta(\Omega)$。对于任意 $\pi' \in \Pi$，定义

$$\gamma^{\pi'}(s') = \begin{cases} s' & \text{if } \hat{v}(\tilde{\mu}(s')) > \hat{v}(\tilde{\mu}(s)) \text{ for some } s \in \pi \text{ and } s' \subset s, \\ s & \text{otherwise.} \end{cases}$$

现在我验证所构造的 $(\pi, (\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}, \tilde{\mu})$ 是一个均衡。首先，很容易看出 $\tilde{\mu}$ 满足弱信念一致性。其次，如果发送者选择信号 $\pi$，那么对于任意实现值 $s \in \pi$，如实揭示 $s$ 必然是最优的，因为根据定义，$\mu_s \in \Gamma^{ALP}$。如果发送者选择另一种信号 $\pi' \in \Pi \setminus \{\pi\}$，那么上文定义的 $\gamma^{\pi'}(\cdot)$ 根据引理3满足事后最优性。最后，利用 $\text{Supp}(\tau) \subset \Gamma^{ALP}$ 的事实，可以立即得出 $\pi$ 优于任何其他 $\pi'$。因此，$(\pi, (\gamma^{\pi'})_{\pi' \in \Pi}, \tilde{\mu})$ 构成一个均衡，其期望收益为 $\nu = E_{\tau}\hat{}v(\mu)$。证明至此完成。

# 参考文献

Aumann, Robert J. andMichael B. Maschler. 1995. 不完全信息重复博弈。麻省理工学院出版社。

Brocas, Isabelle 和 Juan D. Carrillo。2007。《通过无知施加影响》。《兰德经济学杂志》38 (4):931–947。

Brooks, Benjamin、Alex Frankel 和 Emir Kamenica。2022。《信息层级》。《计量经济学》90(5):2187–2214。

DeMarzo, Peter M.、Ilan Kremer 和 Andrzej Skrzypacz。2019年。《测试设计与最低标准》。《美国经济评论》109 (6):2173–2207。

Dye, Ronald A. 1985。《非专有信息披露》。《会计研究杂志》23 (1):123–145。

Escud´e, Matteo。2023。《隐蔽学习与披露》。工作论文，LUISS。

Felgenhauer, Mike 和 Petra Loerke。2017。“私人实验下的贝叶斯劝说。”《国际经济评论》58 (3):829–855。

Felgenhauer, Mike 和 Elisabeth Schulte。2014。“策略性私人实验。”《美国经济学杂志：微观经济学》6 (4):74–105。

Gentzkow, Matthew 和 Emir Kamenica。2017a。“多发送者与丰富信号空间下的贝叶斯劝说。”《博弈与经济行为》104:411–429。———。2017b。“内生信息披露。”《经济理论公报》5 (5):47–56。

Glazer, Jacob 和 Ariel Rubinstein。2004。“论最优说服规则。”《计量经济学》72（6）：1715–1736。

Green, Jerry R. 和 Nancy L. Stokey。1978。“信息结构的两种表示及其比较。”工作论文，斯坦福大学。

Grossman, Sanford J. 1981年。“保证书的信息作用与有关产品质量的私人披露。”《法律与经济学杂志》24（3）：461–483。

Sanford J. Grossman 和 Oliver D. Hart。1980年。“披露法与收购要约。”《金融学杂志》35（2）：323–334。

Hart, Sergiu、Ilan Kremer 和 Motty Perry。2017。“证据博弈：真相与承诺。”《美国经济评论》107（3）：690–713。

Henry, Emeric。2009年。“研究结果的策略性披露：证明诚实的成本。”《经济学杂志》119（539）：1036–1064。

Henry, Emeric 和 Marco Ottaviani。2019年。“研究与审批过程：说服的组织方式。”《美国经济评论》109（3）：911–955。

Herresthal, Claudia. 2022. “隐性测试与证据的选择性披露。”《经济理论杂志》200。

Jung, Woon-Oh 和 Young K. Kwon。1988年。“当市场不确定管理者的信息禀赋时的披露。”《会计研究杂志》26（1）：146–153。

Kamenica, Emir 和 Matthew Gentzkow。2011年。《贝叶斯劝说》。《美国经济评论》，101：2590–2615。

Lipnowski, Elliot 和 Doron Ravid。2020年。“透明动机下的廉价磋商。”《计量经济学》，88（4）：1631–1660。

Milgrom, Paul. 1981年。《好消息与坏消息：表示定理及其应用》。《贝尔经济学杂志》12（2）：380–391。Myerson, Roger B. 1991年。《博弈论：冲突分析》。哈佛大学出版社。

Rappoport, Daniel. 2022。《可验证披露博弈中的证据与怀疑》。工作论文，芝加哥大学布斯商学院。

Shishkin，Denis。2023。《证据获取与自愿披露》。工作论文，加利福尼亚大学圣迭戈分校。