arXiv:2305.05636v2 [quant-ph] 8 May 2024

纳米腔增强固态量子发射体的光子相干性：工作温度最高达 30 开尔文

A J Brash[1], **J Iles-Smith**[2]

[1] 英国谢菲尔德大学物理与天文学系，谢菲尔德 S3 7RH[2] 英国曼彻斯特大学物理与天文学系，牛津路，曼彻斯特 M13 9PL

电子邮箱：a.brash@sheffield.ac.uk

2023 年 7 月

摘要。 以外延量子点为代表的固态发射体，已成为高效、按需产生不可区分光子的领先平台，而不可区分光子是许多光学量子技术的重要资源。为实现最佳性能，这类光源通常需要在液氦温度（~ 4 开尔文）下工作，因此对尺寸、重量和功耗提出了很高要求，在拟议的应用中可能并不实用。在此，我们通过实验分辨出两种会降低不可区分性的不同温度依赖声子相互作用，并证明与光子纳米腔耦合可显著提升高温下的光子相干性，工作温度最高可达 30 开尔文，适用于紧凑型制冷机。我们推导出一种极化子模型，可全面描述实验中观测到的声子对温度的依赖性影响，并能预测如何通过优化腔参数，进一步提高未来器件的不可区分性和工作温度。

1. 引言

单个不可区分光子是许多拟议中的光学量子技术的重要基石，例如光学量子计算 [1–3], 远距离安全量子网络 [4–6] 以及光学量子计量 [7]。基于外延生长的 III-V 半导体量子点（QD）并与微/纳光子结构耦合的器件，凭借其按需生成具有高效率、高纯度和高不可区分性的单光子的潜力，已成为领先的单光子源（SPS） [8–11]。此类光源产生的不可区分光子，已推动多项重要的量子技术演示，包括线性光学量子计算 [12, 13] 以及用于量子通信和组网的纠缠交换 [14,15]。此外，类似方法还可扩展用于生成更复杂的光学量子技术资源态，例如近期展示的纠缠图态 [16–18] ，其高保真度得益于不可区分的

光子。除量子点外，腔-发射器概念也已应用于利用其他固态宿主中的量子发射体实现光子源，例如金刚石 [19]、硅 [20] 和二维材料 [21]。目前，III-V族量子点是最具吸引力的平台，这归功于其较大的偶极矩以及低温下相对较弱的声子耦合，从而能够实现高亮度和高不可区分性。

由于希望最大限度地减少与声子之间可能有害的相互作用，关于基于量子点的单光子源发射不可区分光子的研究通常聚焦于约 4 开尔文的温度，并采用开式或闭式循环氦低温恒温器系统。尽管这些系统的尺寸和复杂程度显著低于用于量子计算研究、容纳超导电路的毫开尔文稀释制冷机系统，但它们仍然伴随着相当大的尺寸、重量和功耗（SWAP）成本。在考虑光学量子技术的潜在应用场景时，SWAP要求的重要性尤其明显，例如数据中心严格的空间和热约束，或卫星通信中对SWAP至关重要的环境。一种替代方案是使用紧凑型斯特林制冷机等设备；出于SWAP和维护方面的考虑，这类设备通常被用于卫星仪器。在一项使用量子点样品进行的概念验证演示中，发现此类制冷机的平均基准温度为 28.8 开尔文 [22]。尽管已经在温度最高达到 350 开尔文的各种外延III-V族量子点中观察到单光子发射 [23–26], ，但随着温度略高于 4 开尔文，声子过程贡献的增加会导致不可区分性迅速丧失[27–30]。因此，对于未来的量子技术应用而言，一个尚未解决的重大挑战是在与紧凑型制冷机兼容的温度下产生不可区分的 光子。

1.1. 实声子与虚声子过程

对于自组装III-V族半导体量子点，声子对量子点二能级系统（TLS）光谱的主要影响，来自量子点局域电子与体半导体材料的纵向声学（LA）声子之间经由形变势 [31, 32] 产生的电子-声子耦合。该系统由基态和最低能量的激子态（s壳层）构成。此相互作用涉及一系列连续的声子态，其截止能量由量子点尺寸决定 [33–35]，通常为数毫电子伏特 [30, 32, 36–38]。第 2.1 节详细介绍了这一耦合的理论处理；不过，其关键结果是出现了虚拟和真实的声子介导跃迁 [27, 35], ，如图 1 所示。对于真实跃迁（关于声子算符呈线性），系统会从激发态衰变至基态，发射光子的能量（图 1(a) 中的红色箭头）会因相应的声子发射或吸收（图 1(a) 中的紫色弯箭头）而降低或升高。在 4 开尔文时，可供吸收的声子极少，因此声子发射过程占主导，从而产生宽阔且不对称的声子边带（PSB）。随着温度升高，声子发射和吸收都变得更有可能，

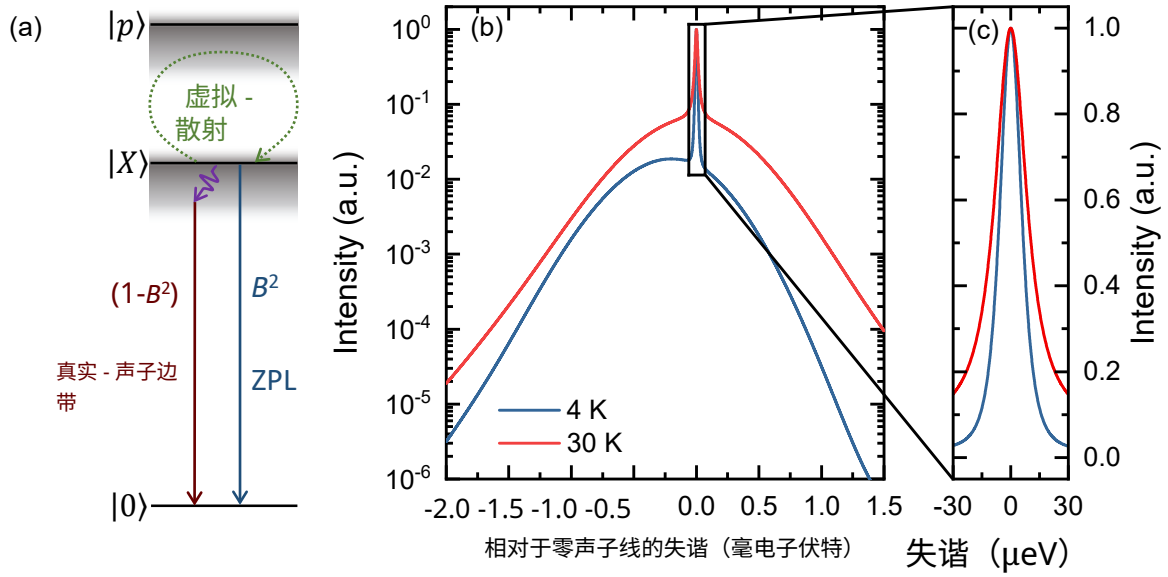

图 1. 声子对量子点二能级系统光学跃迁的影响：(a) 量子点二能级系统的能级图，包括基态 $|0\rangle$ 和激子态 $|X\rangle$ 。激子直接衰减至基态，产生熟知的零声子线，其概率由弗兰克-康登因子 B^2给出。激子弛豫过程中声子的发射/吸收所对应的真实跃迁，会导致发射出频率可区分的光子，形成相对面积为 $(1-B^2)$ 的声子边带。同时，通过热声子散射会发生向更高能态 $|p\rangle$ 的虚跃迁，从而使零声子线展宽。(b) 量子点的理论谱线图，采用对数-线性坐标，显示出狭窄的零声子线和宽广的声子边带。与 4 开尔文（蓝线）相比，30 开尔文（红线）时声子边带的面积和对称性均显著增加。谱线根据本研究中的实验参数生成。(c) 零声子线的线性-线性放大图，显示了 30 开尔文（红线）相较于 4 开尔文（蓝线）的热展宽。计入 43 的 Purcell因子后，4 开尔文时的零声子线已经显著受到辐射展宽。

但两者发生的概率差异会缩小，因此边带面积随温度升高而增大、不对称性则减弱 [34, 35]，，如图 1(b) 所示。在没有光子结构的情况下，经由声子边带发射的光所占比例为 $(1-B^2)$，其中 B^2 称为弗兰克-康登因子。

与此同时，虚过程对应于量子点激发态与更高能电子态之间的虚跃迁（声子算符的二次项）（例如，p 壳层——图 1(a) 中的绿色虚线箭头）[27,30,35]。这些跃迁会产生与温度相关的纯退相干效应，导致零声子线（ZPL）均匀展宽，形成图 1(c) 所示的与 TLS 相关的著名洛伦兹谱。ZPL 的线宽由其相干时间决定 T_2:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_2^*}, \tag{1}$$

其中， T_1 为跃迁辐射寿命， T_2^* 为与纯退相干率相关的退相干时间。从式 1 可以看出，在不存在任何纯退相干的情况下，相干时间达到最大值 $T_2 = 2T_1$，通常

称为辐射限制。在此极限下，通过零声子线发射的光子完全不可区分，这凸显了实现辐射限制相干性的重要性。由于声子边带中的光子在频率上完全可区分，因此，对于从单个量子点发射的光子，两种声子过程对双光子干涉可见度的贡献可以合并为一个通用表达式： [39]

$$V = B^4 \frac{T_2}{2T_1}, \tag{2}$$

其中， $V = 1$ 和 $V = 0$ 分别对应完全不可区分和可区分的光子。宽度和中心频率与零声子线相匹配的光谱滤波器可以去除声子边带，使 $V = T_2/2T_1$ 提升，同时效率至少会降低（$1 - B^2$） [39]。

1.2. 量子点中的声子过程

声子过程对III-V族量子点发射特性的影响已得到充分研究。尽管研究已证实，在 ~ 4 开尔文时，声子导致的零声子线展宽基本可以忽略，但随着 T 升高，这种影响会迅速变得显著；到50开尔文时，展宽已超过辐射极限十倍以上 [27]。然而，相关研究主要着眼于在低温范围内实现辐射极限，此时声子展宽可以忽略；最终，通过提升材料质量，消除了电荷噪声等其他不利环境影响，成功实现了这一目标 [40]。在低温极限下，零声子线发射基本达到辐射极限后，研究重点转向声子边带过程，因为它们限制了光子不可区分性 [39, 41]。对于InGaAs量子点， B^2 的典型值约为0.9，使未经滤波的 V 受到限制，最高为0.81。为克服这一问题，研究人员将量子点与光学微腔/纳米腔集成 [8–11], ；通过结合珀塞尔增强和光谱滤波，可以去除部分边带光子，且损耗低于单纯使用光谱滤波器 [39,41,42]。但需要注意的是，即便采用这种腔耦合方式，效率与不可区分性之间仍存在根本性的权衡，即使腔参数理想也是如此 [39]。

突破低温极限后，已有多项研究探讨了在不存在显著珀塞尔增强的情况下，量子点发射光子的温度依赖相干性；所有研究都观察到，随着温度升高，不可区分性迅速下降 [27–29, 43]。理论建模揭示，实声子与虚声子过程都会导致这一趋势 [30, 35]。再次将量子点耦合到光学腔，是减弱这些温度依赖效应的一种潜在策略。除了前述对声子边带光子的滤波外，在合适的参数下，腔还会增强量子点的发射速率（珀塞尔增强）（F_P）F_P/T_1。由式 1 可知，对于给定的纯退相干率（$1/T_2^*$），这种增强会减轻相干时间（T_2）的退化，从而有望抑制虚声子跃迁的影响。测量时时彩计划

Purcell因子为20的量子点微柱器件在9–18 K范围内表现出明显较弱的发射光子相干性退化 [42], ，支持了这一预测。然而，本研究达到的最高温度（18 K）仍远低于紧凑型制冷机的基底温度（28.8 K [22]），这是因为随着量子点红移随温度呈非线性增长，为维持量子点-腔共振所需的电调谐范围受到限制 [44, 45]。此外，与光子晶体腔（PhCCs）等纳米腔结构相比，微柱腔的模体积更大，因此其可实现的最大Purcell因子也受到限制 [9, 10]。

在这项工作中，为克服这些限制并提高与紧凑型制冷机兼容的温度下发射光子的不可区分性，我们采用低模体积的 H1光子晶体腔，并将其制备在一块量子点晶圆上。该晶圆利用厚 AlGaAs隧穿势垒，实现了 > 2 毫电子伏特的量子点调谐范围。借助这些有利特性，我们研究了一个具有较强珀塞尔增强（$F_P = 43$）的量子点-光子晶体腔器件在 4 至 30 开尔文范围内的光子相干性。通过一种基于弱共振激发下的一阶关联函数时域测量的新技术，我们在单次实验中同时分辨出实声子和虚声子的贡献；此前基于双光子干涉的实验则无法将这些过程区分开来。得益于较强的珀塞尔增强，25 开尔文时的 $T_2/2T_1$ 仅比 4 开尔文时低 7.5%；在与紧凑型制冷机兼容的 30 开尔文温度下， $T_2/2T_1$ 是此前对无光学腔量子点所做测量的两倍 [28]。基于极化子主方程（ME）形式体系的理论模型完全再现了实验结果，并可预测未来优化后腔-量子点系统的性能。

2. 方法

2.1. 理论模型

本节将概述用于分析量子点样品相干性的理论模型。我们首先考虑一个二能级系统，其基态和单激子态分别为 $|0\rangle$ 和 $|X\rangle$，激子能量为 $\hbar\omega_X$。该系统由频率为 ω_L、拉比频率为 Ω 的单色连续波激光器驱动。在偶极近似和旋波近似下，其时间依赖的系统哈密顿量 [46]可表示为:

$$H_{\mathrm{S}}(t) \approx \hbar\omega_X \sigma^\dagger\sigma + \frac{\hbar\Omega}{2}\left(\sigma e^{i\omega_{\mathrm{L}}t} + \sigma^\dagger e^{-i\omega_{\mathrm{L}}t}\right), \tag{3}$$

其中， $\sigma = |0\rangle\langle X|$ 为系统偶极算符，且 $\sigma_x = \sigma^\dagger + \sigma$。

量子点的光学性质会受到与两种环境相互作用的显著影响：一种是低 Q 腔模，它会引发显著的 Purcell 增强发射；另一种是声子环境，用于描述周围材料的晶格振动。在这两种情况下，我们都可以将环境描述为一组玻色子

模，其系统与环境的哈密顿量形式如下：

$$H(t) = H_0(t) + H_{\mathrm{I}}^{\mathrm{EM}} + H_{\mathrm{I}}^{\mathrm{Ph}}, \tag{4}$$

$$H_0(t) = H_{\mathrm{S}}(t) + \sum_{\mathbf{k}} \hbar\nu_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} + \sum_j \hbar\omega_j a_j^\dagger a_j, \tag{5}$$

$$H_{\mathrm{I}}^{\mathrm{EM}} = \sum_j (f_j \sigma^\dagger a_j + f_j^* \sigma a_j^\dagger), \tag{6}$$

$$H_{\mathrm{I}}^{\mathrm{Ph}} = \sigma^\dagger\sigma \sum_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}(b_{\mathbf{k}}^\dagger + b_{-\mathbf{k}}) + \sigma^\dagger\sigma \sum_{\mathbf{k}} \tilde{g}_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}(b_{\mathbf{k}}^\dagger + b_{-\mathbf{k}})(b_{\mathbf{k}'}^\dagger + b_{-\mathbf{k}'}), \tag{7}$$

其中，我们引入了玻色子湮灭算符 a_j 和 $b_{\mathbf{k}}$，分别对应电磁环境和振动环境的正常模式。假设光学环境的耦合为旋转波形式，其特征可完全由谱密度 $\mathcal{J}(\omega) = \sum_j |f_j|^2 \delta(\omega - \omega_j)$描述；对于本文研究的低-$Q$ 腔，其形式为：

$$\mathcal{J}(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{2g^2\kappa}{(\omega - \omega_c)^2 + (\kappa/2)^2}, \tag{8}$$

其中，g 为光与物质的耦合强度，κ 为腔线宽，ω_c 为其共振频率。

电子-声子相互作用 $H_{\mathrm{I}}^{\mathrm{Ph}}$包含两项。第一项对声子算符呈线性，对应实声子过程 [27], ，也就是说，这些过程涉及电子态与声子环境之间的能量交换。该相互作用的强度由电子（e）和空穴（h）的矩阵元[47] $g_{\mathbf{k}} = M_{e,\,\mathbf{k}}^{11} + M_{h,\,\mathbf{k}}^{11}$ 决定；对于形变势耦合，有 [48]:

$$M_{a,\mathbf{k}}^{ij} = \sqrt{\frac{\nu_{\mathbf{k}}}{2\varrho c_s^2 \mathcal{V}}} D_a \int \psi_{ia}^*(\mathbf{r}) \psi_{ja}(\mathbf{r}) \mathrm{d}^3 r, \tag{9}$$

这是对应于 i^{th}-和 j^{th}-电子态之间声子诱导跃迁的矩阵元。这里，ϱ 是材料的质量密度，c_s 是声速，$\mathcal{V}$ 是声子归一化体积。该矩阵元取决于受限电子/空穴的波函数 $\psi_{i,\,e/h}(\mathbf{r})$ 以及相应的形变势 D_a。

第二项是关于声子算符的二次项，它描述了量子点 [27] 的第一激子态（s 壳层）与能量更高的激发态（p 壳层）之间的虚声子跃迁。直观而言，我们可以将这一项理解为波矢为 $\mathbf{k}$ 的声子向$\mathbf{k}'$的虚散射。这一散射过程会向激子施加一个随机相位扰动，其累积效应是导致零声子线 [27] 随温度升高而展宽，进而造成光子相干性 [30, 49] 的损失。这一过程由有效耦合强度 $\tilde{g}_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} = \sum_{a=e,h} \sum_{j>1} M_{a\,,\mathbf{k}}^{1j} M_{a\,,\mathbf{k}'}^{j1} [\omega_j^a - \omega_1^a]^{-1}$ 所支配，其中 $\omega_j^{e/h}$ 表示 j^{th} 电子/空穴态的能量。关于二次耦合项的详细推导与讨论，请参阅参考文献 [27, 30, 49]。

需要注意的是，尽管从历史上看，线性电子-声子耦合一直被称为纯退相干相互作用 [50], ，但它并不会导致

在弱驱动极限下零声子线的温度相关均匀展宽 [51]。对于此类过程，必须纳入由二次相互作用支配的虚声子过程。

2.1.1. 极化子变换与主方程为了准确描述量子点的光学性质，我们采用极化子框架 [39], ，其中对系统—环境哈密顿量 [52–54]施加幺正变换 $\mathcal{U} = \exp(\sigma^\dagger\sigma \otimes S)$，其中 $S = \sum_{\mathbf{k}} \nu^{-1}{}_{\mathbf{k}} \quad g_{\mathbf{k}}(b^\dagger{}_{\mathbf{k}} - b_{-\mathbf{k}})$。这将声子环境表示为位移后的形式，为微扰描述量子点动力学提供了优化的基底 [54]。重要的是，该变换能够自然地捕捉激子复合过程中声子环境的非马尔可夫弛豫行为 [37,39,55]。在极化子表象中，我们得到描述量子点约化态时间演化的二阶主方程：

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = -i\left[\frac{\Omega_{\mathrm{R}}}{2}\sigma_x, \rho(t)\right] + \mathcal{K}[\rho(t)] + \frac{\gamma(T)}{2}\mathcal{L}_{\sigma^\dagger\sigma}[\rho(t)] + \frac{\Gamma}{2}\mathcal{L}_{\sigma}[\rho(t)], \tag{10}$$

其中 $\mathcal{L}_O[\rho] = 2O\rho O^\dagger - \{O^\dagger O, \rho\}$ 为林德布拉德耗散子。在式 10 中，我们已将系统变换到相对于激光频率ω_{L}的旋转坐标系中，并假设该频率与极化子位移后的跃迁频率 $\tilde{\omega}_{\mathrm{X}} = \omega_{\mathrm{X}} - \sum_{\mathbf{k}} \nu^{-1}{}_{\mathbf{k}} \quad |g_{\mathbf{k}}|^2$共振。拉比频率 $\Omega_{\mathrm{R}} = \Omega B$经弗兰克–康登因子重整化，可写为

$$B = \exp(-\frac{1}{2}\int_0^\infty \mathrm{d}\nu \ \frac{J(\nu)}{\nu^2}\coth(\frac{\nu}{2k_{\mathrm{B}}T})), \tag{11}$$

其中， T 为温度， k_{B} 为玻尔兹曼常数。请注意，我们通过引入声子谱密度 $J(\nu) = \alpha\nu^3\exp(-\nu^2/\nu_c^2)$，对声子模取了连续极限；其中， α为电子-声子耦合强度， ν_c 为声子截止频率 [48]。

式 10 中需要考虑三种耗散机制。式 10 中的第二项是极化子表象耗散子， $\mathcal{K}[\rho(t)] = -(\Omega/2)^2(\Gamma_0^x[\sigma_x, \sigma_x\rho(t)] + [\sigma_y, (\Gamma_s^y\sigma_z + \Gamma_c^y\sigma_y)\rho(t)] + \mathrm{h.c.})$，其中，$\Gamma_0^a = \int_0^\infty \Lambda_{aa}(\tau)\, d\tau$、 $\Gamma_c^a = \int_0^\infty \Lambda_{aa}(\tau)\cos(\eta\tau)d\tau$、 $\Gamma_s^a = \int_0^\infty \Lambda_{aa}(\tau)\sin(\eta\tau)d\tau$可理解为声子 [54]诱导系统本征态（即缀饰态）之间跃迁的速率。这些速率由系统的能级分裂以及极化子表象下声子环境的关联函数决定： $\Lambda_{xx}(\tau) = B^2(e^{\varphi(\tau)} + e^{-\varphi(\tau)} - 2)$ 和 $\Lambda_{yy}(\tau) = B^2(e^{\varphi(\tau)} - e^{-\varphi(\tau)})$，其中$\varphi(\tau) = \int_0^\infty \nu^{-2}J(\nu)(\cos(\nu\tau)\coth(\nu/2k_{\mathrm{B}}T) - i\sin(\nu\tau))$。这些声子辅助跃迁的总贡献由驱动强度 Ω^2 [54] 缩放。

式 10 中的第三项表示虚声子过程导致的纯退相干，其速率为 [30, 56],

$$\gamma(T) = \frac{\alpha\mu}{4\nu_c^4}\int_0^\infty \mathrm{d}\nu \ \nu^{10}e^{-\nu^2/\nu_c^2}\left(\coth^2\left(\frac{\nu}{2k_{\mathrm{B}}T}\right) - 1\right), \tag{12}$$

其中 μ 取决于形变势耦合强度和量子点能级间距。该退相干速率强烈依赖于温度，并在低温下迅速衰减至零。从物理上看，这是因为缺少驱动虚跃迁的声子。

式 10 中的最后一项描述了通过腔模产生的光学发射。原则上，该发射速率 Γ 会随温度变化 [57, 58], ；然而，对于典型的量子点声子参数以及当前样品的腔参数，这一变化在 0–30 开尔文范围内为 ~ 3 ps，与寿命测量的不确定度相当。因此我们忽略这一效应，此时自发辐射率为 $\Gamma \approx F_{\mathrm{P}}\Gamma_0$。这里假设量子点跃迁与腔模共振，从而得到 Purcell因子 $F_{\mathrm{P}} = 4g^2/\kappa$，并引入了体材料辐射率 Γ_0。

2.1.2. 极化子表象中的相干散射与非相干散射我们关注声子耦合对量子点光学性质的影响，尤其是对散射光子相干性的影响。场的相干性由一阶关联函数 [46] $g^{(1)}(t,\ \tau) = \langle \hat{}E^{\dagger}(t+\tau)\ \hat{}E(t)\rangle$决定，其中 $\hat{}E(t)$ 是随时间变化的场算符。该量包含散射光子相干性的全部信息，例如可用于计算洪-欧-曼德尔干涉效应的可见度，从而确定光子不可区分性 [39, 55, 59]。对于此处考虑的连续波驱动，我们关注稳态相干性 $g^{(1)}(\tau) = \lim_{t\to\infty} g^{(1)}(t,\ \tau)$，它在极化子表象中可分为两部分：

$$g^{(1)}(\tau) = g^{(1)}_{\mathrm{opt}}(\tau) + g^{(1)}_{\mathrm{SB}}(\tau). \tag{13}$$

第一项贡献与纯光学过程有关，其形式为$g^{(1)}\mathrm{opt}(\tau) = B^2\lim_{t\to\infty}\langle\sigma^{\dagger}(t+\tau)\sigma(t)\rangle$，对应于发射光谱中的零声子线 [55]，可通过量子回归定理计算 [46]。在连续波驱动下，光学贡献还可进一步分为相干贡献和非相干贡献：相干散射定义为稳态 $g^{(1)}\ \mathrm{coh} = \lim_{\tau\to\infty} g^{(1)}\mathrm{opt}(\tau)$，而非相干散射则自然地表示为 $g^{(1)}\mathrm{inc}(\tau) = g^{(1)}\mathrm{opt}(\tau) - g^{(1)}\ \mathrm{coh}$。除了直接光学散射外，光子发射过程中还会发生声子的发射或吸收，从而形成一种称为声子边带的宽谱特征 [55]。这一过程可由 $g^{(1)}\ \mathrm{PSB}(\tau) = (\mathcal{G}(\tau) - B^2)g^{(1)}\ \mathrm{opt}(\tau)$描述，其中 $\mathcal{G}(\tau) = B^2\exp(\varphi(\tau))$为声子关联函数。随后可通过维纳-辛钦定理 [46]求得各项贡献对应的发射光谱：

$$S(\omega) = H(\omega)S_0(\omega) = H(\omega)\mathrm{Re}\left[\int_0^{\infty} g^{(1)}(\tau)e^{-i\omega\tau}\ \mathrm{d}\tau\right], \tag{14}$$

其中，$H(\omega) = 8\pi g^2\kappa/[(\omega - (\omega_{\mathrm{C}} - \omega_{\mathrm{X}}))^2 + (\kappa/2)^2]$ 为腔滤波函数 [39]。

为了与实验进行比较，我们关注发射到零声子线中以及经由相干散射通道 [37] 发射的光所占的比例。因此，我们考虑部分功率，其定义为与各发射通道相关的滤波光谱的积分

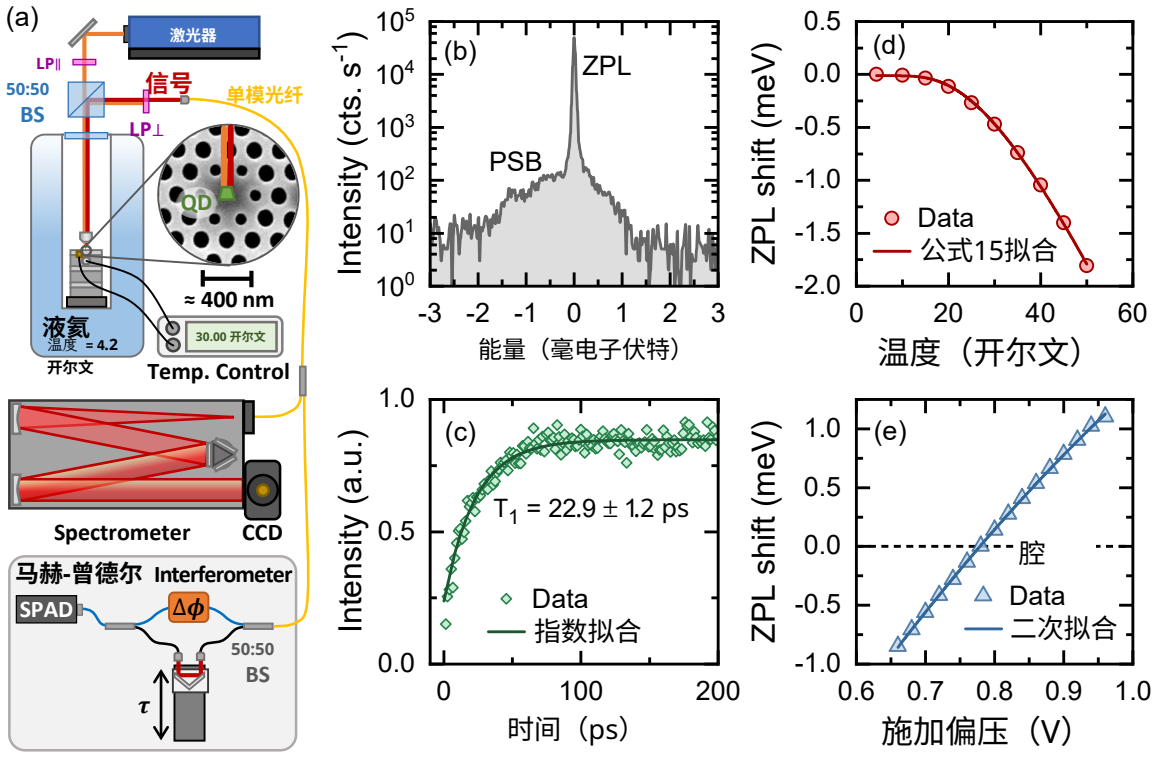

图 2. (a) 实验示意图：BS—分束器，CCD—电荷耦合器件（相机），LP—线性偏振片，其方向与输入激光的偏振方向平行（||）或垂直（⊥），SM—单模光纤，SPAD—单光子雪崩二极管，$\Delta\phi$ —相移，τ —光程差。(b) 4 K 下所研究的量子点-腔器件的实验对数-线性光谱，显示零声子线和声子边带。大失谐处的窄特征对应于微小的探测器背景波动，只有在对数尺度下才可见。(c) 泵浦-探测测量腔增强的量子点辐射寿命（绿色菱形），并用指数衰减拟合（实绿色线）。(d) 零声子线能量位移随温度变化的测量结果（红色圆圈），以及根据公式 15 进行的玻色-爱因斯坦模型拟合（实红线）。(e) 零声子线能量位移随施加于样品二极管的偏置电压变化的测量结果（蓝色三角形），以及二次函数拟合（实蓝线）。

，例如，经由声子边带的功率为$\mathcal{P}_{\mathrm{PSB}} = \int_{\infty}^{\infty} H(\omega) S_{\mathrm{SB}}(\omega)\, \mathrm{d}\omega$，其中 $S_{\mathrm{PSB}}(\omega) = \mathrm{Re}\left[\int_0^{\infty} g^{(1)}_{\text{声子边带}}(\tau) e^{-i\omega\tau}\, \mathrm{d}\tau\right]$。据此，我们可以将滤波后的零声子线占比定义为 $\mathcal{F}_{\mathrm{ZPL}} = \mathcal{P}_{\mathrm{opt}}/\mathcal{P}_{\mathrm{Tot}}$，其中 $\mathcal{P}_{\mathrm{Tot}} = \mathcal{P}_{\mathrm{opt}} + \mathcal{P}_{\mathrm{PSB}}$是发射的总功率。在没有腔进行任何光谱滤波的情况下，零声子线占比将简化为弗兰克-康登因子 $\mathcal{F}_{\mathrm{ZPL}} = B^2$。为了计算经由相干散射过程发射的光所占的比例，我们仅考虑通过零声子线发射的光子，因此 $\mathcal{F}_{\mathrm{coh}} = \mathcal{P}_{\mathrm{coh}}/\mathcal{P}_{\mathrm{opt}}$，其中 $\mathcal{P}_{\mathrm{coh}} = \pi H(0) g^{(1)}_{\text{相干}}$。

2.2. 样品表征

图2(a)展示了实验装置的示意图。样品由嵌入悬空的170 nm厚GaAs膜中的自组装InGaAs量子点组成。该膜包含n型和p型掺杂的GaAs层，以及AlGaAs隧穿势垒，形成p-i-n二极管，可利用量子限制斯塔克效应（QCSE）将量子点发射调谐数个毫电子伏特。通过电子束光刻和化学蚀刻等纳米加工技术，制备了H1光子晶体腔，其由空气孔晶格中的单个点缺陷构成（见图2(a)插图）。本文研究的器件包含量子点的中性激子态（$|X\rangle$），该激子态与共振H1光子晶体腔弱耦合，共振腔线宽为 $2\hbar\kappa = 2.51$ 毫电子伏特，并引起显著的珀塞尔增强。有关所研究样品和器件的更多细节，请参见文献 [10]。

样品位于液氦浴低温恒温器内，基底温度为 $T = 4.2$ K。样品架中配备的电阻加热器和经校准的温度传感器构成反馈回路，可将温度调节至最高 50 K。样品由可调谐单模激光器激发；使用正交偏振器将发射光与激光分离，在共振激发下可获得典型的 100:1 信号背景比。随后，通过光栅光谱仪在频域分析样品发射，或通过马赫-曾德尔干涉仪在时域进行分析，该干涉仪记录一阶关联函数的绝对值（$|g^{(1)}(\tau)|$）。时域测量的详细内容见第 2.3 节。

图 2(b) 显示了加热器关闭时所研究器件的典型光谱。在对数尺度下绘制时，可以清晰地看到窄的零声子线和宽阔、不对称的声子边带。为验证所研究量子点跃迁的珀塞尔增强寿命，按照参考文献 [10] 所述方法进行泵浦-探测测量，并在图 2(c) 中绘出零声子线强度随两个共振 π 脉冲间隔的变化。对这些数据进行指数拟合，得到 $T_1 = 22.9 \pm 1.2$ ps，与参考文献 [10] 中先前测得的 22.7 ± 0.9 ps 非常吻合；该数值对应的珀塞尔增强为 $F_P = 43$。

为初步探究该器件在高温下的行为，首先通过拟合温度依赖光谱来表征零声子线的红移。结果绘于图 2(d)，显示出典型的非线性行为：当超过某一活化能后，红移呈指数增长。数据与参考文献 [44, 45] 中推导的玻色-爱因斯坦型模型拟合结果非常吻合：

$$\Delta(T) = -SE_{ph}\left(\coth\left(\frac{E_{ph}}{2k_bT}\right) - 1\right), \tag{15}$$

其中，S 是无量纲耦合常数，双曲余切项描述了电子与能量为 E_{ph} 的声子之间的耦合。拟合得到的 $S = 0.6$ 和 $E_{ph} = 8.0$ 毫电子伏特与此前对 InGaAs量子点 的研究结果 [45] 相当。

为独立研究温度对腔-量子点系统发射特性的影响，有必要补偿量子点的红移

随 T升高而产生的红移，使腔与量子点保持共振并维持恒定的Purcell增强。为此，图2(e)展示了零声子线能量随施加于p-i-n二极管的偏置电压变化的曲线。我们观察到，能量随电压 [60] 呈现特征性的二次位移，总变化范围约为2毫电子伏特。由于在基准温度下，量子点-腔共振条件接近该范围的中心，因此随着温度升高，我们能够通过增加施加的电压来补偿超过1毫电子伏特的红移。

2.3. 实验方法

为了研究发射光子的相干性随温度的变化，我们采用与文献 [37] 中所述类似的方法，对一阶关联函数 $g^{(1)}(\tau)$ 进行时域测量。测量使用马赫-曾德尔干涉仪进行，如图 2(a) 所示。在每个时间点（τ），扫描两条干涉仪臂之间的相位（$\Delta\phi$），从而产生一组干涉条纹。随后根据以下公式评估这些条纹的对比度（v）：

$$v = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \tag{16}$$

通过使用广义峰值拟合程序，求出局部最大值（I_{max}）和最小值（I_{min}）处的强度。针对一系列 τ 重复这一过程，即可绘制 v 在整个光子波包持续时间内的演变情况。可分辨的最大对比度（定义为 $1-\epsilon$）受多种因素限制，包括第二个分束器处不理想的模式重叠、干涉仪臂之间不理想的偏振匹配以及探测器暗计数。因此，该值会随实验条件而变化，但约为 0.95。随后，可将测得的条纹可见度（v）随 τ 的变化关系通过 [37] 与 $g^{(1)}(\tau)$ 关联起来：

$$v(\tau) = (1-\epsilon)\frac{|g^{(1)}(\tau)|}{g^{(1)}(0)}, \tag{17}$$

这表明，在通过（$1-\epsilon$）项考虑干涉仪的不完美性后，v（τ）对应于归一化粗粒化一阶相关函数的绝对值。值得注意的是，与双光子干涉实验只能得到单一的不可区分性数值 [28–30, 42]，不同，这种方法能够根据真实和虚声子跃迁在 $g^{(1)}$（τ）中的不同特征时间尺度，分别解析它们的影响。

3. 结果

图 3(a、b)分别展示了温度为 15 K（a）和 30 K（b）时，条纹对比度随时间变化的测量示例。量子点、激光器和腔彼此共振；根据图 2(d、e)，随着施加偏压增大、温度升高，这一条件始终得以保持。这些测量等效于对光谱进行傅里叶变换，并呈现出三阶段动力学：首先是快速的

衰减，与实声子边带跃迁相关； [37], 随后是时间常数为 T_2 的指数衰减，对应零声子线的非相干辐射衰减；最后，在较长时间尺度上出现平台，这是由相干散射造成的。相干散射出的光子继承了激光器的相干时间 [61,62], ，该时间足够长，因此在此时间尺度上曲线呈平坦状。为提取极化子模型所需的声子参数，我们将 $T = 30\,\mathrm{K}$ 时 $g^{(1)}$ 函数的短时动力学拟合到第 2.1.2 节推导的完整关联函数。只关注 ≤ 10 ps 的时间范围，即可仅考虑实声子过程，并忽略任何虚退相干或光学衰减。这使我们能够对 $g^{(1)}$ 函数进行双参数拟合，从而提取电子-声子耦合强度 $\alpha = 0.046$ ps^2 和声子截止频率 $\nu_c = 1.35\,\mathrm{ps}^{-1}$。这些参数与此前针对同一器件独立提取的参数 [37] 高度一致，并用于下文所有其他理论曲线。

通过计算数据中各平台区的平均值（$100-500$ fs、 $5-10$ ps 和 $200-1000$ ps），即可得到各组分的振幅（A），如图 3(b) 中箭头所示。据此可直接求得零声子线占比：

$$\mathcal{F}_{\mathrm{ZPL}} = \frac{A_{inc} + A_{coh}}{A_{PSB} + A_{inc} + A_{coh}}. \tag{18}$$

图 3(c) 将 $\mathcal{F}_{\mathrm{ZPL}}$ 的理论预测与 $4-30$ 开尔文下完整实验数据集中的干涉条纹对比度测量结果进行了比较。在此范围内，由于高温下实声子跃迁的概率增加， $\mathcal{F}_{\mathrm{ZPL}}$ 几乎呈线性变化 [35], ，从 4 开尔文时的 0.94 ± 0.01 降至 30 开尔文时的 0.71 ± 0.01 。

虽然零声子线占比不随激发条件变化 [37, 38, 55], ，但相干占比对驱动强度（声子重整化拉比频率 - Ω_{R}）和发射器相干性 [63]都非常敏感：

$$\mathcal{F}_{coh} = \frac{A_{coh}}{A_{inc} + A_{coh}} = \frac{T_2}{2T_1}\frac{1}{1 + \Omega_{\mathrm{R}}^2 T_1 T_2}. \tag{19}$$

因此，式 19 表明，在保持 Ω_{R} 和 T_1 恒定的情况下，相干散射占比可作为探测量子点相干时间 T_2 的灵敏探针。通过上述方法，即利用温度补偿量子点红移（图 2(d)），再以增大施加偏压产生的等效蓝移（图 2(e)）进行平衡，使量子点与激光器和腔保持共振，从而将 T_1 保持在图 2(c) 中测得的 22.9 ps。与此同时，每次测量开始时，都会通过记录不同激发功率下的一系列莫洛三重态 [64]光谱来校准拉比频率。将莫洛旁峰分裂的一半（等于 Ω_{R}）对激光功率平方根（$P^{1/2}$）作图，即可通过线性拟合建立激光功率与拉比频率之间的关系。为借助较大的相干占比获得高灵敏度，全程使用拉比能量 $\hbar\Omega_{\mathrm{R}} = 5.11\ \mu\,\mathrm{eV}$。

采用这一方法，图 3(d) 展示了根据公式 19 计算的相干占比随温度的变化。虚线对应理论上的相干占比最大值 0.940 ± 0.007，该值通过在公式 19 右侧取 $T_2 = 2T_1$ 得出。实验值起始于 0.906 ± 0.014

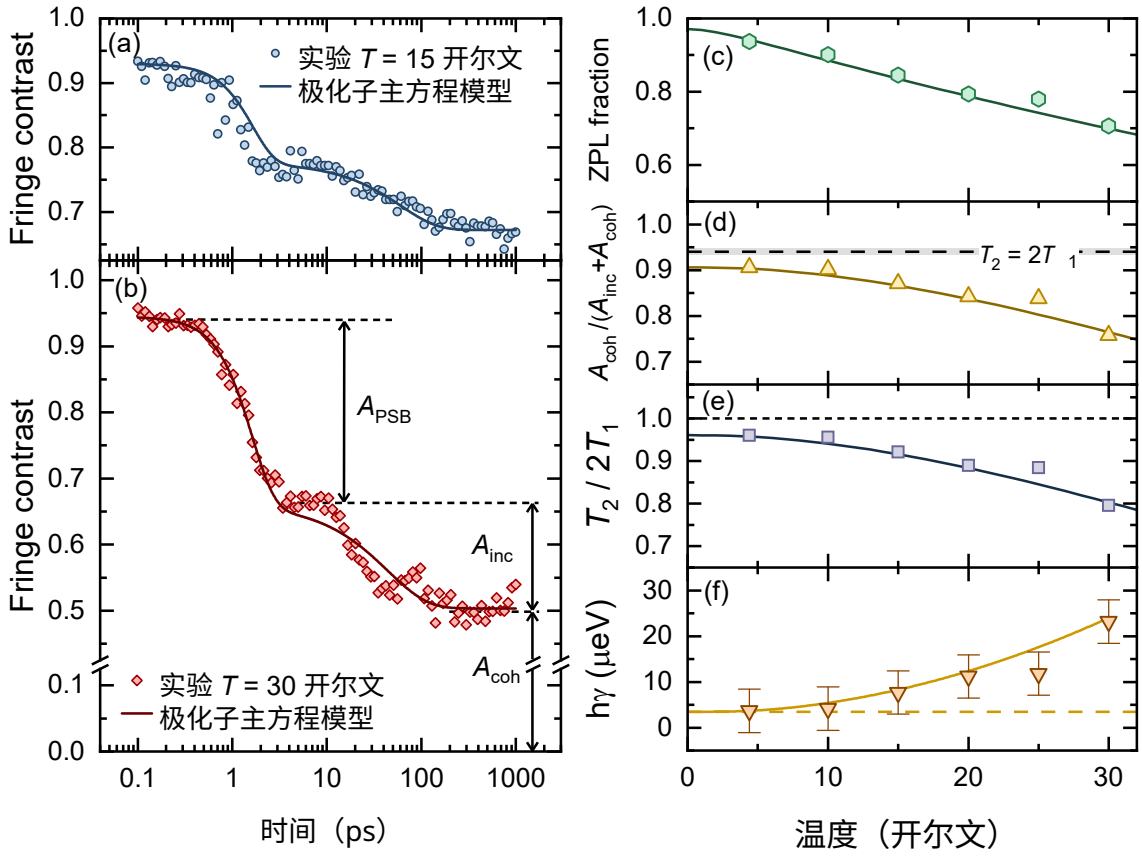

图3. (a-b) 温度分别为 (a) 15 和 (b) 30 开尔文时，一阶关联函数 ($g^{(1)}(\tau)$) 的实验条纹对比度测量。实线为极化子模型的结果，除用于拟合提取声子参数外，均采用独立测得的数值 $\alpha = 0.0446$ ps^2，$\nu_c = 1.35$ ps^{-1} 和 $\mu = 0.005293$ ps^2。(c-f) 从温度相关的$g^{(1)}(\tau)$)测量中提取的相干性度量：(c) 零声子线占比，(d) 相干占比，(e) $T_2/2T_1$ 和 (f) 纯退相干率 $h\gamma$ 随温度的变化，以及极化子模型的结果（实线）。(d、e) 中的虚线表示 $T_2 = 2T_1$ 的“理想”值，(d) 中的灰色阴影表示不确定性。(f) 中的虚线表示测量结果所暗示的微小额外非热纯退相干。对于所有未显示误差棒的数据，误差均与符号大小相当。

在 4 K 时，随着零声子线的退相干变得更加显著，到 30 K 时降至 0.758 ± 0.016 。虽然 4 K 时的数值并未完全达到变换极限，但我们指出，我们的测量技术对相干性的检验尤为严格，因为它对实验持续时间（秒）内发生的任何退相干都很敏感。此前大多数研究采用双光子干涉方法，排除了后续光子之间纳秒级间隔之外时间尺度上的任何过程 [28, 29, 42, 44]。在这类测量中延长时间尺度时，通常会观察到可见度略有衰减 [8], ，包括此前针对该样品进行的双光子干涉测量 [10]。这种效应可能源于电荷或自旋噪声 [40], ，这类现象也可能解释低温下观察到的轻微非热退相干

此处。

通过测量相干占比，现在可以重新整理式 19，得到

$$\frac{T_2}{2T_1} = \frac{\mathcal{F}_{coh}}{1 - 2\Omega_{\mathrm{R}}^2 T_1^2 \mathcal{F}_{coh}}. \tag{20}$$

将该方程与先前得到的 T_1、 $\mathcal{F}_{coh}$ 和 Ω_{R} 的数值结合使用，图 3(e) 展示了$T_2/2T_1$ 随温度的变化。在 4 开尔文时， $T_2/2T_1 = 0.961 \pm 0.014$，到 30 开尔文时降至 $T_2/2T_1 = 0.796 \pm 0.018$。随后，还可以利用式 1 提取纯退相干率 $\gamma = 1/T_2^*$，结果绘于图 3(f)。为了求得式 12 所述虚声子退相干的前因子 μ，我们对这些实验数据进行拟合，并加入一个额外的常数值（3.5 μ eV——图 3(f) 中的虚线），以描述图 3(d/e) 所暗示的微小非热退相干。拟合值为 $\mu = 0.00529$ ps²。

4. 讨论

在结果部分，我们测量了 4 - 30 开尔文范围内零声子线占比和零声子线相干性 ($T_2/2T_1$) 对温度的依赖关系。在这一范围内，零声子线占比几乎线性地从 0.937 降至 0.7，而 $T_2/2T_1$ 则从 0.961 降至 0.798，且随着 T升高，下降梯度增大。回顾公式 2，我们注意到， $T_2/2T_1$ 等同于通过零声子线发射的光子的不可区分性；在双光子干涉实验中，使用能够滤除声子边带组分的光谱滤波器即可测得这一数值。基于这一点，图4(a)比较了我们测得的 $T_2/2T_1$ 与 T 的零声子线不可区分性，以及此前相应的双光子干涉实验结果 ‡。Thoma 等人 [28] 和 Gerhardt 等人 [29] （在图4(a)中分别以灰色三角形和蓝色倒三角形表示）研究的是没有显著珀塞尔增强的量子点，因此，随着 T 升高，他们的 $T_2/2T_1$ 数值迅速低于本文测得的数值（绿色菱形），并不令人意外。作为比较，在 $T = 30$ 开尔文时，Thoma 等人 [28] 测得的 $T_2/2T_1 = 0.39$仅为本文测量值的一半。

与此同时，Grange 等人 [42] （红色圆点）测得，Purcell因子为 20 的量子点微柱系统在 9 - 18 开尔文范围内的数值介于 0.99 和 0.96 之间；相比之下，本文研究的器件的 Purcell因子为 43，温度范围为 4 - 30 开尔文。尽管由于温度范围小得多，难以直接比较，但 $T_2/2T_1$ 处的局部梯度似乎更低，尽管其 Purcell因子也更低，这表明参考文献 [42] 所用样品的零声子线热展宽可能低于本文研究的量子点。考虑到其他针对不同量子点样品的早期研究，我们还注意到，在 $T = 25$ 开尔文时， 11.8 μ eV 的退相干值

‡ 我们注意到，正如第3节中先前所讨论的，这类双光子干涉测量对较长时间尺度上可能发生的退相干过程并不敏感。因此，在图4中，为便于比较，我们绘出了极化子模型的两种结果：一种包含（浅绿色实线）在图3(d-f)中推断出的微弱非热纯退相干，另一种则不包含（深绿色实线）。

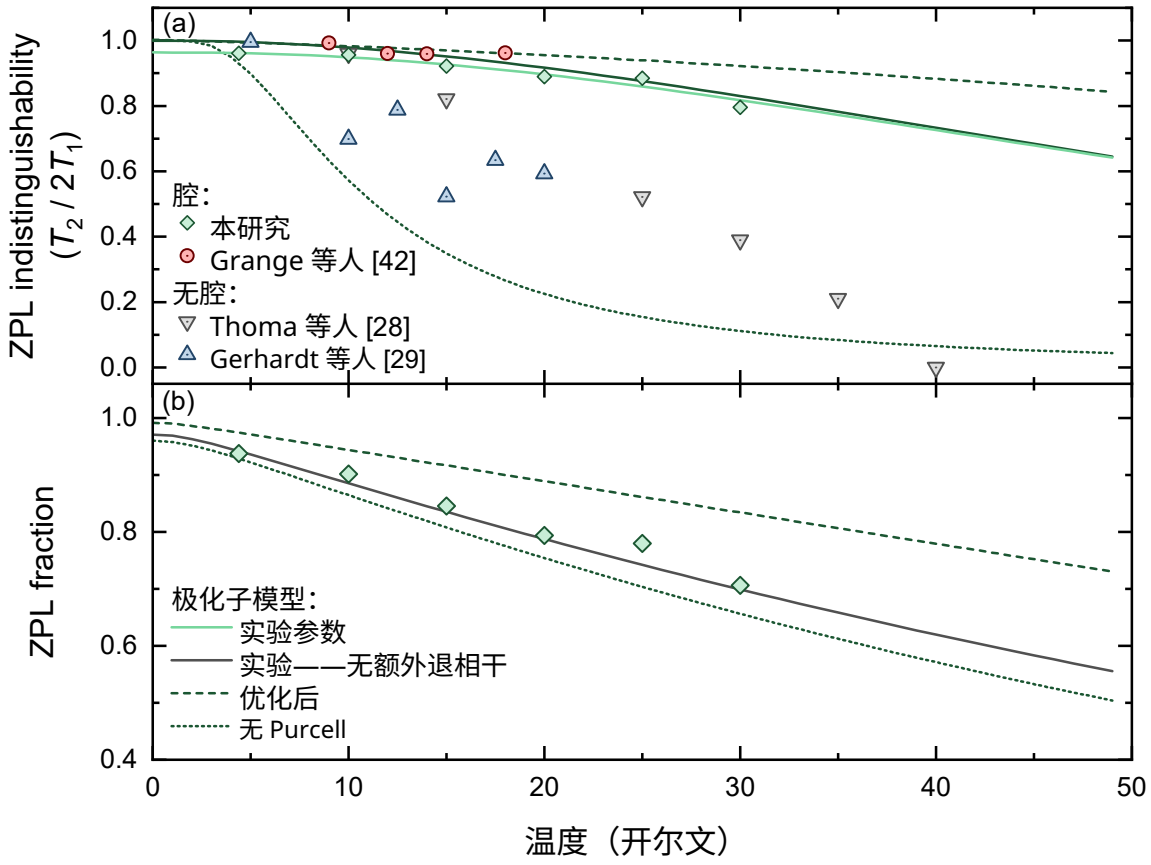

图4. 将本研究的（a）零声子线不可区分性（$T_2/2T_1$）和（b）零声子线占比（绿色菱形）与先前研究的结果（红色圆形、蓝色三角形和灰色倒三角形）以及极化子模型（曲线）进行比较。对于先前研究的结果，$T_2/2T_1$ 值等同于通过能够滤除声子边带的窄带光谱滤波器测得的双光子干涉可见度。如图3(c-f)所示，极化子模型对应浅绿色实线；深绿色实线采用相同的参数，但额外去除了非热退相干，以便进行比较。深绿色点线表示采用相同参数但不包含任何Purcell增强的极化子模型结果。深绿色虚线采用相同的声子参数，但降低 κ，从而将Purcell因子提高至 $F_P = 200$；该值经过选择，略低于强量子点-腔耦合的起始阈值。

在图3(f)中，显著大于先前在相同温度下的一项四波混频研究中测得的 ~ 4 μeV [27]，；而我们提取的 μ 则比参考文献 [30] 中双光子干涉实验所得的值大一个数量级。这些比较表明，不同量子点的热退相干速率存在显著差异。一种可能的解释来自理论热退相干率 $\gamma(T)$，其由公式12给出。该表达式同时包含截止频率 ν_c 和前因子 μ，后者随量子点能级间距变化。由于这两个量都取决于量子点尺寸和形状，不同样品间量子点几何结构的差异或可解释热退相干的显著变化。尽管详细考察量子点结构超出了本文的讨论范围，但这或许能提供

一个值得进一步研究的方向。

利用极化子模型（图4中的绿色实线）与实验结果高度吻合这一点，我们现在对另外两种情形进行建模：一种是优化后的量子点-腔器件，通过减小 κ 将 F_P 提高至200；另一种是不具备任何珀塞尔增强的裸量子点。这些模型采用拟合实验数据得到的量子点和声子参数，仅改变腔参数，并将所有非热退相干设为零。首先考虑没有珀塞尔增强的情形（图4中的绿色点线），我们注意到，在图4(a)中，零声子线相干性迅速下降，并在 $T = 30$ 开尔文时达到 $T_2/2T_1 = 0.11$ 。这说明了珀塞尔增强的重要性——我们的量子点-腔器件将这一数值提高了七倍以上。此外，值得注意的是，在没有珀塞尔增强的情况下，随着温度升高， $T_2/2T_1$ 下降的速度远快于文献 $[28, 29]$,中的无腔测量结果，这进一步表明，该量子点的内在热退相干率似乎显著高于以往研究。

同时，图4中的虚线展示了相同模型在优化后腔中的结果，其中通过减小 κ将 $F_P = 200$ 。选择该数值是为了使Purcell因子最大化，同时确保腔-量子点系统不会进入强耦合状态；在该状态下，光子相干性会开始再次降低 [39]。对于这些参数，与采用样品腔参数的模型相比，增强的珀塞尔增强显著提升了 $T_2/2T_1$ ： 在$T = 30$ 开尔文时，从0.83提高到0.92。随着温度升高，这一差异的幅度还会继续增大。考察发射到零声子线中的光所占比例（图4(b)）时，发现样品参数与“无Purcell”模型之间存在微小差异（30开尔文时为~ 0.04 ）。这是因为腔的光子谱密度（式8）根据式14消除了一部分声子边带贡献。该效应相对较小，因为腔的半线宽（κ）与声子截止频率 ν_c 相当。对于降低了 κ的优化后系统，由于腔线宽缩小了五倍，30开尔文时的零声子线占比显著从0.70提高到0.83。尽管直觉上似乎进一步降低 κ 会持续带来这种优势，但强量子点-腔耦合的出现最终会损害光子相干性，导致不可区分性与效率之间存在根本性的权衡 [39]。与图4(a)不同，由于双光子干涉测量难以单独分离声子边带贡献，因此无法轻易将零声子线占比与先前的研究进行比较。

5. 结论

总之，我们展示了一种量子点纳米腔器件，它利用显著的珀塞尔增强，在高温下实现了高光子相干性。我们基于时域测量一阶关联函数提出了新颖的实验方法，能够在单次测量中区分真实和虚声子介导跃迁的贡献。利用这一特性，在与紧凑型制冷机工作温度相适应的 30 开尔文下，

我们测得零声子线相干性为 $T_2/2T_1 = 0.80$ ，零声子线占比为 0.71；相比之下，在不存在珀塞尔增强时，我们的模型预测值为 $T_2/2T_1 = 0.11$ 。尽管所研究的量子点器件表现出比以往量子点研究中观察到的显著更强的热退相干，我们仍取得了这些实验结果；这一发现表明，量子点的尺寸和形状可能会影响声子退相干的程度。我们还基于极化子框架建立了理论模型，全面描述温度相关的声子过程，以重现我们的实验结果。理论与实验高度吻合，赋予了模型预测能力，使我们能够模拟优化后的腔-量子点器件；该器件在利用实验测得的参数全面考虑电子-声子过程的同时，可实现 $T_2/2T_1 = 0.92$，且零声子线占比为 0.83。

虽然不可区分性的要求因应用而异，但实验已成功证明，采用不可区分性处于 $0.5 - 0.7$ [65] 范围内的量子点光源，可以实现玻色子采样中的量子干涉现象。这表明，只要结合光谱滤波器去除部分声子边带，我们目前的器件甚至也能在 30 开尔文下进行此类实验。我们相信，此处开发的理论和实验方法有助于新一代腔-量子点量子光源的发展，使其满足新兴光学量子技术对光子相干性和 SWAP要求的要求。此外，只需针对不同材料中的声子相互作用特性作出一些调整，我们的方法便可轻松应用于其他新兴固态量子发射体系统，例如金刚石 [19], 硅 [20]和二维材料 [21]。

致谢

作者感谢 Edmund Clarke 和 Ben Royal 按照此前发表于参考文献 [10] 的方法，分别完成样品的生长和纳米加工。作者还感谢 Catherine Philips 为开发此前发表于参考文献 [37], 中的时域测量技术所作的贡献，并感谢 Mark Fox、Maksym Sich 和 Scott Dufferwiel 就量子点在紧凑型制冷机中的潜在运行方式进行了有益讨论。A.J.B. 衷心感谢英国工程与自然科学研究委员会（EPSRC）通过量子技术研究员计划 EP/W027909/1 和项目资助 EP/N031776/1 提供的支持，并感谢英格兰研究署通过国家生产力投资基金提供的支持。

参考文献

[1] Raussendorf R and Briegel H J 2001 《物理评论快报》**86**(22) 5188–5191[2] WaltherP,Resch K J, Rudolph T, SchenckE, Weinfurter H,VedralV, AspelmeyerM andZeilinger A 2005 *Nature* **434** 169–176[3] Rudolph T 2017*APL Photonics* **2** 030901[4] Munro W J, Stephens A M, Devitt S J, Harrison K A and Nemoto K 2012 《自然·光子学》**6**777–781

[5] Azuma K, Tamaki K and Lo H K 2015 《自然·通讯》 6 6787[6] Vajner D A, Rickert L, Gao T, Kaymazlar K and Heindel T 2022 《先进量子技术》 5 2100116[7] Giovannetti V, Lloyd S and Maccone L 2011 《自然·光子学》 5 222–229[8] Wang H, Duan Z C, Li Y H, Chen S, Li J P, He Y M, Chen M C, He Y, Ding X, Peng C Z, Schneider C, Kamp M, H¨ofling S, Lu C Y and Pan J W 2016 《物理评论快报》 116(21) 213601[9] Somaschi N, Giesz V, De Santis L, Loredo J C, Almeida M P, Hornecker G, Portalupi S L, Grange T, Anton C, Demory J, Gomez C, Sagnes I, Lanzillotti-Kimura N D, Lematre A, Auffeves A, White A G, Lanco L and Senellart P 2016 《自然·光子学》 10 340[10] Liu F, Brash A J, OHara J, Martins L M P P, Phillips C L, Coles R J, Royall B, Clarke E, Bentham C, Prtljaga N, Itskevich I E, Wilson L R, Skolnick M S and Fox A M 2018 《自然·纳米技术》 13 835–840 ISSN 1748-3395[11] Tomm N, Javadi A, Antoniadis N O, Najer D, L¨obl M C, Korsch A R, Schott R, Valentin S R, Wieck A D, Ludwig A et al. 2021 《自然·纳米技术》 16 399–403[12] Wang H, Qin J, Ding X, Chen M C, Chen S, You X, He Y M, Jiang X, You L, Wang Z, Schneider C, Renema J J, H¨ofling S, Lu C Y and Pan J W 2019 《物理评论快报》 123(25) 250503[13] Maring N, Fyrillas A, Pont M, Ivanov E, Stepanov P, Margaria N, Hease W, Pishchagin A, Au T H, Boissier S, Bertasi E, Baert A, Valdivia M, Billard M, Acar O, Brieussel A, Mezher R, Wein S C, Salavrakos A, Sinnott P, Fioretto D A, Emeriau P E, Belabas N, Mansfield S, Senellart P, Senellart J and Somaschi N 2023（预印本 arXiv:2306.00874）[14] Zopf M, Keil R, Chen Y, Yang J, Chen D, Ding F and Schmidt O G 2019 《物理评论快报》 123(16) 160502[15] Basset F B, Valeri M, Roccia E, Muredda V, Poderini D, Neuwirth J, Spagnolo N, Rota M B, Carvacho G, Sciarrino F and Trotta R 2021 《科学进展》 7 eabe6379[16] Cogan D, Su Z E, Kenneth O and Gershoni D 2023 《自然·光子学》 17 324–329[17] Coste N, Fioretto D, Belabas N, Wein S, Hilaire P, Frantzeskakis R, Gundin M, Goes B, Somaschi N, Morassi M et al. 2023 《自然·光子学》 1–6[18] Appel M H, Tiranov A, Pabst S, Chan M L, Starup C, Wang Y, Midolo L, Tiurev K, Scholz S, Wieck A D, Ludwig A, Sørensen A S and Lodahl P 2022 《物理评论快报》 128(23) 233602[19] Benedikter J, Kaupp H, H¨ummer T, Liang Y, Bommer A, Becher C, Krueger A, Smith J M, H¨ansch T W and Hunger D 2017 《物理评论应用》 7 024031[20] Redjem W, Zhiyenbayev Y, Qarony W, Ivanov V, Papapanos C, Liu W, Jhuria K, Balushi Z A, Dhuey S, Schwartzberg A et al. 2023 arXiv预印本 arXiv:2301.06654 [21] Parto K, Azzam S I, Lewis N, Patel S D, Umezawa S, Watanabe K, Taniguchi T and Moody G 2022 《纳米快报》 22 9748–9756[22]Schlehahn A, Kr¨uger L, Gschrey M, Schulze J H, Rodt S, Strittmatter A, Heindel T and Reitzenstein S 2015 《科学仪器评论》 86 ISSN 0034-6748 013113[23] Mirin R P 2004 《应用物理快报》 84 1260–1262 ISSN 0003-6951[24] Holmes M J, Kako S, Choi K, Arita M and Arakawa Y 2016 《ACS光子学》 3 543–546[25] Kolatschek S, Nawrath C, Bauer S, Huang J, Fischer J, Sittig R, Jetter M, Portalupi S L and Michler P 2021 《纳米快报》 21 7740–7745 ISSN 1530-6984[26] Laferri´ere P, Haffouz S, Northeast D B, Poole P J, Williams R L and Dalacu D 2023 《纳米快报》 23 962–968 ISSN 1530-6984[27] Muljarov E A and Zimmermann R 2004 《物理评论快报》 93(23) 237401[28] Thoma A, Schnauber P, Gschrey M, Seifried M, Wolters J, Schulze J H, Strittmatter A, Rodt S, Carmele A, Knorr A, Heindel T and Reitzenstein S 2016 《物理评论快报》 116(3) 033601[29] Gerhardt S, Iles-Smith J, McCutcheon D P S, He Y M, Unsleber S, Betzold S, Gregersen N, Mørk J, H¨ofling S and Schneider C 2018 《物理评论B辑》 97(19) 195432[30] Reigue A, Iles-Smith J, Lux F, Monniello L, Bernard M, Margaillan F, Lemaitre A, Martinez A, McCutcheon D P S, Mørk J, Hostein R and Voliotis V 2017 《物理评论快报》 118(23) 233602[31] F¨orstner J, Weber C, Danckwerts J and Knorr A 2003 《物理评论快报》 91(12) 127401

[32] Ramsay A J, Gopal A V, Gauger E M, Nazir A, Lovett B W, Fox A M and Skolnick M S 2010 《物理评论快报》104(1) 017402[33] L¨uker S, Kuhn T and Reiter D E 2017 《物理评论B辑》96(24) 245306[34] Reiter D E, Kuhn T and Axt V M 2019 《物理学进展：X》4 1655478[35] Denning E V, Iles-Smith J, Gregersen N and Mork J 2020 《光学材料快报》10 222–239[36] Quilter J H, Brash A J, Liu F, Gl¨assl M, Barth A M, Axt V M, Ramsay A J, Skolnick M S and Fox A M 2015 《物理评论快报》114(13) 137401[37] Brash A J, Iles-Smith J, Phillips C L, McCutcheon D P S, O'Hara J, Clarke E, Royall B, Wilson L R, Mørk J, Skolnick M S, Fox A M and Nazir A 2019 《物理评论快报》123(16) 167403[38] Koong Z X, Scerri D, Rambach M, Santana T S, Park S I, Song J D, Gauger E M and Gerardot B D 2019 《物理评论快报》123(16) 167402[39] Iles-Smith J, McCutcheon D P S, Nazir A and Mørk J 2017 《自然·光子学》11 521[40] Kuhlmann A V, Houel J, Ludwig A, Greuter L, Reuter D, Wieck A D, Poggio M and Warburton R J 2013 《自然·物理学》9 570[41] Gustin C and Hughes S 2018 《物理评论B辑》98(4) 045309[42] Grange T, Somaschi N, Ant´on C, De Santis L, Coppola G, Giesz V, Lemaˆıtre A, Sagnes I, Auff`eves A and Senellart P 2017 《物理评论快报》118(25) 253602[43]Jakubczyk T, Delmonte V, Fischbach S, Wigger D, Reiter D E, Mermillod Q, Schnauber P, Kaganskiy A, Schulze J H, Strittmatter A, Rodt S, Langbein W, Kuhn T, Reitzenstein S and Kasprzak J 2016 《ACS光子学》3 2461–2466[44] Ortner G, Schwab M, Bayer M, P¨assler R, Fafard S, Wasilewski Z, Hawrylak P and Forchel A 2005 《物理评论B辑》72(8) 085328[45] Kroner M, Weiss K M, Seidl S, Warburton R J, Badolato A, Petroff P M and Karrai K 2009 《固体物理现状（b）》246 795–798[46] Carmichael H 1999 量子光学中的统计方法 1：主方程和福克-普朗克方程, 第1卷（Springer Science & Business Media）[47] Mahan G D 2000 多粒子物理学（Springer Science & Business Media）[48] Nazir A and McCutcheon D P S 2016 《物理学杂志：凝聚态》28 103002[49] Tighineanu P, Dreeßen C L, Flindt C, Lodahl P and Sørensen A S 2018 《物理评论快报》120(25) 257401[50] Axt V M, Kuhn T, Vagov A and Peeters F M 2005 《物理评论B辑》72(12) 125309[51] McCutcheon D P S and Nazir A 2013 《物理评论快报》110(21) 217401[52] W¨urger A 1998 《物理评论B辑》57(1) 347–361[53] Wilson-Rae I and Imamo˘glu A 2002 《物理评论B辑》65(23) 235311[54] McCutcheon D P S and Nazir A 2010 《新物理学杂志》12 113042[55] Iles-Smith J, McCutcheon D P S, Mørk J and Nazir A 2017 《物理评论B辑》95(20) 201305(R)[56] Tighineanu P, Dreeßen C L, Flindt C, Lodahl P and Sørensen A S 2018 《物理评论快报》120(25) 257401[57] Roy-Choudhury K and Hughes S 2015 《Optica》2 434–437[58] Roy-Choudhury K and Hughes S 2015 《物理评论B辑》92(20) 205406[59] Kiraz A, Atat¨ure M and Imamo˘glu A 2004 《物理评论A辑》69(3) 032305[60] Fry P W, Itskevich I E, Mowbray D J, Skolnick M S, Finley J J, Barker J A, O'Reilly E P, Wilson L R, Larkin I A, Maksym P A, Hopkinson M, Al-Khafaji M, David J P R, Cullis A G, Hill G and Clark J C 2000 《物理评论快报》84(4) 733–736[61] Nguyen H S, Sallen G, Voisin C, Roussignol P, Diederichs C and Cassabois G 2011 《应用物理快报》99 261904 ISSN 00036951[62] Matthiesen C, Vamivakas A N and Atat¨ure M 2012 《物理评论快报》108(9) 093602[63]Cohen-Tannoudji C, Dupont-Roc J and Grynberg G 1998 原子-光子相互作用：基本过程与应用（Wiley-VCH）ISBN 0-471-29336-9[64] Ulhaq A, Weiler S, Ulrich S M, Roßbach R, Jetter M and Michler P 2012 《自然·光子学》6 238–242

[65] Loredo J C、Broome MA、Hilaire P、Gazzano O、Sagnes I、Lemaitre A、Almeida M P、Senellart P 和 White A G，2017，《物理评论快报》118(13)，130503