arXiv:2305.05147v1 [physics.flu-dyn] 9 May 2023

机器学习稀疏传感器重建涡旋冲击翼型尾流

预印本

Yonghong Zhong[1,*], **Kai Fukami**[1],**ByungjinAn**[2],**Kunihiko Taira**[1]1. 加利福尼亚大学洛杉矶分校机械与航空航天工程系，美国加利福尼亚州洛杉矶，邮编 90095 2. 荏原公司基础技术研发部，日本东京，邮编 144-8510 通讯作者：yhzhong@g.ucla.edu

2023年5月10日

摘要

仅凭有限的传感器测量值重构非定常涡流场颇具挑战。我们开发了机器学习方法，仅利用有限的训练数据，基于稀疏传感器测量值重构瞬态涡旋-翼型尾流相互作用过程中的流动特征。对于多种未参与训练的情况，本文的机器学习模型均能准确重构气动力系数、翼型表面的压力分布以及二维涡量场。我们采用多层感知机估计气动力和翼型表面的压力剖面，建立压力传感器测量值与输出变量之间的非线性模型。我们结合多层感知机与卷积神经网络来重构涡旋尾流。此外，在训练模型中结合迁移学习与长短期记忆算法，通过嵌入动力学特征，大幅提升了瞬态尾流的重构效果。本文提出的机器学习方法能够估计瞬态流动特征，同时对含噪传感器测量值具有鲁棒性。最后，我们评估了不同时段的合适传感器位置，以准确估计尾流。本研究为理解涡旋-翼型相互作用的动力学以及开发数据驱动的流动估计方法提供了见解。

关**键词** 涡旋-翼型相互作用，机器学习，流场重构

1 引言

涡旋-翼型相互作用普遍存在于各类流体系统中，包括飞机 [1, 2, 3, 4], 风力涡轮机 [5],和泵 [6, 7]。这类相互作用可能导致这些系统承受非定常载荷，并引发疲劳和结构损伤。为了分析涡旋-翼型相互作用，可利用稀疏测量评估流场状态，从而理解其控制动力学 [8], 预测流动扰动 [9], 并实施尾流流动控制 [10]。然而，由于涡流具有强非线性动力学特性，且描述涡流所需的自由度很高，因此难以根据稀疏测量识别涡旋-翼型相互作用过程中的涡结构。

许多研究探讨了空气动力学中的稀疏状态估计。尤其是，过去几十年来，人们一直在研究线性技术。例如，研究者采用缺失数据适当正交分解 [11] ，从空间不完整的稀疏数据集中提取主要流动特征 [12]。此外，针对物体表面附近流动及边界层的特征描述，研究者也探索了四维变分法 [13], 、线性随机估计 [14], 和卡尔曼滤波器 [15] 的应用。然而，这些技术受限于其线性形式，因此在应用涉及强非线性动力学时会面临挑战。

为克服这些局限，非线性机器学习方法被视为利用稀疏信息分析流体流动的一种有前景的方法。事实证明，非线性机器学习技术有助于估计和建模高维流动 [16]。例如，Pawar等人 [17, 18] 应用了一种物理引导

机器学习框架，用于估计多种翼型的升力系数。Hui 等人 [19] 利用一种由有符号距离函数辅助的卷积神经网络（CNN）预测翼型表面的压力分布。针对流场重建，Erichson 等人 [20] 提出了一种基于多层感知机（MLP）的浅层解码器，用于圆柱尾流、海表温度和强迫各向同性湍流。Fukami 等人 [21] 提出了一种基于卷积神经网络的方法，从可移动或数量可变的稀疏传感器中重建全局湍流场。除了上述研究之外，还有各种基于超分辨率分析的机器学习流场重构技术 [22, 23, 24]。

然而，利用非线性机器学习技术从有限的传感器测量中估计非定常流动仍存在一些问题。其中最突出的问题是，使用机器学习模型的计算成本高昂。对于输入维度低而输出维度高的基于神经网络的模型，需要大量的内部参数（权重）。通常，为确定这些内部参数，需要数千个流动（或传感器）快照，这会在训练成本和数据存储两方面造成巨大的计算负担。就我们的情况而言，如果需要准确重构多种非定常流场，那么采用简单直接的方法处理问题可能会导致存储和计算成本显著增加。从这一角度来看，开发一种能够利用少量训练数据和较少调节参数定性重构流场的方法至关重要。此外，可泛化模型有助于降低成本。大多数机器学习模型只能用于特定的流场；例如，使用层流训练的单个模型可能不适用于重构湍流场。事实上，为了获得准确结果，用于测试的数据需要与训练数据相似。如果需要考虑广阔参数空间中的不同流动，那么几乎不可能针对每一种情况分别进行实验或数值模拟。因此，需要考虑训练数据的多样性，使单个模型能够有效预测大范围参数下的非定常流场。

在本研究中，我们旨在开发机器学习方法，从有限的传感器测量和在广阔参数空间中采样的一小组训练数据中重构主要尾流特征。由于扰动涡的尺寸、强度或相对于翼型的位置可能各不相同，因此需要探索非常大的参数空间，以捕捉复杂的涡冲击翼型尾流动力学。在这种情况下，数据量可能会极其庞大。我们没有简单地使用所有参数组合训练机器学习模型，而是开发了仅使用参数空间中的少数案例进行训练的模型，并利用这些模型估计未见过的案例。对于机器学习方法，我们选择多层感知机（MLP）来建模低维传感器输入与输出之间的非线性关系，输出包括升力系数、阻力系数和表面压力系数。此外，将卷积神经网络与多层感知机相结合，可以以适中的计算成本重构随时间变化的涡量场。迁移学习和长短期记忆网络进一步有助于纳入瞬态流动的动力学特性，从而减少所需的训练数据并改进流场估计。当前模型对于不同于训练数据的多种尾流情景均具有鲁棒性。我们还评估了传感器数量和布置对流场估计的影响。

本文的组织结构如下。第2节讨论问题设置和数据整理。第3节介绍涡旋-翼型尾流相互作用的流动物理。第4节介绍本研究所采用的机器学习技术。第5节给出基于机器学习的流场重构结果并进行讨论。第6节给出结论。

2 数据整理

本研究旨在利用稀疏压力传感器和有限的训练数据，构建一个适用于翼型周围强扰动流动的稳健机器学习模型。在此，我们考虑NACA 0012翼型以攻角 $\alpha = 12^\circ$ 处于经历不同类型涡旋扰动的瞬态流动状态，其基于弦长的雷诺数为$Re \equiv u_\infty c/\nu_\infty = 400$，马赫数为 $M_\infty \equiv u_\infty/a_\infty = 0.1$。其中， u_∞ 为自由来流速度， c 为弦长， ν_∞ 为运动黏度， a_∞ 为自由来流声速。所模拟的流动已通过既有研究 [25, 26, 27]进行了验证和确认。

采用可压缩流动求解器 CharLES [28] 模拟翼型上方的瞬态流动。对于当前的涡旋-翼型相互作用问题，初始时在翼型上游引入一个涡旋扰动。该扰动涡被设定为可压缩 Taylor 涡 [29], , 其描述如下:

$$u_\theta = u_{\theta\max}\frac{r}{R}\exp\left[\frac{1}{2}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)\right], \tag{1}$$

其中， R 是半径， $u_{\theta\max}$ 是涡旋的最大旋转速度，如图 1 所示。涡旋最初在 (x_0， y_0) 处引入，且 $x_0 = -2c$。

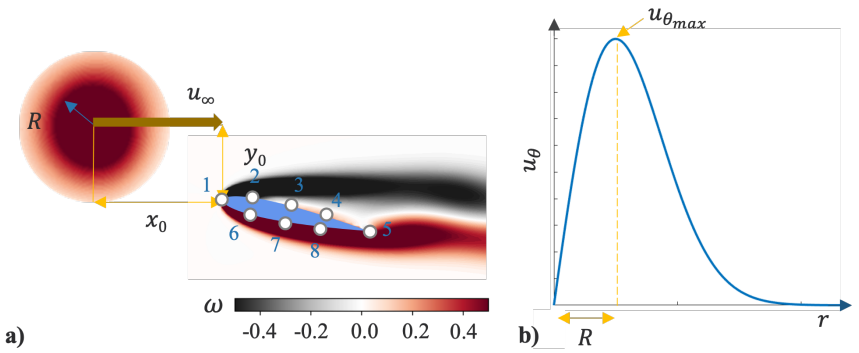

图 1：a）涡旋扰动的尺寸和位置，翼型表面上均匀分布着 8 个均匀传感器；b）扰动涡的速度剖面。

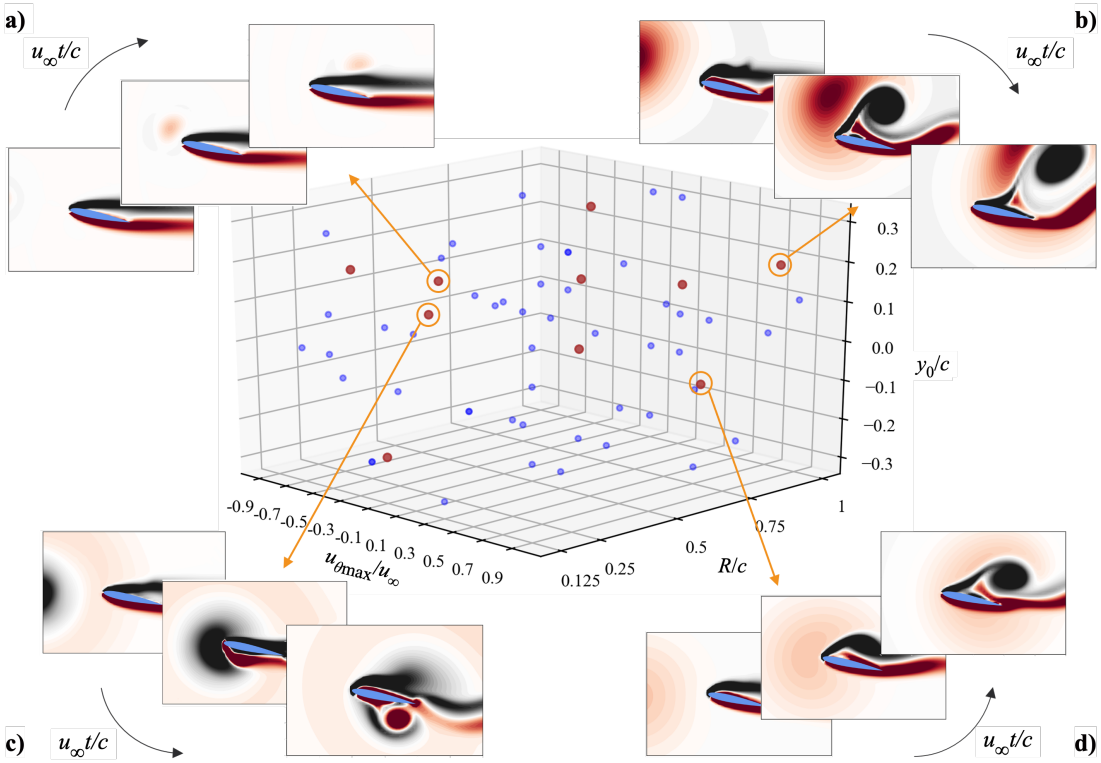

图 2：随机分布的 50 个训练案例（蓝色）和 10 个测试样本（红色）。示例测试样本：a）$(u_{\theta\max}/u_\infty, R/c, y_0/c) = (0.14, 0.15, 0.15)$，b）$(u_{\theta\max}/u_\infty, R/c, y_0/c) = (0.78, 0.99, 0.18)$，c）$(u_{\theta\max}/u_\infty, R/c, y_0/c) = (-0.80, 0.61, 0.08)$，d）$(u_{\theta\max}/u_\infty, R/c, y_0/c) = (0.35, 0.95, -0.15)$。

如图2所示，当前涡旋-翼型相互作用问题呈现出多种流动模式。强扰动涡会导致流场产生强烈的非定常性，且涡旋尺寸越大，其影响范围也越大。除半径和强度外，涡旋还可能在翼型前缘处撞击翼型，从而激发较大的脉动；也可能穿过翼型，而不会引起流动或气动特性的显著变化。第3节将对流动情况进行详细讨论。本研究旨在探究：能否利用仅通过极少数工况训练的机器学习模型，重构在宽广参数空间内产生的流场。

在本研究中，我们选择了分布在翼型表面两侧的八个传感器，以捕捉绕过翼型的涡旋，如图 1 所示。这些传感器编号为 1 至 8，各传感器对应的 x- 位置为 $(0.00, 0.26, 0.48, 0.72, 0.99, 0.23, 0.46, 0.71)c$。用于描述扰动涡的三个参数是

最大旋转速度（$u_{\theta\max}$）、半径（R）和初始垂直位置（y_0）。训练数据集由
$u_{\theta\max}/u_\infty \in [-0.9, -0.7, -0.5, -0.3, -0.1, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7,$ 组成。
$0.9]$、 $R/c \in [0.125, 0.25, 0.5, 0.75, 1]$和 $y_0/c \in [-0.3, -0.1, 0, 0.1, 0.3]$。这里，$u_{\theta\max}/u_\infty$ 的正值表示逆时针旋转。涡旋的最大旋转速度 $u_{\theta\max}$ 范围为 $0.1u_\infty$ 至 $0.9u_\infty$。涡半径 R 和 y_0 的取值经过了仔细确定，使涡旋能够从翼型上方或下方经过，同时显著影响翼型尾流。在第5节中，我们从大量参数组合中选取25、50和100个训练案例，再使用未参与训练的样本测试模型。测试样本的参数组合从上述范围内随机选取。请注意，与全部参数组合相比，训练数据所占比例很小。测试样本与训练案例没有重叠。

对于每个案例，我们收集了 $u_\infty t/c \in [0.85, 5.1]$ 的 500 个流场快照，涵盖了涡旋从接近翼型到离开后缘的过程。此处， $u_\infty t/c = 0$ 指涡旋位于 $x_0/c = -2$ 时的初始时刻。为去除模拟的启动阶段，本分析不使用 $u_\infty t/c = [0, 0.85]$ 的快照。对于一组参数（$u_{\theta\max}/u_\infty$， R/c， y_0/c），气动力系数、表面压力和二维涡量场数据的数据量分别约为 1MB、15MB 和 500MB。如果使用 100 个训练案例，并采用全部 500 个二维尾流数据快照，那么单个机器学习模型的训练数据量将达到约 50GB，对于存储和计算而言都相当庞大。

3 流动物理

当前涡旋撞击】【。受涡旋冲击的翼型尾流呈现丰富的动力学特性，受涡旋速度、大小和位置的影响。 .
在本节中，我们预分分彩计划 呈现了由各种涡旋扰动引起的流动机理。

涡旋扰动的最大旋转速度是影响涡旋-翼型相互作用的最重要特征之一。本文研究了涡旋最大速度对 C_L、C_D 及涡量场的影响，其中（R/c， y_0/c）$=$(0.5，0.1)。如图3a)和b)所示，正向（逆时针）涡旋在冲击翼型前缘时，通常会引起 C_L 和 C_D 的瞬时增加。当涡旋扰动中心经过翼型中心时，随后会出现一个次级负峰值。对于负向（顺时针）涡旋，则观察到类似但相反的变化趋势。升力最初下降，随后因涡旋尾部的作用而增加。

对于旋转速度大小不同的正涡， C_L 的首个峰值几乎同时出现，如图3a)所示。然而，大小差异会导致次峰出现时间偏移—— $u_{\theta_{\max}}/u_\infty = 0.7$ 对应的峰值出现在 $u_\infty t/c \approx 2.6$ ，而 $u_{\theta_{\max}}/u_\infty = 0.3$对应的峰值则出现在 $u_\infty t/c \approx 3.0$。这是因为更强的正涡与翼型吸力面上原有的负涡量相互作用更强，形成一个较大的负涡，随后从翼型上脱落。与正扰动的情形类似，更强的负涡引起更大的波动，从而使次峰提前出现。对于 C_D，我们观察到其时间历程与正扰动下的 C_L 呈现相似趋势，但变化幅度远小于 C_L。

如图4所示，我们还考察了流场响应对涡尺寸的依赖性。为便于比较，我们选取与 $(u_{\theta\max}/u_\infty, y_0/c)$ $=$ (0.3,0.1) 相同的涡强度和垂直位置。不同涡尺寸下， C_L 和 C_D 的变化历程均呈现先增大后减小的相同趋势。随着涡尺寸增大， C_L 和 C_D 的首个峰值出现得更早，因为半径较大的涡会更早遇到翼型。

不同尺寸涡旋引起的涡量场变化也呈现在图4c)中。当小尺寸涡旋扰动（$R/c = 0.125$）撞击翼型时，整个涡旋掠过翼型吸力面，并在流场中诱发轻微波动。随着涡旋尺寸增大，涡旋分裂为两个结构，分别沿吸力面和压力面向下游运动。后缘附近的正涡量卷起并与尾流相互作用，从而影响尾流区域的演化。

除了最大速度和涡旋扰动的大小外，瞬态动力学还会受到扰动涡从翼型上方还是下方通过的强烈影响。这里，我们考察负涡旋扰动（$u_{\theta\max}/u_\infty, R/c$） $=$(−0.5, 0.5)下的三个垂直位置： $y_0/c = -0.3$,0,0.3，如图5所示。对于 $y_0/c = 0.3$，扰动从翼型上方掠过，其中大部分负扰动穿过翼型吸力面，使 C_D 出现较大的跃变，形成第一个峰值。对于 $y_0/c = 0$，负涡旋扰动绕过翼型时分裂成两部分。在 $u_\infty t/c = 2.55$处，附着在翼型压力面上的大量正涡量产生了 C_L中的第二个峰值。对于 $y_0/c = -0.3$ 的情况，

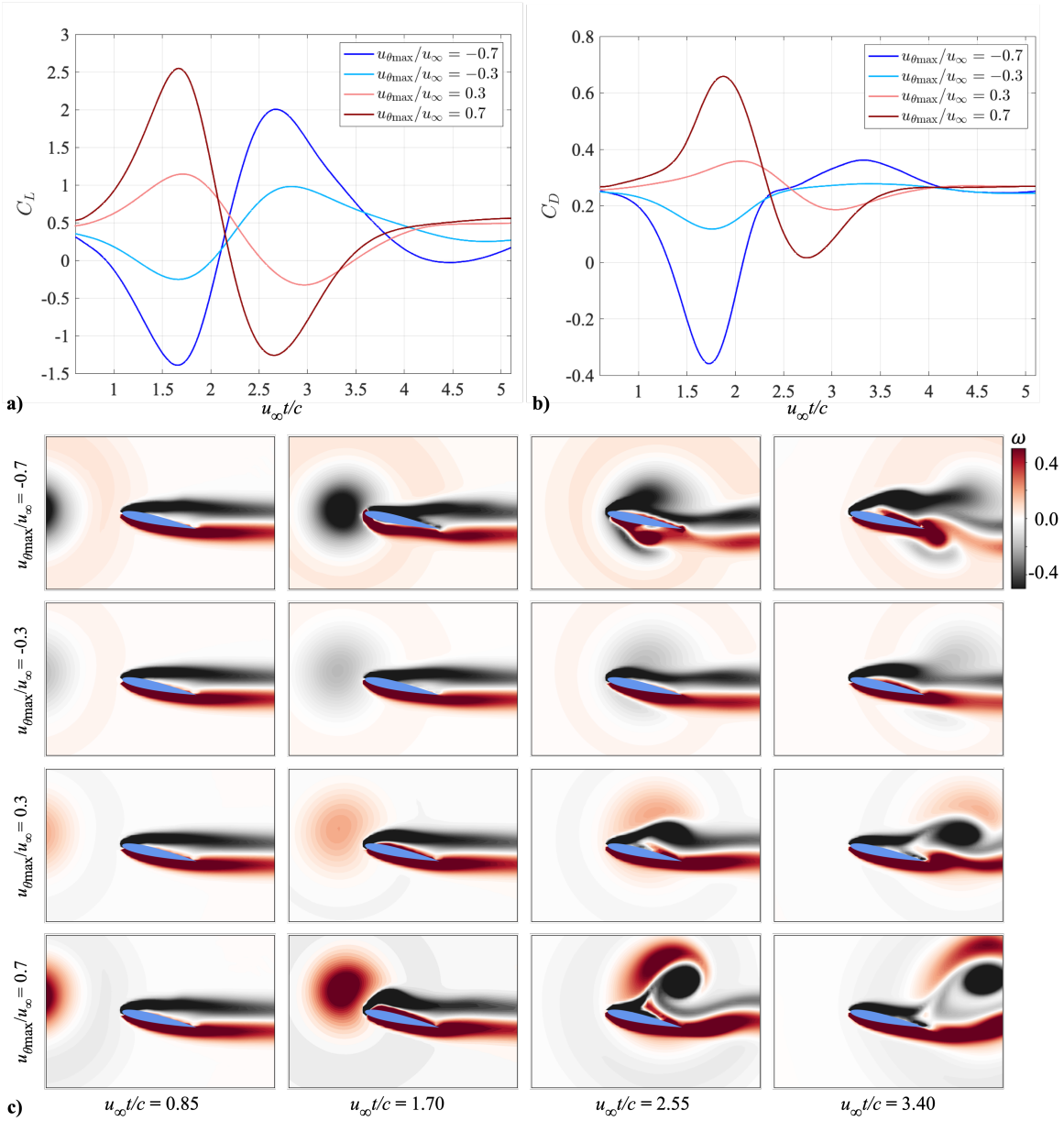

图 3：涡旋扰动最大旋转速度的影响。a) 升力系数，b) 阻力系数，以及 c) 涡旋扰动的涡量场，分别对应 $(R/c,\ y_0/c) = (0.5,\ 0.1)$ 和 $u_{\theta\max}/u_\infty = -0.7,\ -0.3,\ 0.3,$ 以及 0.7。

扰动从翼型下方通过时，变化主要由沿翼型压力面的相互作用所支配，C_L 和 C_D 的下降与增加同时发生。

4 方法

我们开发机器学习模型，以利用稀疏传感器估算气动特性，涵盖多种力和尾流动力学。要构建一个适用于图 2 所示广阔参数空间的稳健模型，颇具挑战。为了根据有限的训练数据估算不同类型的非线性尾流响应，我们考虑了几种

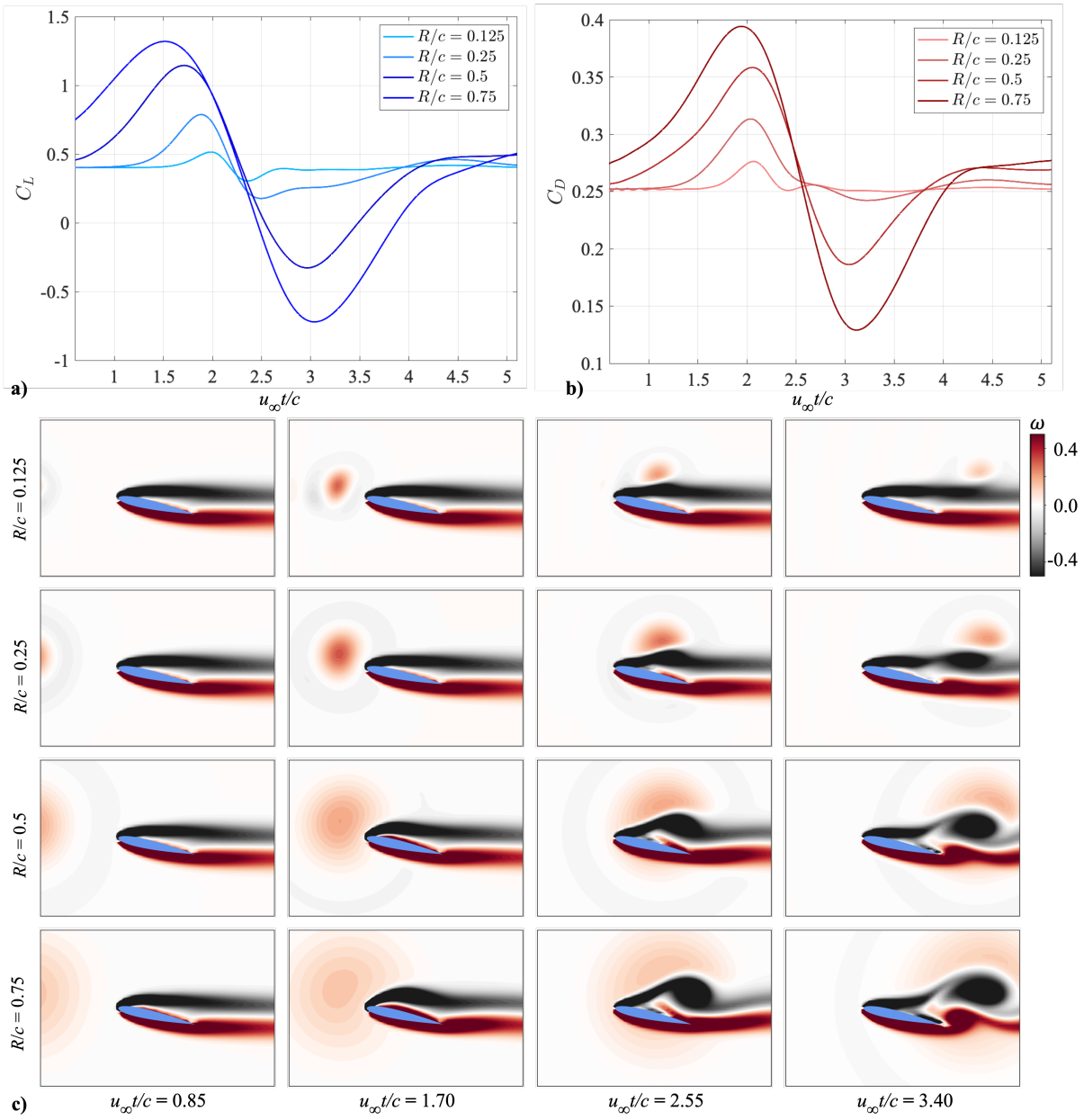

图4：涡尺寸的影响。a）升力系数，b）阻力系数，以及 c）涡旋扰动的涡量场，其中（$u_{\theta\max}/u_\infty$，y_0/c）=（0。3，0。1）和 $R/c = 0.125$，0。25，0。5，以及 0。75。

用于机器学习模型设计和训练方法的策略，以再现瞬态动力学。本研究使用的所有机器学习模型均进行了三折交叉验证，以确保估算结果在数据分布方面趋于收敛。

图 6 展示了当前基于机器学习的估计方法概览。输入为跨越 $n\Delta$t 的传感器测量值 $\boldsymbol{s}^{n\Delta t}$。我们首先考虑使用多层感知机（MLP）建立传感器测量值与气动力系数随时间变化之间的关系。由于输入和输出的自由度均为 $\mathcal{O}(1)$，因此我们可以轻松地采用全连接神经网络来构建这种关系。同样，我们也使用多层感知机（MLP）来估计翼型表面的压力分布。

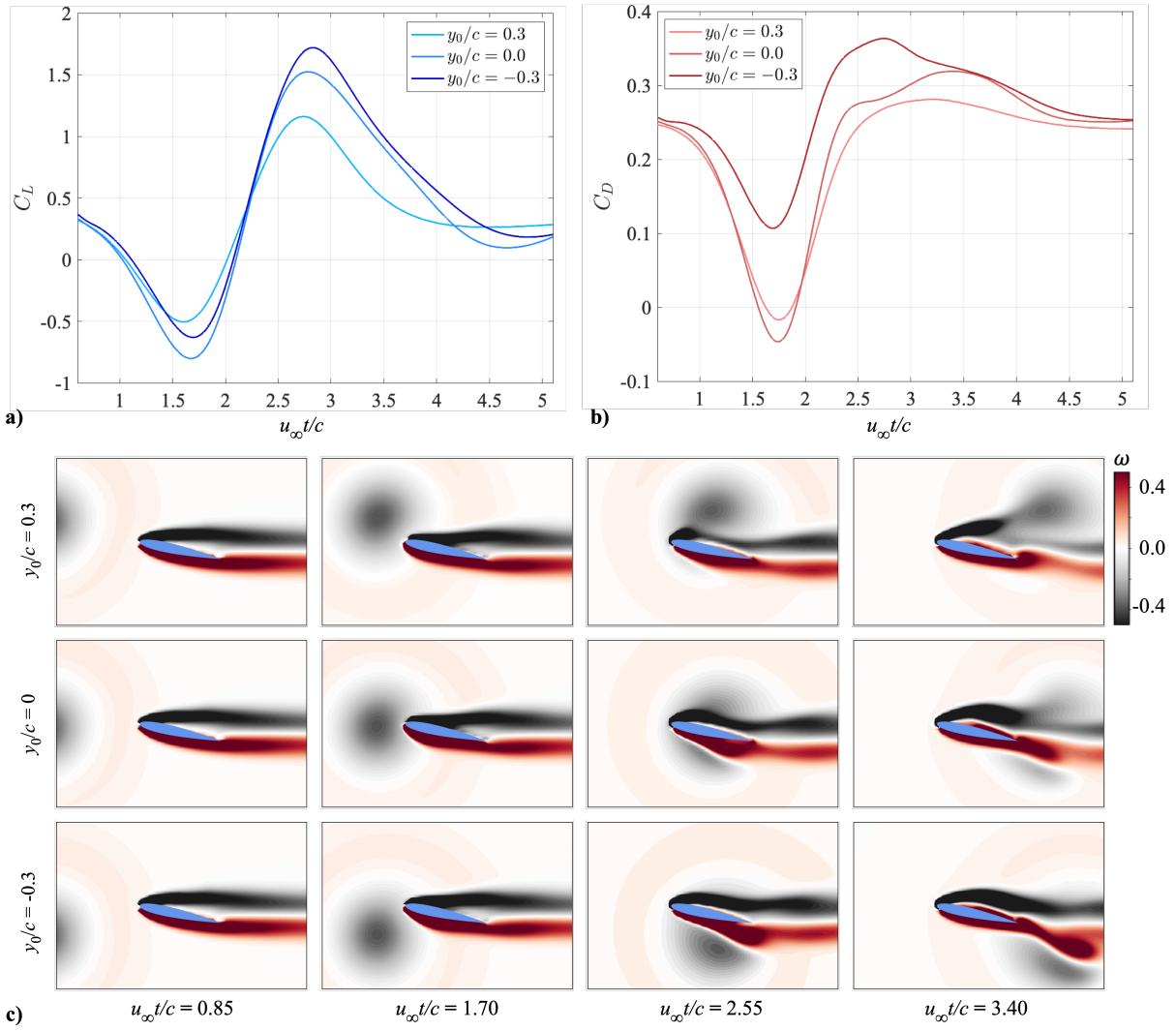

图5：涡旋位置的影响。对于 $(u_{\theta\max}/u_\infty,\ R/c) = (-0.5,\ 0。5)$ 和 $y_0/c = 0.3,\ 0$ 及 -0.3 的涡旋扰动，a) 升力系数，b) 阻力系数，以及 c) 涡量场。

然而，由于全连接结构 [21, 30]，MLP 难以用于自由度较高的问题。为了获取二维涡量流场（自由度为 $\approx \mathcal{O}(10^3 - 10^4)$），需要一种能够有效提取空间信息且计算成本可控的模型。为此，我们引入二维卷积神经网络（CNN），在保持较低计算成本的同时提供定性估计。将 MLP 与 CNN 结合后，机器学习模型便能根据有限数量的传感器测量值重建流场。此外，由于当前涡旋-翼型相互作用问题具有瞬态特性，在模型构建中考虑其动力学特征有助于提高估计精度。因此，结合迁移学习的长短期记忆网络（LSTM）算法 [31] 可有效地根据时间序列估计流场。由此，我们将 LSTM 嵌入上述 MLP 和 MLP-CNN 模型中。下文将介绍这些机器学习方法的算法。

4.1 多层感知机

在本研究中，输入传感器测量值首先被输入多层感知机（MLP） [32]。对于气动力（第 5.1 节）和翼型表面压力分布（第 5.2 节）的估计，MLP$\mathcal{M}$ 被用作输入传感器测量值 $\boldsymbol{s}$ 与输出变量 $\boldsymbol{q}$ 之间的函数逼近器，使得

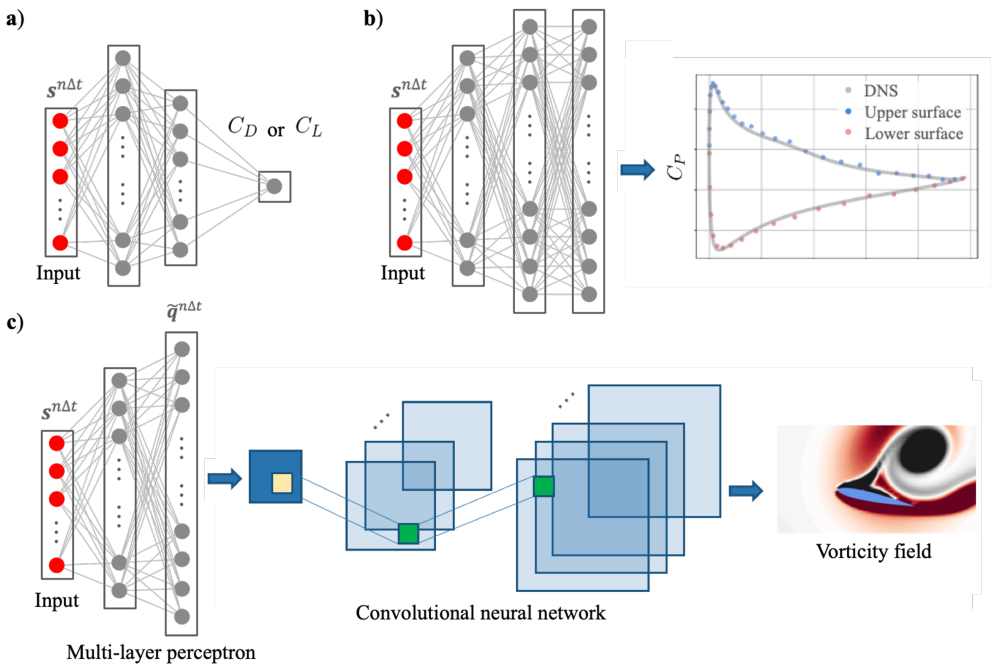

图 6：当前估计问题概览。输入为翼型表面上的压力传感器测量，输出为 a) C_D 或 C_L、b) C_P和 c) 涡量场。C_L、C_D和 C_P使用独立的多层感知机模型进行估计；涡量场则使用多层感知机与卷积神经网络相结合的方法进行估计。

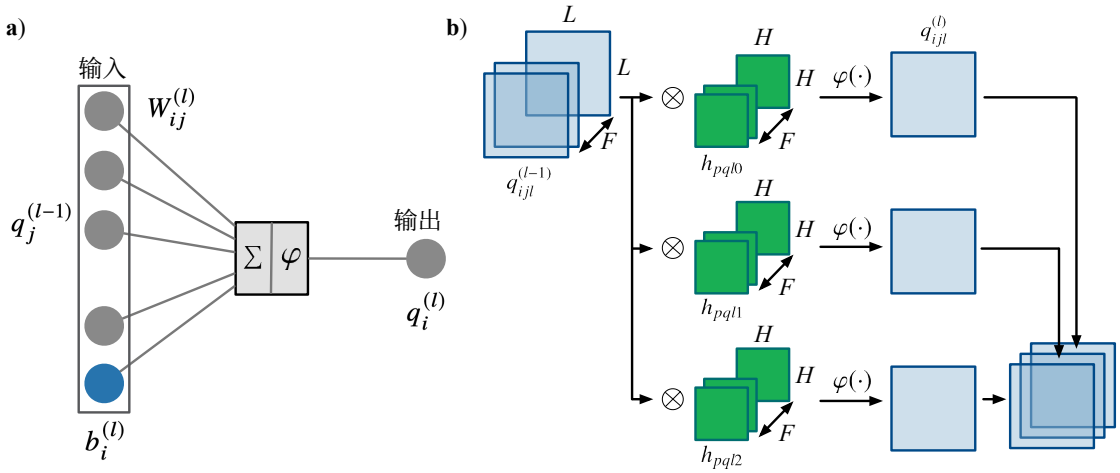

图 7：a) 感知机的最小单元。b) 二维卷积运算。

$\boldsymbol{q} \approx \mathcal{M}(\boldsymbol{s})$。对于二维涡量场 ω （第 5.3 节）的估计，多层感知机在模型中发挥非线性函数的作用，将低维传感器信息 $\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^{n_s}$ 映射到高维变量。此外，我们将长短期记忆网络 [31] 纳入机器学习模型，以充分利用传感器的动态信息。

在多层感知机中，第（$l-1$）层的输入与权重 $\boldsymbol{W}$相乘，随后进行线性组合，并通过非线性激活函数 φ，将结果作为输出传递至下一层（l），

$$q_i^{(l)} = \varphi(\sum_j W_{ij}^{(l)} q_j^{(l-1)} + b_i^{(l)}), \tag{2}$$

其中， b 是如图7a所示在每一层添加的偏置。我们对 φ采用 ReLU函数 [33] ，该函数已被证实能够有效解决深度神经网络中的梯度消失问题。为确定权重 W，采用了 Adam算法 [34] 。在当前的模型训练中，还采用了提前停止 [35] ，并设置20个训练轮次，以避免机器学习模型过拟合。

4.2 卷积神经网络

由于完整流场估计需要大量空间网格点（空间自由度高），直接将 MLP 应用于完整流场重构 [36, 37]会带来巨大的计算负担。为解决这一问题，我们将 MLP 与二维卷积神经网络（卷积神经网络） [38]相结合。卷积神经网络通过滤波器共享，在进行回归的同时大幅降低计算成本。图 7b) 展示了二维卷积运算，其内部过程表示为

$$q_{ijg}^{(l)} = \varphi\left(\sum_{l=1}^{F}\sum_{p=0}^{H-1}\sum_{q=0}^{H-1} h_{pqlg}^{(l)} q_{i+p-C,j+q-C,l}^{(l-1)} + b_g^{(l)}\right), \tag{3}$$

其中， $C = \lfloor H/2 \rfloor$, H 分别表示滤波器的宽度和高度， F 表示输入通道数， g 表示输出通道数， b 表示偏置，φ 表示激活函数。输入传感器测量值 $\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^{n_s}$ 通过多层感知机转换为用于尾流估计的高维表示$\hat{\boldsymbol{q}} \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{q}}}$。随后将此表示$\hat{\boldsymbol{q}} \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{q}}}$ 重塑为二维矩阵形式$\hat{\boldsymbol{q}} \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{x}} \times n_{\tilde{y}}}$，以便使用二维卷积神经网络处理数据，如图6a)所示。通过公式3中的卷积神经网络处理和上采样操作，当前模型提取输入传感器与涡量场 $\omega \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y}$之间的关系。与多层感知机训练一样，我们采用ReLU函数 [33] 作为非线性激活函数，采用Adam算法 [34] 更新滤波器，并采用提前停止 [35] 防止过拟合。

4.3 长短期记忆辅助迁移学习

为改进当前的估计，我们还采用了长短期记忆（LSTM）算法 [31]。LSTM是循环神经网络方法之一，适用于根据时间序列数据预测时间行为。由于LSTM能够将时间序列数据作为记忆保存在称为单元的函数中，因此LSTM的实施可以极大地帮助解决当前问题：该问题由于其瞬态特性而依赖于过去的流动状态。

一个长短期记忆层由四个功能构成：一个单元 C、一个输入门 d、一个输出门 o 和一个遗忘门 g。这些功能在决定如何整合过去信息以预测输出变量方面发挥着重要作用。输入门 d 决定当前来自单元 e_t 输入端的信息有多少用于预测，

$$d_t = \sigma(W_d \cdot [\tilde{q}_{t-1}, e_t] + \beta_d), \tag{4}$$

其中， q 是单元的输出； W 和 β 分别表示由下标标示的各门的权重和偏置；下标 t 和 $t-1$ 表示时间索引；σ 是 sigmoid 函数。在此，模型中两个输入的拼接表示为 $[m, n]$。与此同时，长短期记忆网络还会通过遗忘门 g，考虑从前一单元状态 C_{t-1} 中保留多少过去信息，

$$g_t = \sigma(W_g \cdot [\tilde{q}_{t-1}, e_t] + \beta_g). \tag{5}$$

利用当前时间步的时间单元状态，

$$\widetilde{C}_t = \tanh(W_c \cdot [\tilde{q}_{t-1}, e_t] + \beta_c), \tag{6}$$

以及前一个单元 st te$g$，当前单元状态 C_t 由平衡输入门 d 和遗忘门决定。

$$C_t = g_t C_{t-1} + d_t \widetilde{C}_t. \tag{7}$$

请注意，用于输入门和输出门的 sigmoid 函数在避免梯度消失问题方面发挥着重要作用。在长短期记忆层的输出处，利用输出门 o 评估单元状态 C_t 中的信息量，以进行短期预测（即下一步的输出 $\tilde{q}_t$）。

$$o_t = \sigma(W_o \cdot [\tilde{q}_{t-1}, e_t] + \beta_o), \tag{8}$$

$$\tilde{q}_t = o_t \tanh(C_t). \tag{9}$$

采用这种形式，长短期记忆网络能够预测下一步的变量 $\tilde{q}_t$，同时考虑单元状态 C所体现的长期记忆影响。

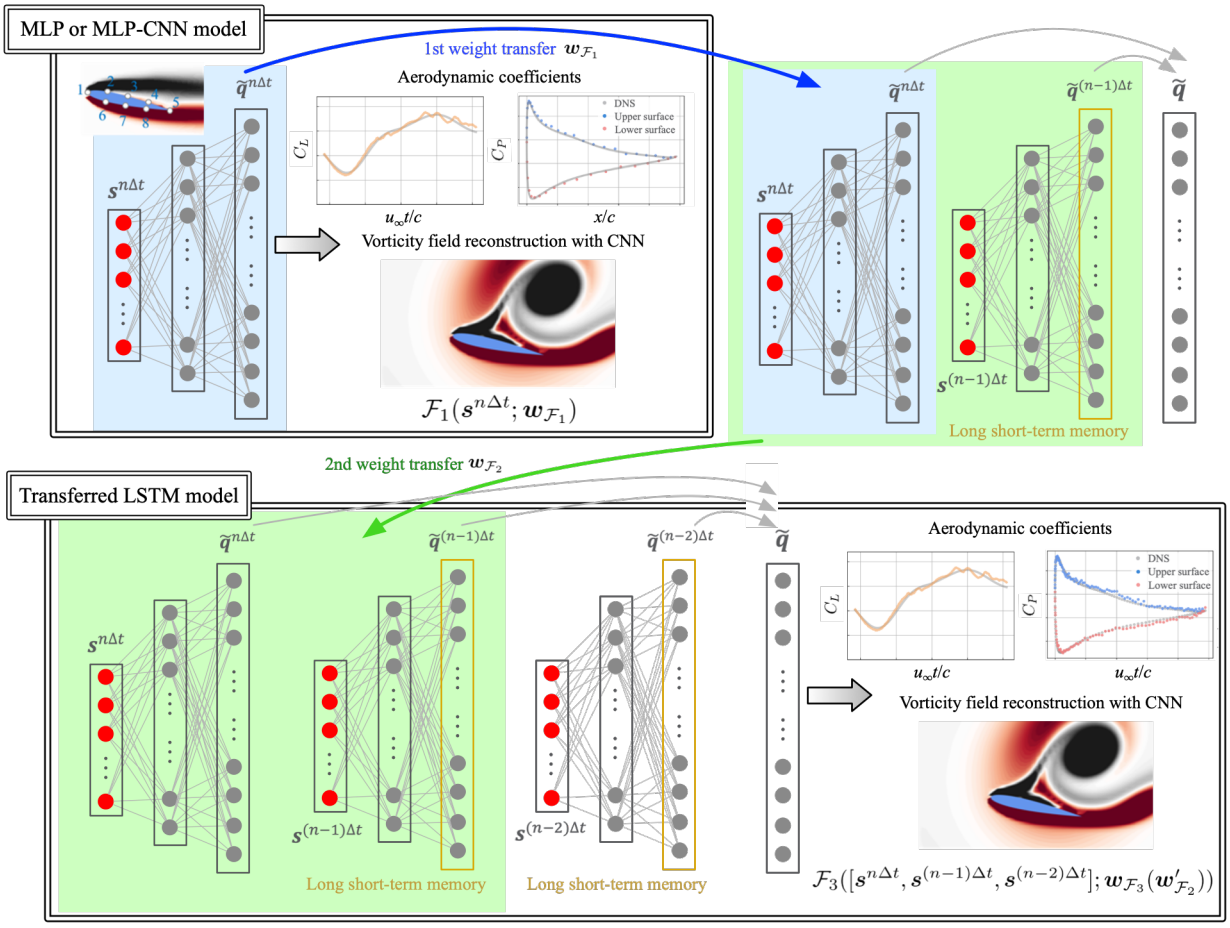

图 8：长短期记忆辅助迁移学习。

在此，我们将通过多层感知机获得的输入测量值的高维表示 $\tilde{q}^{n\Delta t}$ 与长短期记忆网络提取的两个先前时间序列 $\{\tilde{q}^{(n-1)\Delta t}, \tilde{q}^{(n-2)\Delta t}\}$ 相结合，使得 $\tilde{q} = [\tilde{q}^{n\Delta t} + \tilde{q}^{(n-1)\Delta t} + \tilde{q}^{(n-2)\Delta t}]$，如图 8 所示。随后，将这个包含三个时间步的组合向量 $\tilde{q}$ 输入力估计和 C_p 估计任务的多层感知机层，或涡量重构任务的二维卷积神经网络层。

此外，我们将迁移学习的概念应用于长短期记忆网络辅助网络。通过设置合适的初始权重 [39]，迁移学习可以促进训练过程。图 8 以图示方式概述了本文采用的长短期记忆辅助迁移学习策略。在本研究中，预训练多层感知机 $w_{\mathcal{M}}$ 的权重被用作第二个模型 $\mathcal{F}_2$ 的初始权重，该模型具有两个传感器输入门 $s^{(n-1)\Delta t}$ 和 $s^{n\Delta t}$。模型中多层感知机部分的输入传感器测量值 $\hat{q}$ 的高维特征与长短期记忆网络部分的特征相融合。第二个模型 $\mathcal{F}_2$ 完成训练后，其优化后的权重 $w_{\mathcal{F}_2}$ 会被反复迁移至第三个模型 $\mathcal{F}_3$；该模型考虑了三个不同时间步 $s^{(n-2)\Delta t}$、$s^{(n-1)\Delta t}$和 $s^{n\Delta t}$的传感器测量值。通过这些操作进行的权重优化在数学上可表示为

$$w_{\mathcal{F}_1} = \text{argmin}_{w_{\mathcal{F}_1}} ||q - \mathcal{F}_1(s^{n\Delta t}; w)||_2, \tag{10}$$

$$w_{\mathcal{F}_2} = \text{argmin}_{w_{\mathcal{F}_2}} ||q - \mathcal{F}_2([s^{n\Delta t}, s^{(n-1)\Delta t}]; w_{\mathcal{F}_2}(w'_{\mathcal{F}_1}))||_2, \tag{11}$$

$$w_{\mathcal{F}_3} = \text{argmin}_{w_{\mathcal{F}_3}} ||q - \mathcal{F}_3([s^{n\Delta t}, s^{(n-1)\Delta t}, s^{(n-2)\Delta t}]; w_{\mathcal{F}_3}(w'_{\mathcal{F}_2}))||_2, \tag{12}$$

其中，$w'_{\mathcal{F}_1}$ 表示分配给第一个 MLP-CNN 模型与第二个模型公共部分的权重，$w'_{\mathcal{F}_2}$ 分别表示分配给第二个 MLP-LSTM-CNN 模型与第三个模型公共部分的权重。由于迁移学习能够通过加快收敛速度来降低计算量，

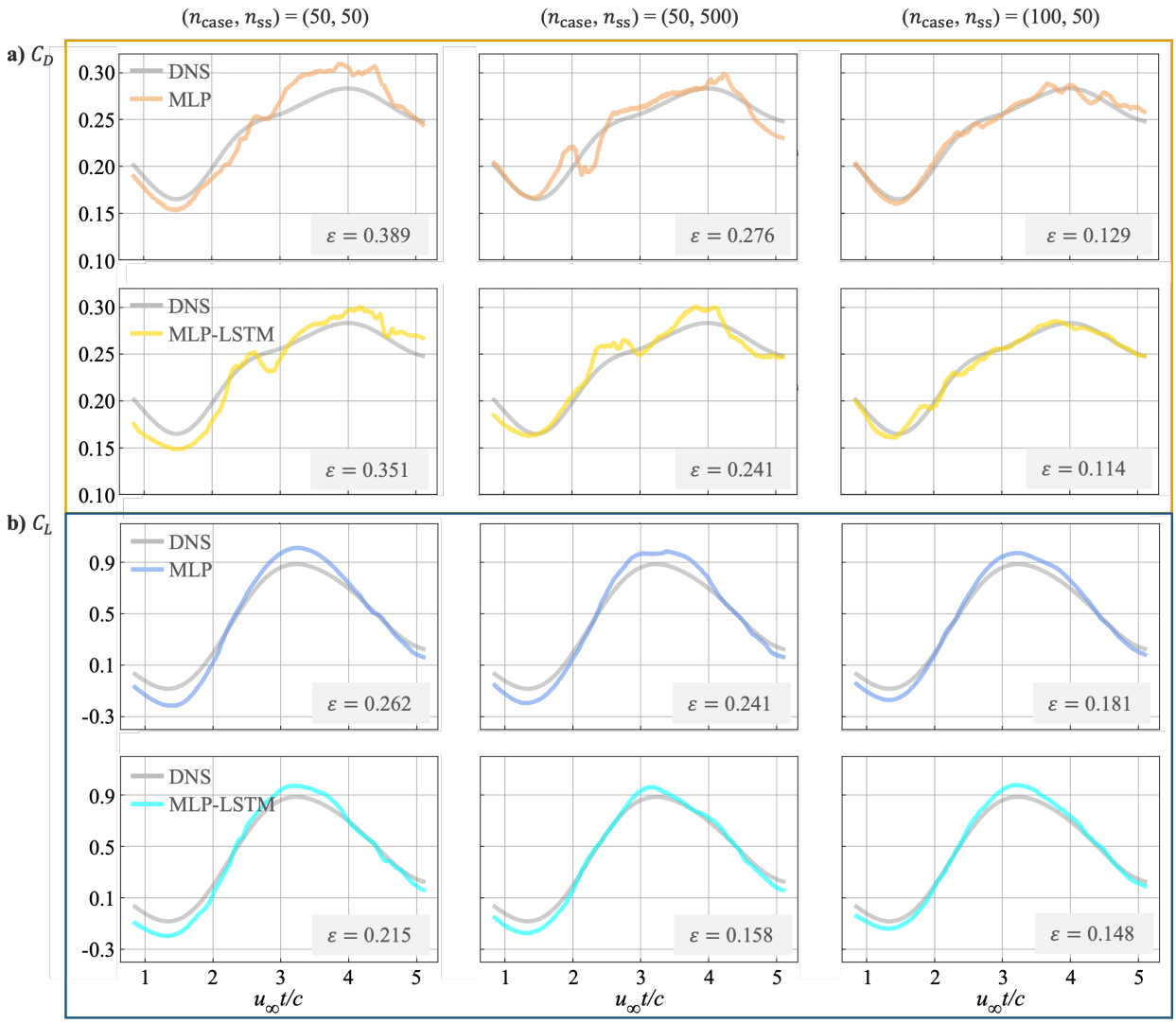

图 9：针对（$u_{\theta\max}/u_\infty$，R/c，y_0/c）=（−0.19，0.83，0.28）这一情形，使用多层感知机和多层感知机-长短期记忆网络模型得到的 C_D 和 C_L 估计值。

权重 [40, 41], 借助长短期记忆网络进行迁移学习，我们可以以最低的训练成本实现准确的流场重构。

5 结果与讨论

5.1 气动力

首先介绍如何根据压力传感器输入，对 C_L 和 C_D 进行基于机器学习的估计。这里，我们针对每个系数分别构建机器学习模型 $\mathcal{F}$，使得 $C_L = \mathcal{F}_L(\boldsymbol{s}(t))$ 和 $C_D = \mathcal{F}_D(\boldsymbol{s}(t))$。$C_D$ 和 C_L 的估计结果如图 9 所示。仅使用 50 个训练案例进行训练，且每个案例包含 50 个快照时，模型能够对 C_D进行定性估计。这里，我们用 n_{case}表示案例数，用 n_{ss}表示每个案例的快照数。我们还给出 L_2 误差范数 $\varepsilon \equiv ||\boldsymbol{f}_{\text{Ref}} - \boldsymbol{f}_{\text{ML}}||_2/||\boldsymbol{f}_{\text{Ref}} - \overline{\boldsymbol{f}}||_2$，其中 $\boldsymbol{f}_{\text{Ref}}$ 和 $\boldsymbol{f}_{\text{ML}}$ 分别是变量 $\boldsymbol{f}$的参考值和基于机器学习的估计值。请注意，此误差以变量相对于其稳态值 $\overline{\boldsymbol{f}}$的波动进行归一化。对于 C_L 和 C_D，误差是在每个案例的时间范围 $u_\infty t/c = [0.85, 5.1]$ 内测得的。

估计结果表明，涡旋-翼型尾流相互作用引起的 C_D 峰值和谷值的位置得到了定性预测，但其具体数值与直接数值模拟结果存在偏差。增加训练案例数 n_{case} 可以提高估计性能。如图 9a) 所示，将快照数增加到 500 也能使估计结果与直接数值模拟结果更加吻合。数据多样性的提升使预测误差大幅降低。与 50 个训练案例相比，采用 100 个训练案例可使测试误差降低 67%。扩充训练案例有助于提升预测性能，是因为机器学习模型能够覆盖更大的参数空间，从而更好地预测未见过的测试样本。然而，考虑到参数空间十分广阔，100 个训练案例仍然很少。

为在尽可能少地使用数据的同时获得准确的重构，我们随后将基于迁移学习的长短期记忆网络纳入用于 C_D的模型中，如图9a)所示。由于当前涡旋-翼型相互作用问题的瞬态特性，现有的基于迁移学习的长短期记忆网络能够基于历史信息在传感器输入与输出之间建立可靠的联系。对于三个示例，使用多层感知机-长短期记忆网络模型使估计误差降低了10%。

C_L 的估计结果如图 9b) 所示。图 9b) 还展示了增加训练数据量对 C_L 重构的改善。对于 (n_{case}，n_{ss}) = (50，50)、(n_{case}，n_{ss}) =(50，500) 和 (n_{case}，n_{ss}) =(100，50)，新的多层感知机-长短期记忆网络模型分别将测试误差降至 0.215、0.158 和 0.148。与C_D 估计类似，迁移学习长短期记忆网络架构也有助于估计 C_L。我们还注意到，C_L 的重构通常优于 C_D，这是因为 C_L 随时间的变化远大于 C_D。

5.2 表面压力分布

接下来，我们使用基于多层感知机的方法估计翼型表面的压力分布 C_p。图 10 第一行展示了测试样本中涡旋扰动绕过翼型时涡量场的代表性快照。与空气动力 C_L 和 C_D类似，重构性能会受到案例数量 n_{case}、每个案例的快照数量 n_{ss}以及是否采用迁移学习LSTM的显著影响。使用 50 个案例、每个案例 250 个快照训练多层感知机-长短期记忆网络模型时，可对 C_p实现定性重构。如图 10 第一行所示，翼型上下表面的估计 C_p 均与直接数值模拟结果一致。将案例数量从 50 增加到 100，且不采用迁移学习LSTM时，该机器学习模型也能合理地重构 C_p，如图 10 第二行所示。然而，将未采用LSTM时 (n_{case}，n_{ss}) =(100，250) 的 C_p 重构结果与采用LSTM的结果进行比较后发现，使用迁移学习LSTM可显著改善重构效果，仅用一半的训练数据即可取得更好的性能。为进一步提升估计性能，将 100 个训练案例中每个案例的快照数量从 250 增加到 500，所得性能与 (n_{case}，n_{ss}，LSTM) =(50，250，Y) 的结果相近，如图 10 最后一行所示。需要注意的是，尽管我们使用了 100 个训练案例且每个案例包含 500 个快照，但与测试样本广阔的参数空间相比，训练数据仍然很少。

5.3 涡量场

我们采用当前的机器学习技术，使用多层感知机-卷积神经网络模型，根据翼型上的传感器测量重构二维涡量场。与第 4.2 节的结果类似，多层感知机与卷积神经网络相结合，适合根据传感器数据估算涡流。图 11 总结了空间离散涡量场 $\omega \in \mathbb{R}^{100\times 200}$ 的重构结果。当前模型成功捕捉到了 $u_\infty t/c = 0.85$ 处的涡旋扰动。涡旋的位置和强度都得到了良好重构。在 $u_\infty t/c = 2.12$ 处，涡旋扰动与翼型周围流场之间的相互作用也得到了良好再现。这大约是 C_L 和 C_D 降至最小值的时刻，也是一个重要的动态转变点。然而，$u_\infty t/c = 5.10$ 处后缘后的尾流未能得到准确重构，因为在此期间这些尾迹结构距离翼型较远。翼型表面上的传感器无法测得压力的显著变化，因此难以重构远场尾迹，这也是预期之中的。

现在，我们将重点关注翼型周围的关键近尾迹区域，因为该区域主要决定非定常载荷。仅考虑近场区域，可以大幅减少训练数据的规模及相关计算成本。采用较小区域进行训练的结果如图 11 所示。窗口化训练模型还能够提供误差更低的改进估计。测试案例的平均 L_2 误差从 0.329（大区域训练）降低至 0.261（窗口区域训练），这也表明了区域大小对以适度计算成本估计尾迹场的影响。

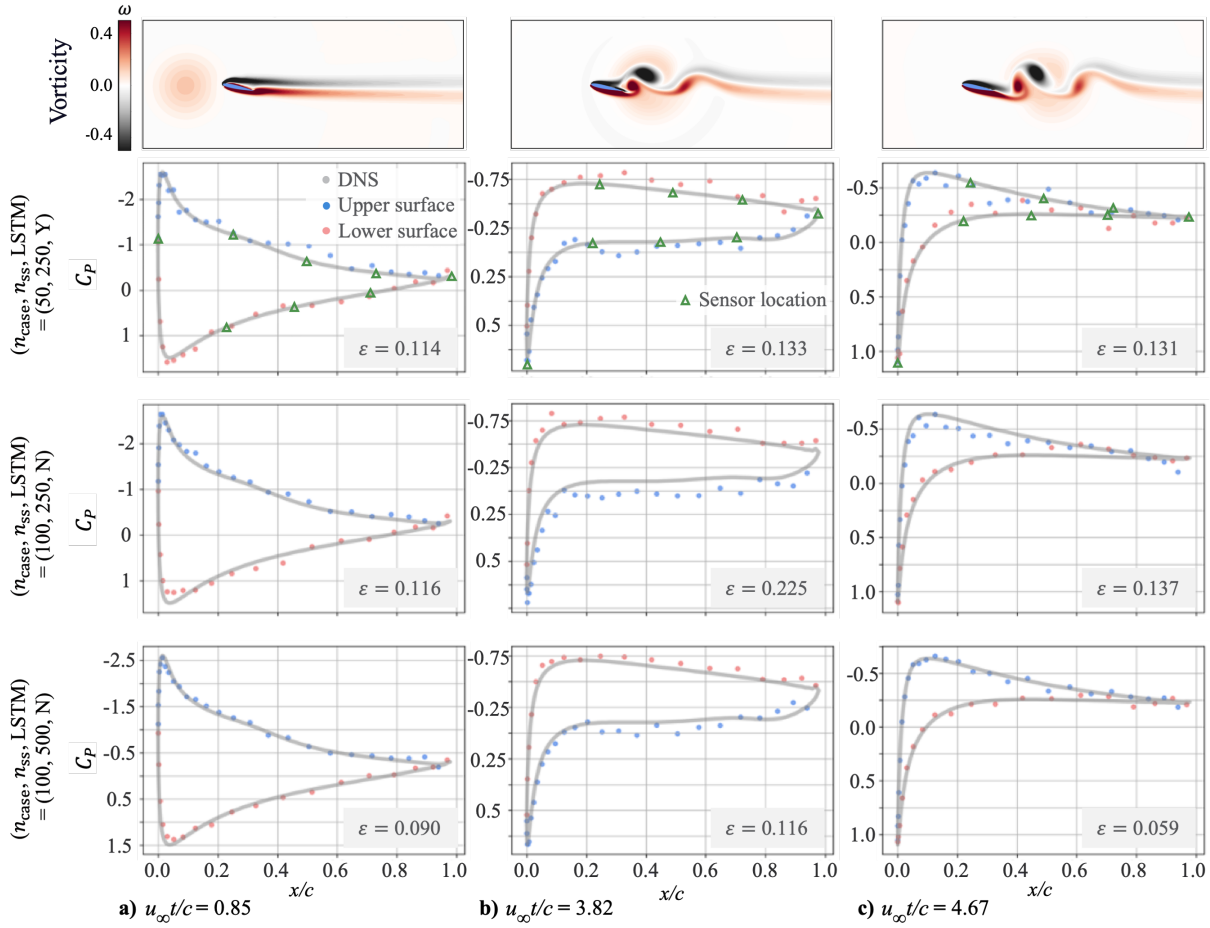

图10：基于机器学习的估计翼型表面压力分布。压力系数 C_p 在 $u_\infty t/c =$ a) 0.85、b) 3.82 和 c) 4.67 处。结果展示了以下情况：$(u_{\theta\max}/u_\infty, R/c, y_0/c)$ =(0.35, 0.95, −0.15)。

此外，如图 12 所示，通过增加训练数据量并使用迁移学习LSTM，也可以提升涡量场的重构效果。对于所有时间序列，每个案例只需 10 个快照，就能实现定性且富有洞见的涡量场重构，如图 12 第二列所示。将迁移学习LSTM应用于同一数据集后，L_2 误差最多可降低 33%。此外，将快照数量增加至 50，或通过使用 100 个训练案例来提高数据多样性，都能进一步改善结果。

值得注意的是，相互作用过程的重构精度并不均匀。例如，在 $u_\infty t/c$ =1.70 时，且当扰动中心靠近翼型时，L_2 误差相对较高。由于相互作用程度较强，涡量场中复杂的形态变化导致误差增大。然而，这并不意味着机器学习模型无法提取流场的关键特征。相反，部分误差是由涡结构发生轻微位移造成的。此外，$u_\infty t/c = 5.10$ 处重构的涡量场表明，与增加数据量或多样性相比，迁移学习LSTM在估计后缘下游的微小波动方面更具优势。根据本研究的发现，我们推断，当扰动的影响更大时（例如，强度大、尺寸大的扰动，以及翼型周围的相互作用），重构精度会提高。再次可以看到，迁移学习LSTM显著提升了对整个动态过程的估计效果。

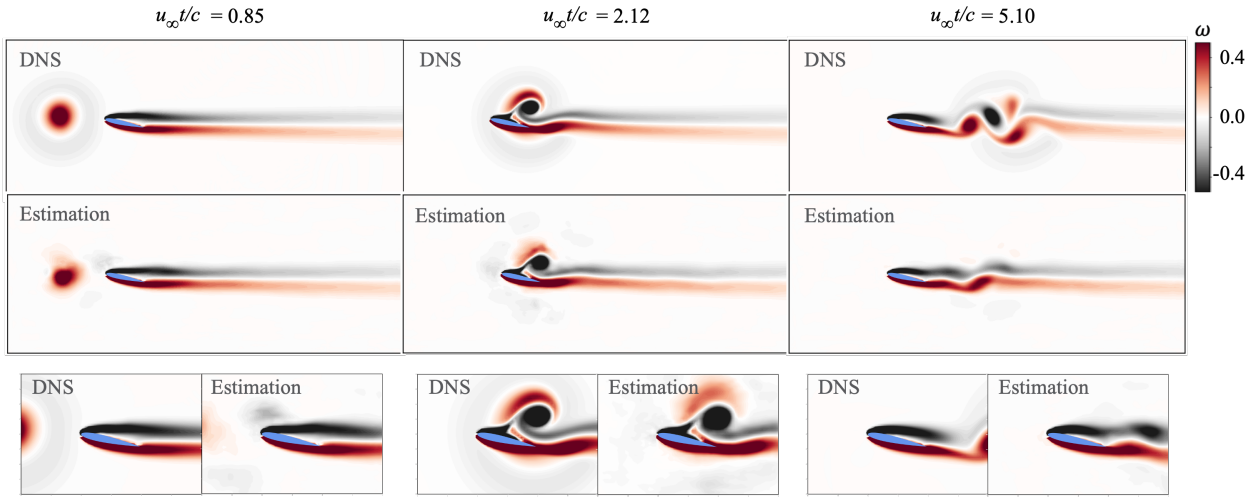

图 11：采用大区域训练和窗口区域训练重建的涡量流场。结果显示为 $(u_{\theta\max}/u_\infty, R/c, y_0/c)$ =(0.65,0.40,0)。

5.4 传感器位置的影响

接下来，我们考察使用不同数量和布局的传感器训练的机器学习模型的估计性能。如图13所示，我们分别考虑使用8个传感器（案例1）、前缘附近的3个传感器（案例2）、上表面的3个传感器（案例3）、后缘附近的3个传感器（案例4）以及下表面的3个传感器（案例5）。与其他使用3个传感器的案例相比，使用8个传感器（案例1）时的 L_2 误差最低，这符合预期。使用3个传感器时，我们发现，在整个时间范围内，采用下表面传感器的案例5通常比案例2至4的误差更低。这可能是因为，与吸力面上的传感器相比，压力面上的传感器能够更早、更容易地感知到正在接近翼型的涡结构。

我们还在图 13 中评估了随时间变化的估计性能。在涡旋扰动冲击翼型之前（$u_\infty t/c < 2$）以及涡旋远离翼型后缘之后（$u_\infty t/c > 4$），我们观察到 L_2 误差相对较低。对于 $u_\infty t/c \in [2, 4]$，由于扰动与翼型之间存在复杂的相互作用，这段时间的估计比其他时段更困难。然而，我们注意到，即使在强烈的涡旋-翼型尾流相互作用过程中，当前模型仍能实现定性的重构，如图 14 所示。这些重建快照对应于时刻 $u_\infty t/c = 2.12$，此时 $(u_{\theta\max}/u_\infty, R/c, y_0/c)$ =(0.65,0.40,0)。这表明，为了恰当地评估基于机器学习的流场估计，不仅要监测标量误差测量值，也要考察重建流场。这些结果还为传感器位置的选择提供了实践参考。对于当前问题，建议在吸力面和压力面布置传感器。

5.5 对含噪传感器测量值的鲁棒性

接下来评估机器学习模型对含噪传感器测量值的鲁棒性。我们对传感器输入 $\boldsymbol{s}$添加高斯噪声 $\boldsymbol{n}$。因此，估计输出表示为

$$\boldsymbol{q}_n = \mathcal{F}(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{n}) \tag{13}$$

其中， $\boldsymbol{q}_n$ 是模型的输出， $\mathcal{F}$ 是未使用含噪输入训练的模型， $\gamma = \|\boldsymbol{n}\|/\|\boldsymbol{s}\|$ 是噪声的幅值。

本文考察了含噪输入（压力测量值）下对 C_L、 C_D、 C_P 及涡量场的估计性能，如图 15 所示。正如预期，所有估计的误差均随输入噪声幅值增大而增加。图 16–18 还展示了重建的 C_L、 C_D、 C_P 及涡量场。关于图 16 中估计的 C_L 和 C_D，在没有 $\gamma = 0$ 输入噪声时，重建的 C_L 和 C_D 曲线平滑。随着 γ 增大， C_L 和 C_D 出现较大的波动，导致 L_2 误差增大，但整体趋势仍得到了良好重现。

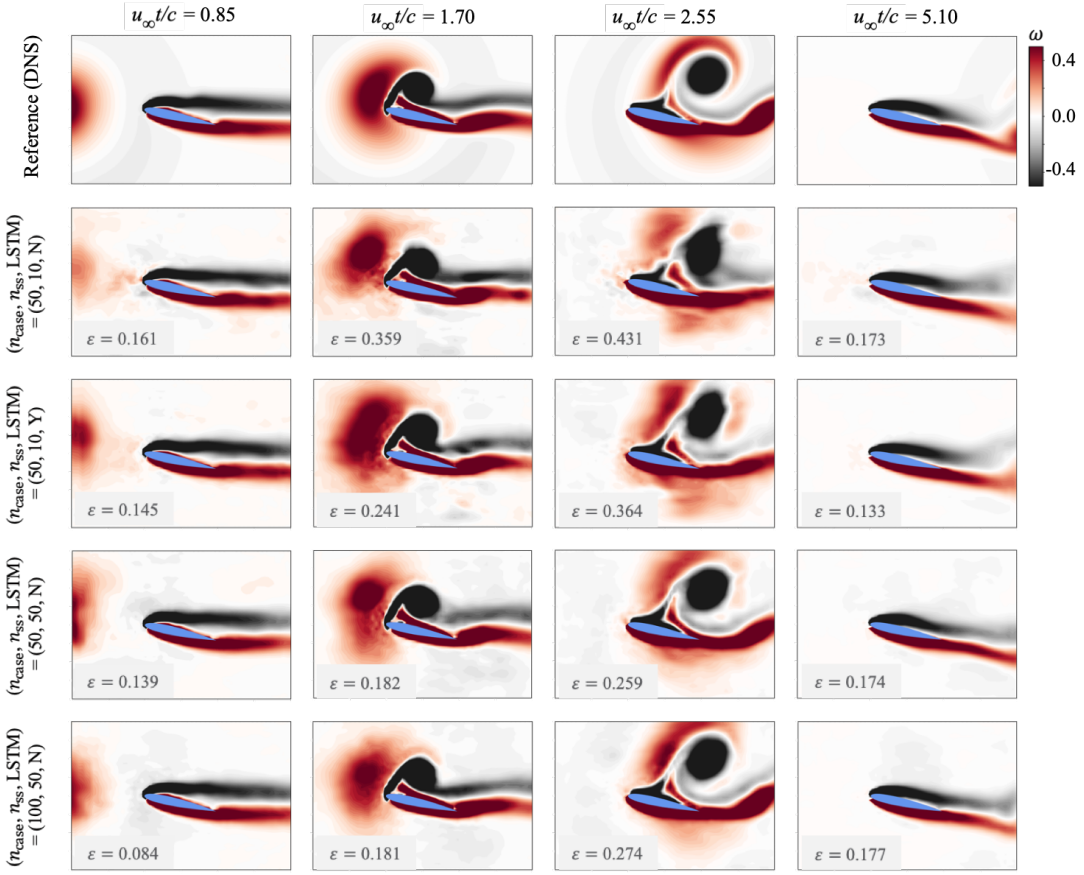

图 12：采用窗口训练时，重建精度对当前增强方法在涡量尾迹问题中的依赖关系。结果展示了以下情况（$u_{\theta\max}/u_\infty$, R/c, y_0/c）=（0.72，0.64，−0.10）。

图 17 展示了根据含噪压力输入估计的 C_P。虽然误差仅随噪声幅值增大，但我们发现，$u_\infty t/c = 2.55$ 处的误差大于 $u_\infty t/c = 0.85$ 处的误差。这是由于 $u_\infty t/c = 2.55$ 处强烈的尾迹涡与阵风相互作用，导致翼型表面的压力分布迅速变化。尽管在 $\gamma = 0.178$ 条件下误差约为 0.5，C_P 曲线的整体趋势仍得到了良好估计，证明了当前机器学习模型的稳健性。

图 18 还展示了不同含噪输入水平下重构得到的涡量场。我们展示了两种涡旋扰动情况：（$u_{\theta\max}/u_\infty$，R/c，y_0/c）=（0.35，0.95，−0.15）和（−0.60，0.91，−0.09）。前一种情况下引入了较大的正扰动，而后一种情况下负涡旋阵风掠过翼型。在（$u_{\theta\max}/u_\infty$，R/c，y_0/c）=（0.35，0.95，−0.15）情况下，估计的涡量场在 $\gamma \leq 0.178$仍保留了主要的涡旋特征。估计的流场在 $\gamma = 0.28$偏离参考直接数值模拟场。对于（$u_{\theta\max}/u_\infty$，R/c，y_0/c）=（−0.60，0.91，−0.09）情况，在 $\gamma = 0.178$之后，附着于后缘的涡旋中出现了虚假的负结构，尽管总体流动得到了良好重构。在 $\gamma = 0.28$处，尽管 L_2 误差范数相对较高，但主要尾迹结构仍得到了重构。这些结果表明，即使训练数据量较小，融入动力学的当前机器学习模型对于含噪压力测量仍具有鲁棒性。

6 结论

针对受到扰动涡冲击的流场，开发了高保真度的基于机器学习的重构方法，用于重构气动力系数、翼型表面的压力分布以及二维涡量流动。由于流场具有强非线性和瞬态特性，且需要覆盖广阔的参数空间，因此仅利用稀疏传感器测量数据和少量训练数据进行此类重构极具挑战性。

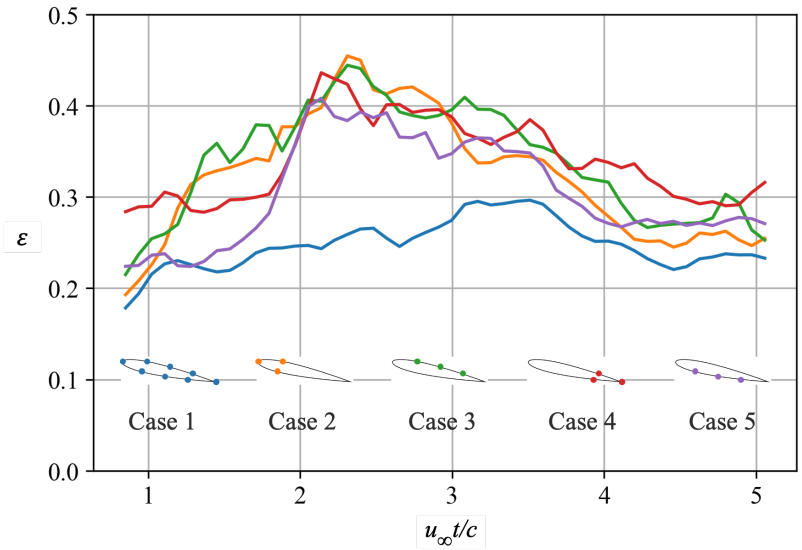

图 13： L_2 误差与传感器位置的关系。案例 1 至 5 分别表示 8 个均匀传感器、3 个前缘传感器、3 个上表面传感器、3 个后缘传感器和 3 个下表面传感器。采用条件为（n_{case}， n_{sss}，长短期记忆网络）的机器学习模型 = （50，50，Y）。

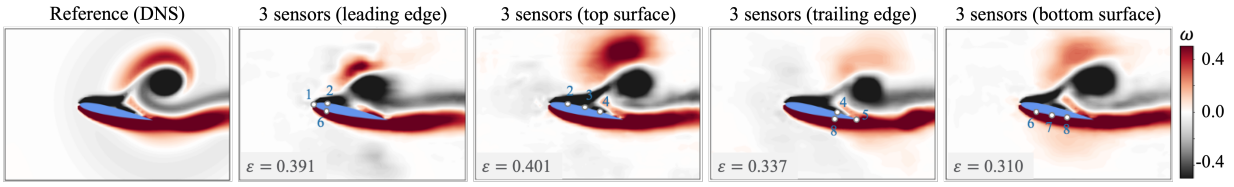

图 14：对于重构的涡量尾迹，重建精度与传感器位置的关系。（n_{case}， n_{sss}，长短期记忆网络） = （50，50，Y）作为测试案例，我们使用（$u_{\theta\max}/u_\infty$， R/c， y_0/c） = （0。65，0。40，0）。

在学习过程中所涵盖的范围内。为了实现准确的重构，我们开发了适用于瞬态流动特征估计的机器学习模型。选择多层感知机，是因为它能够构建有限的传感器测量数据与气动力系数以及翼型表面压力之间的非线性关系。将卷积神经网络与多层感知机相结合，通过滤波过程，高效地解决了富含信息的涡量场估计问题。为了更好地捕捉随时间变化的动力学特征，我们采用了长短期记忆网络（LSTM）辅助的迁移学习方法，通过传递历史场景中的信息来实现，而这些信息已嵌入上述两种模型结构中。鉴于涡旋-翼型相互作用问题的瞬态特性，即使仅使用 10 个训练快照，长短期记忆网络（LSTM）也能显著提高估计效果。

本研究的主要贡献在于，准确重构参数空间广阔的时变流动。本研究中的参数空间由扰动涡的最大旋转速度、半径和位置构成。本文表明，谨慎采样训练数据并将动力学特性纳入机器学习模型至关重要。根据我们的研究，我们还发现，对于涡旋扰动与翼型之间的高强度相互作用过程（即尺寸较大的强涡在靠近翼型处发生相互作用），准确重构涡结构更容易实现。此外，我们还确定了不同时段的合适传感器位置。我们预计，本文提出的基于机器学习的重建方法未来将有助于预测和控制与涡旋-翼型相互作用相关的流动。

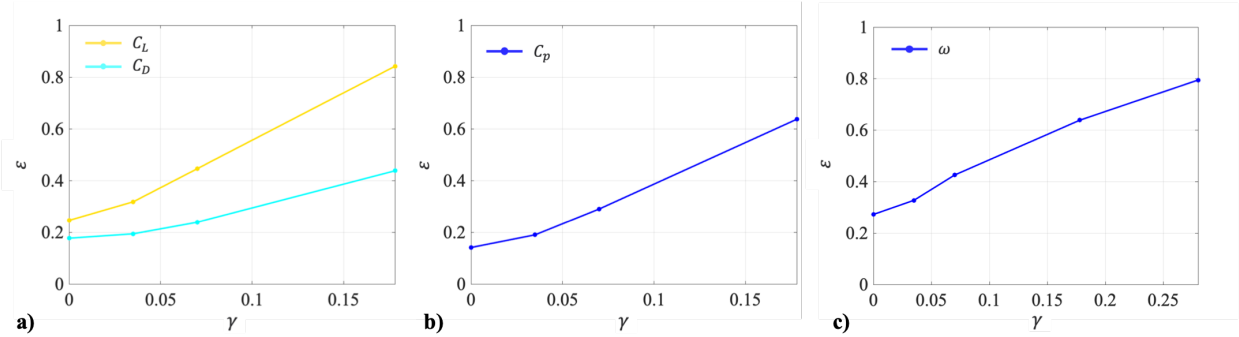

图 15：机器学习模型对含噪传感器测量值的鲁棒性。a) C_L 和 C_D，(n_{case}，n_{ss}，长短期记忆网络) =(100，50，Y)，b) C_P，(n_{case}，n_{ss}，长短期记忆网络) =(100，500，Y)，以及 c) 涡量场 ω，(n_{case}，n_{ss}，长短期记忆网络) =(100，100，Y)。

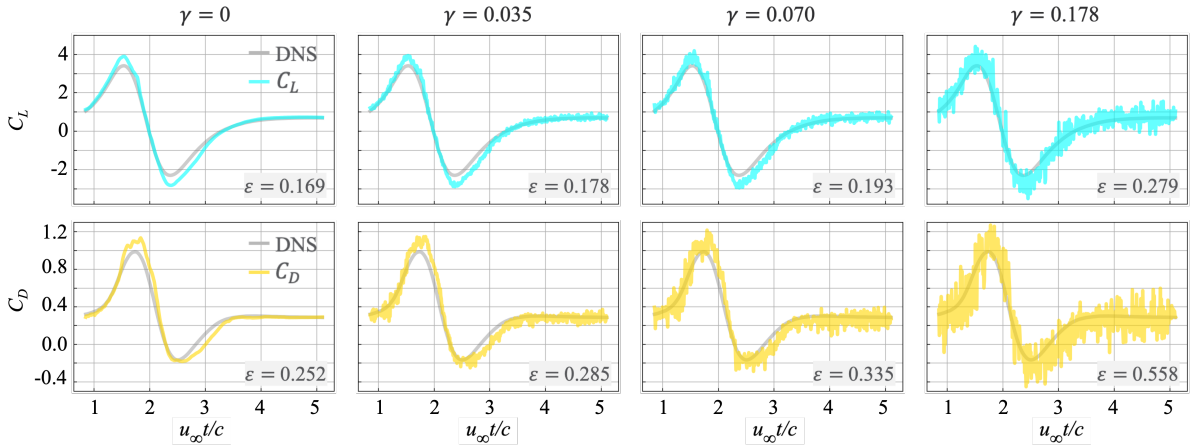

图 16：对处于不同输入噪声水平下的 C_L 和 C_D 进行重构。结果展示了 ($u_{\theta\max}/u_\infty$，R/c，y_0/c) =(0.96，0.57，0.21)。

致谢

YZ、KF 和 KT 感谢荏原公司对本研究的支持。我们感谢 Akira Goto、Motohiko Nohmi、Masashi Obuchi 和 Hiroyoshi Watanabe 与我们进行了富有启发性的讨论。

参考文献

[1] A. R. Jones、O. Cetiner 和 M. J. Smith。《大尺度流动扰动的物理机制与建模：现代飞行器遭遇离散阵风》。《流体力学年度评论》，54：469–493，2022。[2] J. Eldredge、M. Le Provost、R. Baptista 和 Y. Marzouk。《集合卡尔曼滤波涡模型在阵风 — 机翼相互作用中的应用》。《*AIAA* 期刊》，第 1936 页，2021。[3] S. Pfnür 和 C. Breitsamter。《通用多后掠翼飞机构型中的前缘涡相互作用》。《飞机杂志》，56(6)：2093–2107，2019。[4] A. Iannelli、P. Seiler 和 A. Marcos。《时变系统的最坏情况扰动及其在柔性飞机中的应用》。《制导、控制与动力学杂志》，42(6)：1261–1271，2019。[5] I. Scherl、B. Strom、S. L. Brunton 和 B. L. Polagye。《双横流式涡轮机阵列的几何与控制优化》。《可再生能源与可持续发展杂志》，12(6)：064501，2020。

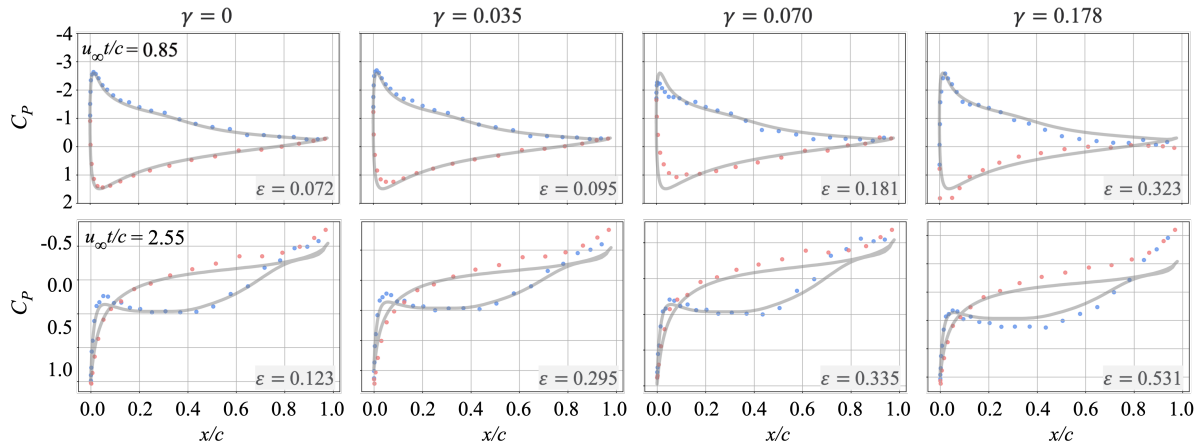

图17：不同输入噪声水平下 C_P 的比较。结果显示为（$u_{\theta\max}/u_\infty$，R/c，y_0/c）=（0.35，0.93，-0.15）。

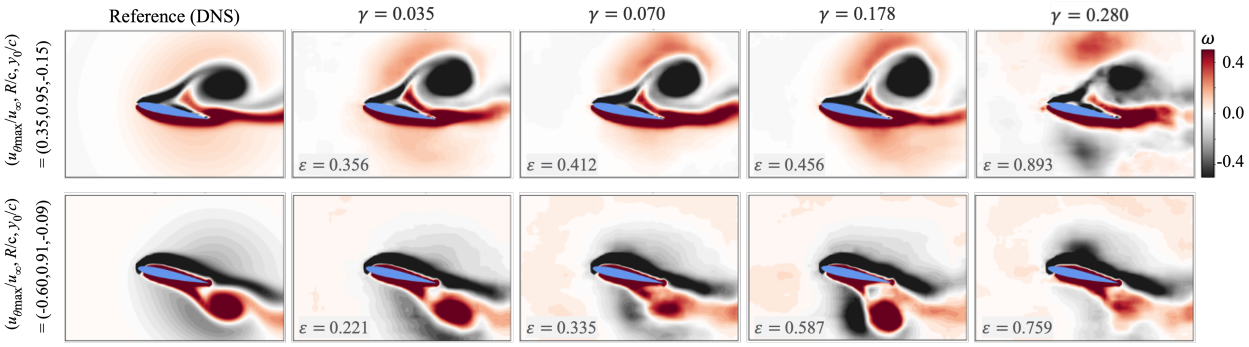

图18：不同输入噪声水平下估计涡量场的比较。

[6] Q. Liu、B. An、M. Nohmi、M. Obuchi 和 K. Taira。《主动流动控制缓解壁法向涡的核心压力》。《流体力学杂志》，853：R1，2018。[7] Q. Liu、B. An、M. Nohmi、M. Obuchi 和 K. Taira。《通过定常吹气主动控制泵诱导壁法向涡》。《流体工程杂志》，142(8)：081202，2020。[8] R. Halder、M. Damodaran 和 B. C. Khoo。《用于翼型阵风响应与气动弹性相互作用的深度学习降阶模型》。《*AIAA*期刊》，58(10)：4304–4321，2020。[9] G. Sedky、A. Gementzopoulos、I. Andreu-Angulo、F. D. Lagor 和 A. R. Jones。《开环俯仰操纵中阵风响应缓解的物理机制》。《流体力学杂志》，944：A38，2022。[10] B. Herrmann、S. L. Brunton、J. E. Pohl 和 R. Semaan。《通过闭环控制缓解阵风。II. 前馈控制与反馈控制》。《物理评论：流体》，7(2)：024706，2022。[11] R. Everson 和 L. Sirovich。《缺失数据的 Karhunen–Loeve 方法》。《美国光学学会杂志》，12(8)：1657–1664，1995。[12] T. Bui-Thanh、M. Damodaran 和 K. Willcox。《利用正交分解进行气动数据重构与逆向设计》。《*AIAA*期刊》，42(8)：1505–1516，2004。[13] T. R. Bewley、P. Moin 和 R. Temam。《基于DNS的湍流预测控制：反馈算法的最优基准》。《流体力学杂志》，447：179–225，2001。[14] R. J. Adrian 和 P. Moin。《有组织湍流结构的随机估计：均匀剪切流》。《流体力学杂志》，190：531–559，1988。

[15] C. H. Colburn、J. B. Cessna 和 T. R. Bewley。壁面约束流动系统中的状态估计。第3部分：集合卡尔曼滤波器。《流体力学杂志》，682：289–303，2011。[16] S. L. Brunton、B. R. Noack 和 P. Koumoutsakos。流体力学中的机器学习。《流体力学年度评论》，52(1)：477–508，2020。[17] S. Pawar、O. San、B. Aksoylu、A. Rasheed 和 T. Kvamsdal。利用简化理论的物理引导机器学习。《流体物理学》，33(1)：011701，2021。[18] S. Pawar、O. San、P. Vedula、A. Rasheed 和 T. Kvamsdal。利用串联神经网络进行多保真度信息融合。《科学报告》，12(1)：1–13，2022。[19] X. Hui、J. Bai、H. Wang 和 Y. Zhang。利用深度学习快速预测翼型压力分布。《航空航天科学与技术》，105：105949，2020。[20] N. B. Erichson、L. Mathelin、Z. Yao、S. L. Brunton、M. W. Mahoney 和 J. N. Kutz。利用有限传感器进行流场重构的浅层学习。《英国皇家学会会刊A辑》，476(2238)：20200097，2020。[21] K. Fukami、R. Maulik、N. Ramachandra、K. Fukagata 和 K. Taira。基于沃罗诺伊镶嵌辅助深度学习的稀疏传感器全局场重构。《自然·机器智能》，3(11)：945–951，2021。[22] K. Fukami、K. Fukagata 和 K. Taira。利用机器学习对湍流进行超分辨率重构。《流体力学杂志》，870：106–120，2019。[23] H. Kim、J. Kim、S. Won 和 C. Lee。用于湍流超分辨率重构的无监督深度学习。《流体力学杂志》，910：A29，2021。[24] S. Cai、S. Zhou、C. Xu 和 Q. Gao。通过卷积神经网络对粒子图像进行稠密运动估计。《实验流体力学》，60：60–73，2019。[25] D. F. Kurtulus。在稳定外部条件下 NACA 0012翼型周围流动的非定常行为，$Re = 1000$。《国际微型航空器杂志》，7(3)：301–326，2015。[26] Y. Liu、K. Li、J. Zhang、H. Wang 和 L. Liu。翼型静态失速及非定常扰动下动态失速的数值分岔分析。《非线性科学与数值模拟通讯》，17(8)：3427–3434，2012。[27] G. Di Ilio、D. Chiappini、S. Ubertini、G. Bella 和 S. Succi。低雷诺数下采用混合格子玻尔兹曼方法的 NACA 0012翼型周围流动。《计算流体力学》，166：200–208，2018。[28] G. A. Brès、F. E. Ham、J. W. Nichols 和 S. K. Lele。超声速射流的非结构化大涡模拟。《AIAA期刊》，55(4)：1164–1184，2017。[29] G. I. Taylor。涡旋耗散。《气象学、海洋学与湍流流动》，第96–101页，1918年。[30] Z. Wu、S. Pan、F. Chen、G. Long、C. Zhang 和 S. Y. Philip。图神经网络综合综述。《IEEE神经网络与学习系统汇刊》，32：4–24，2020。[31] S. Hochreiter 和 J. Schmidhuber。长短期记忆。《神经计算》，9：1735–1780，1997。[32] D. Rumelhart、G. Hinton 和 R. Williams。通过反向传播误差学习表征。《自然》，323：533–536，1986。[33] V. Nair 和 G. E. Hinton。整流线性单元改进受限玻尔兹曼机。《第27届国际机器学习会议论文集》，第807–814页，2010年。[34] D. P. Kingma 和 J. Ba。Adam：一种随机优化方法。arXiv：1412.6980，2014。[35] L. Prechelt。利用交叉验证自动提前停止：量化判据。《神经网络》，11(4)：761–767，1998。[36] M. Morimoto、K. Fukami、K. Zhang、A. G. Nair 和 K. Fukagata。用于流场分析的卷积神经网络：迈向有效的元建模与降维。《理论与计算流体动力学》，35(5)：633–658，2021。[37] K. Fukami、B. An、M. Nohmi、M. Obuchi 和 K. Taira。基于机器学习的泵吸水池稀疏压力传感器湍流涡旋重构。《流体工程学杂志》，144(12)：121501，2022。[38] Y. LeCun、L. Bottou、Y. Bengio 和 P. Haffner。应用于文档识别的基于梯度的学习。《IEEE会刊》，86(11)：2278–2324，1998。[39] S. J. Pan 和 Q. Yang。迁移学习综述。《IEEE知识与数据工程汇刊》，22(10)：1345–1359，2009。[40] M. Morimoto、K. Fukami、K. Zhang 和 K. Fukagata。流场估计中神经网络的泛化技术。《神经计算与应用》，34：3647–3669，2022。[41] L. Guastoni、A. Güemes、A. Ianiro、S. Discetti、P. Schlatter、H. Azizpour 和 R. Vinuesa。利用壁面量预测壁面约束湍流的卷积网络模型。《流体力学杂志》，882：A27，2021。