圆柱形管道中多个强冲击横流射流的拓扑分析及非定常雷诺平均纳维–斯托克斯预测的流场特征

James D. Holdeman[1], Evgeniy V. Kartaev[2, *], John F. Foss[3], Marat G. Ktalkherman[2, **]

[1]已退休。美国国家航空航天局约翰·H·格伦研究中心，美国俄亥俄州克利夫兰，邮编 44135。电子邮箱：jjdholdeman@aol.com

[2]俄罗斯科学院西伯利亚分院，赫里斯蒂亚诺维奇理论与应用力学研究所，俄罗斯新西伯利亚630090

[*]电子邮箱：kartayev@mail.ru

[3]密歇根州立大学荣休教授，美国东兰辛，MI48824，电子邮件：foss@msu.edu

[**]电子邮箱：ktalkhermanm@mail.ru

摘要

所研究的流场为八股强烈冲击射流，它们径向喷入圆柱形管道内的无旋主流。我们此前的论文（《传热与传质》（2020年）56：2285–2302）指出，解中的不对称性很可能表明流动具有非定常性。此外，如果流动是不对称的，那么当计算域小于完整圆柱形管道时，即使使用非定常流动求解器，也无法正确表征流动。因此，本次数值与拓扑研究采用360º（完整圆柱形管道）计算域，并使用非定常雷诺平均纳维–斯托克斯（URANS）代码。

本研究结果证实，在形成规则流动模式后，强冲击射流的流动呈现非定常且不对称的特征。这种不对称性似乎以 < 2 Hz 的频率周期性出现。此外，计算流体力学（计算流体力学）结果与应用数学中的拓扑分析规则一致。

关键词：横流中的冲击射流、圆柱形管道、动量通量比、逆流射流、低频流动不稳定性、拓扑分析

术语表

C	$=(S/H)(J^{1/2})$ （矩形管道） $=\pi(2^{1/2}/n)(J^{1/2})$ （圆柱形管道）	射流穿透指示参数
D		圆柱形管道直径，[mm]

d		孔口直径，[mm]
DR	$=\rho_j/\rho_m$	射流与主流密度比
H		矩形管道高度，[毫米] 对于圆柱形管道，H=D/2
h		射流径向穿透深度，[mm]
J	$=(\rho_j V_j^2)/(\rho_m U_m^2) = (DR)R^2$	射流与主流动量通量比
MR	$=$(密度比)$^{1/2}$射流$^{1/2}$(n)(d/D)^2	射流与主流质量流量比
n		孔口数
R	$=V_j/U_m=J^{1/2}/DR^{1/2}$	射流与主流速度比
S		相容位置之间的间距相邻孔口，例如中平面至中平面，[毫米]
T		气体温度，[K]
U		气流轴向速度，[m/s]
V		气流径向速度，[m/s]
x		轴向坐标（JIP 下游 x>0 处）（JIP 上游 x<0 –），[mm]
r		径向坐标，[毫米]

希腊字母符号

κ	湍流动能，[焦耳/千克]	湍流耗散率，[米^2/秒
ε		
θ		
ρ		
χ		
^{3}]	方位角坐标 气体密度，[千克/米^3]	拓扑参数，Chi

下标

j m	射流 主流（横流）
(c)	

缩略语

计算流体力学 一阶迎风格式 计算流体力学 一阶迎风离散方法

燃气涡轮发动机 JIC 横流射流 燃气涡轮发动机 横流射流 =JIC JIP 激光多普勒测速 大涡模拟 粒子图像测速 雷诺平均纳维–斯托克斯 回流区 RKE 射流注入平面 激光多普勒测速 大涡模拟 粒子图像测速 稳态雷诺平均纳维–斯托克斯方程 回流区 可实现的 κ-ε 模型 富燃/快速混合/贫燃 压力耦合方程的半隐式方法 二阶迎风格式 拓扑分析 湍流耗散率 湍流动能 非定常雷诺平均纳维–斯托克斯 垂直/短距起降 富燃/快速混合/贫燃 压力耦合方程组的半隐式方法 二阶迎风离散方法 拓扑分析 湍流耗散率 湍流动能 非定常雷诺平均纳维–斯托克斯 垂直/短距起降

1 引言

1.1 射流交叉流（JIC）概述

射流交叉流（JIC，又称 JICF）的混合在许多技术应用中都至关重要，包括烟囱排气羽流、与垂直/短距起降（V/STOL）飞机（如鹞式和雅克-38）相关的流动、燃气涡轮发动机（GTE的）燃烧室中的混合，以及炉和化学反应器中的混合。[1-8]对亚声速、单股和多股、受限和非受限射流进行了全面综述。[1-5], 的综述发表后，又出现了许多关于射流交叉流的论文，其中包括在圆柱形管道中进行的反应流和非反应流实验研究[9-17] ，以及利用 NASA 经验模型电子表格版本研究矩形管道中 JIC的的工作[18-25]。

人们研究了圆柱形、矩形和环形几何结构中的射流交叉流，其研究动机是燃气涡轮发动机的（例如[2-4&9-27]）常规燃烧室、逆流燃烧室和富燃/快速混合/贫燃（RQL）燃烧室中的混合需求。化学反应器中快速混合试剂装置或淬冷区的设计与优化[,例如 28&29] ，需要了解由多股射流注入横流而在圆柱形管道中形成的射流交叉流，以及由此产生的上游回流区。Ktalkherman等人[30] 提出了 h/D参数，用于概括所获得的实验数据，以评估与横流强烈相互作用的多股射流的混合效率。随后，这种方法被用于分析射流热解反应器的参数[31] 以及等离子化学反应器中淬冷过程的参数。Kartaev 等人[32] 以及 Kartaev 和 Holdeman [33] 最近发表的论文，探讨了相互作用的冲击射流与横流及其混合，并对其进行了实验和分析。Kartaev 和 Holdeman [33] 指出，逆流射流交叉流（JIC）混合器的研究结果与此前发表的实验和数值结果一致，并对其进行了拓展。

Thong等人近期报告的实验 JIC 结果特别值得关注，因为它们提供了实验证据，表明在高动量通量比下，圆柱形 JIC 混合器中的射流冲击横流处于非定常状态。尽管 Kartaev 等人

等人[32] 并未从其实验结果中察觉到非定常性，但他们根据 报告的结果对此进行了探查，且在 和 所示的非定常雷诺平均纳维-斯托克斯（URANS）模拟结果中，明显观察到了充分发展 JIC 流动的不对称性以及流动非定常性的进一步形成。

Foss [35&36] 以及 Foss 等人[37] 的报告和论文也特别值得关注，因为它们侧重于将应用数学中的拓扑分析应用于 JIC。

尽管已有研究（例如 [2-4] 以及其他研究，包括 [19] 中幻灯片（附录 A）的序列 2–4）表明，射流与主流动量通量比 J 是最重要的流动变量，但射流与主流质量流量比 MR 同样重要，因为 MR/(MR+1) 是表征 JIC 完全混合的无量纲标量。

请注意，通量变量（如 J）不需要了解面积比，但流动变量（如 MR）则需要。根据在矩形管道中获得的结果，Holdeman [2] 提出了参数 C，用作多股射流径向穿透的指标，其中 $C=(S/H)(J^{1/2})$，且 C 与孔口间距除以矩形管道高度 (S/H) 以及 J 的平方根成正比。请注意，孔口直径 d 和射流与主流密度比 DR 均未显式出现在 C 中。此外，在 [2] 报告的实验中从未研究过 S/H>1 ，因此 C 不应大于 J 的平方根。对于圆柱形管道，Holdeman [2] 假设应在将圆柱形管道分为面积相等的环形部分和圆柱形部分的半径处应用 S/H。因此，$(S/H)_{can}=\pi(2^{1/2})/n$，且 $C=\pi(2J)^{1/2}/n$，其中 C 与 J 的平方根成正比，与孔口数 n 成反比。随着 n 减小，矩形管道与圆柱形管道之间的类比越来越站不住脚。关系式 $C=\pi(2J)^{1/2}/n$ 已用于 n=6 ，似乎也适用于 n=4，但当 n<4 时绝对不应使用，因为预计 n<4 时圆柱形管道中的流动与相同间距下矩形管道中的流动会有很大差异，而且 n<4时 $S/H_{can}>>1$ 。

1.2 流场与本研究的研究目标

所研究的流场为圆柱形管道内，八股强冲击径向喷射射流与无旋主流的相互作用。本研究的计算域在图 1 的径向—轴向中心平面和径向—方位角平面中均有展示。八股射流从孔口中心 x/D=0 处喷入圆柱形管道，因此沿流向，上游和下游距离分别以负值和正值表示，测量基准为射流的中心（JIP）。如图 1b 所示，八股射流从270º 位置（罗盘西向）开始按顺时针方向编号。Jet1 的中心平面位于起始位置，各射流中心之间相隔45º 。图中还将相邻射流 1 和 2（以及射流 5 和 6）之间等距的径向—轴向平面标记为中平面 1.5–5.5。图 1a 展示了非冲击 JIC 情况下，水平中心平面（穿过相对射流 1 和 5 中心的径向—轴向平面）中的预测温度分布（$J^{1/2}$=4.9 (C=2.7)）。

圆柱形管道中径向注入的 JIC's 的一个重要特征是，与每股射流相关的混合区从周界向管道中心线靠近时，其宽度会减小。Vranos 等人[38]的图 10a 和 b 清楚地显示了这一效应。

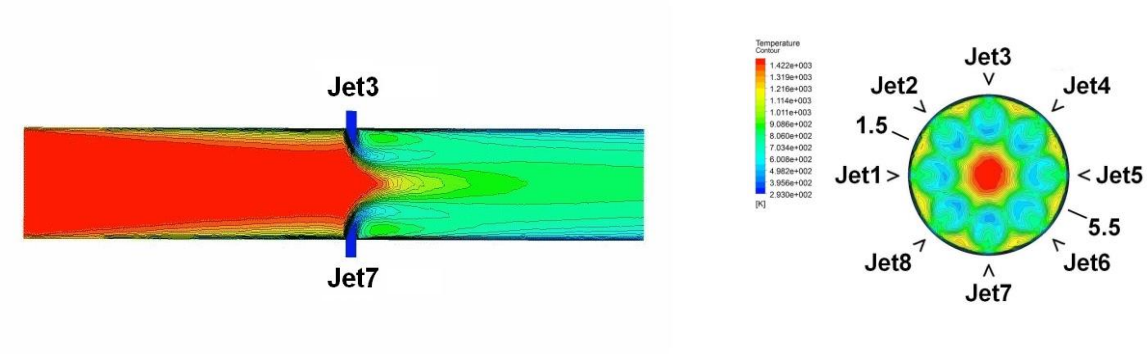
本文是我们此前发表于 [33] 的论文的衍生研究。[33] 中没有周期分析。事实上，循环过程具有时间依赖性，因此无法像 [33] 中报告的那样，根据固定时刻的结果进行估算。最远处的结果

逆流射流的上游穿透深度未包含在 [33] 中。此外，$J^{1/2}$=39.6 的中间平面也未包含在 [33] 中，压力数据也未提供，因此无法验证我们的循环过程频率估算。

由于公开文献中没有可用于对比强冲击射流计算结果的实验结果，因此引入了应用数学中的（非传统）拓扑分析（TA），以验证计算结果的完整性。

本研究的具体研究目标如下：

1）研究从射流注入平面（JIP）到逆流射流最远上游穿透位置范围内的强冲击射流结果。2）研究“摆动”（该术语源自[34]开始后非对称冲击射流的结果。3）说明这种不对称性似乎呈周期性。4）通过将计算流体力学（CFD）结果与拓扑分析规则进行比较，验证其完整性。



a）径向-轴向中心平面　　b）x/D=0.125处的r-θ 平面

图1 URANS计算域360° 侧视图（a）和端视图（b）的温度分布图（摘自[33]），图中标示了射流编号及位置；$J^{1/2}$=4.9，n=8 (C=2.7)，DR=5 (MR=0.78)，t=3.000秒

2 JIC流动条件与数值模拟详情2.1 数值模型

与大涡模拟（LES）和直接数值模拟（DNS）相比，雷诺平均纳维–斯托克斯（RANS）和非定常雷诺平均纳维–斯托克斯（URANS）模型对计算资源和计算时间的要求较低，因此本研究采用 RANS 和 URANS 代码进行数值模拟。

采用两方程 κ-ε 模型闭合方程组。该数值方法基于对湍流动能 κ 和湍流耗散率 ε 的考虑。采用商业计算流体力学代码 Fluent 15.0 [39]，选用可实现的 κ-ε 模型和 Favre 平均 [40]，并用于雷诺平均纳维–斯托克斯和非定常雷诺平均纳维–斯托克斯两种模式。

已指定 [39] 中的模型默认参数。具体而言，湍流动能 κ (TKE) 的普朗特数为 1.0，湍流耗散率 ε (TDR) 的普朗特数为 = 12。

当所有雷诺平均纳维–斯托克斯方程的残差均保持稳定且至少降低三个数量级，能量方程的残差降低 4–5 个数量级时，即认为解已达到收敛。

2.2 离散化与网格划分

对于所有控制方程（连续性方程、动量方程、能量方程、湍动能方程和湍流耗散率方程），对流项采用一阶迎风离散方法（一阶迎风格式）进行代数处理，而扩散项采用中心差分，始终保持二阶精度 [39]。控制方程组中的扩散项和速度导数采用默认的基于单元的最小二乘梯度法计算，该方法最适用于不规则（歪斜）非结构网格。

在所研究的圆柱形管道区域内进行数值计算时，选用的非结构网格包含 395730 个计算单元体积。孔口附近的网格进行了加密。孔口附近的最小单元尺寸约为 d 的 9%（内部管道直径 D 的 0.84%），单元增长率为 1.10。最大尺寸为 D 的 7.8%。最小正交质量约为 0.243。计算域的网格密度与 Kartaev 等人[32]的研究大致相同。

众所周知，所有数值方法在对各种流体进行建模时都会引入数值（伪）扩散，McGuirk 等人[41] 和 Raithby [42]。所采用的一阶迎风格式在伪扩散方面的精度最低（为一阶），因此应从伪扩散影响的角度评估采用一阶迎风格式得到的数值解，尤其是对于湍流回流[41]。尽管在特定流动条件下，二阶迎风离散格式（SOU）比一阶迎风格式更准确，但应用二阶迎风格式及更高阶离散格式可能会因引入这些格式中的下游/上游单元而产生虚假的流动波动（波纹）。这些波动可能会与圆柱形管道内横向喷射射流和横流相互作用所导致的流动不稳定性相混淆，即与速度梯度较大的区域内的流动不稳定性相混淆。这在射流冲击横流停滞区尤为重要：**该区域在射流冲击点附近呈不稳定平衡。因此，在对流**主导的流动中，采用一阶迎风格式会以增加数值扩散为代价，对 JIC 流动进行强力稳定化处理。

对于一阶迎风格式，可通过单元（网格）佩克莱数 Pe_{Δ}进行简单分析，以估算伪扩散。针对射流冲击横流的稳态工况（$J^{1/2}$=9.9 (C=5.5, MR=156)），对计算网格中相关计算子域的单元佩克莱数进行了分析。在 [33] 的图 11 和图 12 中，展示了该工况下中心平面和径向-横向平面上的温度分布及流线。佩克莱数分布分析结果表明，在对流占主导的区域（Pe_{Δ}>5），轴向和径向的伪扩散均可忽略；而在回流区（RFZ）内，假扩散误差估计低于 4%–5% [42] ，**且不会显著影响**JIC 流场模式。

在 [42] 中指出，瞬态对流情况下迎风差分（本文中指一阶迎风格式）的精度会降低。研究发现，除极低频率外，所有频率下都会产生较大误差。根据 [42] 得出的估算结果，一阶迎风格式

格式在 ~2 Hz 的周期性射流冲击横流运动情况下，产生的伪扩散误差小于 1%。

2.3 流动与边界条件

主流流动和注入射流中的空气均被视为不可压缩流体。采用标准壁面函数。圆柱形管道内的大气压以零为参考压力。初步数值测试中，将空气的比热、导热系数和分子黏度设置为温度的函数，结果表明，与将空气热物性视为常数时获得的湍流场几乎完全相同。这是因为在高雷诺数射流流动中，与湍流输运相比，分子输运过程被认为可以忽略不计。为降低计算成本，在后续数值计算中，空气的热物性均保持恒定。主流入口边界处的空气温度为 T_m=1473K，射流入口温度为 T_j=293K，对应的射流与主流密度比约为 5。通常，速度比 $R=J^{1/2}/(DR)^{1/2}$ ，其中 DR 为密度比 $=\rho_j/\rho_m$。因此，[32 &33] 中的速度比小于 $J^{1/2}$ 的一半（45%）。

此类流动采用稳态边界条件。由于现有文献中缺乏关于非等温射流冲击横流 JIC 流动的这些剖面的实验数据，因此在孔口入口和横流入口处，分别为主流和注入射流指定了均匀温度、平均速度和湍流强度剖面（狄利克雷边界条件）。孔口壁厚为 5 mm。将入口射流的湍流强度在 3–15% 范围内变化，并将横流入口处的湍流强度在 0.5–5% 范围内变化，结果证明这对所有 J's (C's).所形成的射流冲击横流流场影响不显著。主流入口位于 x/D= -3.0 处，即远在逆流射流最终上游穿透位置之外；孔口中心位于 x/D=0 （JIP）处。出口平面位于 x/D= 2.5 处，并设定为零压力梯度（诺伊曼边界条件）。通道壁面温度根据先前的测试结果设定。估计壁面温度对通道核心流的影响并不显著。

横流的雷诺数约为 750，而射流的雷诺数 ~ 17720 对于 $J^{1/2}$=39.6。主流管道的内径为 D=32 mm，孔口直径为 d=3 mm（d/D=.094）。假设孔口和通道壁面均为光滑表面，并对其施加无滑移条件。

2.4 模拟背景和参考文献

众所周知，基于雷诺平均纳维–斯托克斯方程的湍流模型是针对统计稳态流动（混合层、射流、尾流等）进行校准的，在这些流动中，所有非定常性均由湍流引起。尤其是，

Launder&Spalding [43] 通过计算九种截然不同的湍流，展示了κ-ε 模型的适用范围。Pope [44] 也报告了κ-ε 模型的计算结果，用于预测诸如淹没圆射流扩张等流动。此前采用稳态κ–ε 模型进行的 JIC 计算（例如[2-4]）与实验结果在定性上吻合良好，尽管

Sloan 等人[45] 强调，κ-ε 模型对反向流区中的流线形态预测不佳，但在其他区域能给出令人满意的结果。Shih 等人[46], 提出并已在[39] 中提供的可实现κ-ε 模型（RKE），在类似问题上表现出良好的收敛性。尤其值得注意的是，可实现的κ-ε 模型（RKE）能够解析所谓的圆射流异常；也就是说，该模型对轴对称射流扩展率的预测能力与对平面射流扩展率的预测能力相当。

最近，Yu 等人[47] 采用可实现的 κ-ε 模型（RKE），对采用低温热解进行甲烷部分氧化的 JIC 淬熄过程进行了建模；Chen 等人[48] 则将其用于模拟天然气部分氧化制乙炔的工业规模气体淬冷过程。Kartaev 等人[32] 以及 Kartaev 和 Holdeman [33]也采用了可实现的 κ-ε 模型（RKE）。据作者所知，这些出版物首次显示了不对称性，也是首次将 RKE 建模用于强冲击射流，且其解呈不对称并且不收敛。

本研究采用最适用于模拟低速和高速不可压缩流的基于压力的分离式求解器来计算 JIC 流动。采用 Patankar 和 Spalding [49] 提出的基于压力的分离式求解器中的压力耦合方程组的半隐式方法（SIMPLE）算法，对按照标准格式插值得到的压力项进行修正。

McGuirk 和 Spencer [50&51] 采用了一种基于一阶迎风离散（FOU）的方法。选择一阶格式是因为 Spencer 和 Adumitroaie [52] 报告称，低阶格式通常与 JIC 实验最为吻合。Davoudzadeh 等人[53] 最近介绍了适用于 JIC’s was pr的数值闭合方法比较。

2.5 数值模型的验证与确认

RKE 用于 $J^{1/2}$=4.9 (C=2.7) 的非冲击射流以及用于 $J^{1/2}$=9.9 (C=5.5) 的无显著回流冲击射流的正式验证与确认见 [33] ，此处不再重复。在该研究中，进行了充分的检查，以证明上述网格适用于当前的计算流体力学分析。 此外，[32] 中获得了可信证据，表明 RKE 的数值精度适用于射流冲击横流。

Holdeman [2] 展示了各种 JIC 构型的实验数据、数值模型和经验模型结果的三维图。尽管 [2] 中的图并非为验证计算流体力学结果而制作，但这些图似乎表明，计算流体力学在20 世纪 80 年代已能在定性上准确预测。Holdeman 等人[26] 以及 Holdeman 等人[27] 利用 [26] 中稳态 JIC 计算所得数值结果的趋势，将矩形管道的 NASA 经验模型扩展至环形、反向流动和圆柱形管道构型 [27]。20 世纪 90 年代，计算流体力学结果的定量性显著提高。Holdeman 等人 [3] 和 Holdeman 等人 [4] 展示了实验和数值结果，以识别圆柱形[3] 和矩形[4] 管道中富燃/快速混合/贫燃混合器的特征。请注意，与 [2-4]中引用的原始论文相比，[2-4] 中的图着色效果差了很多。

由于 URANS 是非定常求解器，因此无法对其进行形式验证。然而，在 $J^{1/2}$≤9.9 (C≤5.5) [33] 的 JIC 稳态工况下，URANS 与 RANS 的结果几乎完全相同。

众所周知，URANS 模拟能够研究具有大尺度非定常性的湍流，其频率足够低，使其时间尺度低于大尺度湍流涡所表征的最慢时间尺度；这些涡的影响则通过雷诺应力进行建模 [40]。此外，涡黏性模型在大范围分离流中可能存在显著缺陷。尽管如此，对于强相互作用射流的情况，URANS 似乎能够合理地准确解析缓慢的大尺度（“确定性”）JIC流动运动，例如实验中观察到的情况 [34]。

对于非定常 JIC 流动的 URANS 模拟，基于压力的分离式方法采用具有 2nd 阶精度的全隐式时间离散格式，该格式相对于时间步长而言是无条件稳定的。计算中将时间步长设定为 10^{-3} s，并将总时间步数设为 5000，以检测自诱导的低频 JIC 流动运动（>0.2 Hz）。相同的时间离散格式（时间步长为 10^{-3} s）也应用于燃油喷射器 [54] 中空气旋流的 URANS 模拟。不过，需要指出的是，对于此类具有极低频（~ 1Hz）非定常性的流动，采用数值精度分别为 2nd 阶和 1st 阶的全隐式时间离散格式所获得的射流冲击横流几乎完全相同。

由于没有强冲击射流的非对称数据，因此无法验证强冲击射流的 RKE 结果。因此，我们采用拓扑分析来验证非定常计算流体力学结果的完整性。此外，我们还补充了非定常相关实验证据的参考文献，例如 Thong等人[34], 、Spencer [55] 和 Hollis [56]。

使用 RKE 和非定常雷诺平均纳维–斯托克斯模拟强冲击 JIC，是对该模型的外推，因为这些条件超出了统计稳态流的范围，而模型正是在这一范围内才能得到验证和确认。由于关于非定常 JIC 流动的实验数据十分匮乏（例如 [34], [55], [56]），因此，任何用于强冲击射流的模型都属于外推。

3 结果与讨论

在圆柱形管道中，对流式JIC混合器获得的数值结果与受燃气轮机燃烧室混合启发的实验和数值结果一致 [2-4]。事实上，在 [32] 和[33] 中表现出非定常特征的区域，其 C 值大于以往研究中所定义的“过度穿透”值。从 [2], $C=\pi(2J)^{1/2}/n$ 可得圆柱形管道中的 C，其中 J 为动量通量比，n 为孔口数。注意，对于 8 个射流，$(S/H)_{can}$=.555，因此 $C=0.555(J^{1/2})$。此外，由于本研究中孔口与管道的直径比以及射流与主流密度比（d/D=3/32；DR=5）也保持不变，因此 $MR=0.158(J^{1/2})$。因此，对于本研究中的流动和几何条件，J、C 或 MR 哪一个作为主要参数，完全取决于选择。（根据以往结果，作者认为 C 是确定预期射流穿透程度的最重要参数。）

3.1 $J^{1/2}$=39.6 工况

图 2 显示了强冲击射流构型的垂直中心平面。射流以径向速度 V_j从圆柱形管道周界注入，形成逆流。图 2 与 [32], 中的图 1b 类似，但有以下显著差异：

1) 图 2 是穿过射流 3 和 7 的垂直中心平面，而 [32] 中所示的图 1b 是穿过射流 1 和 5 的水平中心平面。由于水平中心平面是 [32], 中的对称面，射流 3 和 7 的情况也会相同。2) 按照 [33], 中的建议，图 2 的计算采用非定常雷诺平均纳维–斯托克斯方法，而 [32] 中的图 1b 采用稳态雷诺平均纳维–斯托克斯方法。3) 同样按照 [33] 中的建议（这对强冲击射流至关重要），图 2 的计算域为完整的圆柱形管道，而 [32] 中的图 1b 的计算域为半个圆柱形管道。4)

图 2 包含温度分布，而 [32] 中的图 1b 并未 n ot.

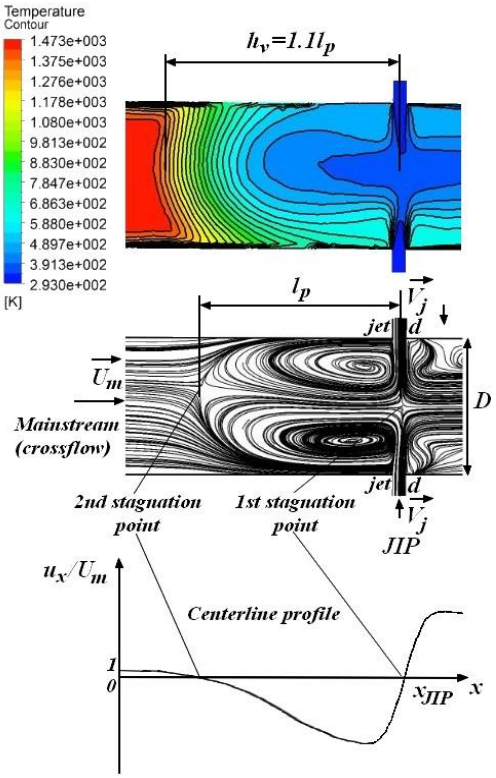


图 2 由八个 JIC 射流冲击主流而形成的逆流射流 JIC构型示意图，这些射流受到圆柱形管道壁的约束。同时还展示了管道中心线处的无量纲速度分布。在 t=0. 730 秒时，360° 计算域中 $J^{1/2}$=39.6 工况的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯计算结果。

X=0 位于孔口中心，因此从射流中心（JIP）向上游和下游的距离分别为负值和正值。图 2 还显示了管道中心线上的流速 u_x ，该流速以主流入口速度 U_m 进行归一化。x轴的正方向与入口速度 U_m 的方向一致，因此，在入口（主流）流动中，管道轴线上的流速 u_x 最初为正值，而在 JIP 上游的回流区（RFZ）中则为负值。

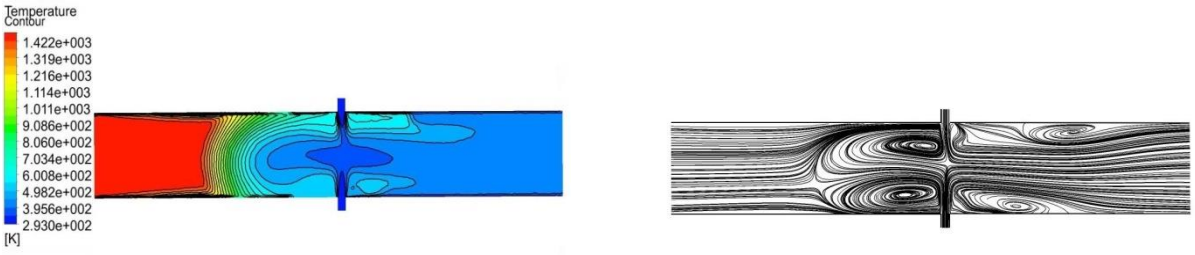
对于射流冲击横流，通道中心线上会形成两个流动停滞点。1st 停滞点（靠近 JIP）将冲击射流产生的上游流动和下游流动分隔开；当射流与主流动量通量比较低时，该点位于射流孔口中心的下游。然而，对于强冲击射流，该停滞点几乎与射流注入平面（JIP）重合。通道中心线上的第二个停滞点位于逆流射流向上游穿透的最远处。逆流射流的穿透深度 l_p 是最远上游流动停滞点与 JIP 之间的轴向距离。

对于非等温流动混合的情况，高温主流中冷逆流射流的无量纲上游轴向穿透深度 h_v/D 首次在 [28,29] 中提出。该深度以温度降低达到某一预设值为依据进行测量，该值设为 100 K。计算结果得到 $h_v \cong 1.1 * l_p$。

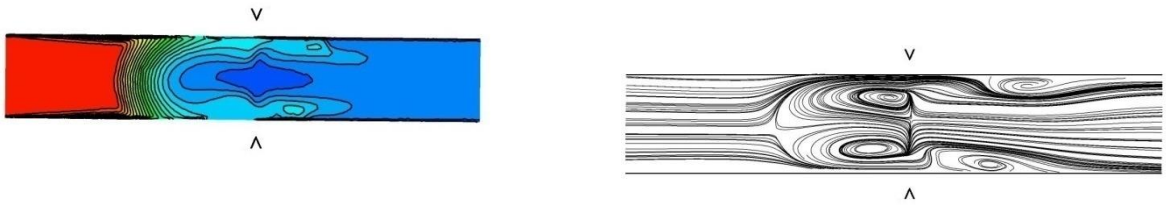
如图 2 所示，逆流射流先加速，随后受到主流减速。中心线上的流动方向与主流相反。在停滞点之间形成环形回流区（RFZ），其特征是速度为零的“眼”。请注意，图 2 中的逆流射流并非完全对称；也就是说，射流 3 和 7 并不相同。该快照对应逆流射流穿透至最上游的位置，且早于“摆动”的开始（这是 [34] 中使用的术语）。[32和33] 中观察到的不对称性，以及[34] 中报告的高 J 条件下实验所发现的非定常性，促使了本研究的开展。

3.2 $J^{1/2}$=39.6 在 JIC“摆动”开始前瞬间的 URANS 解

图 3 和图 4 展示了计算域 360° 中 $J^{1/2}$=39.6 在 t=0.730 秒时的 URANS 解，该时刻对应逆流射流中心线穿透至最上游的位置，且早于 RFZ 开始“摆动”。图3展示了所有中心平面和中平面的径向-轴向分布。请注意，图3e所示的条件与图2相同。图4展示了从冲击点到最上游停滞点之间若干位置处对应的径向-θ 图。



a）中心平面 - 射流 1 和 5



b）中平面 1.5 和 5.5



c) 中心平面 - 射流 2 和 6



d) 中平面 2.5 和 6.5

图3（第1部分，共2部分）360º 计算域的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯中心平面（径向-轴向）图；n=8，DR=5，$J^{1/2}$=39.6（C=22.0，MR=6.26），t=0.730 秒。中平面图中的勾号表示 JIP 的轴向位置



e) 中心平面 - 射流 3 和 7



f) 中平面 3.5 和 7.5

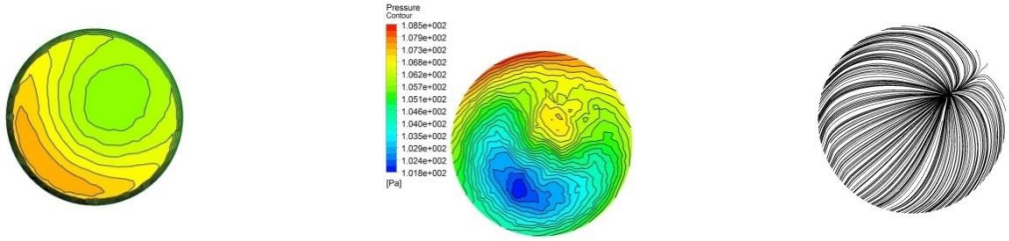


g) 中心平面–射流4和8

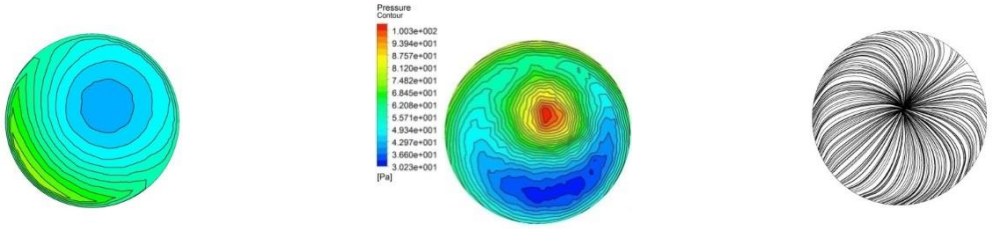


h) 中平面4.5和8.5

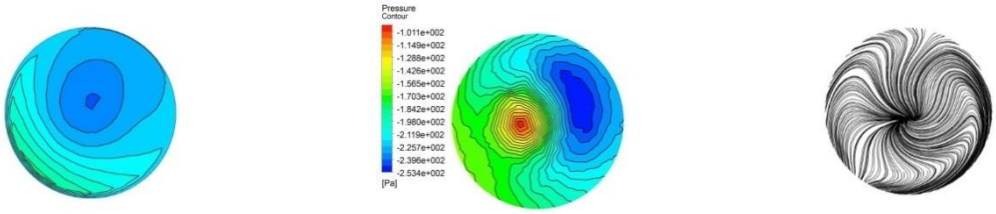
图3（第2部分，共2部分）360º 计算域的非定常非定常雷诺平均纳维–斯托克斯中心平面（径向-轴向）图；n=8、DR=5、$J^{1/2}$=39.6（C=22.0、MR=6.26），t=0.730秒。中平面图中的勾号表示JIP的轴向位置



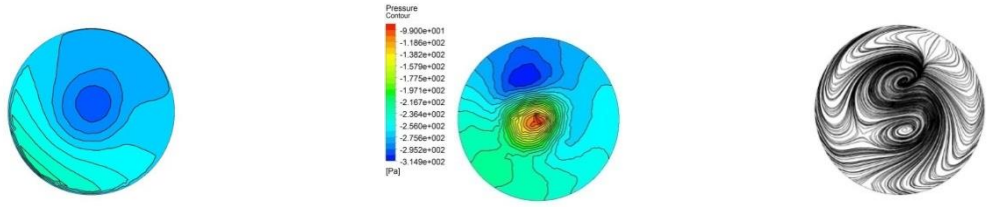
a) x/D= - 1.4



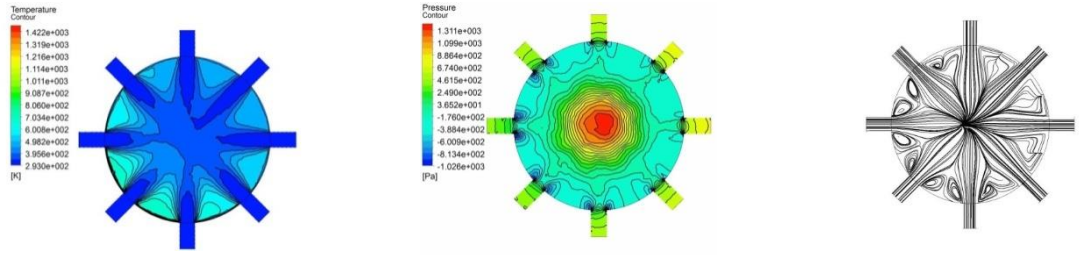
b) x/D= - 1.0



c) x/D= − 0.5



d) x/D= - 0.25



e) x/D= 0

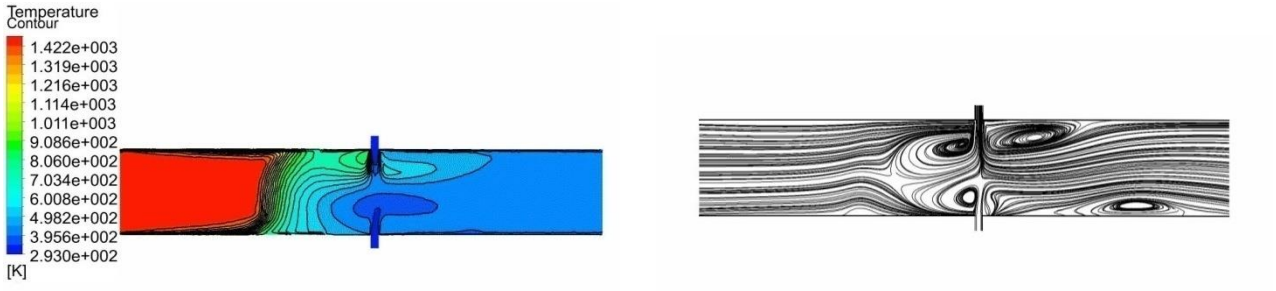
图4 360º 计算域中 $J^{1/2}$=39.6（C=22.0，MR=6.26）在 t=0.730 秒时的非定常 URANS 径向–横向（r-θ）分布图。第一列为温度；第二列为表压；第三列为瞬时（伪）流线。

从图3的流线图可以看出，除上述上游回流区（上游回流区）外，JIP 下游还存

此外，从图 4 可见，JIP 处（x/D=0）的 JIC 流动仍几乎对称，而上游 JIC 流场在

3.3 $J^{1/2}$=39.6 的 URANS 解：JIC“摆动”建立后

图5和图6展示了使用360º （完整圆柱形管道）计算域得到的$J^{1/2}$=39.6 (C=22.0; MR=6.26)在t=3 秒时的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯解。



a) 中心平面 – 射流1和5



b) 中平面1.5和5.5



c) 中心平面 – 射流2和6

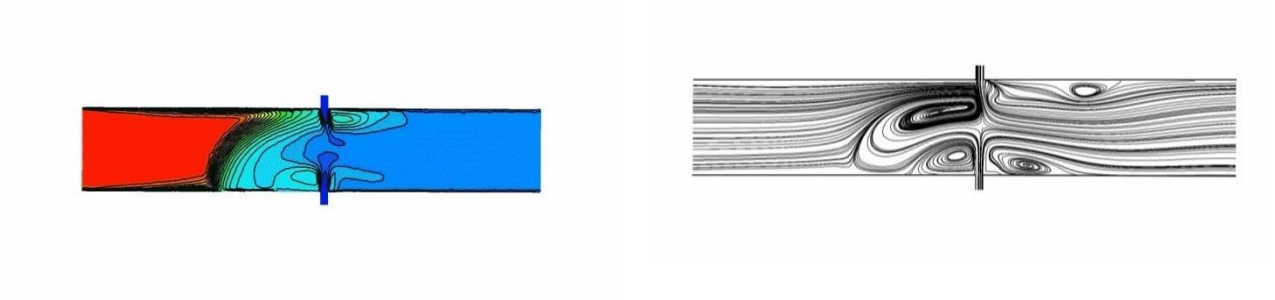


d) 中平面2.5和6.5

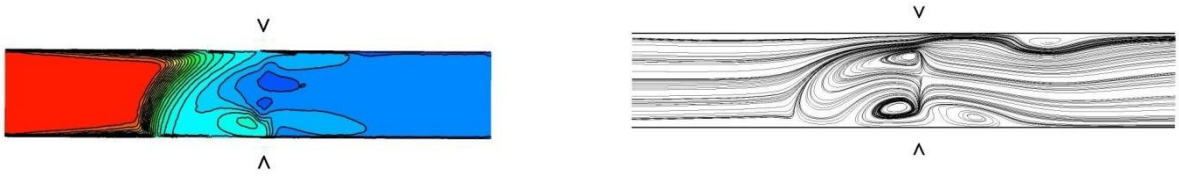
图5（第1部分，共2部分）360º 计算域的URANS径向-轴向图；n=8、DR=5、$J^{1/2}$=39.6（C=22.0、MR=6.26），t=3.000秒。中平面图中的勾号表示JIP的轴向位置

图3和图4与图5和图6的区别在于时间。图5和图6展示的是摆动形成并趋于规律后t=3秒时的结果。与图3一样，图5展示了从射流1和5到中平面4.5和8.5的所有射流与中平面对。实际上，这里只展示了圆柱形管道的一半；另一半，即从射流5和1到中平面8.5和4.5的部分，没有展示，因为它们是图5a-h中对应部分的倒置版本。

由于360º 计算域中的URANS解显示出显著的不对称性，稳态雷诺平均纳维–斯托克斯方法的计算无法充分表征流场。



e) 中心平面 = 射流 3 和 7



f) 中平面 3.5 和 7.5

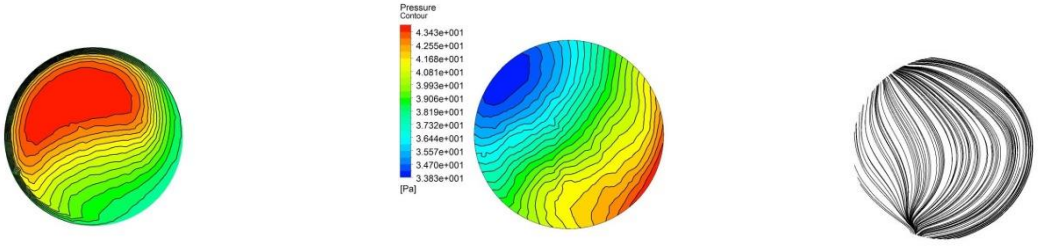


g) 中心平面 – 射流 4 和 8

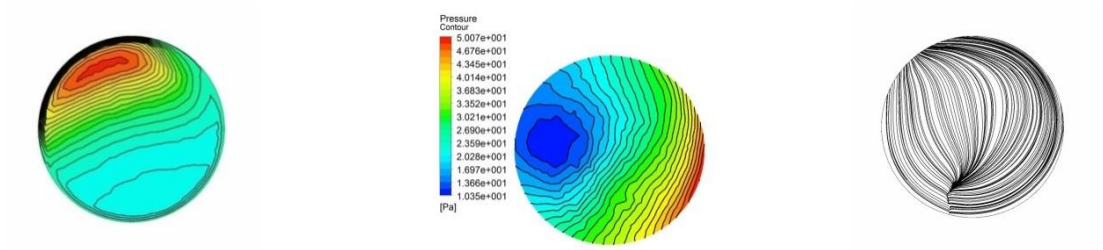


h) 中平面 4.5 和 8.5

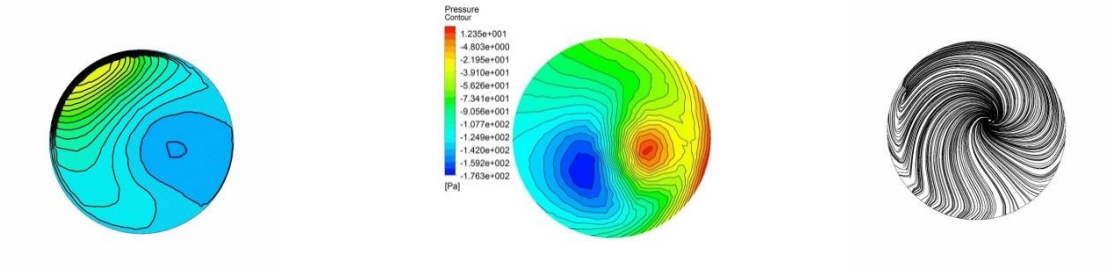
图5（第2部分，共2部分）360º 计算域的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯中心平面（径向-轴向）图；n=8、DR=5、$J^{1/2}$=39.6（C=22.0、MR=6.26），t=3.000 秒。中平面图中的勾号表示 JIP 的轴向位置



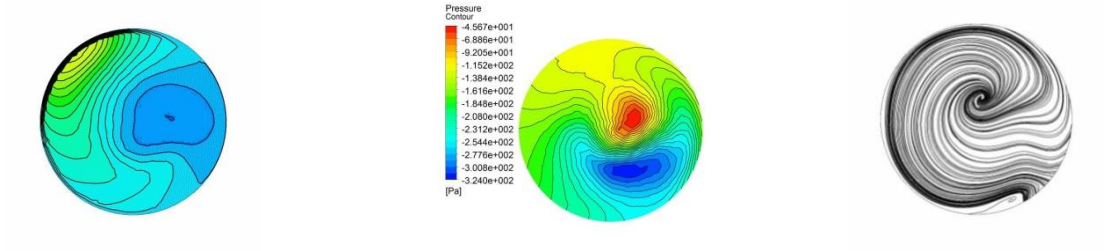
a) x/D= - 1.3



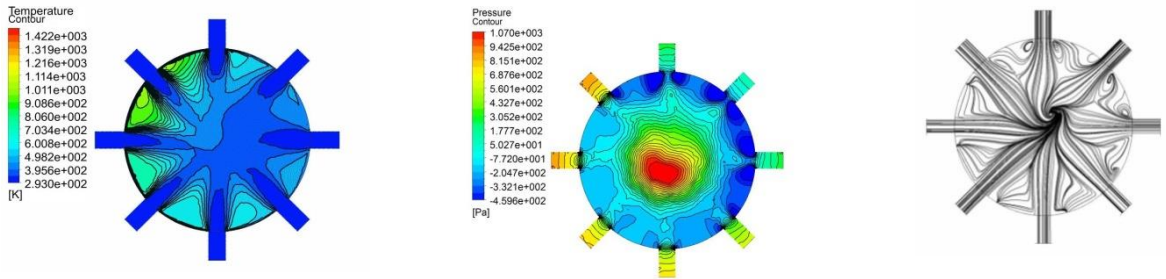
b) x/D= - 1.0



c) x/D= - 0.5



d) x/D= - 0.25



e) x/D=0

图 6 360º 计算域的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯径向-横向（r-θ）图；n=8、DR=5、$J^{1/2}$=39.6（C=22.0、MR=6.26），t=3.000 秒。第一列为温度；第二列为表压；第三列为瞬时（伪）流线

同样可以注意到，图5所示的流线图中形成了上游和下游回流区。图3与图5中的流

（及生变形）。

与图4所示的 JIC 流场相比，从图6可以明显看出，JIP 处（x/D=0）及其附近

/D= 1.4）处的 JIC 流动明显不对称。

图 5 和图 6 中显著不对称性的一种可能原因是：随着 J 增大，JIP 处管道中心线附近的压力升高。然而，在

圆柱形管道中，从周界向射流中心线靠近时，与每股射流相关的混合区宽度会减小。因此，射流无法向侧向扩展，以缓解 JIP 处 1st 停滞点附近不断升高的压力。最终，对于强冲击射流，对称的稳态流动会变得不稳定。对于高 J值时，逆流射流上游穿透最远处第二个停滞点附近压力梯度的局部增大，也可以解释这一效应。在 JIC 开始“摆动”（该术语引自[34]）之前，[32]的图 15 所示表压管道中心线剖面中，两个停滞点处均可见局部压力峰值。

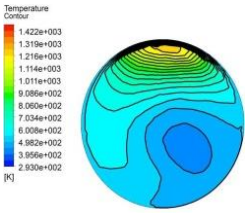
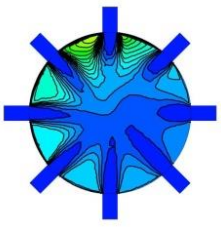
非定常性驱动不对称性的一种合理解释，可以通过对图4和图6所示的JIC流场进行比较分析得到。由图4可推断，在JIC ‘摆动’开始之前，不对称性最初发生在 2nd 停滞点，而JIP处的流场相当对称。在图6所示JIC‘摆动’建立之后的瞬间，流动不对称在 2nd 停滞点以及JIP处都很明显。可以假设，初始流动不对称从2nd 停滞点传播至JIP（1st 停滞点）以及更下游处。

从 JIC 混合效率的角度来看，可以认为大部分高温主流在 JIP 上游的回流区内

由于相对射流的回流区域并不相同，随着“摆动”的开始，逆向流射流偏离了管道中心线（该术语引自 [34]）。

3.4 循环过程 3.4.1 $J^{1/2}$=39.6（C=22.0；MR=6.25）的循环解

图7和图8展示了在若干时间切片下，$J^{1/2}$=39.6（C=22.0；MR=6.25）对应的 360°

时间截面，秒	*x/D = -0.5*	x/D=*0*
2.355		

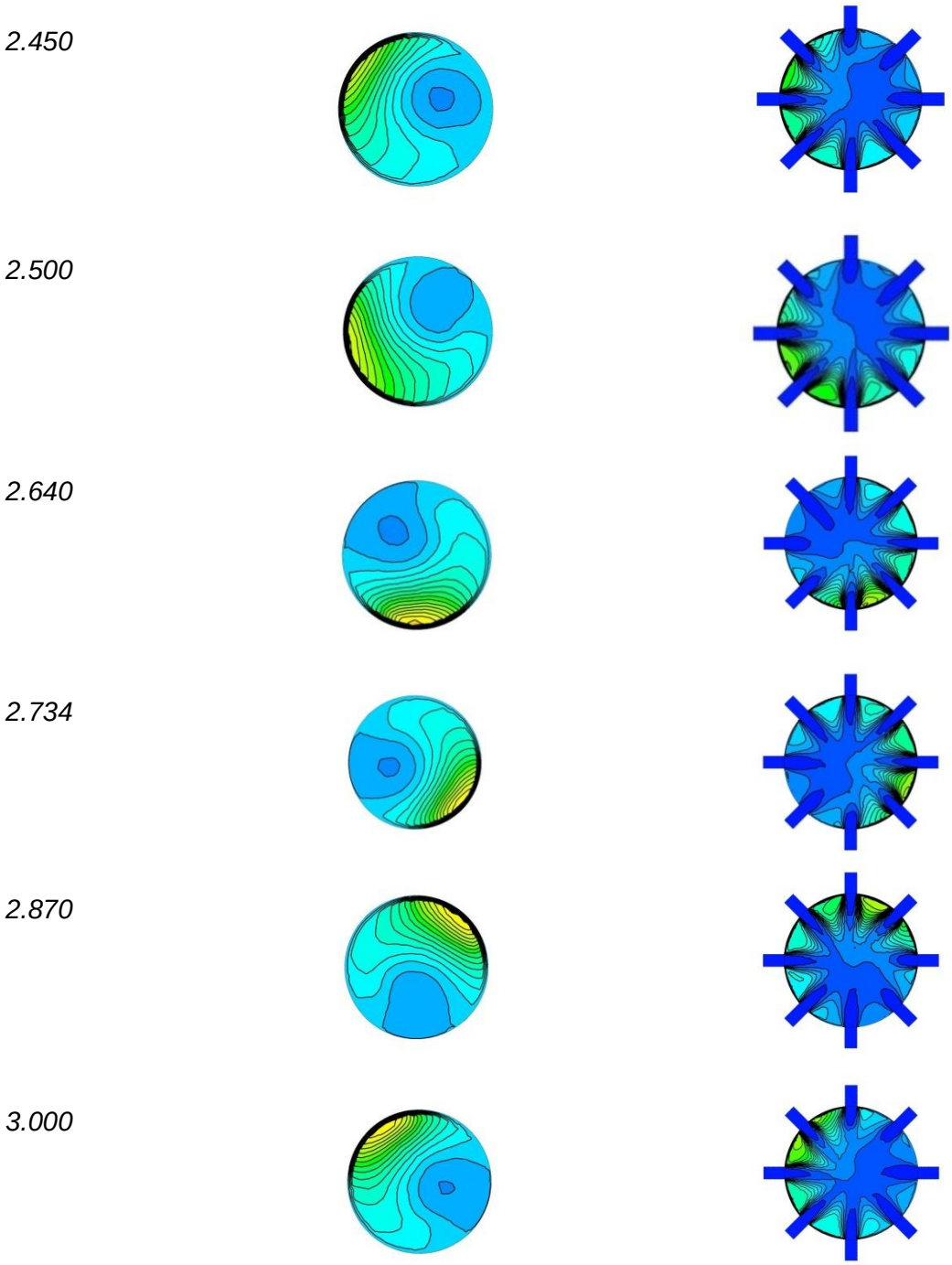
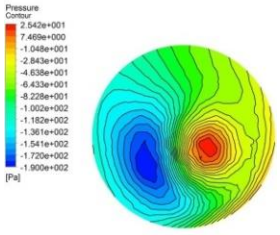
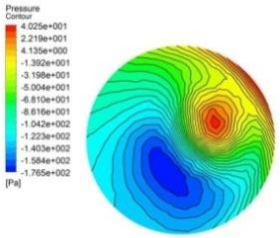
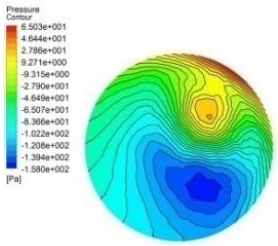
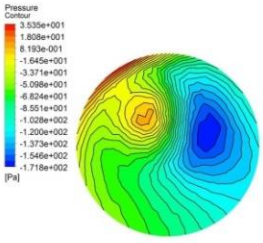
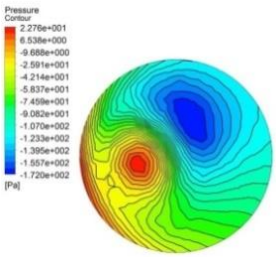


图7 不同时间切片下计算域的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯径向-横向（r-θ）温度图；n=8、DR=5、$J^{1/2}$=39.6（C=22.0）、MR=6.25

图 8 中 x/D = - 0.5 处的压力图和流线图证实了图 7 所示的循环过程，其中最高压

需要强调的是，孔口前缘附近的压力升高并未导致射流入口处出现明显变形。

强冲击射流的结果揭示，在较高的 J's (C's) 下，JIC 流场存在大尺度不稳定性。在进一步分析混合器下游部件（例如燃气涡轮发动机中的涡轮）的热载荷和机械载荷时，应将这一因素考虑在内。

时间切片，秒	表压分布	流线
2.355		
2.450		
2.500		
2.640		
2.734		

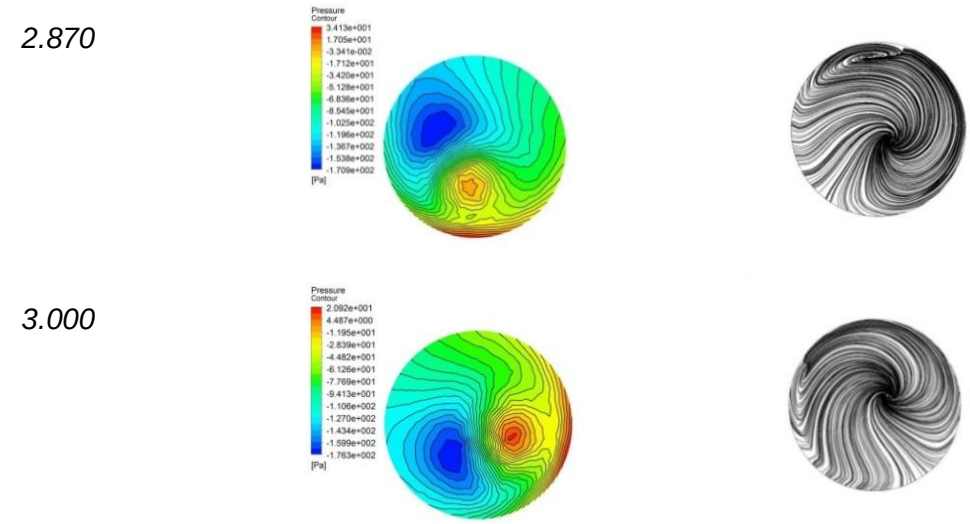


图8 对于360º 计算域，x/D= - 0.5处的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯径向-横向（r-θ）局部表压及流线图；n=8、DR=5、$J^{1/2}$=39.6（C=22.0）、MR=6.25，不同时间切片的结果

图 7 和图 8 所示结果表明，主流与逆流射流的冲击点（2nd 停滞点）不仅会沿轴向前后移动，还会沿径向和方位角方向移动。因此，对于多股冲击射流与无旋流横流的情况，由于这种流动构型固有的不稳定性，会发生复杂的 JIC 循环过程（三维非定常性）。

3.4.2 关于从 URANS 计算中估算循环频率及其与物理观测现象的关系

尽管目前没有关于非等温流动中射流冲击横流流动“摆动”的实验信息，但可以基于 Spencer [55] 和 Hollis [56]的 JIC 水实验数据，对所获得数值结果的准确性进行定性分析。

在这两项研究中，作者通过实验研究了多股射流冲击圆柱形管道主流后产生的瞬态流动结构。这些流动结构在时间平均场中不可见，因此很难辨识。具体而言，[55] 通过流动可视化研究了上游回流区（RFZ）的瞬态双模态“摆动”行为。这种行为在视觉上表现为 RFZ 尺寸显著周期性变化。为说明这一点，Spencer [55]的图版3.1展示了间隔约3秒拍摄的流动可视化照片。同样，例如对比图3a（t=0.73秒）和图5a（t=3.00秒）所示的预测 JIC 流线，也可以观察到 RFZ 尺寸的显著变化。

Hollis [56] 基于高质量的 LaVision 粒子图像测速系统，追踪了所选管道中心平面上速度矢量流场的双模态行为。在该平面内，实验数据的采集时间步长为 0.0667 秒。从 Hollis [56] 的图 7.42 可以看出，逆流射流（由多股射流冲击形成）在该平面内经过 4 个时间步，即 0.267 秒后，方向从管道一侧壁转向另一侧壁。由此可粗略估算出逆流射流（以及回流区 “摆动”）周期性运动的半周期，因为它可能是

回流区三维周期运动在该中心平面上的“投影”。因此，回流区周期性运动的周期似乎接近 0.5 秒。此外，图 7.42 显示，近壁边界层涡与回流区分别形成，且“贴附”于壁面。在我们的数值研究中，图 7 和图 8 显示了回流区的低频运动。图 5a–c 所示的流线也清楚地显示了非定常雷诺平均纳维–斯托克斯预测的、与回流区分离的近壁涡。值得注意的是，[56] 图 7.18 和图 7.19 所示的时均流动拓扑（流线和回流区），与回流区摆动开始前图 2 所示的 JIC 流场模式相似。Hollis 的频率估算不仅与我们非定常雷诺平均纳维–斯托克斯预测的结果一致，而且似乎也证实了我们的（尚未发表的）结论：频率与 J 无关。

基于上述类比可以看出，对于强冲击 JIC，RKE 模型能够预测大尺度的“确定性”（非湍流）现象，例如流动不对称和不稳定性的出现、低频 RFZ“摆动”，以及在 JIP 上游、与 RFZ 分离的近壁面涡的形成。

针对这些实验条件，最早报告 JIC 流场非定常特征的 LES 研究由 Spencer 和 Adumitroaie [52] 开展，随后 Clayton 和 Jones [57]也进行了相关研究。此外，Saini、Xia 和 Page [58] 近期针对相同的 JIC 流动构型开展了高分辨率 LES 研究。后者通过采用加密网格，得以解析射流剪切层涡运动等周期性流动特征。[58] 的 LES 预测表明，JIP 上游的 JIC 轴向速度振荡频率为 ~1Hz。此类 JIC 流动振荡的时间动画可从 [59]中提取。在上述 LES 研究中，这种缓慢的 JIC“摆动”仅在射流中心平面内得到观测，未揭示此类冲击 JIC 的复杂三维运动。我们的低成本 URANS 计算似乎能够追踪 JIC 流场的一些三维大尺度特征。

3 5 **1/2=39 6** 。J 的拓扑分析.....

3 5 1

TA 基础

在应用数学中，拓扑分析（TA）是一种利用拓扑学技术分析数据集的方法。尽管当前数据集是一项流体力学研究，但拓扑条件并不基于流体或固体力学，而只是基于叠加在表面上的一个向量场。Foss [36] 和 Foss 等人[37] 制定了评估叠加在指定表面上的实测或计算矢量场完整性的流程。这里总结了这两篇参考文献中的核心内容，为评估计算得到的 JIC 结果奠定基础。

任何表面都可以通过在球面上开孔并添加把手来形成。对孔的指定有一项限制：孔周界处的向量场必须指向表面或背离表面。形成后，该表面的欧拉示性数（χ）等于

$$\chi = 2(\text{for the sphere}) - \sum \text{holes} - 2\sum \text{handles} \qquad (1)$$

由于该值是先验已知的，因此进一步将其标识为 χ_a。

计算或实验向量场可能会出现奇异（临界）点，这些点可分为节点（N）或鞍点（S）。Foss [36] 提供了

一种识别这些点的方法：以候选点为圆心沿顺时针方向移动单位向量，使其基端贴着该小圆，并使单位向量在圆上各点处均与向量场对齐。如果单位向量在移动过程中顺时针旋转一周，则圆内的点为节点；如果逆时针旋转一周，则圆内的点为鞍点。如果没有旋转，则该候选点不是奇点。节点的指数为 +1。鞍点的指数为 -1。指数之和等于指定表面的欧拉示性数。也就是说，

$$\chi_e = \sum N - \sum S \qquad (2)$$

下标e用于表示其与实验或计算观测之间的关系。

这里关注的表面具有“塌缩（收缩）球体”的特征。也就是说，这是一个周界与所研究的向量场（本例中即一条流线）对齐的平面。由于塌缩球体的两侧都会存在内部奇点（称为“完整节点和鞍点”），因此计数两次。周界上的半节点（*N’*）或半鞍点（*S’*）计数一次。因此，方程 2 写为

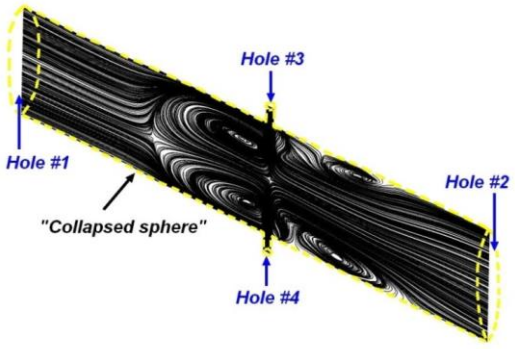
$$\chi_e = 2\left(\sum N\right) + \sum N' - 2\left(\sum S\right) - \sum S' \qquad (3)$$

对于“塌缩”球体。

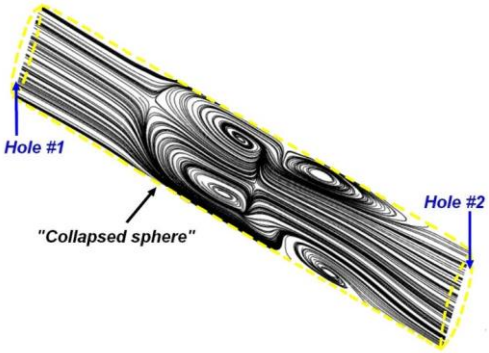
若周界形成钝角，则需在式 (3) 中加入一项特殊修正；其详细解释见 Foss 等人。[37] 具体而言，每出现一个钝角，χ_e 就减 1。随后，根据以下条件评估实验向量场的完整性：$\chi_e = \chi_a$是否成立?

3.5.2 TA 结果

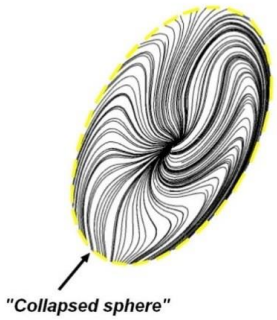
“塌陷的球体”（类似于放气气球）在 t=0.73 秒时，r-θ 平面在 x/D= - 0.5 处的径向-轴向中心平面、径向-轴向中平面，如图9a-c所示。



a) 四孔“塌缩”球体（中心平面射流 3-7）χ_a= 2 - Σ孔-2Σ
把手= 2-4-2*0 = -2



b) 2-孔"塌陷"球体（中平面 3.5-7.5）χ_a= 2 - Σ孔 - 2Σ把手 = 2-2-2*0 = 0

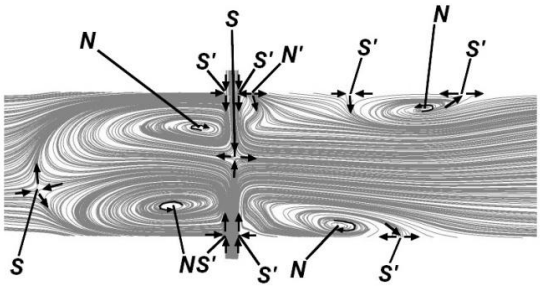


c) 无孔"塌陷"球体（*r*-θ 平面位于 *x/D*= - 0.5）
χ_a= 2 - Σ孔 - 2Σ把手 = 2-0-2*0 = 2

图 9 用于绘制非定常雷诺平均纳维–斯托克斯流线图的三种"塌陷"球体形状的等轴测视图，适用于360° 计算域；n=8、DR=5、$J^{1/2}$=39.6（C=22.0、MR=6.26），t=0.730 秒

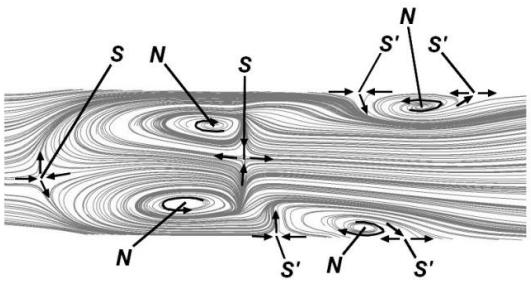
请注意，"塌缩球"不会随计算时间而变化。由于其中没有钝角 χ_e, 因此本次拓扑分析中未报告这些零点。

流线图的拓扑分析见图 10–13。数据图也显示在图 3–6 中。



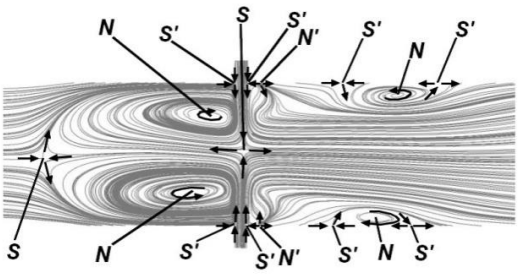
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 1 - 2*2 - 7 = -2$

a) 中心平面 - 射流 1 和 5



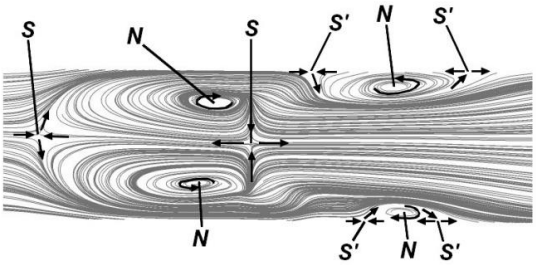
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 0 - 2*2 - 4 = 0$

b) 中平面 1.5&5.5



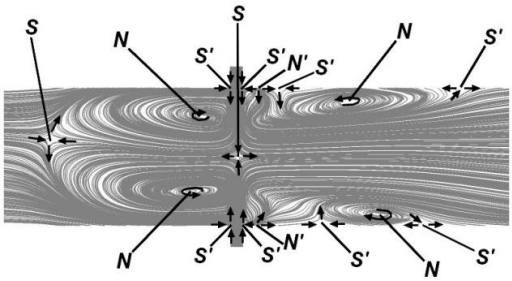
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 2 - 2*2 - 8 = -2$

c) 中心平面 - 射流 2&6



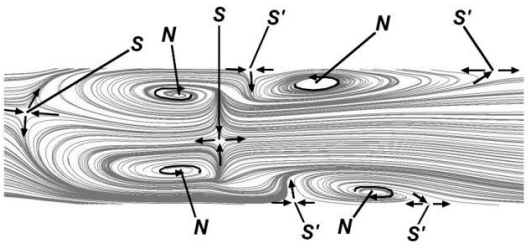
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 0 - 2*2 - 4 = 0$

d) 中平面 2.5&6.5



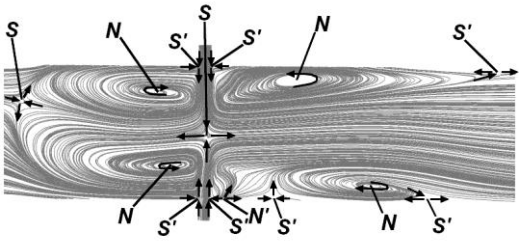
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 2 - 2*2 - 8 = -2$

e) 中心平面 - 射流 3&7



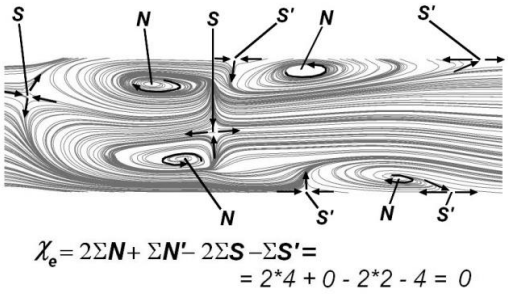
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 0 - 2*2 - 4 = 0$

f) 中平面 3.5&7.5



$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 1 - 2*2 - 7 = -2$

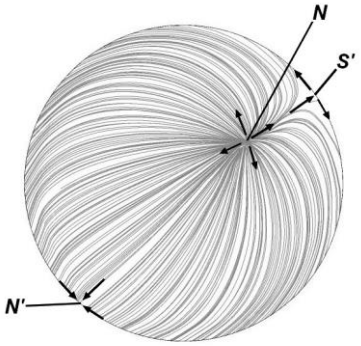
g) 中心平面 - 射流 4&8



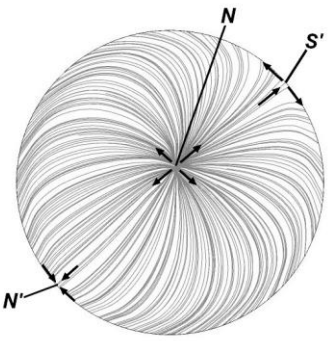
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 0 - 2*2 - 4 = 0$

h) 中平面 4.5&8.5

图10 360° 计算域的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯流线图的径向-轴向拓扑结果；n=8，DR=5，$J^{1/2}$=39.6（C=22.0，MR=6.26），t=0.730 秒

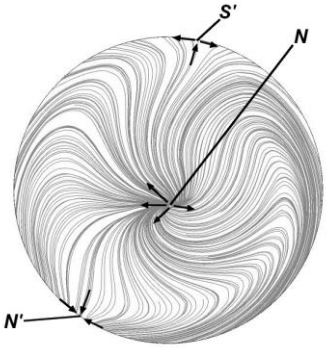


$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*1 + 1 - 2*0 - 1 = 2$



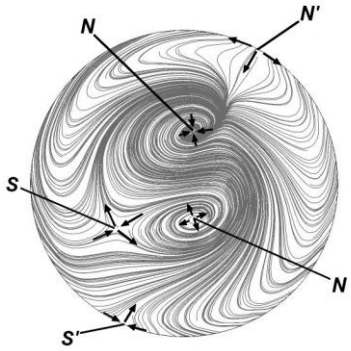
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*1 + 1 - 2*0 - 1 = 2$

a) x/D= - 1.4



$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*1 + 1 - 2*0 - 1 = 2$

b) x/D= - 1.0



$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*2 + 1 - 2*1 - 1 = 2$

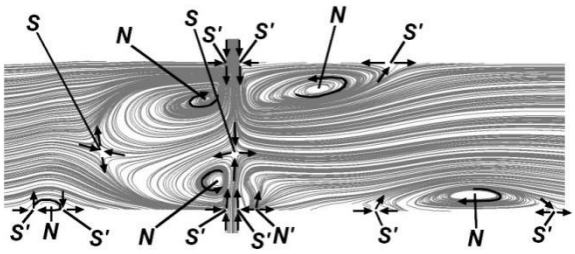
c) x/D= - 0.5

d) x/D= - 0.25

图 11 计算域 360º 的 URANS 流线径向–横向（r-θ）图的 TA 结果；n=8，DR=5，$J^{1/2}$=39.6（C=22.0，MR=6.26），t=0.730 秒

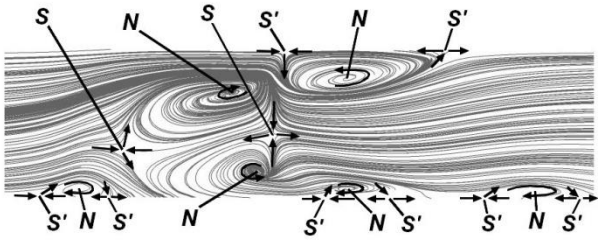
图 10 和图 12 中的流线图为：1）分别对应 t=0.73 和 .3.00 秒时射流 1 和 5–4 和 8 的中心平面图（左栏）；2）分别对应 t=0.73 和 .3.00 秒时射流 1.5 和 5.5–4.5 和 8.5 的中平面图（右栏）。

t=0.73 秒和 3 秒时的 R-θ 图分别见图 11 和图 13。请注意，图 11d 中有两个节点和一个鞍点，这与图 11a-c 中的模式不同，但仍符合该规则。



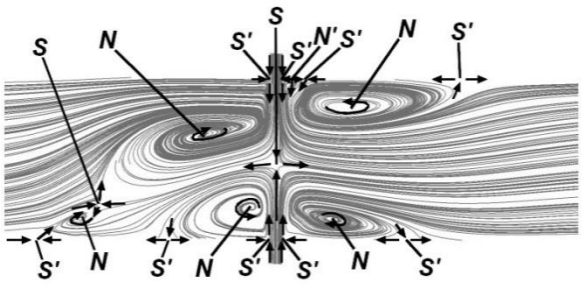
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*5 + 1 - 2*2 - 9 = -2$

a) 中心平面 - 射流 1 和 5



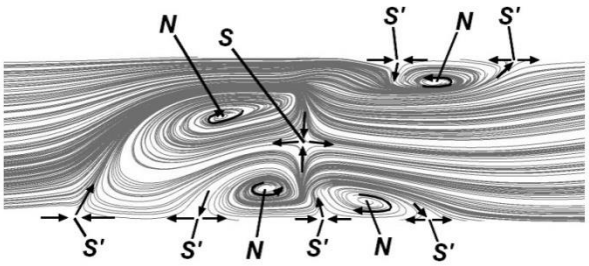
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*6 + 0 - 2*2 - 8 = 0$

b) 中平面 1.5 和 5.5



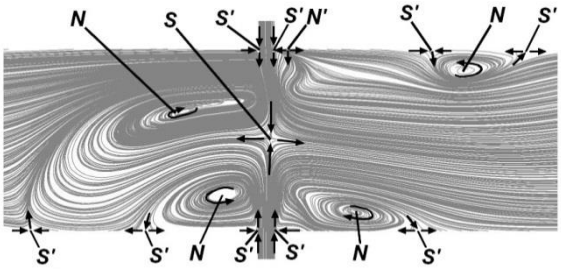
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*5 + 1 - 2*2 - 9 = -2$

c) 中心平面 - 射流 2&6



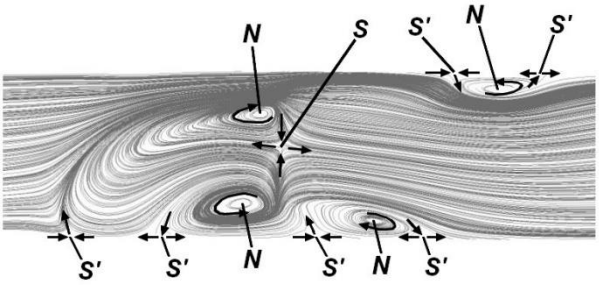
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 0 - 2*1 - 6 = 0$

d) 中平面 2.5&6.5



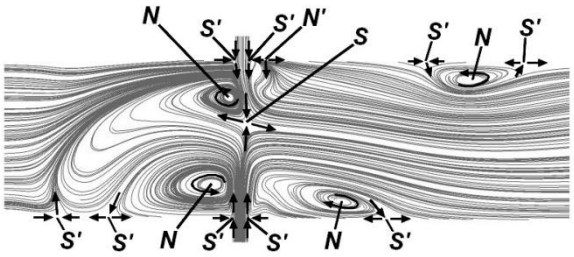
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 1 - 2*1 - 9 = -2$

e) 中心平面 - 射流 3&7



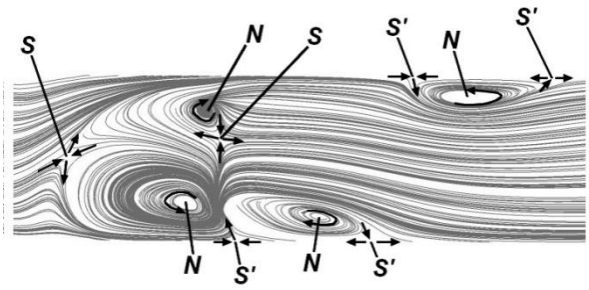
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 0 - 2*1 - 6 = 0$

f) 中平面 3.5&7.5



$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 1 - 2*1 - 9 = -2$

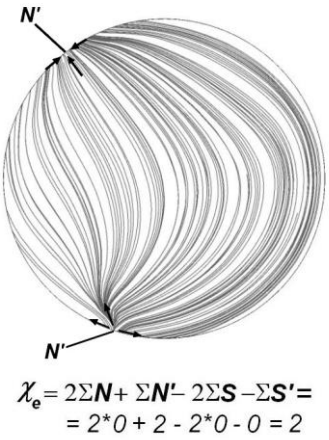
g) 中心平面 - 射流 4&8



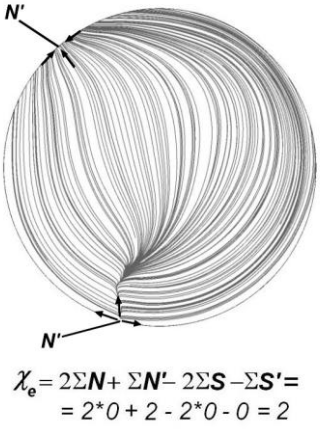
$\chi_e = 2\Sigma N + \Sigma N' - 2\Sigma S - \Sigma S' =$
$= 2*4 + 0 - 2*2 - 4 = 0$

h) 中平面 4.5&8.5

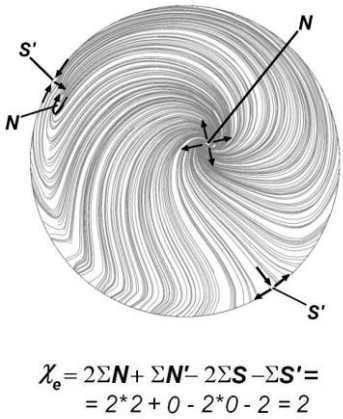
图 12 360° 计算域的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯流线图 r-x 拓扑结果；n=8，DR=5，$J^{1/2}$=39.6（C=22.0，MR=6.26），t=3.000 秒



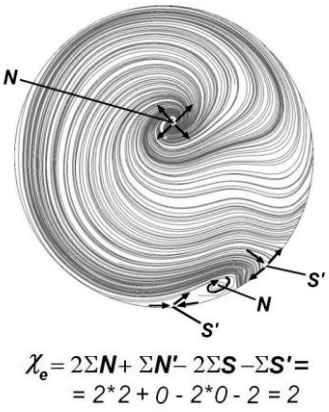
a) x/D= - 1.3



b) x/D= - 1.0



c) x/D= - 0.5



d) x/D= - 0.25

图 13 非定常雷诺平均纳维–斯托克斯流线径向-横向（r-θ）图的拓扑分析结果，适用于360° 计算域；n=8，DR=5，$J^{1/2}$=39.6（C=22.0，MR=6.26），t=3.000 秒

拓扑分析的目的是验证计算的完整性。因此，试图为拓扑分析结果赋予流体力学方面的解释，属于“过度解读”——明显的原因除外。首先，在 JIP 处以及逆流射流最上游的位置存在完整鞍点 S。其次，在图 10 和图 12 的所有中心平面和中间平面上，JIP 上游和下游的零速度位置处各有两对完整节点 N：第一对对应于环面状上游回流区的中心，而第二对对应于环面状下游回流区——。

4 结论

本研究的主要结论如下。圆柱形管道内强冲击射流的特征如下：

- 逆流射流最上游穿透处以及 JIP 处的停滞点。

- 展示了逆流射流在开始“摆动”后的结果。- 展示了强冲击射流中逆流射流最上游中心线穿透处的结果。
- <
2

结果表明，不对称性似乎以 Hz 的频率呈周期性变化。- 结果表明，计算结果符合拓扑分析规则。- 强冲击射流的结果揭示，在较高的 J’s (C’s)下，JIC 流场存在大尺度不稳定性。这类流体流动的显著特征是

t

射流注入平面的上游和下游形成了两个连续的环面形状回流区。总体而言，这种流动构型有利于强化射流

IC

流动混合。在进一步分析混合器下游部件的热载荷和机械载荷时，应考虑这些因素。

参考文献

1. Margason, R.J.：《横流射流研究五十年》。载于：横流射流计算与实验评估会议（AGARD CP-534），英国温彻斯特，第1–41页（1993） 2. Holdeman, J.D.：受限亚声速横流中多股射流的混合。《能源与燃烧科学进展》19(1)，31–70（1993）（另见 NASA TM-104412, 1991）。https://doi.org/10 6 3 1016 0360 1285 93 90021 . / - ( ) - . Holdeman, J.D., Liscinsky, D.S., Oechsle, V.L., Samuelsen, G.S., Smith, C.E.：受限亚声速横流中多股射流的混合：第一部分–圆柱形管道。《工程燃气轮机与动力》119(4)，852–862（1997）（另见 NASA TM 107185, 1996）。https://doi.org/10 2817065 4 1115 1. / . . Holdeman, J.D., Liscinsky, D.S., Bain, D.B.: 部分——矩形管道中的对置孔排。《工程燃气轮机与动力》121(3)，551–562（1999）（另见 NASA TM 107461，1997）。https://doi.org/10 2818508 5 1115 1. / . . Karagozian, A.R.：横向射流及其控制。《能源与燃烧科学进展》36 001 6 5 531 553 ps://doi.org/ . /j.pecs. . . . Abramovich, G.N.：湍流射流理论。麻省理工学院出版社，剑桥（1963） 7. Abramovich, G.N.：空气、等离子体和真实气体的湍流射流。Consultants Bureau，纽约（1969） 8. Lefebvre, A.H.：燃气轮机燃烧，2nd版，泰勒与弗朗西斯出版公司，费城（1999） 9. Vardakas, M.A., Leong, M.Y., Brower, J., Samuelsen, G.S., Holdeman, J.D.：大气压下预热对轴向分级燃烧室快速混合段NO_x 生成的影响。NASA/TM-1999-209431（1999） 10. Bain, D.B., Smith, C.E., Liscinsky, D.S., Holdeman, J.D.：横流射流流场中的流动耦合效应。《推进与动力杂志》15(1)，10–16（1999）（另见 AIAA Paper 96- 2762 5411 11 107257, 1997 10 2514 2 & NASA TM May ）。https://doi.org/ . / . . Leong, M.Y., Samuelsen, G.S., Holdeman, J.D.：射流空气与富燃料反应横流的混合。《推进与动力杂志》15(5)，617–622（1999）（另见 WSS/CI Paper No. 97 5479 12 034 107430 10 2514 2 S- & NASA TM ）。https://doi.org/ . / . .S., Holdeman, J.D.：射流与富燃料反应横流混合的优化。《推进与动力杂志》16(5)，729–735（2000）（另见 AIAA-97-0156 &NASA TM 97 5 2 - January ）。https://doi.org/ . / . . Kroll, J.T., Sowa, W.A., Samuelsen, G.S., Holdeman, J.D.：圆柱形管道中横流混合的孔口几何形状优化。《推进与动力杂志》16(6)，929–938（2000）（另见 AIAA Paper 94-0219 &NASA TM 106436，1994年1月）。

https://doi.org/10 5669 14 2514 2. / . . Demayo, T.N., Leong, M.Y., Samuelsen, G.S., Holdeman, J.D.：评估射流诱导的富燃料反应横流空间混合。《推进与动力杂志》19(1)，14–21（2003）（另见 NASA/CR-2004 6098 15 212886, [illegible]）
https://doi.org/ . / . . Holdeman, J.D., Chang, C.T.：空气预热和孔口数对富燃/快速混合/贫燃混合段流动及排放的影响。《流体工程杂志》129(11)，1460–1467（2007）（另见 NASA/TM-1999-209431，1999年9月/NASA/TM-2008-215151，2008）。https://doi.org/10 2786531 16 1115 1. / . . Holdeman, J.D., Chang, C.T.：受限亚声速横流中多股射流的混合：第三部分——空气预热和孔口数对富燃/快速混合/贫燃混合段流动及排放的影响。NASA/TM-2008-215151（2008） 17. Samuelsen, G.S., Brouwer, J., Vardakas, M.A., Holdeman, J.D.：空气预热对富燃/快速混合/贫燃燃烧室中NO_x生成影响的实验与建模研究。《传热与传质》49，219–231（2013）。https://doi.org
Holdeman, J.D., Smith, T.D., Clisset, J.R., Lear Jr., W.E.：用于计算受限横流中一排射流混合的电子表格。NASA/TM-2005-213137（2005） 19. Holdeman, J.D., Clisset, J.R., Moder, J.P., Lear Jr., W.E.：受限横流中单排及对置射流排的混合。NASA/TM-2006-214226（2006） 20. Holdeman, J.D., Clisset, J.R., Moder, J.P.：横流射流的电子表格计算：对置的共线与错列孔排，以及孔径交替的单排与对置排。NASA/TM-2010-216100（2010） 21. Holdeman, J.D., Clisset, J.R., Moder, J.P.：横流射流的电子表格计算：孔径交替的单排与对置排。《工程燃气轮机与动力》132，64502 40001 22 1 64502 7 2010 10 1115 1 —— ( ). http://dx.doi.org/ . / . . Holdeman, J.D., Clisset, J.R., Moder, J.P.：横流射流的电子表格计算：倾斜45°的对置槽孔排。NASA/TM-2011-215980（2011） 23. Holdeman, J.D., Clisset, J.R., Moder, J.P.：横流射流的电子表格计算：对置的共线与错列圆孔排。《传热与传质》48(2)，413– 424 6 24 2012 10 1007 00231 011 0913 ( ). http://dx.doi.org/ . /s - - - . Holdeman, J.D.：回复：取决于射流穿透系数和动量通量比的错列二次空气射流对置排穿透行为。《国际传热传质杂志》102，435 088 25 444 2016 10 1016 2016 04 - ( ). https://doi.org/ . /ijheatmasstransfer. . . . Holdeman, J.D., Clisset, J.R.：矩形管道中由倾斜45°的对置槽孔排垂直注入横流的射流电子表格计算。《热科学与工程进展》3，37 001 26 48 2017 10 1016 2017 06–( ). https://doi.org/ . /j.tsep. . . . Holdeman, J.D., Reynolds, R.S., White, C.D.：曲率与收敛性对稀释射流混合影响的数值研究。AIAA Paper 87-1953， 23rd 联合推进会议，美国圣迭戈（1987）（另见 NASA TM-89878）。https://doi.org/10 1953 27 2514 6 1987. / . - . Holdeman, J.D., Srinivasan, R., White, C.D.：曲率与收敛性对稀释射流混合影响的经验模型。AIAA Paper 88-3180， 24th 联合推进会议，美国波士顿（1988）（另见 NASA TM-100896）。https://doi.org/10 3180 28 2514 61988. / . - . Kartaev, E.V., Emelkin, V.A., Ktalkherman, M.G., Kuzmin, V.I., Aulchenko, S.M., Vashenko, S.P.：逆流射流形成状态下冲击径向射流与横流的混合分析。《化学工程科学》119，[illegible]。https://doi.org/10 062 29 1016 2014 07 . /j.ces. . . . Kartaev, E.V., Emelkin, V.A., Ktalkherman, M.G., Aulchenko, S.M., Vashenko, S.P., Kuzmin, V.I.：多股径向注入横流的射流冲击所形成的逆流射流。《实验热流体科学》68，310–321（2015）。https://doi.org/10 009 30 1016 2015 05 . /j.expthermflusci. . . . Ktalkherman, M.G., Emelkin, V.A., Pozdnyakov, B.A.：混合器几何及气动参数对与横流碰撞的径向射流混合的影响。《工程物理与热物理学》83(3)，539–548（2010）。https://doi.org/10.1007/s10891-010-

0375-6 31. Ktalkherman, M.G., Namyatov, I.G.：快速混合反应器中烃类热解的模拟。《中
042 32 1016 2014 06 . /j.cjche. . .
. Kartaev, E.V., Emelkin, V.A., Ktalkherman, M.G., Aulchenko, S.M., Vashenko, S.P.：圆柱形管道横流中多射流冲击产生的逆流射流的上游穿透行为。《国际传热传质杂志》116, 1163-1178 (2018 111 33 10 1016 2017 09)。https://doi.org/ . /j.ijheatmasstransfer. . . . Kartaev, E.V., Holdeman, J.D.：针对圆柱形管道中非冲击、冲击及强冲击射流的热横流中的冷射流，开展稳态和非定常雷诺平均纳维–斯托克斯建模。《传热与传质》56(7), 2285-2302 (2020). https://doi.org/10 6 34 1007 00231 020 02853 . /s - - - . Thong, C.X., Kalt, P.A.M., Dally, B.B., Birzer, C.H.：多侧向射流喷射进入圆管流动的流动动力学。《实验流体力学》56(1),1-16 (A15) (2015). https://doi.org/10 4 35 1007 00348 014 1884 . /s - - - . Foss, J.F.：横流中的射流问题的相互作用区域现象。卡尔斯鲁厄大学，报告 SFB 80/E/161 (1980) 36. Foss, J.F.：用于流场分析的表面选择与拓扑约束评估。《实验流体力学》37, 883 0 37 898 2004 10 1007 00348 004 0877–( )。https://doi.org/ . /s - - - . Foss, J.F., Hedden, M., Barros, J.M., Christensen, K.T.：用于评估粒子图像测速矢量场完整性的拓扑评估程序。《测量科学与技术》27, 094007 (2016 094007 38 10 1088 0957 0233 27 9)。https://doi.org/ . / - / / / . Vranos, A., Liscinsky, D.S., True, B., Holdeman, J.D.：强化混合研究：圆柱形管道中的实验。AIAA 论文 91-2459. 美国航空航天学会/SAE/美国机械工程师学会/ASEE 第27届联合推进会议，萨
麦
希尔出版公司，纽约 (1975) 41. McGuirk, J.J., Taylor, A.M.K.P., Whitelaw, J.H.：湍流回流迎风差分计算中数值扩散的评估。载于：Bradbury L.J.S., Durst F., Launder B.E., Schmic
立用力学
Launder, B.E., Spalding, D.B.：《湍流的数值计算》。《计算方法与应用力学和工程》3(2), 269-289 (1974). https://doi.org/10.1016/0045- 7825 2 44 74 90029( ) - . Pope, S.B.：《湍流》。剑桥大学出版社，剑桥 (2000) 45. Sloan, D.G., Smith, P.J., Smoot, L.D.：湍流中的旋流建模。《能源与燃烧科学进展》12(3), 163-250 (1986). https://doi.org/10.1016/0360-1285(86)90016-X 46. Shih, T.-H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z., Zhu, J.：一种适用于高雷诺数湍流的新型κ-ε 涡黏性模型。《计算流体》24(3), 227-238 (1995)（亦为美国国家航空航天局 TM 106721, 1994）。https://doi.org/10.1016/0045-7930(94)00032-T 47. Yu, X., Chen, T., Zhang, Q., Wang, T.：甲烷部分氧化淬冷过程的计算流体力学模拟：横流射流构型与冲击流构型的比较。《中国化学工程学报》26(5), 903-913 (2016). http://dx.doi.org/10 039 48 1016 2016 04 . /j.cjche. . . . Chen, T., Zhang, Q., Wang, J., Wang, T.：天然气部分氧化制乙炔的工业规模气体淬冷过程模拟。《化学工程杂志》329, 238- 249 016 49 2017 10 1016 2017 04 ( )。http://dx.doi.org/ . / j.cej. . . . Patankar, S.V., Spalding, D.B.：三维抛物型流动中热量、质量和动量传递的计算程序。《国际传热传质杂志》15(10), 1787 3 50 1806 1972 10 1016 0017 9310 72 90054 - ( )。http://dx.doi.org/ . / - ( ) - . McGuirk, J.J., Spencer, A.：环腔/端口流动的计算流体力学建模。载于：ASME 1993

国际燃气涡轮与航空发动机大会暨展览会，ASME 会议论文集，辛辛那提，美国，第 1 185 51 7 1993 10 111593 - ( )。doi: . / -GT- . McGuirk, J.J., Spencer, A.：计算流体力学对燃烧室进气口射流特性的耦合与非耦合预测。《工程燃气轮机与动力》123 1362319 52 2 327 332 2001 10 1115 1 ( ), - ( )。doi: . / . . Spencer, A., Adumitroaie, V.：横流中冲击射流的大涡模拟。载于：ASME 涡轮博览会 2003 论文集，ASME 会议论文集，亚特兰大，美国，第557-564页 (2003 38754 53 10 1115 2003)。doi: . /GT - . Davoudzadeh, F., Forliti, D., Le, A.-T., Vu, H.：受限多股横向射流的数值模拟。载于：第42届AIAA流体动力学会议暨展览会论文集（AIAA-2012-2819），新奥尔良，美国 (2012) 54. Dunham, D., Spencer, A., McGuirk, J.J., Dianat, M.：比较用于空气旋流燃料喷射器的非定常雷诺平均纳维–斯托克斯和大涡模拟计算流体力学方法。《工程燃气轮机与动力》131(1) 011502 2969096 55 2009 10 1115 1 ( )。https://doi.org/ . / . . Spencer, A.：燃气涡轮燃烧室端口流动。博士论文，拉夫堡大学，莱斯特郡 (1998) 56. Holms, D.：燃气涡轮燃烧室流场中的粒子图像测速。博士论文，拉夫堡大学，莱斯特郡 (2004) 57. Clayton, D.J., Jones, W.P.：受限流动中的冲击射流大涡模拟。《流动、湍流与燃烧》77 127-146 (2006). https://doi.org/10.1007/s10494-006-9040- 8. 58. Saini, V., Xia, H., Page, G.J.：比较有限体积法与谱/hp方法在燃烧室端口流动大涡模拟中的应用。《AIAA杂志》60(7) 4367-4383 (2022). https://doi.org/10 060961 59 2514 1 / J. Saini, V., Page, G.J.：有限体积法与谱/hp方法在典型燃气涡轮燃烧室空气动力学大涡模拟中的性能比较。2019年6月。https://doi.org/10.17028/rd.lboro.8301071.v1