多簇双波衰落模型

Maryam Olyaee、Juan P. Pe˜na-Mart´ın、F. J. Lopez-Martinez 和 Juan M. Romero-Jere z

arXiv:2305.05342v2 [cs.IT] 9 May 2024

摘要—**我们引入并刻画了多簇双波（MTW）衰落模型，该模型将 Durgin 的带弥散功率的双波模型（双波双功率）和 κ-μ模型统一于一个框架之下，从而对二者进行了推广。MTW模型由任意数量的波簇组成，每个波簇均可包含一个或两个主导（镜面）分量。我们推导了MTW衰落模型的主要概率函数，包括概率密度函数、累积分布函数和广义矩生成函数。我们利用亚太赫兹频段的信道测量对所提出的模型进行了实证验证，并举例说明了该模型的多种应用，包括噪声受限和干扰受限场景下的中断概率，以及能量检测概率。此外，我们还研究了复合逆伽马（IG）/MTW模型，从而将所提出的传播模型扩展至包含阴影效应的情形。**

索引词—**多簇、衰落、广义矩生成函数、能量检测、停机概率、复合衰落。**

I. 引言

The 为5G/6G无线蜂窝通信系统定义的新用例，以及包括毫米波（mmWave）和太赫兹无线电信号在内的新频谱频段的使用，带来了迄今尚未考虑的新传播场景；在这些场景中，传播条件与推导传统随机无线模型时所采用的假设存在显著差异。因此，有必要建立新的统计无线衰落模型，以用于未来无线网络的设计、规划和性能评估。

Rice（或莱斯）衰落传统上用于建模视距传播场景，因为它由一个波簇组成，该波簇由大量弱散射分量构成，此外还包含一个具有任意功率的恒定幅度镜面（主导）波。文献中已从多种方式对Rice衰落模型进行了推广：例如，κ-μ 衰落模型最初在 [2]中提出，其考虑了由 μ 个波簇组成的信号，其中每个波簇都可能包含如Rice模型中的镜面分量。在任意波簇内，各波的相位均为随机的且具有相近的时延，而不同簇之间的时延差异则较大，因此每个簇都可以在接收机处独立解析并合并，也就是说，这种对 κ-μ 衰落的物理描述意味着，它可用于对宽带传播中通常观测到的频率选择性无线信道进行建模。簇的数量 μ 原则上应为正整数；然而，若允许 μ取任意正实数 [3]，则更有利于拟合实验数据。需要指出的是，κ-μ 模型的数学描述除其他因素外，还取决于镜面分量的总功率，但并不涉及各个镜面分量的功率以及它们被划分到多少个簇中。不过，每个簇只允许一个镜面分量这一限制，制约了 κ-μ 模型的适用性，因为在 28 吉赫兹 [4] 下进行的实验测量结果表明，在宽带传播中，一个簇内可能存在多个镜面分量。

另一方面，带弥散功率的双波模型（TWDP）衰落模型最初于 [5] 提出，并为莱斯模型提供了一种替代性的推广形式。该模型考虑两个具有随机相位的镜面分量以及一个弥散分量，用以表示由多个散射波组成的单个簇。该模型涵盖了各种传播条件，从非常有利的条件到比瑞利衰落更差的条件（超瑞利衰落） [6]。TWDP衰落模型已用于对毫米波频段的传播条件进行建模，并且研究表明，在 60 吉赫兹的室内无线信道中，它比莱斯衰落模型更符合实际情况 [7]。

在这项工作中，我们提出了多簇双波（MTW）衰落模型，从两个方面推广了莱斯衰落：既考虑多个波簇（采用 κ-μ 的方式），也允许接收簇中包含多个镜面分量（采用TWDP的方式）。因此，所提出的MTW衰落模型在同一数学框架下统一了 κ-μ 模型和TWDP模型。将这些相关模型纳入同一表述形式，有助于整合此前针对上述模型分别得出的诸多结果；迄今为止，这些模型一直被单独研究，相关结果散见于技术文献中。此外，所提出的MTW模型实际上是一种新颖的衰落模型，因为它比 κ-μ 模型和TWDP模型单独使用时更为一般，并且能够扩展到其他可能的无线环境，而这些环境在单独考虑上述模型时均未涵盖。本文通过现场测量对MTW模型进行了实证验证，并表明在某些环境中，与其他广义衰落模型相比，该模型与实验无线电传播数据的拟合度更高。

我们推导了 MTW 衰落下接收信噪比（SNR）的概率密度函数（PDF）和累积分布函数（CDF）的精确表达式，包括积分形式和级数形式。

作者就职于通信与信号处理实验室，电信研究大学研究所（TELMA），马拉加大学，CEI Andalucía TECH。电信工程高等技术学院，路易斯·巴斯特大道35号，29010 马拉加，西班牙。F.J. López-Martínez 还就职于格拉纳达大学信号理论、网络与通信系，18071 格拉纳达，西班牙。（电子邮箱：olyaee@uma.es，jppena@uma.es，fjlm@ugr.es，romero@dte.uma.es）。

本研究的部分内容曾发表于2022年第五届先进通信技术与网络国际会议（CommNet） [1]。

本研究部分由 MICIU/AEI/10.13039/501100011033 资助的 PID2020-118139RB-I00 项目提供支持，部分由安达卢西亚自治区政府和欧洲区域发展基金（FEDER）资助的 P21-00420 项目提供支持，另有部分由安达卢西亚自治区政府大学、研究与创新事务厅资助的 EMERGIA20-00297 项目提供支持。

本文已提交至 IEEE 发表。版权可能在不另行通知的情况下转让，届时本版本可能不再可访问。

此外，还给出了广义矩生成函数（GMGF）的闭式表达式，因此可以获得采用所提出的新模型的无线通信系统的多种性能指标。具体而言，我们得到了干扰受限和噪声受限场景下中断概率以及能量检测概率的闭式表达式。我们还举例说明了如何以简单直接的方式进一步推广 MTW 模型，以纳入阴影效应 [8]。

本文其余部分安排如下：第二节介绍 MTW 信道模型，并推导其概率密度函数、累积分布函数和广义MGF。第三节对 MTW 模型进行实证验证。第四节给出所提模型的各项性能指标表达式，包括中断概率、能量检测概率和复合衰落建模。第五节给出数值结果，随后第六节总结全文。

II. MTW 信道模型

多簇双波（MTW）衰落模型由多个信号簇组合而成，其中每个簇最多伴有两个代表主导波的镜面分量。假设接收到 μ 个信号簇。第i 个 簇的复基带信号幅度可表示为

$$Z_i = V_{i,1}\exp\left(j\phi_{i,1}\right) + V_{i,2}\exp\left(j\phi_{i,2}\right) + X_i + jY_i, \quad (1)$$

其中，$V_{i,\ k}$ 和 $\phi_{i,\ k}$ 分别表示第 k 个 镜面分量的幅度（$k=1,\ 2$）以及在区间 $[0,2\pi)$ 和 $\phi_{i,\ k}\sim\mathcal{U}[0,2\pi)$ 内均匀分布的随机相位。另一方面，(X_i+jY_i) 是一个复高斯随机变量（RV），其参数为 $X_i,\ Y_i\sim\mathcal{N}\ (0,\ \sigma^2)$，表示第$i$ 个簇内大量微弱散射波共同接收所产生的贡献。

在 MTW衰落模型中，给定簇内的接收波之间具有非常小的延迟（实际上可忽略不计）以及任意相位。另一方面，假设不同簇的时延扩展足够大，使它们能够在接收机处被分别检测并合并，因此，接收功率是不同簇功率之和，即固有地假设了宽带传播场景。因此，我们可以写成 $W=R^2=\sum_{i=1}^{\mu}|Z_i|^2$，其中 W and$R$ 分别表示总瞬时接收功率和信号包络。

A. 概率分布（概率密度函数和累积分布函数）

下面将推导 MTW衰落模型的信噪比概率密度函数。定义以下随机变量：

$$\begin{aligned}\theta_i &\triangleq \phi_{i,1}-\phi_{i,2}\\ d_\theta^2 &\triangleq \sum_{i=1}^{\mu}\left(V_{i,1}\cos\phi_{i,1}+V_{1,2}\cos\phi_{i,2}\right)^2\\ &\quad+\left(V_{i,1}\sin\phi_{i,1}+V_{i,2}\sin\phi_{i,2}\right)^2\\ &=\sum_{i=1}^{\mu}\left(V_{i,1}^2+V_{i,2}^2+2V_{i,1}V_{i,2}\cos\theta_i\right).\end{aligned} \quad (2)$$

请注意，d_θ^2 表示镜面分量的聚合功率（以随机变量 θ_i表示）；这些变量在区间 $[-2\pi,2\pi)$内服从三角分布。由于相位的 2π 周期性，它们等价于在 $[0,2\pi)$内服从均匀分布。

式（1）中给出的第 i 个簇的信号复幅度可用 θ_i 重写为

$$Z_i = e^{j\phi_{i,2}}\left(V_{i,1}e^{j\theta_i}+V_{i,2}\right)+X_i+jY_i. \quad (3)$$

因此，对于变量 θ_i的某一特定取值，（3）等价于一个仅含单个镜面分量的簇信号，其幅度为$|V_{i,\ 1}\exp(j\theta_i)+V_{i,\ 2}|$。因此，在给定 $\theta\triangleq\{\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_\mu\}$的条件下，这组簇构成了 κ-μ 信道，如 [3] 所示。因此，对于给定的 θ、W_θ，接收信号功率的条件概率密度函数可表示为

$$\begin{aligned}f_{W_\theta}(w) &= \frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{w}{d_\theta^2}\right)^{\frac{\mu-1}{2}}\exp\left(-\frac{w}{2\sigma^2}-\frac{d_\theta^2}{2\sigma^2}\right)\\ &\quad\times I_{\mu-1}\left(\sqrt{w}\frac{d_\theta}{\sigma^2}\right),\end{aligned} \quad (4)$$

其中，I_ν 是阶数为 ν的修正第一类贝塞尔函数。引入参数

$$\kappa_\theta \triangleq \frac{d_\theta^2}{2\sigma^2\mu}, \quad (5)$$

该参数表示在给定 θ的条件下，镜面分量功率与所有簇的总平均漫射功率之比，因此我们可以将条件平均功率写为

$$\overline{W_\theta} = d_\theta^2+2\sigma^2\mu = 2\sigma^2\mu(1+\kappa_\theta). \quad (6)$$

因此，结合式（5）和式（6），我们可以写出

$$d_\theta^2 = \frac{\overline{W_\theta}}{(1+\kappa_\theta)}\kappa_\theta. \quad (7)$$

现在引入随机变量 $\gamma\triangleq WE_s/N_0$，表示接收信噪比，其中 E_s 为符号能量，N_0 为单边 AWGN 功率谱密度。因此，分别用 γ_θ 和 γ_θ 表示条件瞬时信噪比和平均信噪比，可得 $E_s/N_0=\frac{\gamma_\theta}{W_\theta}$，并且

$$\gamma_\theta = W_\theta\frac{\overline{\gamma_\theta}}{\overline{W_\theta}}. \quad (8)$$

因此，根据式 (4) 并结合式 (5)-(8)，条件瞬时信噪比的概率密度函数为

$$\begin{aligned} f_{\gamma_\theta}(x) &= \frac{\overline{W_\theta}}{\overline{\gamma_\theta}} f_{W_\theta}\left(\frac{\overline{W_\theta}}{\overline{\gamma_\theta}}x\right) \\ &= \frac{\mu(1+\kappa_\theta)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\overline{\gamma_\theta}e^{\mu\kappa_\theta}}\left(\frac{x}{\overline{\gamma_\theta}\kappa_\theta}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} e^{-\frac{\mu(1+\kappa_\theta)}{\overline{\gamma_\theta}}x} \\ &\times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa_\theta(1+\kappa_\theta)}{\overline{\gamma_\theta}}x}\right). \end{aligned} \tag{9}$$

由于预期无条件平均功率为 $W = \sum_{j=1}^{\mu}\left(V_{j,1}^2 + V_{j,2}^2\right) + 2\sigma^2\mu$，由（8）和（6）可得

$$\begin{aligned} \overline{\gamma_\theta} &= \overline{\gamma}\frac{\overline{W_\theta}}{\overline{W}} \\ &= \overline{\gamma}\frac{\sum_{i=1}^{\mu}\left(V_{i,1}^2 + V_{i,2}^2 + 2V_{i,1}V_{i,2}\cos\theta_i\right) + 2\sigma^2\mu}{\sum_{j=1}^{\mu}\left(V_{j,1}^2 + V_{j,2}^2\right) + 2\sigma^2\mu} \\ &= \overline{\gamma}\left(1 + \frac{\sum_{i=1}^{\mu} 2V_{i,1}V_{i,2}\cos\theta_i}{\sum_{j=1}^{\mu}\left(V_{j,1}^2 + V_{j,2}^2\right) + 2\sigma^2\mu}\right), \end{aligned} \tag{10}$$

MTW衰落模型可以方便地用参数 K 和 Δ_i来描述，它们定义为

$$\begin{aligned} K &\triangleq \frac{\sum_{i=1}^{\mu}\left(V_{i,1}^2 + V_{i,2}^2\right)}{2\sigma^2\mu}, \\ \Delta_i &\triangleq \frac{2V_{i,1}V_{i,2}}{\sum_{j=1}^{\mu}\left(V_{j,1}^2 + V_{j,2}^2\right)}, \end{aligned} \tag{11}$$

其中，K 表示所有簇中镜面分量的平均功率与漫射分量功率之比；Δ_i 则用于衡量第 i 个簇中镜面分量的不对称性，满足 $0 \le \Delta_i \le \left(V_{i,1}^2 + V_{i,2}^2\right) / \left(\sum_{j=1}^{\mu}\left(V_{j,1}^2 + V_{j,2}^2\right)\right)$，$\mu$这意味着不等式 $0 \le \sum \Delta_i \le 1$成立。第 i 个簇中镜面分量的幅度越相似，Δ_i的值就越高；当簇中至多只有一个镜面分量时（即 $V_{i,1} = 0$ 和/或 $V_{i,2} = 0$），$\Delta_i = 0$达到最大值。当全部镜面功率集中在第 i 个簇中，或该簇是唯一接收到的簇时，$\Delta_i = 1$可以达到最大值，这表明该簇的两个镜面分量具有相同的幅度。在实际无线环境中，并非所有接收到的波簇都必然包含两个镜面分量；有些波簇可能只包含一个，甚至不包含镜面分量。设N为包含两个镜面分量的簇数，其中 $0 \le N \le \mu$；这些簇记为簇 $1, \ldots, N$。其余 $\mu - N$个簇将包含一个或不包含镜面分量，满足：对于 $j = N+1, \ldots, \mu$，$\Delta_j = 0$。在这方面需要注意，信噪比与波簇的到达顺序无关，因此也与波簇的编号无关；编号仅为便于阐述模型而设。经过一些变换后，式 (10) 可以用参数 K 和 Δ_i 表示为

$$\overline{\gamma_\theta} = \overline{\gamma}\frac{1 + K\left(1 + \sum_{i=1}^{N}\Delta_i\cos\theta_i\right)}{1+K}, \tag{12}$$

借助式（2）、（5）和（11），我们可以写出

$$\kappa_\theta = K\left(1 + \sum_{i=1}^{N}\Delta_i\cos\theta_i\right). \tag{13}$$

因此，由 (12) 和 (13) 可得娱乐主管

$$\frac{1+\kappa_\theta}{\overline{\gamma_\theta}} = \frac{1 + K\left(1 + \sum_{i=1}^{N}\Delta_i\cos\theta_i\right)}{\overline{\gamma}\frac{1+K\left(1+\sum_{i=1}^{N}\Delta_i\cos\theta_i\right)}{1+K}} = \frac{1+K}{\overline{\gamma}}, \tag{14}$$

这表明比值 $(1+\kappa_\theta)/\gamma_\theta$ 相对于 $\theta_1, \ldots, \theta_N$ 保持不变。将（14）代入（9），即可得到信噪比的条件概率密度函数。

$$\begin{aligned} f_{\gamma_\theta}(x) &= \frac{\mu(1+K)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\overline{\gamma}e^{\mu\kappa_\theta}}\left(\frac{x}{\overline{\gamma}\kappa_\theta}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \\ &\times e^{-\frac{\mu(1+K)}{\overline{\gamma}}x} I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa_\theta(1+K)}{\overline{\gamma}}x}\right). \end{aligned} \tag{15}$$

信噪比 γ 的无条件概率密度函数可以通过对随机变量 $\theta_1, \ldots, \theta_N$ 的实现取平均得到，其结果如下述引理所示。

引理*1*：令 γ 表示 MTW 衰落信道中的接收信噪比。那么，γ 的概率密度函数由式（16）给出。

证明：考虑到 $\cos\theta_i$ 关于 π对称，并且 θ_i 的概率密度函数为 $f_{\theta_i}(\theta_i) = \frac{1}{2\pi}$，在区间 $[0, 2\pi)$ 内为常数，结合式（13），并对 $\theta_1, \ldots, \theta_N$取平均，可得式（16）。 ■

当 $N = \mu = 1$时，MTW 模型退化为双波双功率模型，式（16）等价于 [9,式（26）]。另一方面，若 $\Delta_i = 0$，式（16）等价于 [3, 式（2）]，由此可得 κ-μ 信道模型（请注意，此时积分很简单，可以求得闭式解）。据我们所知，此前提出的统计衰落模型中，没有其他模型像 MTW 衰落模型这样，将 κ-μ 和双波双功率模型等不同模型都包含为特例，这使 MTW 衰落模型具有很强的通用性。

推论*1*：MTW衰落信道中接收信噪比 γ 的累积分布函数为

$$\begin{aligned} F_\gamma(x) &= 1 - \frac{1}{\pi^N}\int_{\theta_1=0}^{\pi}\cdots\int_{\theta_N=0}^{\pi} \\ &Q_\mu\left(\sqrt{2\mu K\left(1 + \sum_{i=1}^{N}\Delta_i\cos\theta_i\right)}, \sqrt{2x\mu\zeta}\right) d\theta_1\cdots d\theta_N, \end{aligned} \tag{17}$$

$$f_\gamma(x) = \frac{\mu}{\pi^N}\left(\frac{1+K}{\overline{\gamma}}\right)^{\frac{\mu+1}{2}} e^{-\mu K}\left(\frac{x}{K}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} e^{-\mu\frac{1+K}{\overline{\gamma}}x}\int_{\theta_1=0}^{\pi}\cdots\int_{\theta_N=0}^{\pi} e^{-\mu K\sum_{i=1}^{N}\Delta_i\cos\theta_i}\left(1+\sum_{i=1}^{N}\Delta_i\cos\theta_i\right)^{\frac{1-\mu}{2}} \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{1+K}{\overline{\gamma}}K\left(1+\sum_{i=1}^{N}\Delta_i\cos\theta_i\right)x}\right)d\theta_1\cdots d\theta_N. \tag{16}$$

其中 $\zeta \triangleq \frac{1+K}{\overline{\gamma}}$，且 $Q_\nu(a,\ b)$ 是 ν 阶广义 Marcum Q 函数，定义见 [10, 式 (4.60)]

$$Q_\nu(a,b) = a^{1-\nu}\int_b^\infty x^\nu \exp\left[-\frac{x^2+a^2}{2}\right] I_{\nu-1}(ax)dx. \tag{18}$$

证明： 考虑

$$F_\gamma(x) = \int_0^x f_\gamma(t)dt = 1 - \int_x^\infty f_\gamma(t)dt, \tag{19}$$

并将 (16) 代入 (19)，通过一些变换，改变变量 $\theta_1,\ldots,\theta_N$和 t的积分顺序并进行变换 $t = \frac{z^2}{2\mu\zeta}$，即可得到 (17) 中的结果。 ■

式（16）和式（17）分别给出的概率密度函数（PDF）和累积分布函数（CDF）表达式，严格来说不能视为闭式解，因为它们是以定积分的形式给出的。然而，在这两种情况下，被积函数均为有界连续函数，因此积分可以毫无困难地计算。对于平滑函数在有限区间上的积分进行数值计算，是通信理论中的常见做法 [10] ，并不构成计算方面的挑战。值得一提的是，具有两个镜面分量的簇的数量 N 通常不会超过 3（例如参见 [4]），这简化了嵌套积分的计算，因为广泛使用的计算软件包均内置了二重和三重积分计算功能。此外，较为简单的情况 $N = 1$ 已经涵盖了 MTW 分布的大部分本质特征，并且能够比其他广义衰落模型更好地拟合经验测量数据，这一点将在第三节中展示。尽管如此，在后续的性能分析推导中，所得到的积分形式的 PDF 和 CDF 表达式可能难以处理。幸运的是，正如我们将在下面的引理中所展示的，可以通过级数形式得到这些函数更易于处理的表达式。

引理 *2*： 设 γ 表示 MTW衰落信道中的接收信噪比。则 γ 的概率密度函数和累积分布函数可分别表示为级数形式:

$$f_\gamma(x) = e^{-\beta x}\sum_{k=0}^{\infty} X(k)x^{\mu+k-1}, \tag{20}$$

$$F_\gamma(x) = \sum_{k=0}^{\infty} X(k)\beta^{-\mu-k}\gamma(\mu+k,\beta x), \tag{21}$$

其中， $X(k)$由式（22）给出， $\gamma(\cdot,\cdot)$是下不完全伽马函数 [11, (8.350)]，; 此外，式（22）中的 $\tau(r,N)$定义为满足以下条件的 N 元组集合: $\tau(r,N) = \left\{(r_1,r_2,\cdots,r_N):\ r_i\in\mathbb{N},\ \sum_{i=1}^{N} r_i = r\right\}$。

证明： 见附录 A。 ■

请注意，引理 2 表明，MTW 分布可以表示为伽马分布混合，因此能够轻松地求得若干相关的性能指标 [12]。此外，正如我们将在下一小节中展示的，MTW模型的广义矩生成函数（GMGF）可以用有限个众所周知的函数表示为闭式形式，因此能够直接求得不同的性能指标，以及该分布的矩母函数（MGF）和矩；这些结果同样具有闭式形式，无需进行数值积分或无穷求和。

B. 广义矩生成函数

T信噪比的广义MGF定义为 s [13]

$$\phi_\gamma^{(n)}(s) \triangleq E\{\gamma^n e^{\gamma s}\} = \int_0^\infty x^n e^{xs} f_\gamma(x)\,dx, \tag{23}$$

其中 $E\{\cdot\}$ 表示期望算子。下文中，我们假设 $n\in\mathbb{N}$。

引理*3*： 令 γ 表示 MTW 衰落信道中的接收信噪比。那么， γ 的广义矩生成函数 $\phi_\gamma^{(n)}(s)$ 如式（24）所示，其中 $\tau(r,\ N)$ 的定义与引理 2 中相同。

证明： 参见附录B。 ■

如下面所示，可以很容易地从 MTW 分布的广义矩生成函数得到其矩母函数和所有矩。

推论 *2*： MTW 衰落信道中的信噪比 γ 的矩母函数为

$$M_\gamma(s) = \left(\frac{\mu(1+K)}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}\right)^{\mu}\exp\left(\frac{\mu K\overline{\gamma}s}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}\right) \times\prod_{i=1}^{N} I_0\left(\frac{\mu K\Delta_i\overline{\gamma}s}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}\right). \tag{25}$$

证明： 矩母函数定义为 $M_\gamma\ s\ \triangleq\ E\{e^{\gamma s}\}\ =0$ $\phi_\gamma^{(0)}\ s$ $n=0$ 24 25 ()。因此，将其代入（）可得（）。 ■

值得注意的是，当接收机 [10] 采用多天线接收机并使用最大比合并（MRC）时，矩母函数的闭式表达式使得许多调制方案的比特/符号误码率都能轻松求得。

推论 *3*： SNR n阶非中心矩为

$$\nu_n = \left(\frac{\overline{\gamma}}{\mu(1+K)}\right)^n\Gamma(\mu+n)\sum_{q=0}^{n}\binom{n}{q}\frac{(\mu K)^q}{\Gamma(\mu+q)} \sum_{r=0}^{q}\binom{q}{r}r!\sum_{\tau(r,N)}\prod_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{r_i!}\left(\frac{\Delta_i}{2}\right)^{r_i}\sum_{l=0}^{r_i}\binom{r_i}{l}\delta_{2l,r_i}\right], \tag{26}$$

$$X(k)=e^{-\mu K}K^{k}\mu^{\mu+2k}\left(\frac{1+K}{\overline{\gamma}}\right)^{\mu+k}\frac{1}{k!\Gamma(\mu+k)}\sum_{r=0}^{k}\binom{k}{r}r!\sum_{\tau(r,N)}\prod_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{r_i!}\left(\frac{\Delta_i}{2}\right)^{r_i}\sum_{l=0}^{r_i}\binom{r_i}{l}I_{2l-r_i}\left(-\mu K\Delta_i\right)\right]. \quad (22)$$

$$\begin{aligned}\phi_{\gamma}^{(n)}(s)=&\overline{\gamma}^{n}\Gamma(\mu+n)\exp\left(\frac{\mu K\overline{\gamma}s}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}\right)\sum_{q=0}^{n}\binom{n}{q}\frac{(\mu K)^{q}}{\Gamma(\mu+q)}\frac{(\mu(1+K))^{\mu+q}}{(\mu(1+K)-\overline{\gamma}s)^{\mu+q+n}}\\&\sum_{r=0}^{q}\binom{q}{r}r!\sum_{\tau(r,N)}\prod_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{r_i!}\left(\frac{\Delta_i}{2}\right)^{r_i}\sum_{l=0}^{r_i}\binom{r_i}{l}I_{2l-r_i}\left(\frac{\mu K\Delta_i\overline{\gamma}s}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}\right)\right].\end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\delta_{2l,\ m}$ 为克罗内克δ函数，当 $\delta_{i,\ j}=1$ 对于$i=j$ 时，取值为 [11]，否则为 0。

证明： 证明可由 (24) 得出，考虑到 $\nu_n=\phi_{\gamma}^{(n)}(0)$，并注意到 $I_0(0)=1$ 和 $I_{\nu}(0)=0$ 对于$\nu\neq 0$。

■

容易验证， $\nu_0=1$ 和 $\nu_1=\gamma$，正如预期。

衰落量（AoF）是一种衰落度量，在 [14] 中被定义为信噪比方差与其均值平方之比，即

$$\mathrm{AoF}=\frac{\mathrm{Var}(\gamma)}{(\mathrm{E}[\gamma])^{2}}=\frac{\nu_2-\overline{\gamma}^{2}}{\overline{\gamma}^{2}}. \quad (27)$$

MTW 的衰落量（AoF）可按下一个推论所述进行计算。

推论 *4*： MTW衰落信道中的衰落量（AoF）为

$$\mathrm{AoF}=\frac{1}{(1+K)^{2}}\left[\frac{1+2K}{\mu}+K^{2}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta_i^{2}}{2}\right)\right]. \quad (28)$$

证明： 将 (26) 和 (27) 直接代入即可得证。

■

C. 渐近累积分布函数与分集阶数

高信噪比区域中的累积分布函数渐近表达式有助于深入了解系统参数对性能的影响，因为累积分布函数与中断概率密切相关，正如我们稍后将要展示的。为得到这一表达式，我们首先注意到，对式（25）中的矩母函数取极限 $s\to\infty$ 后，可得以下表达式：

$$\begin{aligned}|M_{\gamma}(s)|=&\frac{\mu^{\mu}(1+K)^{\mu}}{e^{\mu K}}\left[\prod_{i=1}^{N}I_0\left(\mu K\Delta_i\right)\right]\\&\times\frac{1}{\overline{\gamma}^{\mu}|s|^{\mu}}+o\left(|s|^{-\mu}\right),\end{aligned} \quad (29)$$

其中，$o(x)$ 表示满足 $\lim_{x\to 0}g(x)/x=0.$ 的函数 $g(x)$。然后，根据 [15] 中的命题 3 和命题 5，渐近累积分布函数可表示为

$$F_{\gamma}(x)=\frac{\mu^{\mu}(1+K)^{\mu}}{\Gamma(\mu+1)e^{\mu K}}\left[\prod_{i=1}^{N}I_0\left(\mu K\Delta_i\right)\right]\left(\frac{x}{\overline{\gamma}}\right)^{\mu}+o\left(\overline{\gamma}^{-\mu}\right). \quad (30)$$

由式（30）可清楚看出，MTW模型的分集阶数为 μ。

III. 实证验证

在进入性能分析评估之前，我们首先希望通过现场测量验证MTW模型的适用性。具体而言，我们使用了 [16] 中所采用实验数据的一个子集，该数据对应于亚太赫兹频段142吉赫兹室外部署场景，如 [17]所述。作为示例，我们考虑了[16, 图2a/2e/2f], 所示的场景，以下分别记为A、E和F。为便于验证，并确保与其他模型进行比较时的公平性，我们将考虑MTW模型中的情形$N=1$ ，记为 $\Delta\triangleq\Delta_1$。在这种情况下，MTW模型被限制为3个信道参数，即Δ、 K 和 μ。我们的目标是检验MTW分布相对于两个同样具有3个参数、用于基准比较的常用参考模型的有效性：起伏双射线（FTR） [18] 和 κ-μ [19] 阴影（KMS）衰落模型。为衡量拟合优度，我们采用均方误差（MSE）检验这一用于评估拟合准确性的成熟指标，其表达式如下：

$$\mathrm{MSE}=\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}\left(\widehat{f}_R(r_i)-f_R(r_i)\right)^{2}, \quad (31)$$

其中， $f_R(\cdot)$ 表示信号包络的经验概率密度函数， $f_R(\cdot)$ 表示理论概率密度函数，通过简单的变量变换，可由式（16）或式（20）计算得到： $f_r(r)=2rf_{\gamma}(r^2)$。另一方面， T 是经验概率密度函数的样本量。表 I 列出了均方误差检验的相应数值，以及各候选衰落模型的估计参数。优化使用 MATLAB 的 *fminsearch* 函数完成。粗体用于标示每种场景下拟合效果最佳的候选模型。

可以观察到，根据均方误差准则，MTW衰落模型在所有考虑的场景中都取得了最佳拟合结果；在情形 A 中，与其他对比模型相比，MTW模型的改进尤为显著。需要注意的是，与 KMS 模型一样，参数 μ 虽然最初定义为整数，但允许取任意正实数，以改善拟合结果。在图 1 中，我们将 MTW、FTR 和KMS 衰落模型的理论概率密度函数与 [16,图 1] 所述环境中的亚太赫兹信道测量结果进行了比较。可以看到

表 I 不同场景下 MTW、FTR 和 κ-μ 阴影衰落模型的拟合结果。

Case	分布	K	Δ	μ	m	MSE
A	MTW	29.63	0.28	8.17	-	**0.00398**
	FTR	38.14	0.003	-	79.32	0.32746
	KMS	11.10	-	2.99	89.34	0.32772
E	MTW	25.06	0.40	1.89	-	**0.00111**
	FTR	67.29	0.39	-	75.19	0.00276
	KMS	24.83	0	0.60	73.77	0.02689
F	MTW	11.38	0.61	0.57	-	**0.00346**
	FTR	6.20	0.66	1	95.61	0.00362
	KMS	39.99	-	0.107	78.74	0.00392

在所有情况下，MTW模型都能更准确地拟合经验分布，这与表 I 所示的均方误差值一致。这些结果表明，对于某些信道测量，所提出的 MTW 衰落模型在灵活性、复杂度、拟合优度和物理驱动建模之间实现了良好的平衡。例如，对于图 1a（情形 A）中的环境，MTW 通过参数 μ （即 8.17 ）捕捉信道散射的丰富性，该参数表示分集阶数。此参数控制概率密度函数中双峰行为的出现，从而与经验测量相匹配。此外，参数 μ 还控制信号包络较低时概率密度函数和累积分布函数的斜率，这也使模型能够拟合经验数据在横轴上远离原点时的变化。具体而言，这种行为出现在图 1a（情形 A）和图 1b（情形 E）中，经验分布在横轴上的起始位置分别约为 0.7 和 0.5。相反，在图 1c（情形 F）中，经验测量在横轴的 0 处开始，这对应于较小的 μ 值。值得一提的是，FTR 模型可能呈现双峰行为，但其分集阶数始终为 1，因此无法恰当地适应丰富散射环境以及数据在横轴上的偏移。另一方面，尽管 KMS 的分集阶数也为 μ，但由于每个簇只能有一个镜面分量，因此无法拟合双峰行为。

IV. 无线通信系统中的应用

现在利用前几节中针对 MTW 衰落模型得到的解析结果，推导无线通信系统中不同性能指标的表达式。

A. 中断概率

已知单位带宽的信道容量为

$$C = \log_2(1+\gamma). \tag{32}$$

中断概率定义为 C 低于预设阈值 R_s （单位带宽速率）的概率，计算公式为 [18,式（31）]

$$P_{\text{out}} = F_\gamma(2^{R_s}-1), \tag{33}$$

其中， $F_\gamma(\cdot)$由式（17）或式（21）给出，而渐近行为则由式（30）以闭式形式给出。

B. 干扰受限场景中的中断概率

现在，我们评估干扰受限场景下的中断概率，其中考虑一个 M 分支 MRC接收机以及 L 个平均功率相同的干扰信号 P_I。接收信干比（SIR）可表示为 $SIR = \frac{X}{Y}$ ，其中，假设干扰源经历瑞利衰落， X 是 M 个独立随机变量之和，用于建模来自发射机的合并器输出信号； Y 是 L 个功率相同的独立指数随机变量之和，用于建模总干扰功率。此时，中断概率定义为 SIR 低于给定阈值 β 的概率，可根据期望信号的广义MGF计算，结果如 [20, 式（15）] 所示。

$$P_o = \sum_{r=0}^{L-1} \frac{1}{(\beta P_I)^r} \sum_{\tau(r,M)} \prod_{i=1}^{M} \frac{1}{r_i!}\, \phi_{\gamma_i}^{(r_i)}(s)\Big|_{s=-\frac{1}{\beta P_I}}, \tag{34}$$

其中， γ_i 在此表示天线 i 处受 MTW衰落影响的期望信号接收功率，而$\tau(r,\ M)$ 的定义与引理 2 中相同。因此，利用式 (24) 中给出的广义矩生成函数，可得到干扰条件下的中断概率闭式解。注意，在广义矩生成函数的计算中，γ 在此表示每根接收天线的平均功率，即我们令 $\gamma = W$。

C. 平均能量检测概率

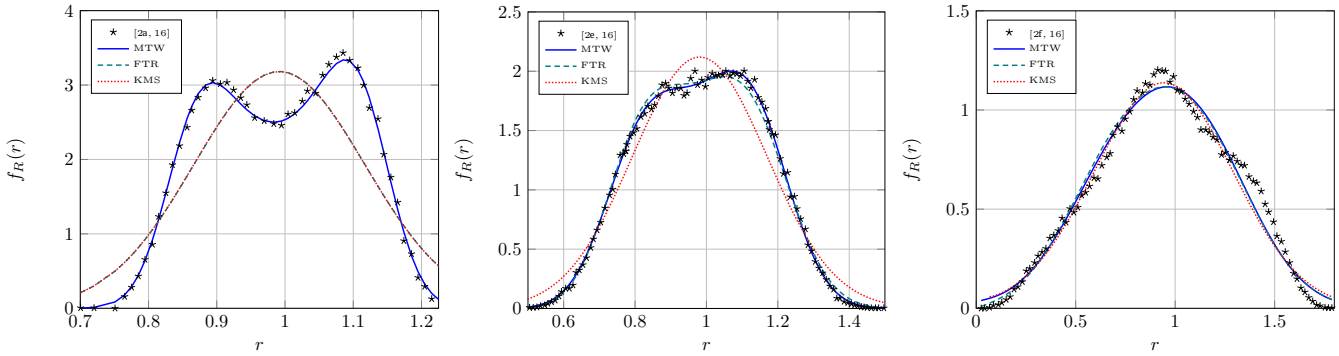
无线衰落信道中存在噪声时，对未知确定性信号进行能量检测的平均概率 P_d 可计算为 [21]

$$\overline{P_d} = \int_0^\infty Q_u\left(\sqrt{2\gamma}, \sqrt{\eta}\right) f_\gamma(\gamma) d\gamma, \tag{35}$$

其中， $u = TW$表示能量检测中获得的样本数，是单边带宽 W 与观测时间间隔 T的乘积，可轻松调整以得到 $u \in \mathbb{N}$； η 为能量检测阈值。利用 [22], 中的方法，平均检测概率可表示为广义MGF的形式:

$$\overline{P_d} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{u+n-1} \left(\frac{\eta}{2}\right)^q \frac{e^{-\eta/2}}{n!q!}\, \phi_\gamma^{(n)}(s)\Big|_{s=-1}. \tag{36}$$

将 (24) 代入 (36)，即可得到 MTW衰落下能量检测器的平均检测概率。所谓的接收机工作特性（ROC）曲线



(a) 情形 A (b) 情形 E (c) 情形 F

图 1。 表 I 所列场景的经验概率密度函数与理论概率密度函数对比 表 I。

通过绘制不同 u 和 η 取值下的 P_d 与 P_f 的关系得到，其中 P_f 为虚警概率，其表达式为

$$P_f = e^{-\eta/2} \sum_{k=0}^{u-1} \frac{(\eta/2)^k}{k!}, \tag{37}$$

也就是说，在没有信号的情况下进行检测时，将噪声错误地视为信号。另一方面，通过绘制 $P_m = 1 - P_d$ 与 P_f 的关系，可以得到互补 ROC 曲线，其中 $P_m = 1 - P_d$ 定义为漏检概率（即未能检测到信道中存在的信号）。

评估和比较能量检测系统性能的一种有效方法是计算 ROC 曲线下面积（ AUC ） [23]。平均 AUC 可用广义 MGF表示为 [24,（式 13）]

$$\overline{A} = 1 - \sum_{q=0}^{u-1} \sum_{n=0}^{q} \binom{q+u-1}{q-n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+q+u} \frac{1}{n!} \phi_\gamma^{(n)}(s)\Big|_{s=-\frac{1}{2}}, \tag{38}$$

因此，将式（24）中的广义MGF代入式（38），即可得到 MTW 衰落下的平均 AUC。这些结果可以扩展到采用最大比合并分集的多根接收天线非相干能量检测器。此时，若 M 为天线数量，则瞬时合并信噪比为 $\gamma = \sum_{k=1}^{M} \gamma_k$，其中 γ_k 为第 k 个分支的瞬时信噪比。假设各分支的接收信号相互独立，利用多项式定理可写为

$$\phi_\gamma^{(r)}(s) = \sum_{\tau(r,M)} \frac{r!}{r_1! r_2! \cdots r_N!} \phi_{\gamma_1}^{(r_1)}(s) \cdots \phi_{\gamma_N}^{(r_M)}(s), \tag{39}$$

其中， $\tau(r,\ M)$ 的定义见引理 2。因此，将 (39) 代入 (36) 和 (38)，并结合 (24) 中的广义矩生成函数表达式，即可得到 MTW 衰落下能量检测器采用最大比合并分集时的性能。

D. 复合 *IG/MTW* 衰落模型

现在我们展示，所提出的 MTW 衰落模型统计特性描述可以扩展以纳入阴影效应。具体而言，我们考虑由逆伽马（IG）分布建模的阴影效应，该分布由 [25], [26] 提出，并已在 [8], 中通过实证验证，证明能够很好地拟合测量数据，尤其是在轻度和中度阴影效应条件下。同时考虑 IG 阴影效应和多径衰落时，接收功率表示为

$$Q = \bar{Q}\mathcal{G}\mathcal{V}, \tag{40}$$

其中， $Q = \mathbb{E}\{Q\}$，且 $\mathcal{G}$ 和 $\mathcal{V}$ 是相互独立、功率归一化的随机变量。 $\mathcal{G}$ 是一个形状参数为 λ 、用于表示阴影效应的 IG 随机变量，而 $\mathcal{V}$ 表示具有 $\bar{\gamma} = 1$ 的 MTW 衰落（注意，此处 γ 表示功率）。下面将说明，复合 IG/MTW 信道模型的概率密度函数、累积分布函数和中断概率均可通过闭式形式求得。

结合 (24) 中的闭式广义矩生成函数与 [8, 式 12], ，可得接收功率 Q 的概率密度函数:

$$f_Q(q) = \frac{\bar{Q}^\lambda (\lambda-1)^\lambda}{q^{\lambda+1}\Gamma(\lambda)} \phi_\gamma^{(\lambda)}(s)\Big|_{s=\frac{(1-\lambda)\bar{Q}}{q}}, \tag{41}$$

此外，当 λ 为整数时， Q 的累积分布函数可表示为:

$$F_Q(q) = \sum_{n=0}^{\lambda-1} \frac{\bar{Q}^n (\lambda-1)^n}{q^n \Gamma(n+1)} \phi_\gamma^{(n)}(s)\Big|_{s=\frac{(1-\lambda)\bar{Q}}{q}}. \tag{42}$$

此外，中断概率为 [27]

$$\begin{aligned} P_{\text{out}}^{\text{IG/MTW}}(\gamma_{th}) &\triangleq P(\gamma_Q < \gamma_{th}) \\ &= F_{\gamma_Q}(\gamma_{th}) \\ &= F_Q\left(\frac{\bar{Q} \times \gamma_{th}}{\bar{\gamma}_Q}\right), \end{aligned} \tag{43}$$

其中， $\gamma_Q = q\bar{\gamma}_Q/Q$ 是接收机处的信噪比， $\bar{\gamma}_Q = \mathbb{E}\{\gamma_Q\}$， γ_{th} 是可靠通信的信噪比阈值，而$F_Q(q)$是式（42）中给出的累积分布函数。

V. 数值结果

现在根据前几节推导的表达式，给出所提出的衰落模型的数值结果，包括信噪比的概率密度函数和累积分布函数表示。

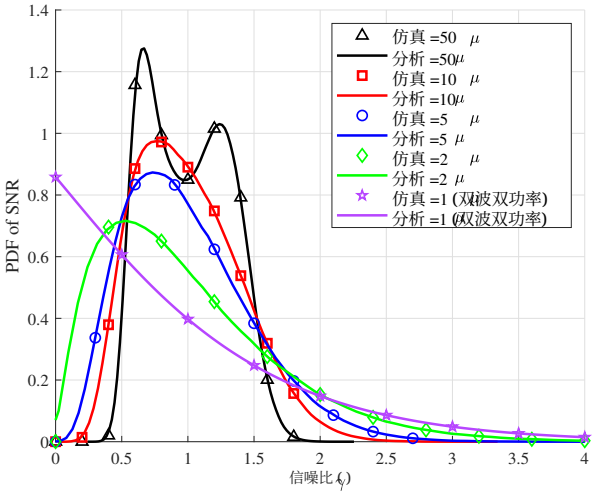


图2. 参数为 $K=1, \bar{\gamma}=1, N=1, \Delta=0.8$ 的 MTW 衰落模型在 $\mu=2$ 取不同值,5,10,50 时，信噪比概率密度函数的分析与仿真结果。

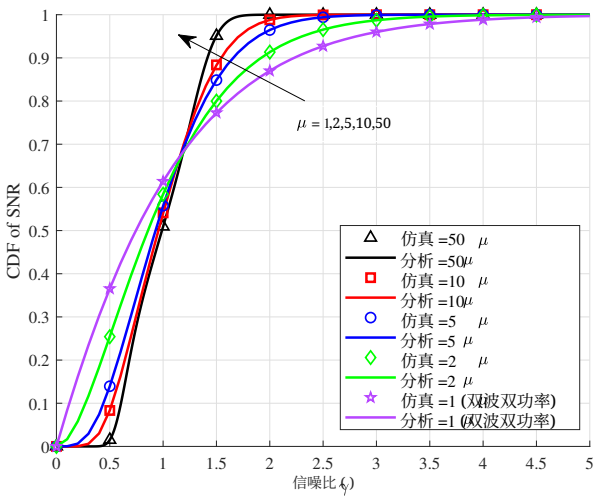


图3. 参数为 $K=1, \bar{\gamma}=1, N=1, \Delta=0.8$ 的 MTW 衰落模型在 $\mu=2$ 取不同值,5,10,50 时，信噪比累积分布函数的分析与仿真结果。

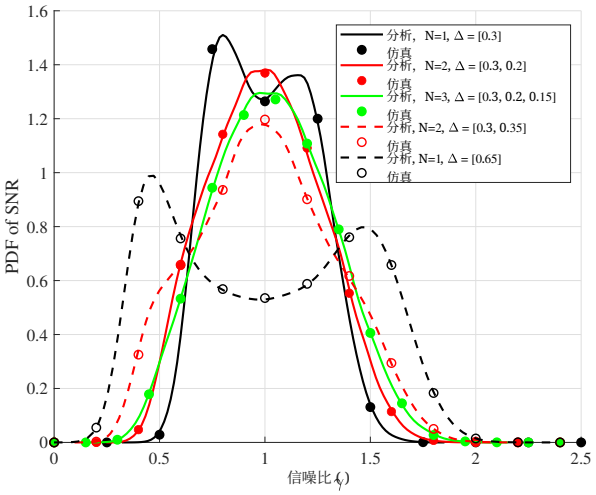


图4. 参数为 $K=15$、 $\bar{\gamma}=1$、 $\mu=10$ 且 N和 $\Delta=[\Delta_1,\ldots,\Delta_N]$取不同值时，MTW衰落模型下信噪比概率密度函数的分析与仿真结果。

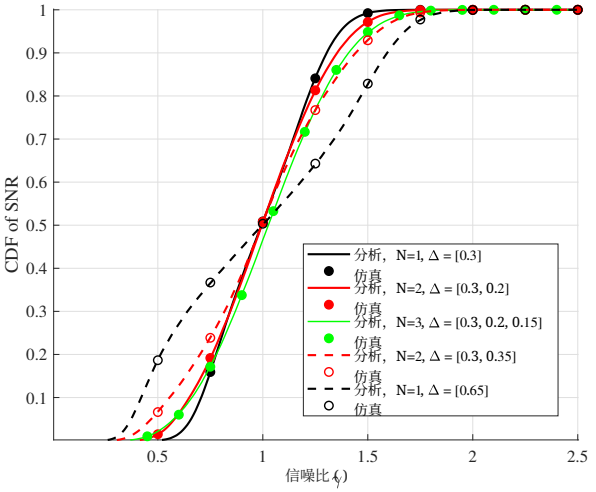


图5. 参数为 $K=15$、 $\bar{\gamma}=1$、 $\mu=10$ 且 N和 $\Delta=[\Delta_1,\ldots,\Delta_N]$取不同值时，MTW衰落模型下信噪比累积分布函数的分析与仿真结果。

计算并通过仿真验证了MTW衰落下的各种性能指标，包括噪声受限场景和干扰受限场景中的中断概率，以及平均能量检测概率。此外，还给出了复合IG/MTW模型的中断概率。分布参数为 $\{K,\Delta_i,\mu\}$，其中 $i=1\ldots N$。与第三节一样，当 $N=1$ 时，我们将记作 $\Delta=\Delta_1$。

图2和图3分别绘制了 MTW 衰落模型在 μ 取不同值时的概率密度函数和累积分布函数，其中包括 $\mu=1$ 的情况，该情况对应双波双功率衰落模型。数值结果分别由概率密度函数的公式 (16) 或 (20)，以及累积分布函数的公式 (17) 或 (21) 得到，并通过蒙特卡洛仿真验证，结果吻合良好。结果表明，当在 (20) 或 (21) 中考虑 40 个求和项时，所得图形与通过积分得到的图形无法区分概率函数的表示形式。从图 2 可以清楚看出，参数 μ 对概率分布的形状有显著影响，甚至当该参数取较高值（$\mu=50$）时，分布会呈现双峰行为，即 PDF 中出现两个局部极大值；而当参数取较低值（$\mu=2$，5，10）时，则只出现一个局部（因而也是全局）极大值。在这些图中，参数 $K=1$、 $\bar{\gamma}=1$、 $\Delta=0.8$ 保持不变。 $\Delta=0.8$ 取较大值意味着镜面功率几乎均等地分配给两个分量。此外，由于关系式 $\bar{\gamma}=(E_s/N_0)2\sigma^2\mu(1+K)$，随着 μ 增大，每簇漫射功率 $2\sigma^2$必然减小，从而使模型分布由两个分量之间的镜面功率分配所主导，产生这种双峰行为。还值得注意的是，对于所选定的

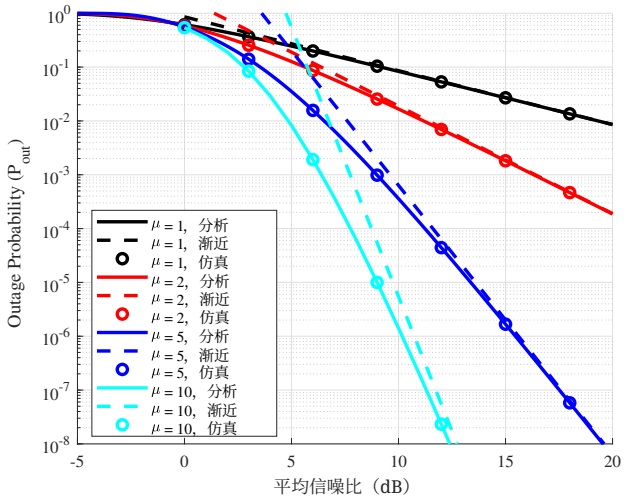


图 6。MTW衰落的中断概率 P_{out} 与平均信噪比的关系：高信噪比下的渐近行为，考虑不同的簇数（$\mu=1$，2，5，10）以及参数 $K=1$、 $N=1$、 $\Delta=0.8$ 和 $R_s=1$。

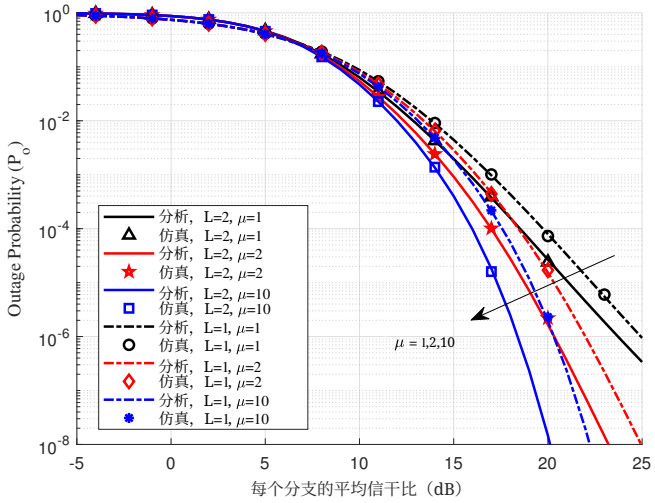


图 7. 在考虑不同簇数（ $\mu=1\ 2\ 10$ $L=$、 $1\ 2$ $K=10$ $N=1$ $\Delta=0.8$ $M=3$ $\beta=10$ 、）和干扰源数（、）以及参数、、、、、和 时，MTW 衰落下的中断概率 P_o 与每个支路的平均信干比之间的关系。

参数值， $\mu=1$这一情形，即双波双功率衰落，会产生单调递减的 PDF，其最大值位于原点。在图 3 所示的 CDF 曲线中，双峰行为表现为出现多个拐点，尽管用肉眼很难观察到。另一方面，可以清楚地看到，随着 μ 增大，分布变得更加集中，这表现为更陡峭的 CDF；这与式（28）中给出的、当 μ取较大值时归一化方差（即衰落严重度 AoF）的减小相一致。因此，仅参数 μ 就赋予了该模型拟合不同传播条件的高度灵活性。

图4和图5分别展示了不同 N取值下的信噪比概率密度函数和累积分布函数，其中 N表示包含两个镜面分量的簇的数量，同时保持 $\mu=10$和 $K=15$不变。在图例中， Δ 被定义为一个包含 N 个分量的向量，即 $\Delta=[\Delta_1,\ldots,\Delta_N]$。需要指出的是，该模型与此类向量中各元素的排列顺序无关。在概率密度函数和累积分布函数曲线中可以观察到，随着 N 增加MTW模型的自由度，概率密度函数和累积分布函数会呈现出截然不同的形状，从而能够对许多不同的无线环境进行建模。显然，即使对于 $N=1$， Δ 参数也会对模型统计特性产生非常显著的影响。在本节剩余部分，我们将假设 $N=1$。

图6展示了无干扰条件下中断概率与平均信噪比之间的关系，该结果由(33)得到，同时还给出了渐近行为，并考虑了不同数量的簇$\mu=1$，2，5，10。可以观察到，随着簇数μ增加，中断概率会降低。渐近曲线清楚地显示了分集阶数的影响（随着 μ增加，高信噪比区域内的斜率更大）。

图7描绘了在干扰受限场景下，采用 M分支最大比合并的接收机中，根据式（34）和式（24）得到的中断概率与每个分支的平均信干比$W/(L\cdot P_I)$之间的关系

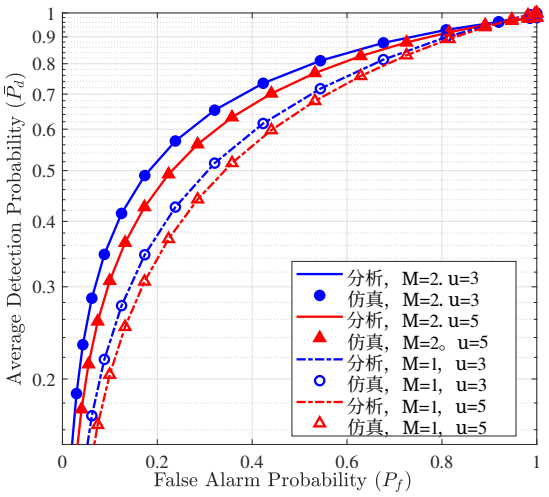


图 8. 当 $K=10$、 $\mu=5$、 $N=\overline{1}$、 $\Delta=0.3$ 和 $\bar{\gamma}=1$时，不同接收分集支路数 M 和样本数 u 条件下 MTW 衰落的 ROC 曲线（平均 P_d 与平均 P_f）。

，该接收机经历MTW衰落，且 L 个干扰源经历瑞利衰落，其平均功率均为 P_I。通过蒙特卡洛仿真对分析结果进行了验证，所采用的参数值为 $\mu=1$、2、10和 $L=1$、2。可以观察到，随着μ的增加，中断概率会降低；也就是说，将信号功率分配到不同簇中更为有利。此外，对于给定的固定平均信干比，增加干扰源的数量会降低中断概率。这是因为总的（固定）平均干扰功率被分配到各个干扰源。因此，总干扰趋于平均化，其方差减小，从而得到更低的中断概率。

图 8 展示了 ROC 曲线（P_d 与$\overline{P_f}$），用于分析信道经历 MTW 衰落时，参数 u （样本数）和 MRC接收机的接收天线数量对能量检测器的影响，其中

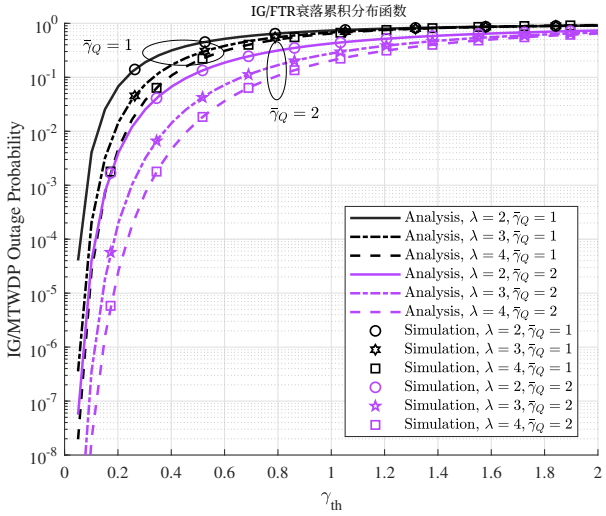


图9. 复合IG/MTW模型的中断概率与信噪比阈值（γ_{th}）的关系，参数为 $\mu = 5$、 $K = 10$、 $N = 1$、 $\Delta = 0.3$、 $\bar{\gamma} = 1$ 和 $\bar{Q} = 1$。

信道经历 MTW 衰落。能量检测的平均概率（P_d）和虚警概率（P_f）分别由式 (36) 和 (37) 给出。可以观察到，随着 MRC分支数量增加，ROC 曲线明显上升；对于 MRC 接收机中给定数量的分支，较低的 u 会带来更好的结果。因此，对于给定的每分支信噪比，增加样本数 u 会降低 AUC。

最后，图9给出了 IG/MTW 信道模型的中断概率数值结果。公式 (43) 中的中断概率表示为信噪比阈值的函数，针对不同的 IG 参数 $\lambda = 2$，3，4 以及平均信噪比 $\bar{\gamma}_Q = 1$，2 进行了绘制。正如预期，中断概率随着信噪比阈值的升高而增加；对于给定的阈值，平均信噪比的增加会降低中断概率。此外，较低的 γ_{th} 和较高的 IG 分布形状参数值 λ 会带来更低的中断概率。

VI. 结论

我们提出了多簇双波（MTW）衰落模型，定义了其物理模型，并推导了其主要概率函数。MTW模型的独特特性使其能够同时控制分集阶数和分布双峰性，并将成熟的 κ-μ 和双波双功率衰落模型涵盖为特例。对于MTW模型，我们推导出的表达式在拉普拉斯域统计量的情形下具有闭式形式；对于概率密度函数和累积分布函数，则具有有限区间积分形式或级数形式（即伽马分布混合）。这些表达式可直接用于性能分析，并已通过示例加以说明。我们通过给出与实验测量结果的拟合结果验证了所提出的模型，并表明在亚太赫兹频段的某些环境中，该模型的性能优于FTR和KMS等其他广义衰落模型。该频段预计将用于6G无线通信网络。

MTW衰落模型还可进一步扩展，以纳入镜面分量的起伏 [28], ，从而与FTR和KMS衰落模型建立联系。然而，必须注意， [28]中的公式仅考虑一个簇包含两个镜面分量，而本文提出的MTW模型中，具有这一特征的簇可以有任意多个 N。因此， [28] 仅在 $N = 1$ 时与MTW衰落模型建立联系；即便如此，也只是令其中一个参数趋于无穷大时的极限情形，而本文给出的推导形式紧凑。

附录 A 引理 2 的证明

考虑到修正贝塞尔函数的幂级数展开式 I_ν 给出于 [11, (8.445)], (15)可写为

$$f_{\gamma_\theta}(x) = \frac{\mu\,(1+K)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\bar{\gamma} e^{\mu\kappa_\theta}} \left(\frac{x}{\bar{\gamma}\kappa_\theta}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} e^{-\frac{\mu(1+K)}{\bar{\gamma}}x} \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!\Gamma\,(\mu+k)} \left(\frac{2\mu\sqrt{\frac{\kappa_\theta(1+K)}{\bar{\gamma}}x}}{2}\right)^{\mu-1+2k}, \tag{44}$$

通过考虑式 (13)并利用二项式定理和多项式定理，经过一些运算后可将其重写为

$$\begin{aligned} f_{\gamma_\theta}(x) = e^{-\mu K} e^{-\frac{\mu(1+K)}{\bar{\gamma}}x} \sum_{k=0}^{\infty} K^k \mu^{\mu+2k} \\ \times \left(\frac{1+K}{\bar{\gamma}}\right)^{\mu+k} \frac{x^{\mu+k-1}}{k!\Gamma\,(\mu+k)} \sum_{r=0}^{k} \binom{k}{r} \\ \times \sum_{\tau(r,N)} \frac{r!}{r_1! r_2! \cdots r_N!} \prod_{i=1}^{N} (\Delta_i \cos\theta_i)^{r_i} \\ \times \left[\prod_{i=1}^{N} e^{-\mu K \Delta_i \cos\theta_i}\right]. \end{aligned} \tag{45}$$

对 $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_N$求平均，可将信噪比的无条件概率密度函数表示为

$$\begin{aligned} f_\gamma(x) = e^{-\mu K} e^{-\frac{\mu(1+K)}{\bar{\gamma}}x} \sum_{k=0}^{\infty} K^k \mu^{\mu+2k} \left(\frac{1+K}{\bar{\gamma}}\right)^{\mu+k} \\ \times \frac{x^{\mu+k-1}}{k!\Gamma\,(\mu+k)} \sum_{r=0}^{k} \binom{k}{r} r! \sum_{\tau(r,N)} \prod_{i=1}^{N} \frac{\Delta_i^{r_i}}{r_i!} \\ \times \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e^{-\mu K \Delta_i \cos\theta_i} (\cos\theta_i)^{r_i}\, d\theta_i. \end{aligned} \tag{46}$$

借助 [29, 式 (14)]，式 (46)中的积分可以用闭式形式求得

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \exp(\alpha\cos\theta)(\cos\theta)^m d\theta = \frac{1}{2^m} \sum_{l=0}^{m} \binom{m}{l} I_{2l-m}(\alpha). \tag{47}$$

然后，将（47）代入（46），即可得到（20）。最后，对（20）积分即可得到（21）。

附录B 引理3的证明

对于 $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_N$的一种特定实现，MTW模型退化为 κ-μ 模型，其广义矩生成函数 GMGF 如 [8,表 II] 所示：

$$\begin{aligned}\phi_{\kappa-\mu}^{(n)}(s) = &\frac{\overline{\gamma_\theta}^n \Gamma(\mu+n)\,\mu^\mu\,(1+\kappa_\theta)^\mu\, e^{-\mu\kappa_\theta}}{\Gamma(\mu)\,(\mu(1+\kappa_\theta)-\overline{\gamma_\theta}s)^{\mu+n}} \\ &\times_1 F_1\left(\mu+n:\mu;\frac{\mu^2\kappa_\theta(1+\kappa_\theta)}{\mu(1+\kappa_\theta)-\overline{\gamma_\theta}s}\right),\end{aligned} \tag{48}$$

根据式 (12) 和式 (13)，并结合 [30] 和多项式定理，经过一些变换后可改写为

$$\begin{aligned}\phi_{\gamma|\theta}^{(n)}(s) = &\overline{\gamma}^n \Gamma(\mu+n)\, e^{\frac{\mu K\overline{\gamma}s}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}} \sum_{q=0}^{n}\binom{n}{q}\frac{(\mu K)^q}{\Gamma(\mu+q)} \\ &\times \frac{(\mu(1+K))^{q+\mu}}{(\mu(1+K)-\overline{\gamma}s)^{q+\mu+n}}\left[\prod_{i=1}^{N} e^{\frac{\mu K\Delta_i\overline{\gamma}s}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}\cos\theta_i}\right] \\ &\times \sum_{r=0}^{q}\binom{q}{r}\sum_{\tau(r,N)}\frac{r!}{r_1!r_2!\cdots r_N!}\prod_{i=1}^{N}(\Delta_i\cos\theta_i)^{r_i}.\end{aligned} \tag{49}$$

对 θ_1、θ_2、……、θ_N 取平均后，无条件广义矩生成函数可表示为

$$\begin{aligned}\phi_{\gamma}^{(n)}(s) = &\overline{\gamma}^n \Gamma(\mu+n)\, e^{\frac{\mu K\overline{\gamma}s}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}} \sum_{q=0}^{n}\binom{n}{q}\frac{(\mu K)^q}{\Gamma(\mu+q)} \\ &\times \frac{(\mu(1+K))^{q+\mu}}{(\mu(1+K)-\overline{\gamma}s)^{q+\mu+n}}\sum_{r=0}^{q}\binom{q}{r} r!\sum_{\tau(r,N)}\prod_{i=1}^{N}\frac{\Delta_i^{r_i}}{r_i!} \\ &\times \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e^{\frac{\mu K\Delta_i\overline{\gamma}s}{\mu(1+K)-\overline{\gamma}s}\cos\theta_i}(\cos\theta_i)^{r_i}\,d\theta_i.\end{aligned} \tag{50}$$

式 (50) 中的积分可按式 (47) 求得闭式解，从而得到式 (24)。

参考文献

[1] M. Olyaee, J. P. Pe˜na-Mart´ın、F. J. Lopez-Martinez 和 J. M. Romero-Jerez，“多簇双波衰落模型的统计特性描述”，载于《*2022*年第五届先进通信技术与网络国际会议（*CommNet*）论文集》，2022年。[2] M. D. Yacoub，“$\kappa-\mu$ 分布：一种通用衰落分布”，载于《*IEEE*第*54*届车辆技术会议。*VTC 2001*年秋季会议论文集（目录号：*01CH37211*）》，第3卷，2001年，第1427–1431页。[3] M. Yacoub，“$\kappa-\mu$ 分布与 $\eta-\mu$ 分布”，《*IEEE*天线与传播杂志》，第49卷，第1期，第68–81页，2007年2月。[4] T. S. Rappaport、G. R. MacCartney、M. K. Samimi 和 S. Sun，“面向未来无线通信系统设计的宽带毫米波传播测量与信道模型”，《*IEEE*通信汇刊》，第63卷，第9期，第3029–3056页，2015年。[5] G. Durgin、T. Rappaport 和 D. A. de Wolf，“无线通信中衰落的新解析模型与概率密度函数”，《*IEEE*通信汇刊》，第50卷，第6期，第1005–1015页，2002年6月。[6] J. Frolik，“考虑超瑞利衰落信道的理由”，《*IEEE*无线通信汇刊》，第6卷，第4期，第1235–1239页，2007年4月。[7] E. Z¨ochmann、S. Caban、C. F. Mecklenbr¨auker、S. Pratschner、M. Lerch、S. Schwarz 和 M. Rupp，“优于莱斯：将毫米波信道建模为带弥散功率的双波模型”，《*EURASIP*无线通信与网络期刊》，第2019:21卷，第1–17页，2019年。

[8] P. Ram´ırez-Espinosa 和 F. J. Lopez-Martinez，“基于逆伽马阴影效应的复合衰落模型：理论与验证”，IEEE无线通信汇刊，第20卷，第8期，第5034–5045页，2021年。[9] M. Rao、F. Lopez-Martinez、M. Alouini 和 A. Goldsmith，“用于广义双射线衰落模型分析的MGF方法”，IEEE无线通信汇刊，第14卷，第5期，第2548–2561页，2015年5月。[10] M. K. Simon 和 M.-S. Alouini，《衰落信道中的数字通信》，第2版。John Wiley & Sons, Inc.，2005年。[11] I. S. Gradshteyn 和 I. M. Ryzhik，《积分、级数与乘积表》，第6版。Academic Press，2000年。[12] S. Atapattu、C. Tellambura 和 H. Jiang，“用于建模无线信道信噪比的混合伽马分布”，IEEE无线通信汇刊，第10卷，第12期，第4193–4203页，2011年。[13] J. P. Pe˜na Mart´ın、J. M. Romero-Jerez 和 F. J. Lopez-Martinez，“贝克曼衰落的广义MGF及其在无线通信性能分析中的应用”，IEEE通信汇刊，第65卷，第9期，第3933–3943页，2017年9月。[14] U. Charash，“通过具有随机时延的中田纳伽米衰落多径信道接收信号”，IEEE通信汇刊，第COM-27卷，第4期，第657–670页，1979年4月。[15] Z. Wang 和 G. Giannakis，“一种量化衰落信道性能的简单通用参数化方法”，IEEE通信汇刊，第51卷，第8期，第1389–1398页，2003年8月。[16] E. N. Papasotiriou、A.-A. A. Boulogeorgos、M. F. de Guzman、K. Haneda 和 A. Alexiou，“通过混合高斯过程对室外太赫兹信道进行随机特性描述”，载于2022年IEEE第33届个人、室内和移动无线电通信国际年会（PIMRC），2022年，第1–6页。[17] M. F. De Guzman、P. Koivumaki 和 K. Haneda，“基于测量的射线发射器得出的140 GHz双向多径数据”，载于2022年IEEE第95届车辆技术会议（VTC2022-Spring），2022年，第1–6页。[18] “起伏双射线衰落模型：统计特性描述与性能分析”，IEEE无线通信汇刊，第16卷，第7期，第4420–4432页，2017年7月。[19] J. Paris，“κ-μ 阴影衰落的统计特性描述”，IEEE车辆技术汇刊，第63卷，第2期，第518–526页，2014年2月。[20] J. M. Romero-Jerez 和 A. J. Goldsmith，“衰落与干扰环境下的接收天线阵列策略：中断概率比较”，IEEE无线通信汇刊，第7卷，第3期，第920–932页，2008年。[21] F. Digham、M.-S. Alouini 和 M. K. Simon，“衰落信道中未知信号的能量检测”，IEEE通信汇刊，第55卷，第1期，第21–24页，2007年1月。[22] A. Annamalai、O. Olabiyi、S. Alam、O. Odejide 和 D. Vaman，“广义衰落信道中未知信号能量检测的统一分析”，载于无线通信与移动计算会议（IWCMC），2011年第7届国际会议，2011年7月，第636–641页。[23] S. Atapattu、C. Tellambura 和 H. Jiang，“能量检测的ROC曲线下面积分析”，IEEE无线通信汇刊，第9卷，第3期，第1216–1225页，2010年3月。[24] O. Olabiyi、S. Alam、O. Odejide 和 A. Annamalai，“衰落信道中能量检测器ROC曲线下面积的高效计算”，载于ACM/IEEE MSWiM’11论文集。美国纽约：ACM，2011年，第261–264页。[25] Karmeshu 和 R. Agrawal，“瑞利-逆高斯分布相较于K分布在无线衰落信道中的效能”，《无线通信与移动计算》，第7卷，第1期，第1–7页，2007年。[26] T. Eltoft，“莱斯-逆高斯分布：一种非瑞利信号幅度统计新模型”，IEEE图像处理汇刊，第14卷，第11期，第1722–1735页，2005年。[27] A. Goldsmith，《无线通信》。剑桥大学出版社，2005年。[28] J. D. Vega S´anchez、F. J. L´opez-Mart´ınez、J. F. Paris 和 J. M. Romero-Jerez，“多簇起伏双射线衰落模型”，《IEEE无线通信汇刊》（提前发表），2023年。[29] N. Y. Ermolova，“利用伽马分布混合分析带弥散功率双波模型衰落信道的容量”，IEEE通信快报，第20卷，第11期，第2245–2248页，2016年。[30] “Wolfram函数网站”，Wolfram Research, Inc.，2023年。 [在线]。网址：https://functions.wolfram.com/07.20.03.0025.01