arXiv:2305.04915v1 [cond-mat.quant-gas] 8 May 2023

费米极化子之间的媒介相互作用及杂质量子统计的作用

CosettaBaroni[1,2], Bo Huang(黄博)[1,2], Is abellaFritsche[1,2],Erich Dobler[1,2], Gregor Anich[1,2], EmilKirilov[1,2],Rudolf Grimm[1,2], Miguel A.Bastarrachea-Magnani[3], Pietro Massignan[4] 和 Georg Bruun[51]量子光学与量子信息研究所（IQOQI），奥地利科学院，Technikerstraße 21a，因斯布鲁克，6020，奥地利。[2]因斯布鲁克大学实验物理研究所，Technikerstraße 25，因斯布鲁克，6020，奥地利。[3]墨西哥城自治大都会大学伊斯塔帕拉帕校区物理系，Av. Ferrocarril San Rafael Atlixco 186，墨西哥城，09310，墨西哥。[4]加泰罗尼亚理工大学物理系，Campus Nord B4-B5，巴塞罗那，08034，西班牙。[5]奥胡斯大学物理与天文学系，Ny Munkegade 120，奥胡斯，8000，丹麦。

摘要

准粒子的概念对于理解复杂多体系统的行为至关重要。极化子是准粒子的典型范例，它是与周围介质强烈相互作用的杂质。在费米海中形成的费米极化子，是这一概念的典型实现。作为一种固有且重要的性质，此类准粒子会通过调制介质而彼此相互作用。尽管超冷原子的量子模拟实验显著增进了我们对单个极化子的理解，但在这些系统中，极化子之间的相互作用仍难以探测。在此，

2 费米极化子之间的媒介相互作用

我们报告了对费米极化子之间介导相互作用的明确观测：这些极化子由嵌入锂原子费米海中的 K 杂质构成。我们的结果证实了朗道费米液体理论的两项里程碑式预言：介导相互作用导致的极化子能量偏移与杂质浓度呈线性关系；其符号则随杂质量子统计而反转。对于杂质与介质之间较弱至中等的相互作用，我们发现实验结果与费米液体理论的静态（零动量、零能量）预言高度吻合。对于更强的杂质-介质相互作用，我们表明，负能量处观测到的行为可以通过更精细的多体处理加以解释，该处理考虑了迟滞效应和分子形成

20世纪50年代末，L. Landau 提出的费米液体理论，是我们理解量子多体系统的核心理论，这类系统包括原子核、液态氦-3、固态材料中的电子、近藤杂质以及中子星。 [1, 2]Landau 的关键洞见是，通过将许多复杂多体系统的行为归因于被称为准粒子的基本激发态，来解释这些系统的行为。基本组成粒子之间的强相互作用可以归纳为少数几个用于表征准粒子的参数，例如其能量和有效质量。这使得我们能够以一种类似于弱相互作用粒子系统的方式，对这些系统进行大幅简化的描述。

准粒子的固有属性之一是，它们通过调制周围介质而彼此相互作用。例如，声子介导的相互作用会产生常规超导性，而人们推测自旋波介导了导致高温超导性的相互作用。由周围费米海中的粒子-空穴激发交换所引起的准粒子间相互作用，对于理解费米液体的平衡性质和动力学性质都至关重要。它对于费米液体中集体模的涌现 [2], 以及巨磁阻的出现尤为重要，也关系到鲁德曼-基特尔-笠-矢田（RKKY）理论所预言的核磁矩之间的耦合 [1]。

利用超冷原子进行量子模拟的实验方法，显著增进了我们对单个准粒子的认识。这里，准粒子由一个被费米气体或玻色-爱因斯坦凝聚态（BEC）包围的杂质原子构成 [3–7] ，分别称为费米极化子 和玻色极化子。近期的一项实验 [8],在相当弱的异种相互作用条件下，观测到了玻色-爱因斯坦凝聚态中原子之间由费米子介导的相互作用。在强相互作用区间，时域干涉测量光谱 [9] 显示，在杂质浓度非零时对比度会降低，但在强相互作用区间明确探测到准粒子相互作用仍然难以实现 [3, 7]。关于非平衡二维材料的实验揭示了由电子介导的激子间相互作用，但其符号

与平衡态系统的费米液体理论预测相反 [10, 11]。

在这项工作中，我们报告了在由玻色型 ^{41}K 原子或费米型 ^{40}K 原子形成的费米海（由 ^{6}Li 原子构成）中，观测到费米极化子之间介导相互作用的实验结果。通过选择不同的 K 同位素，我们的系统提供了一种独特的可能性，即在基本保持其他所有条件不变的情况下，改变杂质量子统计。根据观测到的极化子能量随浓度增加而呈现的线性变化，我们提取了动量平均的准粒子相互作用。利用超冷量子气体混合物所提供的卓越调控能力，我们研究了这种相互作用随 K-Li 相互作用的符号和强度变化的规律，并发现，在弱至中等相互作用强度范围内，实验结果与费米液体理论的预测高度吻合。这其中包括一个理论预测：介导的准粒子相互作用的符号会随着杂质量子统计的改变而发生反转。在强相互作用条件下，我们观测到实验结果偏离朗道理论的预测，这可能是由于吸引相互作用一侧极化子的消失以及分子激发态的出现所致。

在费米液体理论中，杂质（↓）与简并费米海（FS）中的（↑）粒子相互作用，形成一个准粒子。这种费米极化子的能量取决于杂质与费米海中粒子之间的相互作用强度。对于短程相互作用，该强度可由无量纲参数 $X = -1/(k_{\mathrm{F}}a)$ 表征。这里，a 是种间s波散射长度，$k_{\mathrm{F}} = (6\pi^2 n_\uparrow)^{1/3} = \sqrt{2m_\uparrow \epsilon_{\mathrm{F}}}/\hbar$ 是费米波数，其中 $m_\uparrow$ 为构成费米海的粒子质量，$n_\uparrow$ 为其数密度，ϵ_{F} 为费米海的费米能，$\hbar$ 为约化普朗克常数。对于给定的质量比 $m_\downarrow/m_\uparrow$，动量为$\mathbf{k}$ 、质量为 $m_\downarrow$ 的单个极化子的能量 $\epsilon^0_{\mathbf{k}\downarrow}$ 是 X [12–19]的普适函数，这一关系已在以往的实验 [3, 4, 7, 20, 21]中得到广泛研究。

随着杂质浓度的增加，$\mathcal{C} = n_\downarrow/n_\uparrow$，形成的极化子越来越多，它们通过介质中的密度调制彼此相互作用。根据朗道理论，对于较小的 $\mathcal{C}$，产生动量为 $\mathbf{k}$ 的极化子所需的能量可写为 [2]

$$\epsilon_{\mathbf{k}\downarrow} = \epsilon^0_{\mathbf{k}\downarrow} + \sum_{\mathbf{k}'} f_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}'\downarrow}, \tag{1}$$

其中 $f_{\mathbf{k},\ \mathbf{k}'}$ 表示两个动量分别为 $\mathbf{k}$和 $\mathbf{k}'$ 的极化子通过介质原子介导的相互作用，而 $n_{\mathbf{k}\downarrow}$ 是动量分辨的极化子密度。可以利用原子-杂质耦合常数 $g_{\uparrow\downarrow} = 2\pi\hbar^2 a/m_r$ 的微扰理论计算准粒子相互作用，其中 $m_r = 1/(m_\uparrow^{-1} + m_\downarrow^{-1})$ 是二体约化质量。由此可得二阶结果 [22–24]

$$f_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} = \pm g^2_{\uparrow\downarrow}\, \chi(\mathbf{k}-\mathbf{k}', k^2/2m_\downarrow - k'^2/2m_\downarrow) \tag{2}$$

其中 $\chi(\mathbf{p}\ \omega)$ 为林德哈德函数 [25]，上、下符号分别表示玻色杂质和费米杂质（见补充信息。

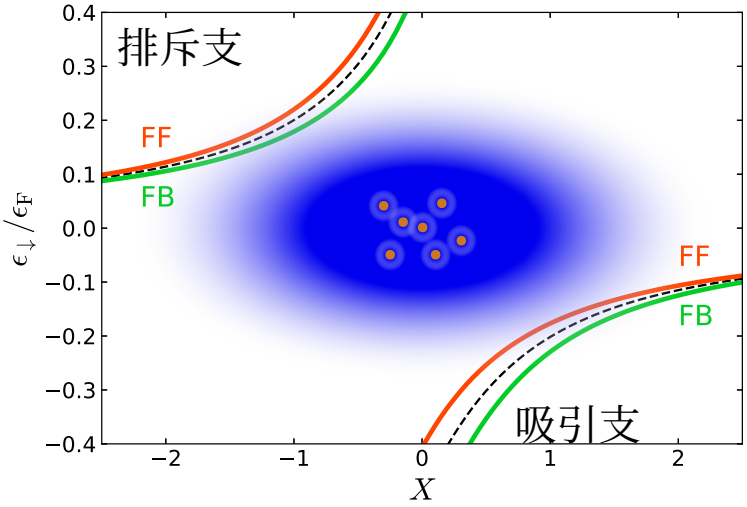

图 1 包含介导相互作用的极化子能量。吸引型和排斥型极化子的能量表示为无量纲相互作用参数的函数 X，根据方程（4），采用方程（3）中定义的极化子-极化子介导相互作用的静态极限。结果分别展示了单杂质极限（即 $\mathcal{C} = 0$，黑色虚线），以及杂质浓度为 $\mathcal{C} = 0.5$ 时，锂-钾混合物中的费米-玻色（FB，绿色实线）和费米-费米（FF，红色实线）两种情况。

（更多细节请参见相关内容）。方程（2）是众所周知的 RKKY相互作用 [1]。在费米液体理论框架内，通过将 $g_{\uparrow\downarrow}$（裸杂质与介质原子之间的耦合常数）替换为极化子-原子相互作用 $\partial\epsilon_F/\partial n_\downarrow$，方程（2）自然可以推广到缀饰准粒子，其中$n_\downarrow = \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}\downarrow}$ 是总杂质密度 [23]。在能量和动量趋于零的极限下，可以得到：

$$f_0 = \mp \frac{2\epsilon_F}{3n_\uparrow}(\Delta N)^2, \tag{3}$$

其中 $\Delta N = -\partial\epsilon^0_{0\downarrow}/\partial\epsilon_F$ 是零动量杂质 [26]周围缀饰云中的粒子数。方程（2）-（3）严格证明，诱导相互作用的符号明确取决于杂质的量子统计性质。

为了便于与我们无法进行动量分辨的光谱学实验进行比较，我们对方程（1）进行动量平均，并写为

$$\epsilon_\downarrow = \epsilon^0_\downarrow + \bar{f} n_\uparrow \mathcal{C}, \tag{4}$$

其中 $\bar{f}$ 表示对准粒子相互作用进行动量平均 $f_{\mathbf{k},\,\mathbf{k}'}$。我们引入无量纲量 $\bar{f}n_\uparrow/\epsilon_F$，并在下文中将其称为介导相互作用系数。在方程（2）-（4）中，我们忽略裸杂质之间的直接相互作用，因为在我们的实验中，这种相互作用可以忽略不计（方法）。

在图 1 中，我们展示了根据方程（4）计算的吸引和排斥极化子能量随相互作用的变化，其中 $\bar{f} = f_0$ 由方程（3）给出，并列举了三个示例情形：单个杂质（黑色虚线）

以及有限浓度下的玻色杂质（绿色实线）和费米杂质（红色实线）。图中还强调，介导相互作用效应（通过选择较大的浓度 $\mathcal{C} = 0.5$ 将其放大）相当微弱，因此在实际实验中很难观测到。

我们开展这项实验工作的主要动机，是利用原子量子气体所提供的独特可控性，系统地探索准粒子之间的相互作用。这包括检验介导相互作用的符号特性：理论预测，该符号与杂质-介质相互作用是吸引性还是排斥性无关，但会随着杂质量子统计性质的改变而反转。更一般地说，我们将检验随着杂质浓度增加及相互作用强度变化，朗道准粒子理论是否仍然成立。

我们的实验采用混合物种系统，其中包括由俘获的自旋极化 ^{6}锂原子组成的费米海，并在其中浸入玻色或费米杂质原子（^{41}钾或 ^{40}钾）。在几乎保持其他所有特性不变的情况下，将杂质统计性质从玻色统计改为费米统计，是我们系统的一项关键特性，因此能够直接观测杂质统计性质对极化子问题的影响。此外，钾-锂质量不平衡（$m_\downarrow/m_\uparrow \approx 6.8$）在多个方面带来优势。首先，它使我们能够制备杂质浓度较高的系统，同时费米介质处于深度简并状态，而杂质则保持在热区（见补充信息）。这避免了简并杂质带来的复杂情况，例如费米杂质的泡利阻塞导致能量位移 [3, 7, 27], ，或玻色杂质形成玻色-爱因斯坦凝聚态时发生相分离或塌缩[21]。此外，杂质的热能量分布不受其裸质量与有效质量之差的影响；而在简并区，这种差异的效应可能超过介导相互作用的影响 [7]（更多详情请参阅补充信息）。

此外，介质中较轻原子所产生的强费米压力，使费米海的空间范围远大于较重杂质原子云的尺寸。这一效应（近红外光下对钾采用更紧密的光学俘获势 [4]，进一步增强了该效应）带来了有利的条件：费米海中的杂质所处介质近乎均匀，化学势基本保持恒定。

我们探测方法的基本思路已在先前的工作中介绍 [4, 21], ，该方法是一种注入 方案，通过射频（RF）将杂质自旋态 K$|0\rangle$ 转移到态 K$|1\rangle$。初始态 K$|0\rangle$ 与介质基本不发生相互作用。相比之下，目标态 K$|1\rangle$ 中的 s 波相互作用可通过磁场控制的种间费什巴赫共振（FR）进行调谐（方法）。在两种混合物（FB 和 FF）中，杂质之间的直接相互作用可以忽略，因为玻色性 ^{41}K 的种内 s 波散射处于非共振状态，而费米性 ^{40}K 则不存在这种散射（方法）。我们注意到，在真实实验中，

归一化单极化子能量 $\epsilon_{\downarrow}^{0}/\epsilon_{\mathrm{F}}$ 和介导相互作用系数 $f n_{\uparrow}/\epsilon_{\mathrm{F}}$ 不仅取决于参数 X，还取决于质量比以及一个与共振宽度相关的附加参数 [28, 29]。由于在我们的实验中使用的两种混合物中，这些参数的数值几乎相同，因此质量比和 FR 的差异影响很小，杂质量子统计才是关键区别。

我们的实验以由约 10^{5} ^{6} 个锂原子和 10^{4} ^{41} 个钾原子或 ^{40} 个钾原子组成的混合物为起点。锂原子始终处于最低超精细自旋态，而钾原子最初制备在弱相互作用的辅助态 K|anc⟩，随后通过射频转移将其中一部分原子转移至 K|0⟩，以调节杂质浓度（见“方法”）。原子被囚禁在 1064 nm 交叉光束光偶极阱中，所处磁场接近共振。两种原子处于热平衡状态。锂原子的费米海处于简并状态，而钾杂质仍处于热区。

为将系统中残余的非均匀性纳入考量，我们引入了通过对 K 原子云的空间范围取平均而定义的有效量。具体而言，我们引入两种原子的 K 平均原子数密度 $\bar{n}_{\mathrm{Li}}$ 和 $\bar{n}_{\mathrm{K}}$，以及锂原子费米海的有效费米能 ϵ_{F}（见“方法”）。这些量以及样品温度 T，均通过每次主要极化子测量前单独进行的测量获得。两种混合物的有效锂原子密度、有效费米能和约化温度的典型值相近。具体而言，对于费米-玻色混合物，我们有 $\bar{n}_{\mathrm{Li}} \approx 1.5 \times 10^{12}$ cm^{-3}、$\epsilon_{\mathrm{F}}/h \approx 16$ kHz、$T/T_{\mathrm{F}} \approx 0.15$；对于费米 - 费米混合物，则有 $\bar{n}_{\mathrm{Li}} \approx 2 \times 10^{12}$ cm^{-3}、$\epsilon_{\mathrm{F}}/h \approx 20$ kHz、$T/T_{\mathrm{F}} \approx 0.25$。

我们通过施加一个持续 1 ms 的布莱克曼形脉冲来实现射频光谱探测方案。脉冲持续时间是在射频脉冲的谱宽（$\sigma_{\mathrm{RF}} \approx 0.7$ kHz）与最短极化子寿命（在强排斥作用下约为数 ms，[4, 21]）之间进行权衡后选定的。在不存在锂原子的情况下，我们调整脉冲强度，使其获得共振的 π-脉冲。通过改变脉冲频率 ν 来探测极化子谱。我们的光谱学观测量是射频脉冲作用后 K|0⟩ 中剩余原子的数量 $N_{\mathrm{K}|0\rangle}$（方法）。对于 FB 情形，我们将失谐定义为 $\Delta E = h(\nu_0 - \nu)$；对于 FF 情形，则定义为$\Delta E = h(\nu - \nu_0)$，其中 ν_0 表示不存在锂原子时 K|0⟩ 到 K|1⟩ 跃迁的裸频率。ΔE 定义中的符号相反，是因为在我们的 FB 混合物中，K|0⟩ 的能量高于 K|1⟩，而在我们的 FF 混合物中则恰好相反。对于这两种情形，极化子谱均表示为 $N_{\mathrm{K}|0\rangle}(\Delta E/\epsilon_{\mathrm{F}})$。

在图 2a 中，我们展示了两种不同杂质浓度下，针对玻色型 ^{41}K 杂质记录的典型射频转移信号。共振凹陷对应于准粒子谱中的极化子峰，其位置揭示了一个微小的浓度依赖的能量位移，我们将其归因于介导相互作用。我们采用方法部分所述的启发式拟合模型分析该信号，并从中提取极化子能量峰的位置，将其确定为 $\epsilon_{\downarrow}$。通过拟合，我们还提取了最大值

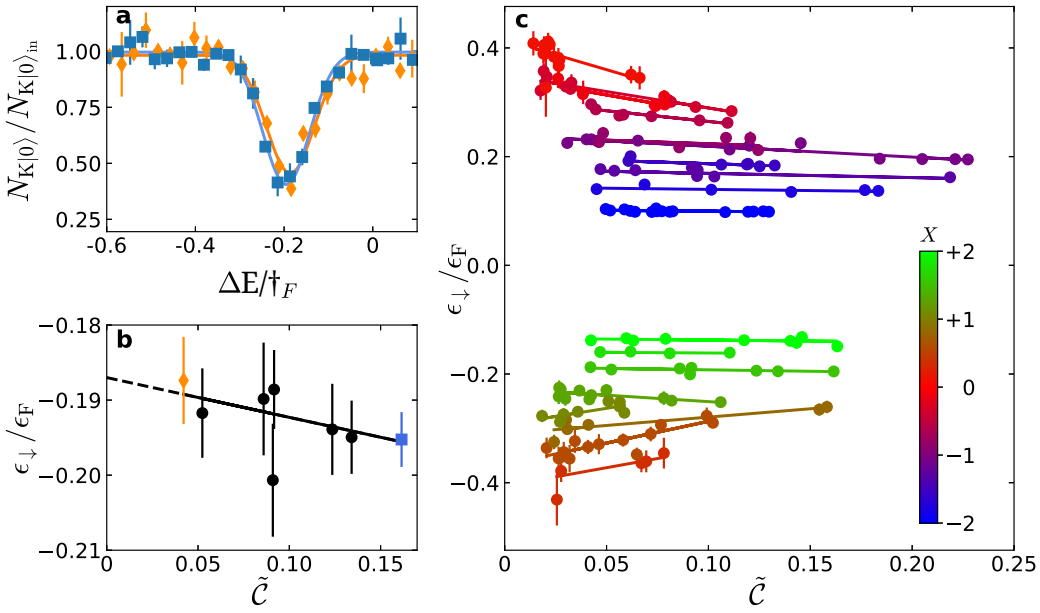

图 2 极化子能量对杂质浓度的依赖关系。对于 FB 情形，图中展示了测量和数据分析的主要步骤。**a**，在 $X = 0.98$ 处测得的两个示例性光谱信号（以初始原子数归一化），对应不同的相互作用杂质浓度（蓝色方块 $\mathcal{C} = 0.16$、橙色菱形 $\mathcal{C} = 0.04$）。实线为在一个线性背景上使用高斯函数进行拟合的结果（在当前数据中，线性背景可忽略不计）。误差棒表示典型的 5–6 次测量重复次数所得的标准误差。**b**，$X = 0.98$ 条件下，极化子能量随杂质浓度的变化；蓝色方块和橙色菱形分别对应面板**a**中展示的示例光谱。黑线表示对数据的线性拟合，虚线表示外推至零密度。**c**，不同相互作用参数 X下，极化子能量随杂质浓度的变化。从中间向上（由蓝至红）表示排斥作用增强；从中间向下（由绿至红）表示吸引作用增强。统计不确定性通过综合考虑光谱分析中的拟合不确定性以及费米能的误差来评估。

从钾转移的杂质比例$|0\rangle$ 至钾$|1\rangle$， $\mathcal{T}_{\max}$。根据实验可观测量，我们将相互作用态中的有效杂质浓度定义为$\tilde{\mathcal{C}} = \mathcal{C}_{K|0\rangle} \times \frac{1}{2}\mathcal{T}_{\max}$，其中 $\mathcal{C}_{K|0\rangle} = \bar{n}_{K|0\rangle}/\bar{n}_{Li}$ 是非相互作用钾的浓度$|0\rangle$原子，由两种粒子的数密度比给出。我们对$_{1\ 2}$ 的定义中包含因子 $\tilde{\mathcal{C}}$，这是因为在射频脉冲期间，杂质数量从 0 逐渐增加至最终值，因此取了杂质数量的平均值 [21]。

在数据分析的第二步中，我们考察极化子能量 $\epsilon_\downarrow$ 对杂质浓度 $\mathcal{C}$ 的依赖关系，其中 X取固定值。在图2b中，我们以FB混合物为例展示相应的处理过程，取 $X \approx 1$。橙色菱形和蓝色方块分别表示从图2a的光谱中提取的极化子能量，其中 $\mathcal{C} \approx 0.04$和 $\mathcal{C} \approx 0.16$。我们假设观测到的行为呈线性依赖，并用直线（黑线）拟合。根据得到的直线，我们可以提取介导的

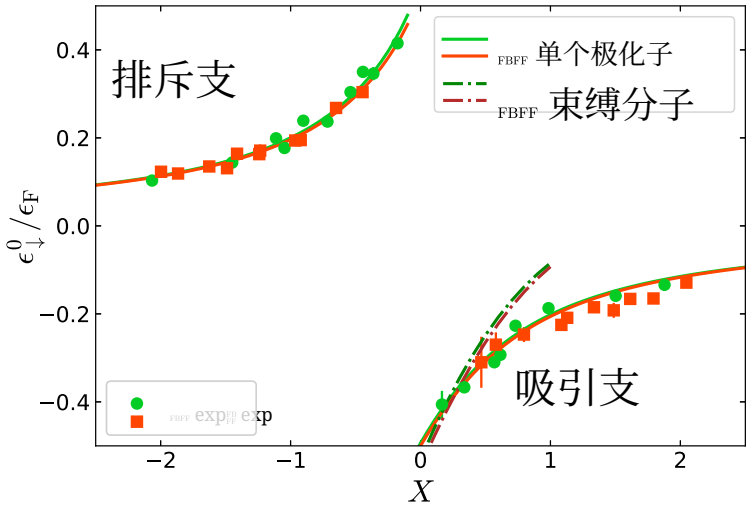

图3 单杂质极限下的极化子能量。 比较了$\epsilon_\downarrow^0/\epsilon_F$ 的实验结果：FB（绿色圆圈）和 FF（红色方块）混合物的实验结果，与单个极化子的理论预期值（分别对应 FB 和 FF 的绿色和红色实线）。此外，我们还展示了缀饰分子的能量（分别对应 FB 和 FF 的绿色和红色点划线）。请注意，FB情形和 FF情形的理论曲线几乎完全相同，因此在很大程度上重合。 $\epsilon_\downarrow^0/\epsilon_F$的误差棒对应于线性拟合的不确定性以及费米能的误差。 X的误差棒小于符号大小，表示每组测量的标准误差。

¯相互作用系数 $fn_\downarrow/\epsilon_F$ （由斜率得到），以及归一化的单杂质极化子能量 $\epsilon_\downarrow^0/\epsilon_F$ （通过外推至零得到）。图2c展示了针对FB情形中不同 X 取值测得的极化子能量及相应的浓度依赖关系拟合结果。

对于费米子 ^{40}K 杂质（费米-费米混合物），除制备过程中的一些细节以及通常噪声更大的信号外（方法），我们基本采用相同的方式进行处理。射频光谱测量的实验条件与玻色子 ^{41}K 杂质（FB混合物）的情况基本相同，且数据分析方案完全一致。扩展数据图 6 是图 2 在 FF 情形下的对应版本。对于我们记录的所有数据，在 FB 和 FF 两种情形下，每一种相互作用强度对应的极化子能量均随浓度呈线性变化，这与方程（4）的预期一致（见图 2和扩展数据图 6）。

现在，我们可以将实验结果与方程（4）的理论预测进行比较。作为一项重要的基准检验，我们首先将通过线性拟合得到的零浓度结果 $\epsilon_\downarrow^0$与方程（4）中的第一项进行比较。这一比较结果展示于图 3中，表明在本实验所探索的整个相互作用强度范围内，实验结果与极化子理论 [12, 17]具有极好的一致性。对于费米杂质，当 $X \gtrsim 1$ 时观察到的微小偏差，可以通过考虑样品的有限温度来解释（详见补充信息）。与这一公认的极限情形总体上吻合，表明

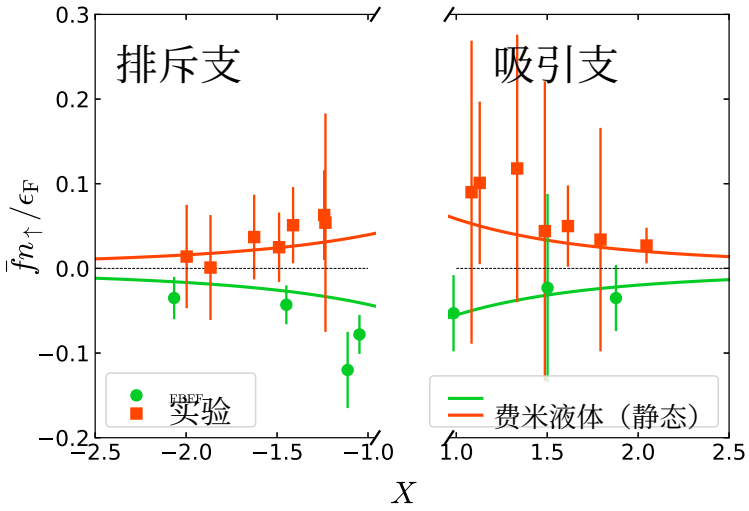

图4 中等杂质-介质相互作用区域内的介导相互作用系数。对于 $fn_\uparrow/\epsilon_F$ FB（绿色圆圈）和 FF（红色方块）的实验结果与方程（4）进行了比较，其中 f 由方程（3）中费米液体理论的静态极限给出（绿色和红色实线分别表示 FB 和 FF 情形），对应相互作用值 $|X| \gtrsim 1$。上的误差棒对应于线性拟合的不确定性以及费米能的误差。上的误差棒小于符号大小，表示每组测量的标准误差。

这是对我们测量结果，尤其是所假设的 $\epsilon_\downarrow$ 对 $\mathcal{C}$ 的线性依赖关系的有效性检验。杂质量子统计在单杂质极限下不会发挥作用，这与我们的实验观测结果一致。

现在让我们关注最重要的物理量。在我们的线性拟合中，斜率给出了介导相互作用系数 $fn_\uparrow/\epsilon_F$。最重要的是，图4 所示的弱到中等相互作用（$|X| \gtrsim 1$）范围内的实验结果清楚地展现了预期的行为。对于玻色杂质，随着浓度增加而产生的频移表明，共振$f < 0$两侧均存在吸引作用。相反，对于费米杂质，观测到的极化子之间的相互作用在共振$f > 0$两侧均为排斥作用。因此，我们的观测突显了玻色杂质与费米杂质之间的本质差异，即介导的极化子-极化子相互作用位移符号相反。此外，在弱到中等相互作用范围内，观测到的介导极化子-极化子相互作用强度与静态费米液体结果一致；对于 f，该结果由方程（3）给出。

在图 5 中，我们报告了整个共振范围内观测到的介导相互作用系数的变化，尤其探究了强相互作用区间 $-1 \lesssim X \lesssim 1$。在强相互作用条件下，我们观察到实验结果与方程（3）的预测存在显著偏差，这种偏差体现在数值大小和 f的符号两个方面。在共振的吸引侧（$X > 0$），对于，我们观察到 f 发生了显著的符号变化，这一现象同时出现在玻色杂质和费米杂质中$X \lesssim 1$，因此，相互作用分别变为排斥性和吸引性。当从排斥侧接近共振时（$X < 0$），能量

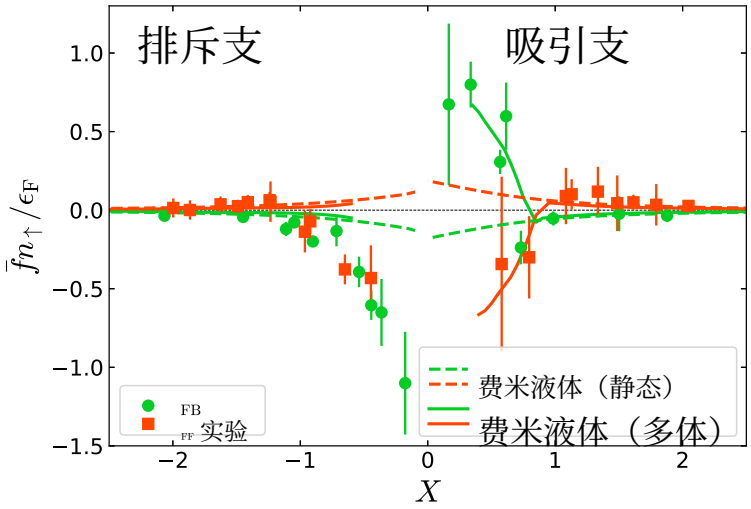

图5 共振区间的介导相互作用系数。 实验结果 $fn_\uparrow/\epsilon_F$ 比较了 FB（绿色圆点）和 FF（红色方块）混合物与公式（3）所示的静态费米液体理论（FB 和 FF 分别对应绿色和红色虚线），以及相应的微观多体结果（详见补充信息）。这里假设分子密度为杂质密度的 2。5 倍（FB 和 FF 分别对应绿色和红色实线）。$fn_\uparrow/\epsilon_F$ 的误差棒对应线性拟合的不确定性和费米能的误差。 X的误差棒小于符号尺寸，表示每组测量的标准误差。

shift 变为负值，这对应于 f 的较大负值。这一现象与杂质量子统计无关，这与中等相互作用强度下以及吸引侧的观察结果形成对比。

图 5 中的实线展示了基于梯形近似并推广至非零杂质浓度的微观多体计算所得到的预测（方法）。将其展开至杂质密度的一阶项，自然可以得到极化子能量的方程（1），以及相互作用$f_{\mathbf{k},\,\mathbf{k}'}$ [30, 31]的微观表达式。该理论在弱杂质-介质相互作用和低动量条件下恢复了方程（3），并通过纳入强二体关联、相互作用的动量依赖性、极化子的热分布、迟滞效应以及费什巴赫分子的存在，对这一微扰结果进行了推广。我们看到，该理论重现了吸引侧的实验结果（$X > 0$），包括在强耦合区观察到的符号变化。该理论将这种符号变化归因于费什巴赫分子的显著热占据，因为在接近共振时，其能量趋近于极化子的能量 [18, 32, 33]。这可以从以下事实得到理解：与高能分子的耦合会导致极化子能量发生负向偏移 [30]。对于费米杂质，这些费什巴赫分子是玻色子，因此，热占据将引发玻色刺激，进一步增大这种负向能量偏移。这对应于一种吸引性极化子-分子相互作用

这会抵消费米子杂质之间的排斥性极化子-极化子相互作用，从而导致强耦合下 FF 混合物的极化子能量如实验观察到的那样降低。类似的论证表明，玻色杂质之间存在排斥性极化子-分子相互作用，导致 FB 混合物中计算得到的极化子能量骤增，如图5所示。计算图*5*中的曲线时，我们假设分子密度是杂质密度的 2.5 倍，这与实验条件相符；此外，绘图范围仅限于极化子残数大于 0.5 的区域。

在强相互作用区间，排斥型极化子的能量显著降低 $-1 \lesssim X < 0$，这一现象与杂质的统计性质无关，无法用我们的理论解释。我们推测，这可能是强耦合下准粒子图像失效所致。事实上，强耦合时准粒子残数较小，排斥型极化子会受到强烈阻尼 [29]，这使得以准粒子来描述系统的合理性受到质疑。因此，我们的结果促使人们进一步研究强相互作用区间复杂的相互作用物理，其中可能涉及远超费米液体范式的引人入胜的物理现象。此外，进一步探究准粒子图像如何随着浓度增加而失效，也颇有意义。事实上，对于 $\mathcal{C} \approx 1$ 到近乎平衡的 FB [34–37] 和 FF [38, 39] 混合物，底层物理会发生变化；而对于$\mathcal{C} \gg 1$，杂质和介质的角色则会互换 [21]。

我们感谢 J. Dalibard、M. Parish、J. Levinsen 和 Z.Wu 参与了富有启发性的讨论。

本项目获得了欧洲研究委员会（ERC）通过欧盟地平线2020研究与创新计划（资助协议编号：101020438 -SuperCoolMix）提供的部分资金支持。

P. M. 感谢 MCIN/AEI/10.13039/501100011033 提供的资助（项目编号：PID2020-113565GB-C21）、加泰罗尼亚政府提供的资助（项目编号：2021 SGR01411），以及*ICREA Academia*计划的支持。

G. M.B. 感谢丹麦国家研究基金会通过卓越中心“CCQ”（资助协议编号：DNRF156）提供的支持。

作者声明不存在利益冲突。

参考文献

[1] Nozi´eres, P.：《相互作用费米系统理论》。Benjamin，纽约（1964）[2] Baym, G., Pethick, C.：《朗道费米液体理论》。Wiley-VCH，魏因海姆（2004）[3] Schirotzek, A., Wu, C.-H., Sommer, A., Zwierlein, M.W.：在超冷原子的可调费米液体中观测到费米极化子。《物理评论快报》**102**，230402（2009）。https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.

102.230402

[4]Kohstall, C., Zaccanti, M., Jag, M., Trenkwalder, A., Massignan, P., Bruun, G.M., Schreck, F., Grimm, R.：强相互作用费米混合气体中排斥型极化子的亚稳性与相干性。《自然》（伦敦）**485**，615–618（2012）。https://doi.org/10.1038/nature11065[5]Hu, M.-G., Van de Graaff, M.J., Kedar, D., Corson, J.P., Cornell, E.A., Jin, D.S.：强相互作用区间中的玻色极化子。《物理评论快报》**117**，055301（2016）。https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.055301[6] Jørgensen, N.B., Wacker, L., Skalmstang, K.T., Parish, M.M., Levinsen, J., Christensen, R.S., Bruun, G.M., Arlt, J.J.：玻色-爱因斯坦凝聚态中吸引型和排斥型极化子的观测。《物理评论快报》**117**，055302（2016）。https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.055302[7] Scazza, F., Valtolina, G., Massignan, P., Recati, A., Amico, A., Burchi- anti, A., Fort, C., Inguscio, M., Zaccanti, M., Roati, G.：超冷 ^{6}锂原子共振混合气体中的排斥型费米极化子。《物理评论快报》**118**，083602（2017）。https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.083602[8] DeSalvo, B.J., Patel, K., Cai, G., Cheng, C.：玻色原子之间由费米子介导的相互作用的观测。《自然》**568**，61–64（2019）。https://doi.org/10.1038/s41586-019-1055-0[9] Cetina, M.,Jag, M.,Lous, R.S., Fritsche,I., Walraven,J.T.M., Grimm, R., Levinsen, J., Parish, M.M., Schmidt, R., Knap, M., Demler, E.：与费米海耦合的杂质的超快多体干涉测量。《科学》**354**(6308)，96–99（2016）。https://doi.org/10.1126/science.aaf5134

[10] Muir, J.B., Levinsen, J., Earl,S.K., Conway, M.A., Cole,J.H.,Wurdack, M., Mishra, R., Ing, D.J., Estrecho, E., Lu, Y., Efimkin, D.K., Tollerud, J.O., Ostrovskaya, E.A., Parish, M.M., Davis, J.A.：单层 WS_2。《自然·通讯》**13**，6164（2022）。https://doi.org/10.1038/s41467-022-33811-x

[11] Tan, L.B., Diessel, O.K.,Popert, A., Schmidt, R., Imamoglu, A., Kroner, M.：腔耦合单层半导体中的玻色极化子相互作用。arXiv（2022）https://arxiv.org/abs/2212.11145。https://doi.org/10.48550/arXiv.2212.11145

[12] Chevy, F.：不平衡自旋布居的强相互作用费米气体的普适相图。《物理评论A辑》**74**,063628 (2006)。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.74.063628

[13] Lobo, C., Recati, A., Giorgini, S., Stringari, S.：幺正性下极化费米气体的正常态。《物理评论快报》97, 200403 (2006)。https: //doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.200403[14] Combescot, R., Recati, A., Lobo, C., Chevy, F.：高度极化费米气体的正常态：简单多体方法。《物理评论快报》98, 180402 (2007)。https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.180402[15] Combescot, R., Giraud, S.：高度极化费米气体的正常态：完整多体处理。《物理评论快报》101, 050404 (2008)。https: //doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.050404[16] Prokof'ev, N., Svistunov, B.：费米极化子问题：针对发散交替符号级数的图解蒙特卡洛方法。《物理评论B辑》77, 020408 (2008)。https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.020408[17] Massignan, P., Bruun, G.M.：强极化费米气体中的排斥型极化子与巡游铁磁性。《欧洲物理学杂志D辑》65, 83–89 (2011)。https://doi.org/10.1140/epjd/e2011-20084-5[18] Trefzger, C., Castin, Y.：窄费什巴赫共振下费米海中的杂质：极化子分支和二聚体分支的变分研究。《物理评论A辑》85, 053612 (2012)。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85. 053612[19] Schmidt, R., Knap, M., Ivanov, D.A., You, J.-S., Cetina, M., Demler, E.：与费米海耦合的重杂质的普适多体响应：近期进展综述。《物理学进展报告》81, 024401 (2018)。https://doi.org/10.1088/1361-6633/aa9593[20] Yan, Z., Patel, P.B., Mukherjee, B., Fletcher, R.J., Struck, J., Zwierlein, M.W.：沸腾的幺正费米液体。《物理评论快报》122, 093401 (2019)。https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.093401[21] Fritsche, I., Baroni, C., Dobler, E., Kirilov, E., Huang, B., Grimm, R., Bruun, G.M., Massignan, P.：强相互作用费米-玻色混合物中费米极化子的稳定性与崩塌。《物理评论A辑》103, 053314 (2021)。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.053314[22]Yu, Z., Z¨ollner, S., Pethick, C.J.：关于“不平衡费米气体的正常相”的评论。《物理评论快报》105, 188901 (2010)。https: //doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.188901 [23] Yu, Z., Pethick, C.J.：稀薄原子气体和液氦混合物中的诱导相互作用。《物理评论A辑》85, 063616 (2012)。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85.063616

[24] Mora, C., Chevy, F.：《不平衡费米气体的正常相》。《物理评论快报》104，230402（2010）。https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.230402[25]Giuliani, G., Vignale, G.：《电子液体量子理论》。剑桥大学出版社，剑桥（2005）。https://doi.org/10.1017/ CBO9780511619915[26] Massignan, P., Bruun, G.M., Smith, H.：幺正性极限附近囚禁费米气体中的黏性弛豫与集体振荡。《物理评论A辑》71(3)，033607（2005）[27] Giraud, S., Combescot, R.：极化子之间的相互作用及其在极化费米气体中的类似效应。《物理评论A辑》85，013605（2012）。https: // doi.org/10.1103/PhysRevA.85.013605[28] Chin, C., Grimm, R., Julienne, P.S., Tiesinga, E.：超冷气体中的费什巴赫共振。《现代物理评论》82，1225–1286（2010）。https://doi.org/ 10.1103/RevModPhys.82.1225[29] Massignan, P., Zaccanti, M., Bruun, G.M.：超冷费米气体中的极化子、缀饰分子与巡游铁磁性。《物理学进展报告》77，034401（2014）。https://doi.org/10.1088/0034-4885/77/3/034401[30] Bastarrachea-Magnani, M.A., Camacho-Guardian, A., Bruun, G.M.：电子气体介导的吸引性与排斥性激子-极化子相互作用。《物理评论快报》126，127405（2021）。https://doi.org/10. 1103/PhysRevLett.126.127405[31] Bastarrachea-Magnani, M.A., Thomsen, J., Camacho-Guardian, A., Bruun, G.M.：电子气体中的极化激元——准粒子与朗道有效相互作用。《Atoms》9，81（2021）。https://doi.org/10.3390/ atoms9040081[32] Punk, M., Dumitrescu, P.T., Zwerger, W.：强不平衡费米气体中的极化子-分子跃迁。《物理评论A辑》80，053605（2009）。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.053605[33]Massignan, P.：窄费什巴赫共振附近的极化子与缀饰分子。《欧洲物理快报》98，10012（2012）。https://doi.org/10.1209/ 0295-5075/98/10012[34]Fratini, E., Pieri, P.：共振玻色子-费米子混合物中的配对与凝聚。《物理评论A辑》81，051605（2010）。https://doi.org/10.1103/ PhysRevA.81.051605[35] Ludwig, D., Floerchinger, S., Moroz, S., Wetterich, C.：量子相变

transition in 玻色-费米混合物。《物理评论A辑》84，033629（2011）。https: //doi.org/10.1103/PhysRevA.84.033629[36] Yu, Z.-Q., Zhang, S., Zhai, H.：跨越种间费什巴赫共振的强相互作用玻色子-费米子混合物的稳定性条件。《物理评论A辑》83，041603（2011）。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.83.041603[37] Duda, M., Chen, X.-Y., Schindewolf, A., Bause, R., von Milczewski, J., Schmidt, R., Bloch, I., Luo, X.-Y.：从极化子凝聚态向异核分子简并费米气体的跃迁。《自然·物理》（2023）。https://doi.org/10.1038/s41567-023-01948-1[38]Gubbels, K.B., Stoof, H.T.C.：幺正性下的不平衡费米气体。《物理报告》525，255–313（2013）。https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012. 11.004[39] Pini, M., Pieri, P., Grimm, R., Strinati, G.C.：超越平均场理论描述具有质量和粒子数不平衡的囚禁幺正费米气体。《物理评论A辑》103，023314（2021）。https://doi.org/10.1103/PhysRevA. 103.023314[40] Burchianti, A., Valtolina, G., Seman, J.A., Pace, E., De Pas, M., Inguscio, M., Zaccanti, M., Roati, G.：利用 D_1 灰色摩尔冷却高效全光学制备大量 ^{6}锂量子气体。《物理评论A辑》90，043408（2014）。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.043408[41] Fritsche, I.：费米子锂的亚多普勒冷却，（2015）。硕士学位论文。http://ultracold.at/theses/2015-fritsche.pdf[42] Spiegelhalder, F.M., Trenkwalder, A., Naik, D., Kerner, G., Wille, E., Hendl, G., Schreck, F., Grimm, R.： ^{6}锂与 ^{40}钾简并混合物的全光学制备及异核分子的形成。《物理评论A辑》81，043637（2010）。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.043637[43] Lous, R.S., Fritsche, I., Jag, M., Huang, B., Grimm, R.：利用玻色-爱因斯坦凝聚态测量高度简并费米气体的温度。《物理评论A辑》95，053627（2017）。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.053627[44] Cetina, M., Jag, M., Lous, R.S., Walraven, J.T.M., Grimm, R., Chris- tensen, R.S., Bruun, G.M.：超冷原子费米海中杂质的退相干。《物理评论快报》115，135302（2015）。https://doi.org/ 10.1103/PhysRevLett.115.135302[45] Lous, R.S., Fritsche, I., Jag, M., Lehmann, F., Kirilov, E., Huang, B., Grimm, R.：排斥性玻色子-费米子混合物中相分离态界面的探测。《物理评论快报》120，243403（2018）。https: //doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.243403

[46]Petrov, D.S.: 《窄费什巴赫共振附近的三玻色子问题》。《物理评论快报》**93**,143201 (2004).https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.143201[47] Naik, D., Trenkwalder, A., Kohstall, C., Spiegelhalder, F.M., Zaccanti, M., Hendl,G., Schreck, F., Grimm, R., Hanna, T., Julienne, P.: 费米-费米混合物中的费什巴赫共振: ^{6}锂-^{40}钾费米-费米混合物: 弹性相互作用与非弹性相互作用。《欧洲物理学杂志D辑》**65**, 55–65 (2011). https://doi.org/10.1140/epjd/e2010-10591-2[48] Lysebo, M., Veseth, L.: 冷同核碰撞中 ^{39}钾与 ^{41}钾原子间的费什巴赫共振和跃迁率。《物理评论A辑》**81**,032702(2010). https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.032702[49] Ludewig, A.: 钾中的费什巴赫共振。 钾。博士论文, 阿姆斯特丹大学, 荷兰 (2012)。 https://staff.fnwi.uva.nl/j.t.m. walraven/walraven/theses files/AntjeLudewig2012.pdf

方法

自旋态

对于射频光谱测量，构成自旋极化费米海的 ^{6} 锂原子始终保持在最低的超精细自旋态 $F,\ m_F\ =(1/2,\ +1/2)$。在此前的制备过程中，利用双组分自旋混合物进行蒸发冷却。

作为测量的起始步骤，先将钾原子制备在“辅助”态 K|anc⟩。对于 ^{41}K，该态对应第三低的自旋态 (1, +1)；对于 ^{40}K，则对应最低态 (9/2, $-9/2$)。在我们的光谱注入方案中，初始态 K|0⟩ 对于^{41}K 表示为态 (1, 0)，对于 ^{40}K 则表示为态 (9/2, $-7/2$)。最终的 Feshbach 共振态 K|1⟩ 对于 ^{41}K 对应 (1，$+1$)，对于 ^{40}K 则对应态 (9/2, $-5/2$)。

样品制备

首先，将锂和钾原子从塞曼减速原子束装载到双物种磁光阱中，随后转移到单束光偶极阱（ODT1）中。该阱由一台波长为 1070 nm、功率为 200 W 的光纤激光器产生。在转移过程中，我们在锂的 D1 线上实施灰色糖浆冷却，将温度降低至约 50μK，并使大多数锂原子极化到最低超精细自旋态（$1/2,\ +1/2$） [40, 41]。随后，利用共振射频混合最低的两个自旋态，在这两个最低态中制备出 50/50 混合物（$1/2,\ \pm1/2$）。在 FB（FF）情况下，我们通常将样品分别保持 0.5 s（3 s），在此期间，异种原子碰撞引起的自旋弛豫会使钾原子极化到 K|anc⟩ [42, 43]态。该自旋弛豫过程在以下磁场下达到最佳：$\sim$200G（ ^{41}K），以及 $\sim$15 G（ ^{40}K）。

蒸发冷却通过将 ODT1 的功率逐渐降至零来实现，同时降低交叉光偶极阱（ODT2）的功率。ODT2 在装载阶段与 ODT1 同时以最大功率开启。功率斜坡过程持续 $\sim$ 5s，并额外等待 1 s，使两种组分达到热平衡。蒸发阶段，K 原子由 Li 原子通过同情冷却；FB情形下，Li 原子处于 485 G 的 $(1/2,\ 1/2)$ 和 $(3/2,\ -3/2)$ 态的混合物中，而 FF 情形下则处于 923 G 的 $(1/2,\ 1/2)$ 和 $(1/2,\ -1/2)$ 态的混合物中。ODT2 的最终功率可调，以达到所需的原子云温度；在制备过程的最后阶段，我们提高其功率，使每次实验的囚禁频率相同，从而将囚禁光引起的 FR 光学位移效应降至最低（见 [44] 的补充材料）。FB混合物中， ^{41}K 和 Li 的几何平均囚禁频率分别为 117 Hz 和 193 Hz；FF 混合物中， ^{40}K 和 Li 的几何平均囚禁频率分别为 158 Hz 和 271 Hz。ODT2 的长宽比约为七，弱轴水平取向。两种组分的差分重力下垂约为 $3\,\mu$ m，由于费米海大得多，因此可以忽略。

经过蒸发冷却后，为了获得处于（$1/2,\ +1/2$）态的完全极化锂样品，我们在 FB（FF）情况下分别于 567 G（1180 G）处施加共振的 10-μs 光脉冲，移除锂的第二自旋态中的原子。

随后，将磁场调节至接近感兴趣的FR：对于FB混合物，约为335 G；对于费米-费米混合物，约为155G。此时，我们切换到另一组线圈，从而能够将磁场精确控制在低于几mG的水平。阱中包含一份处于热平衡的样品，其中约有10^5 个处于最低超精细自旋态的锂原子，以及 10^4 个K|辅助态⟩ 原子。FB情形下的温度 T为102–137 nK，FF情形下为190–285nK。在这些温度下，费米海高度简并，FB混合物和FF混合物分别具有 $T/T_F \approx 0.15$和 $T/T_F \approx 0.25$ 。相比之下，K 杂质仍处于热区。

为了改变初始光谱学态中的杂质浓度，我们使用射频脉冲，将所需数量的原子从辅助态K|辅助态⟩ 转移到K|0⟩。通过这种方式，在冷却过程中保持K原子总数不变，我们确保了在不同杂质浓度下进行测量时具有相同的初始条件。

检测

用于探测极化子谱的射频脉冲施加后，我们关闭 ODT2，让原子云膨胀一段典型时长（1 ms），并通过态选择性吸收成像探测原子。对于 FB混合物，我们可以利用近乎闭合的光学跃迁直接成像 K|0⟩ 和 K|1⟩ 。然而，在 FF情形下，由于 ^{40}K 的超精细结构更复杂，且磁场较低，用于探测 K|0⟩ 和 K|1⟩ 的光学跃迁并非完全闭合，导致信噪比降低。为此，我们施加一个共振光脉冲，以去除 K|1⟩ 在 10 μs 中的原子，并施加一个 96-μs 射频 π脉冲，将原子从 K|0⟩ 转移到 K|anc⟩，从而能够通过闭合光学跃迁进行成像。这样，我们根据K|0⟩态中剩余的原子得到光谱学信号。对于 FB情形，为便于直接比较，我们也将相应的光谱学信号定义为基于 K|0⟩态中剩余的原子。

对于 FB 和 FF 情形，我们通过释放陷阱后热 K 原子云的弹道膨胀来确定混合物的温度。锂原子云的费米能以及非相互作用杂质的浓度，则通过单独的测量获得；在这些测量中，我们以与获取极化子谱相同的初始条件记录锂原子和 K 原子的分布。这些测量在每次获取极化子谱之前进行。

有效量

为了将谐振俘获混合物中的空间非均匀性纳入考虑，我们引入通过对

K 原子云的空间范围进行平均而定义的有效量，方法与先前的研究相同 [9, 21]。我们引入两种组分的 K 平均原子数密度，$\bar{n}_{\mathrm{Li}}$ 和 $\bar{n}_{\mathrm{K}}$，即

$$\bar{n}_{\mathrm{Li,K}} = \frac{1}{N_{\mathrm{K}}} \int n_{\mathrm{Li,K}}(\mathbf{r}) n_{\mathrm{K}}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \tag{5}$$

其中，$n_{\mathrm{Li,K}}(\mathbf{r})$ 分别表示位置 $\mathbf{r}$ 处锂和钾的局域数密度。类似地，我们将有效费米能定义为

$$\epsilon_{\mathrm{F}} = \frac{1}{N_{\mathrm{K}}} \int E_{\mathrm{F}}(\mathbf{r}) n_{\mathrm{K}}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \tag{6}$$

其中，位置 $\mathbf{r}$ 处的局域费米能定义为

$$E_{\mathrm{F}}(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2 (6\pi^2 n_{\mathrm{Li}}(\mathbf{r}))^{2/3}}{2m_{\mathrm{Li}}}. \tag{7}$$

由此，我们将有效费米波数定义为 $k_{\mathrm{F}} = \sqrt{2m_{\mathrm{Li}}\epsilon_{\mathrm{F}}}/\hbar$ [4]。我们强调，由于 K 原子云的尺寸小得多，n_{Li} 中的非均匀性所产生的影响，因此也包括 E_{F} 中的影响，都很小；对于 n_{Li}，其影响约为 10%。

相互作用的调控

谱学态 $\mathrm{K}|1\rangle$ 中的玻色或费米杂质原子与构成费米海的 ^{6}Li原子之间的 s波相互作用可通过种间费什巴赫共振进行调控。 s波散射长度遵循标准表达式

$$a(B) = a_{\mathrm{bg}} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0}\right), \tag{8}$$

其中，B_0 表示共振中心，Δ 表示宽度，a_{bg} 是背景散射长度。

对于 ^{41}K-^{6}Li共振（FB情形），相关参数值为[21, 45]：$B_0 = 335.080(1)$ G、$\Delta = 0.9487$ G和 $a_{\mathrm{bg}} = 60.865\, a_0$。这种闭通道主导的共振 [28] 还可通过微分磁矩 $\delta\mu/h = 2.660(8)$MHz/G进一步表征。对于参考文献 [46], 中引入的程参数，这对应于数值 $R^* = 2241(7)\, a_0$；或者，若以无量纲形式表示为相对于费米波数的关系，则对应于 $\kappa_F R^* = 0.54$。

对于 ^{40}K-^{6}Li共振（FF情形），相关参数值为[9, 47]：$B_0 = 154.7126(5)$ G、$\Delta = 0.88$ G和 $a_{\mathrm{bg}} = 63.0\, a_0$。该共振还具有微分磁矩 $\delta\mu/h = 2.3$ MHz/G这一特征。对于程参数，这对应于 $R^* = 2405(63)\, a_0$ 或 $\kappa_F R^* = 0.62$。此处报告的 B_0 和 R^* 数值是在本研究所报告实验的准备过程中，依据 [21]中所述的分子解离技术确定的。

我们强调，FB情形与FF情形中的共振具有非常相似的特性。尽管二者均为闭通道主导 [28]，但其宽度足以使其与费米海保持在近普适相互作用区间（$\kappa_F R^* < 1$）内。

对于初始光谱学态 K$|0\rangle$ 和辅助态 K$|\mathrm{anc}\rangle$中的两种钾同位素，与费米海的相互作用仍然较弱，散射长度约为 $60\,a_0$ [47]。这足以在协同冷却过程中与介质实现热化，但对于光谱学方案而言，这种背景相互作用完全可以忽略不计。

我们进一步指出，所考虑的所有 K 自旋态（K$|0\rangle$、K$|\mathrm{anc}\rangle$ 和 K$|1\rangle$）之间的种内相互作用较弱，其散射长度较小：对于 FB [48] 和 FF [49]混合物，分别为 $60\,a_0$和 $170\,a_0$。此外，由于泡利阻塞，费米子 K$|1\rangle$ 的粒子内散射长度可以忽略不计。

光谱学信号与拟合

我们选择 RF 脉冲后仍留在 K$|0\rangle$ 中的原子数 $N_{\mathrm{K}|0\rangle}$ 作为光谱学观测量，其优势在于对 FB 和 FF 两种情形均同样适用。在先前的工作中，我们选择了 $N_{\mathrm{K}|1\rangle}/N_{\mathrm{K_{tot}}}$（脉冲后 K$|1\rangle$ 中的原子数除以总原子数） [4, 21]或（$N_{\mathrm{K}|1\rangle} - N_{\mathrm{K}|0\rangle}$）$/N_{\mathrm{K_{tot}}}$ [9] 来提取信号。然而，由于缺乏足够封闭的光学跃迁，难以高效探测 K$|1\rangle$ 中的原子，这一问题在 FF 混合物中尤为突出。此外，转移过程中的潜在损失（尽管实验中并未观察到）可能会使基于 $N_{\mathrm{K}|1\rangle}$ 的信号难以解释。

我们在 FR 共振中心附近约 ± 35mG 的范围内进行测量。这意味着我们需要将磁场精确测定到 mG 量级。系统的主要限制在于测量期间磁场会缓慢漂移。为应对这种漂移，我们在记录每条光谱之前和之后都进行磁场校准测量，并剔除两次测量结果之差大于 2 mG（FB）或 1 mG（FF）的光谱。此外，我们尽可能缩短测量时间，因此只在以极化子峰为中心的区域内采样准粒子谱（通常宽度小于 ϵ_{F}），而不记录完整的背景。

众所周知，光谱信号由两部分组成：一部分来自极化子，另一部分则源于底层非相干背景的存在 [9, 21, 29]。在先前的工作中 [4, 21], ，宽广的背景被近似为高斯函数，因此完整的极化子谱可以用双高斯函数建模。鉴于本次测量记录的背景并不完整，无法对我们的光谱进行双高斯拟合。为解决这一问题，我们采用高斯函数与线性背景相结合的方式进行拟合，后者模拟了未能完整记录的非相干背景的存在；这种背景在强相互作用区间尤为明显，而在弱相互作用时可以忽略。我们检验了拟合

在更宽范围内采集的选定光谱分别采用高斯函数与线性拟合以及双高斯拟合，所得极化子能量彼此的误差棒范围重叠（见扩展数据图7）。

理论

为了描述包括有效相互作用的动量依赖性、极化子的热分布以及费什巴赫分子的存在在内的强耦合效应，我们采用微观多体理论。在这种方法中，极化子能量通过求解以下方程得到

$$\epsilon_{\mathbf{k}\downarrow} = \hbar^2 k^2/2m_\downarrow + \Sigma(k, \epsilon_{\mathbf{k}\downarrow}), \tag{9}$$

其中 $\Sigma(k,\ \omega)$ 是杂质自能。为了将其与方程（1）给出的朗道形式联系起来，我们将自能对杂质布居数展开至线性阶，写成 $\Sigma(\mathbf{k}\ \omega) \simeq \Sigma_0(\mathbf{k}\ \omega) + \sum_{\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}'\downarrow}\partial_{n_{\mathbf{k}'\downarrow}}\Sigma(\mathbf{k}\ \omega)|_{n_{\mathbf{k}'\downarrow}=0}$ 其中 $\Sigma_0(\mathbf{k}\ \omega)$ 表示单杂质情况下的取值。将方程（9）对杂质布居数求至线性阶，随后得到带有如下相互作用的方程（1）

$$f_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} = Z_{\mathbf{k}} \left.\frac{\partial\Sigma(\mathbf{k}, \epsilon_{\mathbf{k}\downarrow})}{\partial n_{\mathbf{k}'\downarrow}}\right|_{n_{\mathbf{k}'\downarrow}=0}. \tag{10}$$

其中 $Z_{\mathbf{k}} = [1 - \partial_\omega\Sigma^0(\mathbf{k}\ \omega)_{\omega=\epsilon_{\mathbf{k}\downarrow}}]^{-1}$ 是准粒子残数。方程（10）一般性地展示了如何从微观多体理论计算准粒子之间的有效相互作用。

接下来，我们使用梯形近似计算自能。即使在强相互作用下，该近似描述孤立费米极化子时也极为准确 [29]。要计算零温、零动量下的极化子-极化子耦合 f_0（式（3）中引入），只需计算单杂质自能，因为$\Delta N = -Z\,\partial_{\epsilon_\mathrm{F}}\Sigma^0(0,\ \epsilon_{\mathbf{k}\downarrow})$。

而要计算式（$f_{\mathbf{k}}$10）中得到的一般耦合$_{\mathbf{k}'}$，则需要计算非零杂质浓度下的自能（详见补充信息）。这会使自能多出一项，该项源自极化子与费什巴赫分子的相互作用；当接近共振时，分子能量趋近极化子能量，这一项便会变得显著。理论预测，对于费米杂质/玻色杂质，分子-极化子相互作用分别是吸引性的/排斥性的 [30]。

扩展数据图

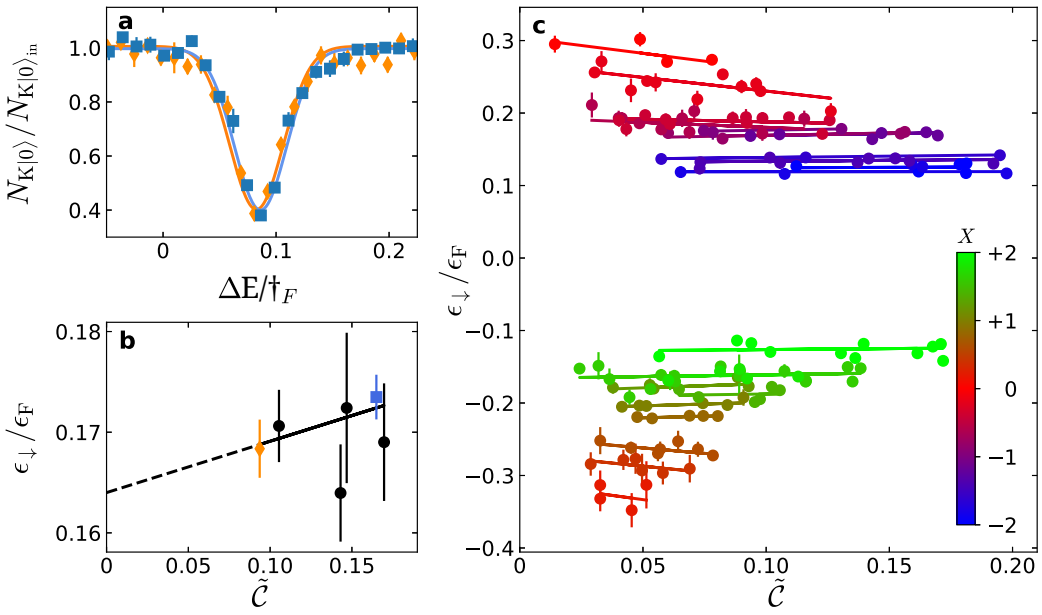

图 6 极化子能量对杂质浓度的依赖关系。对于 FF 情形，测量和数据分析的主要步骤如**a**所示。在 $X = -1.41$ 处测得的两个示例性光谱信号（以初始原子数归一化），对应不同的相互作用杂质浓度（蓝色方块 $\tilde{C} = 0.17$、橙色菱形 $\tilde{C} = 0.09$）。实线是采用线性背景上的高斯函数进行拟合的结果（在当前数据中，线性背景可忽略不计）。误差棒表示典型的 5-6 次测量重复所得到的标准误差。**b**，对于 $X = -1.41$，极化子能量随杂质浓度的变化；蓝色方块和橙色菱形分别对应面板**a**中展示的示例光谱。黑线表示对数据进行的线性拟合，虚线表示向零密度外推的结果。**c**，不同相互作用参数 X下，极化子能量随杂质浓度的变化。从中间向上（蓝色到红色），排斥作用增强；从中间向下（绿色到红色），吸引作用增强。统计不确定性通过综合考虑光谱分析中的拟合不确定性以及费米能的误差来评估。

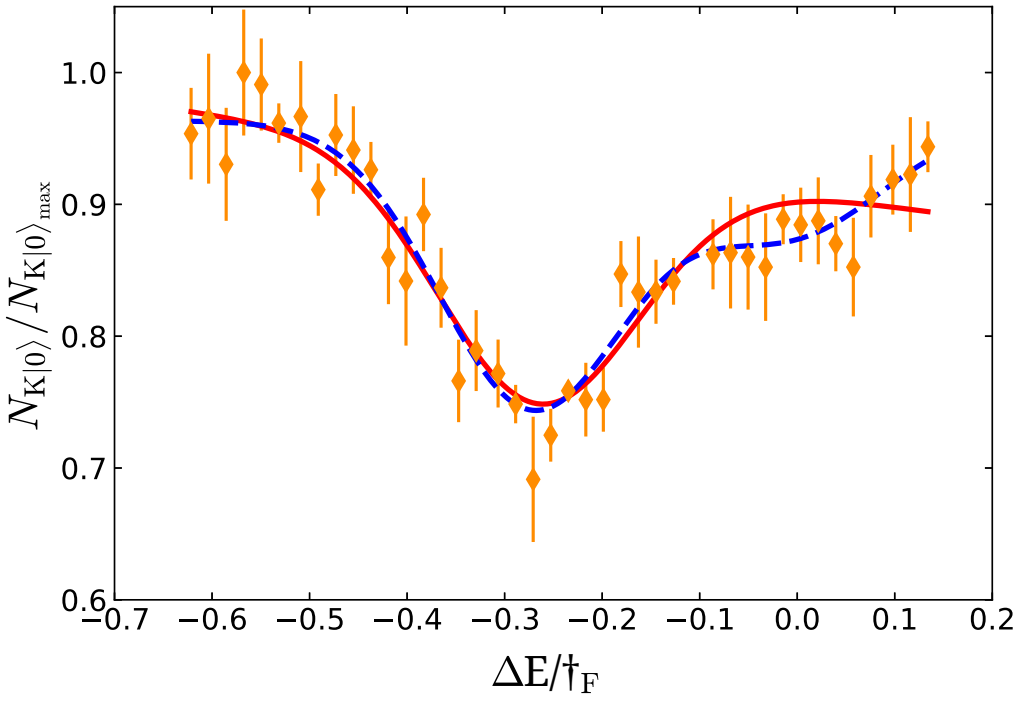

图 7 两种拟合函数的比较。在 FF情形 下，对 $X = 0.75$ 处以及 $\mathcal{C} = 0.08$ 的˜进行的一次典型测量中，光谱信号按最大原子数 $N_{\mathrm{K}|0\rangle}$ 归一化，并分别用高斯函数加线性背景（红色实线）和双高斯（蓝色虚线）拟合。所得凹陷位置分别为 $\Delta E_{\mathrm{p}} = -0.266(7)$ 和 $\Delta E_{\mathrm{p}} = -0.27(1)$。误差棒表示典型的 5–6 次测量重复所得的标准误差。

arXiv:2305.04915v1 [cond-mat.quant-gas] 8 May 2023

关于费米极化子之间的媒介相互作用及杂质量子统计作用的补充信息

Cosetta Baroni、Bo Huang（黄博）、Isabella Fritsche、Erich Dobler、GregorAnich、Emil Kirilov、Rudolf Grimm、Miguel A. Bastarrachea-Magnani、Pietro Massignan 和 Georg Bruun

I. 杂质-杂质相互作用和热效应

在正文的方程（4）中，我们忽略了参考文献 [1]所述的杂质平均能量的影响。这一效应源于以下事实：初始非相互作用杂质的裸原子质量为 m_{K}，而最终准粒子的有效质量为 m_{K}^*，二者具有不同的色散关系。由于将杂质从非相互作用态转变为相互作用态的射频脉冲不会改变其动量，极化子的能量将偏移一个与杂质平均能量 $\bar{\varepsilon}$成正比的量。在我们的系统中，K 杂质处于热平衡状态，因此可以忽略这一效应。为证明这一点，我们按照参考文献的补充材料中方程（S.4）所述，进行相同的计算 [1]:

$$\bar{\varepsilon}(\mathcal{C}) \equiv \bar{\varepsilon}_{\mathrm{K}|0\rangle}(\mathcal{C}) = \frac{4\pi}{(2\pi\hbar)^3 N_{\mathrm{K}|0\rangle}(\mathcal{C})} \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{r} \int_0^\infty dp\, p^2 \frac{\varepsilon_{\mathbf{p},\mathbf{r}}}{e^{(\varepsilon_{\mathbf{p},\mathbf{r}}-\mu(\mathcal{C}))}+1} \tag{S.1}$$

其中，$\varepsilon_{\mathbf{p},\ \mathbf{r}} = p^2/2m_K + U(\mathbf{r})$ 是杂质的单粒子能量，$\mu(\mathcal{C})$ 是它们的化学势，$U(\mathbf{r})$ 是俘获势。我们仅针对费米子杂质展示这一计算；类似的论证表明，对于热玻色子杂质，可以忽略平均能量的影响。

对于简并杂质，平均能量恢复为低温 Sommerfeld展开给出的理想受限费米气体能量值 [2]:

$$\bar{\varepsilon} \overset{T\ll T_{\mathrm{F_K}}}{\approx} \frac{3}{4} E_{\mathrm{F_K}}(\mathcal{C}) + \frac{\pi^2}{2} k_{\mathrm{B}} \frac{T^2}{T_{\mathrm{F_K}}(\mathcal{C})}, \tag{S.2}$$

其中，$E_{\mathrm{F_K}}(\mathcal{C})$ 和 $T_{\mathrm{F_K}}(\mathcal{C})$ 分别是给定杂质浓度时杂质的费米能和温度 。$\mathcal{C}$.

对于热杂质，我们发现其与杂质浓度 $\mathcal{C}$ [2] 呈线性依赖:

$$\bar{\varepsilon} \overset{T\gg T_{\mathrm{F}}}{\approx} 3k_B T \left(1 + \frac{\gamma}{T^3}\mathcal{C}\right), \tag{S.3}$$

其中，对于三维谐振俘获气体 $\gamma = 0.056 N_{\mathrm{Li}} \left(\frac{\hbar\bar{\omega}_{\mathrm{K}}}{k_{\mathrm{B}}}\right)^3$，$\bar{\omega}_{\mathrm{K}}$ 是几何平均 K俘获频率。

我们通过将积分体积 $\mathcal{V}$ 固定为 K 原子云的总体积，数值求解方程（S.1）。参数选取为接近典型实验值：$T = 250\mathrm{nK}$，以及锂的原子数 N_{Li}，使得 $E_{\mathrm{F_{Li}}} = 20$ kHz。这样，我们便能针对实验相关的杂质浓度 $\mathcal{C} = N_{\mathrm{K}}/N_{\mathrm{Li}} = 0 - 0.5$求解方程（S.1）。

为了观察热气体与简并气体之间的差异，我们采用与实验中相同的典型原子数和温度，针对两种不同的 K 囚禁频率求解方程（S.1）：一种是实验中使用的数值 $\bar{\omega}_{\mathrm{K}} = \bar{\omega}_{\mathrm{K_{exp}}}$，另一种是 $\bar{\omega}_{\mathrm{K}} = 4\bar{\omega}_{\mathrm{K_{exp}}}$。这样，我们在不改变原子数和绝对温度的情况下，改变杂质的费米能，从而改变其有效温度 $T/T_{\mathrm{F_K}}$。结果见图 S1a。可以看出，在我们的实验参数下（圆圈），随着杂质浓度增加，仍处于热区的杂质平均能量的增幅小于简并情形（菱形）；其变化可由方程（S.3）的线性关系描述（红色虚线）。

考虑平均能量的影响，我们可以将极化子能量写为 [1]

$$\epsilon_\downarrow = \epsilon_\downarrow^0 + f_0 n_\uparrow \mathcal{C} - \left(1 - \frac{m_{\mathrm{K}}}{m_{\mathrm{K}}^*}\right)\bar{\varepsilon}, \tag{S.4}$$

最后一项前的负号源于我们的实验中非相互作用态的能量低于相互作用态，并且我们采用了准粒子相互作用的静态极限 f_0 定义

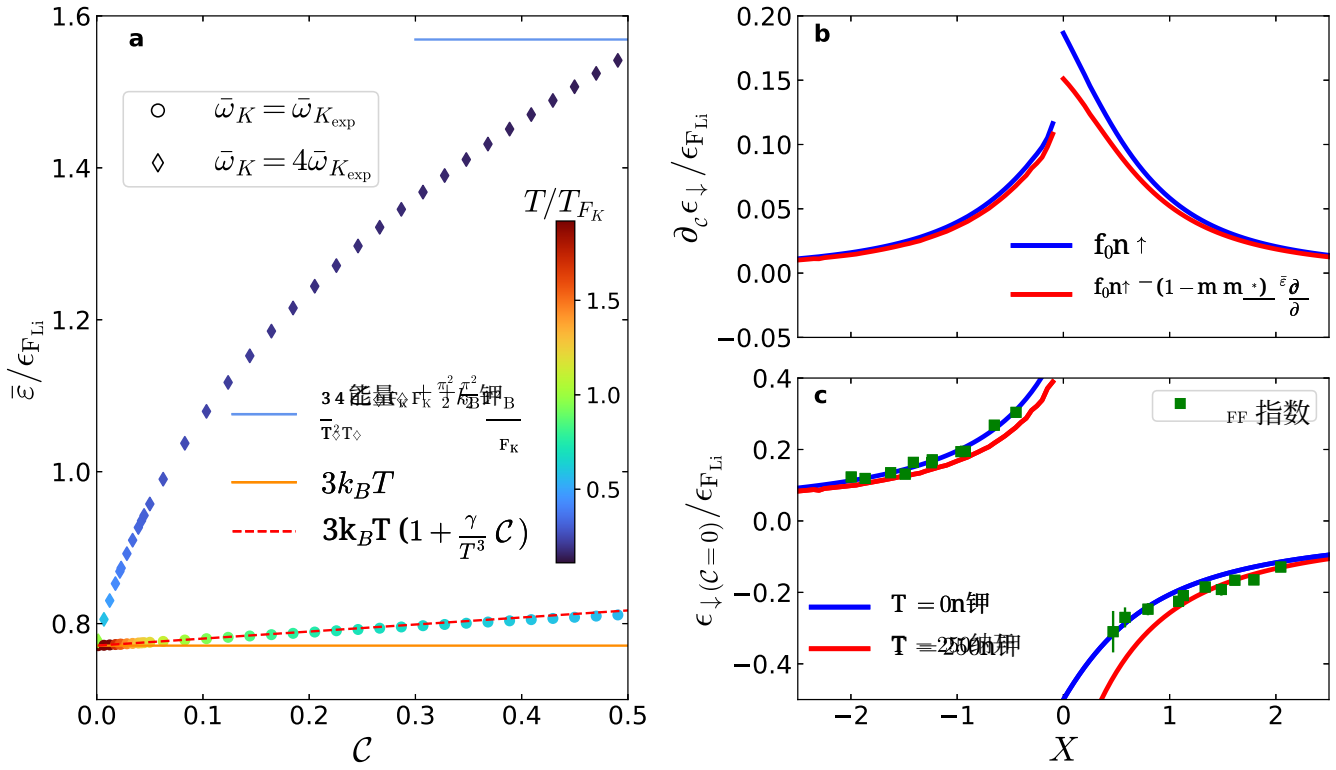

图 S 1. **杂质平均能量的影响**。**a**：K 杂质的平均能量随浓度的变化，通过数值求解方程（S.1），并采用典型实验参数得到。圆点对应于与实验中相同的囚禁频率，菱形对应于囚禁频率增大四倍的情况。颜色表示不同浓度下杂质的有效温度。橙色线和蓝色线分别表示有限温度下经典气体和理想费米气体的极限。 $E^\diamond{}_{F_K}$ 和 $T^\diamond{}_{F_K}$ 分别为相对于 $\mathcal{C}=0.5$杂质的费米能和费米温度。红色虚线表示高温展开。**b**：仅考虑介导的极化子-极化子相互作用（蓝色实线）以及同时考虑介导的极化子-极化子相互作用和杂质平均能量的贡献（红色实线）时，极化子能量随浓度的变化。**c**： $T=0$ 时的单杂质极限（蓝色实线），以及考虑杂质平均能量在 $T=250$ 纳开下的影响（红色实线）。绿色方块为 FF 混合物的实验数据，与正文图3相同。所有面板中的物理量均以锂费米海的费米能归一化

正文中的方程（3）。在正文中，我们将介导的极化子-极化子相互作用系数与实验测得的极化子能量随浓度变化的线性拟合斜率值等同。为估算忽略平均能量项对求得介导的极化子-极化子相互作用所产生的影响，对于热杂质，我们可以比较根据方程（S.4）在忽略和考虑最后一项时得到的 $\frac{\partial\epsilon_\downarrow}{\partial\mathcal{C}}$ 与 $\epsilon_\downarrow$ 值。具体而言，我们可以利用高温展开（S.3）求得 $\frac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial\mathcal{C}} = 3k_B\gamma/T^2$。这一比较见图 S1b，由此可见，平均能量的影响可以忽略。这是由于我们的锂-钾实验与参考文献 [1]中的锂-锂实验有两个主要区别：首先，得益于我们的异质混合物，我们可以在保持钾处于热态的同时使锂达到简并。这有助于减小杂质浓度变化时杂质平均能量的变化。其次，在我们的实验中 $(1-\frac{m_K}{m_K^*})$ 接近于 0（例如，在 $X=-1$ 和 $X=1$时，$(1-\frac{m_K}{m_K^*}) = 0.037$ 和 0.067，分别），从而减小了平均能量效应对极化子能量的整体贡献。

现在，我们考虑忽略平均能量项对确定零浓度极限下极化子能量的影响。从方程（S.3）可以看出，在这一极限下，我们恢复了经典表达式 $\bar{\varepsilon} = 3k_BT$。因此，我们可以将正文图3中展示的实验结果与 $\epsilon_\downarrow^0 - (1-\frac{m_K}{m_K^*})\,3k_BT$进行比较，如图S1c所示。比较包含和不包含平均能量项的理论预测（分别对应红色和蓝色实线），可以看出，平均能量的主要影响是使单极化子能量向下移动。这一能量位移与我们在实验中针对 $|X|>1$所观察到的结果一致。有趣的是，在相互作用更强的情况下（$|X|<1$），我们的实验数据似乎遵循零温极限，此时我们观察到与朗道费米液体理论存在显著偏离。

II. 多体理论

如方法部分所述，费米海介导的极化子之间的介导相互作用可以从杂质自能中获得。在梯形近似中，该自能为

$$\Sigma(k) = \frac{1}{\beta\mathcal{V}} \sum_{q} \mathcal{G}_{\uparrow}(q)\mathcal{T}(k+q) \tag{S.5}$$

其中 β 是逆温度， $\mathcal{V}$ 是体积，而 $\mathcal{G}_{\uparrow}(k) = 1/[i\kappa_\nu - \xi_{\mathbf{k}\uparrow}]$ 是理想多数费米子的传播子，其中 $\xi_{\mathbf{k}\uparrow} = \mathbf{k}^2/2m_\uparrow - \varepsilon_F$。我们定义四动量 $k = (\mathbf{k}\ i\kappa_\nu)$ 和 $q = (\mathbf{q}\ i\kappa'_\nu)$，其中 κ'_ν 是费米子马茨巴拉频率，而 κ_ν 则根据杂质的量子统计性质，为玻色子或费米子马茨巴拉频率。多体散射矩阵为

$$\mathcal{T}(k) = \mathcal{T}_v(k)\left[1 - \mathcal{T}_v(k)\Pi(k)\right]^{-1}. \tag{S.6}$$

其中

$$\mathcal{T}_v(k) = \frac{2\pi}{m_r}\left[\frac{1}{a} + R^* k_r^2(k)\right]^{-1}, \tag{S.7}$$

with

$$k_r(k) = \sqrt{i\kappa_\nu - \frac{k^2}{2M} + \varepsilon_F} \tag{S.8}$$

是真空散射矩阵，包含相互作用的有限程效应 [3]。这里， a 是散射长度， R^* 是程参数， $M = m_\downarrow + m_\uparrow$， $m_r = m_\downarrow m_\uparrow/(m_\downarrow + m_\uparrow)$， $m_\downarrow$ 以及 $m_\uparrow$ 分别表示总质量、约化质量、杂质质量和介质粒子质量。一个 $\uparrow$ 和一个 $\downarrow$ 原子的双粒子传播子为

$$\Pi(q) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}\left[\frac{1 \pm \mathrm{f}_\downarrow(\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}\downarrow}) - \mathrm{f}_\uparrow(\xi_{-\mathbf{p}\uparrow})}{i\kappa_\nu - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}\downarrow} - \xi_{-\mathbf{p}\uparrow}} + \frac{2m_r}{\mathbf{p}^2}\right], \tag{S.9}$$

与 $\xi_{\mathbf{p}\downarrow} = \epsilon_{\mathbf{p}\downarrow} - \mu_\downarrow$ 和 $\mu_\downarrow$ 杂质的化学势。上、下符号分别对应玻色杂质和费米杂质，其分布函数为 $\mathrm{f}_\downarrow(\xi) = 1/[\exp(\beta\xi) \mp 1]$。对于多数费米原子，分布函数为 $\mathrm{f}_\uparrow(\xi) = 1/[\exp(\beta\xi) + 1]$。对方程（S.5）进行松原求和，得到 [4, 5]

$$\Sigma(k) = \Sigma_{\mathrm{p}}(k) + \Sigma_{\mathrm{b.c.}}(k) + \Sigma_{\mathrm{m}}(k), \tag{S.10}$$

其中

$$\Sigma_{\mathrm{p}}(k) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3}\mathrm{f}_\uparrow(\xi_{\mathbf{q}\uparrow})\mathcal{T}(\mathbf{k}+\mathbf{q}, i\kappa_\nu + \xi_{\mathbf{q}\uparrow}), \tag{S.11}$$

$$\Sigma_{\mathrm{b.c.}}(k) = \pm\int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega'}{\pi}\frac{\mathrm{f}_{\mathrm{m}}(\omega')\mathrm{Im}\mathcal{T}(\mathbf{k}+\mathbf{q}, \omega' + i0^+)}{i\kappa_\nu - \omega' + \xi_{\mathbf{q}\uparrow}}, \tag{S.12}$$

and

$$\Sigma_{\mathrm{m}}(k) = \mp\int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3}\frac{\mathrm{f}_{\mathrm{m}}(\omega_{\mathrm{m}\mathbf{k}+\mathbf{q}})\mathrm{Z}_{\mathrm{m}\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{i\kappa_\nu - \omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\mathrm{m}} + \xi_{\mathbf{q}\uparrow}}. \tag{S.13}$$

即使只有一个杂质（浓度为零），第一项 Σ_{p} 也不为零，因此它决定了单个极化子的能量。只有在杂质浓度非零时，最后两项才会出现。它们对于获得可靠的介导相互作用表达式至关重要。第二项 $\Sigma_{\mathrm{b.c.}}$ 来自 $\mathcal{T}$ 矩阵中对应于杂质-原子连续谱的支割。只有当 $\mathcal{T}(\mathbf{k} + \mathbf{q}\ \omega)$ 在 $\omega = \omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\mathrm{m}}$ 处有极点时，才会出现最后一项 Σ_{m}；该极点对应于一个由一个杂质和一个多数原子组成、总动量为 $\mathbf{k} + \mathbf{q}$ 的费什巴赫分子。这些分子在共振附近出现，而 $\mathrm{Z}_{\mathrm{m}\mathbf{k}} = 1/\left.\partial_\omega \mathrm{Re}\left[\mathcal{T}(\mathbf{k}\ \omega)\right]^{-1}\right|_{\omega_{\mathbf{k}\mathrm{m}}}$ 是相应的 $\mathcal{T}$ 矩阵留数。其分布函数 $\mathrm{f}_{\mathrm{m}}(\xi) = 1/[\exp(\beta\xi) \pm 1]$ 取决于杂质是玻色子还是费米子，分别遵循玻色或费米统计。

为了得到极化子之间的介导相互作用，我们将自能从马茨巴拉频率解析延拓至实频率。随后，将其按杂质和分子布居展开至线性阶。经过繁琐但直接的计算可得 $\Sigma(k) = \Sigma_0(k) + \delta\Sigma(k)$，其中 $\Sigma_0(k)$ 是单杂质的自能，也就是杂质浓度趋于零时 $\Sigma_p(k)$的值，并且

$$\delta\Sigma(k) = \pm \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \mathrm{f}_\downarrow(\xi_{\mathbf{p}\downarrow}) \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{\mathrm{f}_\uparrow(\xi_{\mathbf{q}\uparrow})\mathcal{T}_0^2(\mathbf{k}+\mathbf{q}, \omega+\xi_{\mathbf{q}\uparrow}) - \mathrm{f}_\uparrow(\xi_{\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{p}\uparrow})|\mathcal{T}_0(\mathbf{k}+\mathbf{q}, \omega+\xi_{\mathbf{p}\uparrow}+\xi_{\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{p}\downarrow})|^2}{\omega + i0_+ - \xi_{\mathbf{p}\downarrow} + \xi_{\mathbf{q}\uparrow} - \xi_{\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{p}\uparrow}}$$
$$\mp \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{\mathrm{f}_\mathrm{m}(\omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\mathrm{m}})\mathrm{Z}_{\mathrm{m}\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{\omega + i0_+ - \omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\mathrm{m}} + \xi_{\mathbf{q}\uparrow}}. \tag{S.14}$$

在此， $\mathcal{T}_0$ 是杂质浓度为零极限下的多体散射矩阵。如方法部分所述，现在可以从方程（S.14）的第一项中提取极化子之间的介导相互作用，并从方程（S.14）的第二项中提取极化子与分子之间的介导相互作用。第一项给出了杂质自能对杂质布居数 $\mathrm{f}_\downarrow(\xi_{\mathbf{p}\downarrow})$的线性依赖，因此也给出了极化子能量对杂质布居数的线性依赖。对于弱杂质-原子相互作用，有 $\mathcal{T}(k)$， $\simeq 2\pi a/m_r$ 且不存在费什巴赫分子，因此方程（S.14）中的第二项消失，从而得到

$$\delta\Sigma(k) \simeq \pm \left(\frac{2\pi a}{m_r}\right)^2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \mathrm{f}_\downarrow(\xi_{\mathbf{p}\downarrow}) \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{\mathrm{f}_\uparrow(\xi_{\mathbf{q}\uparrow}) - \mathrm{f}_\uparrow(\xi_{\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{p}\uparrow})}{\omega + i0_+ - \xi_{\downarrow\mathbf{p}} + \xi_{\uparrow\mathbf{q}} - \xi_{\uparrow\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{p}}}$$
$$= \pm \left(\frac{2\pi a}{m_r}\right)^2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \mathrm{f}_\downarrow(\xi_{\mathbf{p}\downarrow})\, \chi(\mathbf{k}-\mathbf{p}, \omega - \xi_{\mathbf{p}\downarrow}), \tag{S.15}$$

其中， $\chi(\mathbf{k}\ \omega)$ 是林德哈德函数 [6]。方程（S.15）是著名的二阶 RKKY 结果，描述了费米气体中由粒子-空穴激发介导的相互作用 [7–9]。取能量和动量均为零的极限，可得到主文中方程（3）的弱耦合极限（因为对于较小的 $\Delta N \propto a$ ，有 $k_F|a|$）。

方程（S.14）中的第二项给出了费什巴赫分子群体导致的能量位移，因此对应于分子-极化子相互作用。这种相互作用可解释为：由于与费什巴赫分子的耦合，极化子能量的二阶位移受到玻色增强／费米阻塞的影响 [4, 5]。在对实验数据建模时，我们对零动量极化子使用方程（S.14），并通过化学势确定杂质和分子的浓度。

[1] F. Scazza, G. Valtolina, P. Massignan, A. Recati, A. Amico, A. Burchianti, C. Fort, M. Inguscio, M. Zaccanti 和 G. Roati, 《物理评论快报》118, 083602 (2017)。[2] C. J. Pethick 和 H. Smith, *Bose-Einstein condensation in dilute gases* (剑桥大学出版社，2008)。[3] I. Fritsche, C. Baroni, E. Dobler, E. Kirilov, B. Huang, R. Grimm, G. M. Bruun 和 P. Massignan, 《物理评论A辑》103, 053314 2021( )。[4] M. A. Bastarrachea-Magnani, A. Camacho-Guardian 和 G. M. Bruun, 《物理评论快报》126, 127405 (2021)。[5] M. A. Bastarrachea-Magnani, J. Thomsen, A. Camacho-Guardian 和 G. M. Bruun, 《Atoms》9, 81 (2021)。[6] G. Giuliani 和 G. Vignale, *Quantum Theory of the Electron Liquid* (剑桥大学出版社，剑桥，2005)。[7] M. A. Ruderman 和 C. Kittel, 《物理评论》96, 99 (1954)。[8] T. Kasuya, 《理论物理进展》16, 45 (1956), https://academic.oup.com/ptp/article-pdf/16/1/45/5266722/16- 1-45.pdf。[9] K. Yosida, 《物理评论》106, 893 (1957)。