一种用于协调多机器人三维机器人建造的形式化模块综合方法

Marcelo Rosa[1], Jos´e E. R. Cury[2], 和 Fabio L. Baldissera[2]

arXiv:2512.16555v1 [cs.RO] 18 Dec 2025

摘要——本文研究多个机器人协同建造三维结构的问题。该问题涉及一组相互交互的移动机器人，它们旨在自主建造预定义三维结构。我们的方法基于监督控制理论，能够根据表示单个机器人的模型和目标结构的模型，综合出一个正确性由构造保证的反应式控制器，称为监督器。将该监督器复制给其他机器人后，所有机器人便可共同完成目标结构。

I. 引言

自然界一直是工程学、计算机科学和机器人学等领域开发新技术的灵感来源。特别值得一提的是集体建造系统：一群能力有限的个体通过自我组织来完成一项复杂任务，而单个个体很难甚至无法完成这项任务。自然界中可以观察到许多例子，例如海狸家族筑坝、蜜蜂群筑巢、蚂蚁筑蚁丘以及白蚁筑白蚁丘。尽管这些系统各不相同，但它们都有一个共同特征：不存在集中式控制 [1]。因此，可以说，这类合作系统中的协调本质上是去中心化的，并且在个体数量方面具有可扩展性。

集体建造系统启发了自主机器人系统的发展。这类系统虽然由一组简单的机器人组成，却能够建造多种结构，例如墙体和桥梁 [2]–[8]。尽管这些系统目前仍只能在受控环境中使用模拟真实材料的材料建造相对较小的结构，但人们预计，在发生自然灾害后，它们可能成为建造临时避难所或防护结构的可行替代方案 [9]。

在机器人建造领域，协调问题催生了新的研究 [10]–[12]和国际竞赛 [13]。这一问题的基本内容是：在一个由砖块构成的世界中，一组移动机器人拥有共同目标，即建造给定的三维结构。该结构由块体堆组成，必须由机器人搬运并重新排列。这个问题的目标是确定一种去中心化的机器人协调策略，它不仅能够随着机器人数量的增加而扩展，还具有许可性（即每个机器人中实现的局部控制器以反应式方式运行，只剔除违反某些规范的动作）。

本文[1], 提出一种基于监督控制理论（SCT） [15]的模块化控制器综合流程，用于解决三维多机器人建造问题。在我们的方法中，单个机器人的行为和三维目标结构均由自动机建模。随后，利用这些自动机综合出一个满足一组性质的反应式控制器，称为监督器。这组性质确保：若将综合得到的监督器复制给其他机器人，则所有机器人能够协同完成目标结构。在我们的控制框架中，每个机器人都有自己的监督器，用于观察其机器人执行的动作以及其他机器人添加砖块的情况，并针对每个观察到的事件提供一组可执行的后续动作。然后，机器人可以执行其中任意一个动作。

本文的贡献包括：(1) 提出一种系统且形式化的方法来建模机器人和结构；(2) 提出一种模块化方法，为机器人合成反应式控制器，确保所有机器人协同工作完成目标结构。该方法使我们能够根据表示机器人和结构的模型，为机器人合成一个正确性由构造保证的监督器；(3) 提出一种去中心化反应式控制方案，为机器人建造目标结构提供多条路径。

本文其余部分安排如下：第二节介绍三维多机器人建造问题。第三节概述解决方案。第四节详细介绍我们的方法，并给出确保三维多机器人建造问题得以解决的条件。最后，第五节总结全文。

II. 问题陈述

本节将对三维机器人建造问题进行形式化描述。在该问题中，一组移动机器人必须建造一个仅由一种类型砖块构成的三维结构。在陈述该问题之前，需要先给出一些定义。

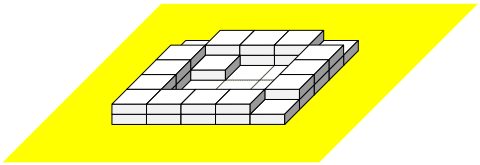
定义 1：三维结构 H 由函数$h_{\mathbf{H}}$ 建模： $\mathbb{N}\times\mathbb{N}\to\mathbb{N}$，该函数定义在有界闭域$\mathcal{D}$上，该域也称为施工现场。

$\mathcal{D}\subseteq\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ 的 $h_{\mathbf{H}}$ 表示必须建造结构的网格，而 $h_{\mathbf{H}}(x,y)$表示特定单元格（x,y）的高度，也就是其中堆叠的砖块数量

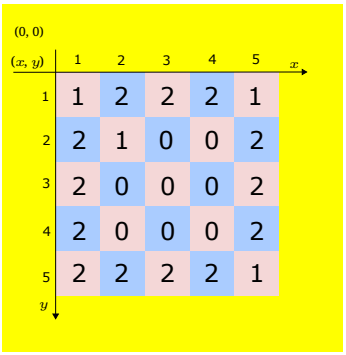
[1]Marcelo Rosa 任职于圣卡塔琳娜联邦大学，Florian´opolis，巴西marcelo.r.rosa@posgrad.ufsc.br[2]Jos´e E. R. Cury 和 Fabio L. Baldissera 任职于圣卡塔琳娜联邦大学自动化与系统工程系，Florian´opolis，巴西jose.cury, baldissera@ufsc.br

[1]本文是对 [14]中介绍的研究成果的一项应用。

。请注意，三维结构在空间中总是有边界的，并且假定所有砖块大小相同。图1展示了三维结构的数学表示。



(a) 结构 H



(b) 函数 $h_{\mathbf{H}}$

图1. (a) 由相同砖块组成的三维结构示例。(b) 用函数 $h_{\mathbf{H}}$ 对 (a) 中的三维结构进行另一种表示，其中二维网格中的每个单元格 (x, y) 显示堆叠在 (x, y) 上的砖块数量。(0, 0) 表示施工现场周围的区域。(x, y) 中的索引 x 和 y 分别表示网格中的列和行。本文按照此处所示的约定枚举单元格，即索引从上到下、从左到右递增。

我们用 $\mathcal{D}'$ 表示集合：结构 H 中砖块数量大于一个的所有单元格 $(x, y) \in \mathcal{D}$，即$h_{\mathbf{H}}(x, y) \geq 1$。

在施工现场有一组特殊的位置 $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{D}$，这些位置对应于机器人可以进入或离开施工现场的位置。此外，施工现场周围的区域由数对 (0,0) 标识，$h_S(0,0)$ 始终为零。

如果 $|x - x'| + |y - y'| = 1$，则称定义域 $\mathcal{D}$ 中的两个单元格 (x, y) 和 (x', y') 互为邻居。对于单元格 (x, y)，我们用 $\mathcal{N}_{x,y}$ 表示其所有相邻单元格的集合。我们进一步假设位置 (0, 0) 是所有入口和出口位置的邻居，即对于所有 $(x, y) \in \mathcal{E}$，$\mathcal{N}_{0,0} = \mathcal{E}$，且 $(0, 0) \in \mathcal{N}_{x,y}$。

现在，我们介绍用于根据各自能力建造结构的施工机器人。施工机器人能够：

- 每次从缓冲区取出一块砖块；
- 每当机器人位于与 (x, y) 高度相同的相邻单元格 (x', y') 时，就在 (x, y) 放下一块砖块 $\in \mathcal{N}_{x,\ y}$ 也就是说，$h_{\mathbf{H}}(x, y) = h_S(x', y')$；
- 每次移动一步，穿过相邻单元格 (x, y) 和 (x', y')，且满足 $|h_{St}(x, y) - h_{\mathbf{H}}(x', y')| \leq 1$，也就是说，机器人无法跨越高度超过一块砖的台阶。

考虑到将砖块放入宽度仅为一块砖的空间在机械操作上难度较大且需要很高的精度 [10]，，机器人无法将砖块卸载到单元格 (x, y) 中，若该单元格的高度 $h_{S_c}(x, y)$ 满足以下任一条件：a)$h_{\mathbf{H}}(x, y) < h_{\mathbf{H}}(x - 1, y)$ 且 $h_{\mathbf{H}}(x, y) < h_{S_c}(x + 1, y)$；或 b) $h_{\mathbf{H}}(x, y) < h_{\mathbf{H}}(x, y - 1)$ 且 $h_{\mathbf{H}}(x, y) < h_{\mathbf{H}}(x, y + 1)$。图 2 展示了这一规范。

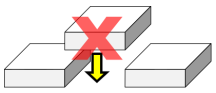


图 2. 机器人无法在其他砖块中间放下一块砖块。

在我们的方法中，假设：
(A1) 建造场地外有无限供应的砖块缓冲区；(A2) 机器人动作——移动、取砖块和放置砖块——是可控制且可观测的，也就是说，机器人控制系统既能阻止这些动作发生，也能检测到它们何时发生；(A3) 存在一个通信信道，使机器人能够彼此交换消息，具体如下：a) 每当机器人在网格位置 (x, y) 放下一块砖块时，它就会向其他机器人广播这一信息；b) 当机器人打算在 (x, y) 放下一块砖块时，它会向其他机器人请求许可。

(A4) 碰撞规避由底层控制器实现，即机器人配备了一种机制，可防止其进入被其他机器人占据的单元格，或在这样的单元格上放置砖块。一般而言，网格大小远大于正在作业的机器人数量，因此机器人有相当大的空间进行移动以避免碰撞。

请注意，这些假设并未预先对结构的形状施加任何限制。正如我们接下来将要论证的，与文献中的其他方法相比，这一事实使得可建造的结构种类更加广泛。例如，图1所示的结构 H 是可行的，但无法使用 [10]，[11]，中提出的方法建造，因为这些方法假设最终结构必须是可遍历的，也就是说，对于每个位置，都必须存在一条从 (0,0) 出发并到达该位置的闭合路径[2]，且除 (0,0) 外，路径上的任何位置都不会被重复经过。

为协调机器人的动作，假设每个机器人都配备了一个称为监督器的反应式控制器。该控制器以机器人自身执行的动作以及其他机器人导致的结构变化（添加砖块）作为输入，然后确定其所控制机器人接下来可执行的动作集。每当出现新的输入后，该集合都会更新。随后，机器人可以选择该集合中的任一动作执行，这一特性与许可型监督器相关。监督器的许可性允许采用特定的标准

[2]闭合路径是一系列位置 $l_0, l_1, \cdots, l_n, l_0$，它们始于并终于 l_0，且相邻位置互为邻居。

来确定在监督器允许执行的动作中，机器人将执行哪一个动作。无论决策时采用何种标准，监督器都能确保结构在不违反任何控制约束的情况下完成。本文重点研究监督器的综合，而不讨论这些（低层次的）标准。

最后，我们将三维多机器人建造问题表述如下。

问题 1：给定目标三维结构 H、一组建造机器人以及假设 (A1)-(A4)，求解（若存在）每个机器人的一个监督器，使得：

a) 对所有 $(x, y) \in \mathcal{D}$，H 均由初始配置 H_0, with$h_{\mathbf{H}_0}(x, y) = 0$ 获得；b) 所有机器人均满足其行为约束；以及 c) 所有机器人最终均位于施工现场之外。

III. 解决方案概述

我们解决问题 1 的方法由以下步骤组成：

(i) 结构：获得一个非阻塞有限自动机 $T = (Q_T, \Sigma_T, \delta_T, q_T^0, Q_T^m)$，其状态对应于由目标结构 H 界定的所有可行中间结构，状态转移对应于某个机器人执行的可能的添加砖块动作，事件 $\tau^{x,\,y} \in \Sigma_T$，其中 $x \in X$ 和 $y \in Y$。事件 $\tau^{x,\,y}$ 表示某个机器人在单元格 (x, y) 上添加了一个砖块。对于来自 T 的每个状态 H_k，在单元格 (x, y) 上添加额外砖块的动作，事件 $\tau^{x,\,y}$，仅当

a) 至少存在一个与 (x, y) 高度相同的相邻单元格 $(x', y') \in \mathcal{N}_{x,\,y}$；b) 对于任意两个相邻单元格 (x', y')、$(x'', y'') \in \mathcal{N}_{x,\,y}$，若 $x' = x'' = x$ 或 $y' = y'' = y$，则它们中至少有一个的高度必须与 (x, y) 相同或低于它；c) 单元格 (x, y) 尚未达到其期望高度。

请注意，上述条件仅考虑结构本身的状态，因此，T模型独立于机器人数量及其状态（当前位置和负载）。图3展示了图1中结构 H 的自动机 T 的一部分。

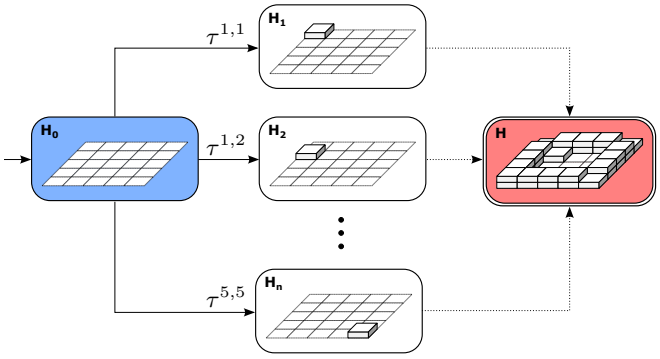


图3. 图1中结构 H 的自动机 T 的一部分。本文约定，初始状态（蓝色状态）在图中用一条空心单箭头表示，标记状态（红色状态）用双线表示。虚线箭头概括了状态和变迁序列。

（ii）机器人：构造一个有限自动机 $R_i = (Q_{R_i}, \Sigma_{R_i}, \delta_{R_i}, q_{R_i}^0, Q_{R_i}^m)$，其具有 $i \in \mathcal{I} = \{1, \ldots, n\}$，用于根据机器人的原始动作及攀爬、添加和负载限制等硬件限制，对机器人 R_i 的行为进行建模。Σ_{R_i} 是互不相交的子集 $\Sigma_{R_i}^{un}$ 和$\Sigma_{R_i}^{loc}$的并集，分别包含卸载事件和局部事件。卸载事件集合定义为$\Sigma_{R_i}^{un} = \{\tau_i^{x,y} \mid (x, y) \in \mathcal{D}'\}$，其中 $\tau^{x,\,}{}_{i}{}^{\,y}$ 表示机器人 R_i 在 (x, y) 处卸下了一块砖。相反，$\Sigma_{R_i}^{loc}$包含表示 R_i的移动和装载动作的事件。

(iii) 模块化综合：计算监督器 $\mathcal{S}_i$ =Synt($T_i \| R_i$)，其中 $i \in \mathcal{I}$，$T_i \| R_i$ 表示自动机 T_i 和 R_i的同步积[3]，而 T_i 是机器人 R_i对应的 T 的展开局部版本，其中每个标记为事件 $\tau^{x,\,y}$ 的变迁都会替换为一组分别标记为事件 $\tau^{x,\,}{}_{i}{}^{\,y}$ 和 $\tau^{x,\,}{}_{Other}^{\,y}$的变迁。(iv) 复制监督器：为所有 $\mathcal{S}_j$复制 $\mathcal{S}_i$，其中$j \neq i$。为此，只需将事件 $\tau^{x,\,}{}_{i}{}^{\,y} \in \Sigma_{R_i}^{un}$和 $\sigma_i \in \Sigma_{R_i}^{loc}$中的索引 i 替换为 j。

在我们的模块化综合中，Synt 是一个迭代过程，它会从自动机 $T_i \| R_i$ 中移除不可共达的状态，也就是说，不会导向标记状态的状态。此外，Synt 还确保满足两项额外性质：任务观察器和完全互惠。实际上，正如第四节将要展示的，这两项性质可确保机器人的联合受控行为是非阻塞的，并会导向目标结构 H。因此，Synt 会生成一个由自动机 $\mathcal{S}_i$ 表示的监督器，该监督器与 R_i并行运行，并在事件序列发生后，通过禁用 R_i 中当前在 $\mathcal{S}_i$ 中不可执行的可执行事件来发挥作用。此外，$\mathcal{S}_i$ 还可能禁用其他机器人的卸载事件（事件 $\tau^{x}{}_{Other}^{\,y}$）。若要有效禁用由 $\mathcal{S}_i$禁用的事件 $\tau^{x}{}_{Other}^{\,y}$，则必须能够将这一禁用信息传递给其他监督器。$\mathcal{S}_i$ 的标记状态表示结构 H 已完成，且机器人 i 位于 (0, 0)。

IV. 求解三维多机器人建造问题

本节将说明，如果为机器人 R_i 设计的监督器 $\mathcal{S}_i$满足非阻塞、任务观察器和完全互惠性质，那么监督器的联合动作就是非阻塞的；也就是说，所有机器人共同完成目标结构，并且全部返回结构外部。为此，我们将介绍如何构建和使用 T_i 和 R_i 模型来综合监督器 $\mathcal{S}_i$。

A. 结构

此处的目的是构建自动机 T_i。为此，我们使用两个带变量扩展自动机 [17]–[19],G^1 和 G^2。G^1 存储有关

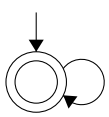
[3]两个自动机之间的共享事件以步调一致的方式同步，而其他事件则交错发生 [16]。

正在构建的结构的信息，并描述任意机器人可能引起的结构变化，而 G^2 则定义目标结构。需要强调的是， G^1 和 G^2 是依赖于网格大小以及每个单元格最终高度（ x 、 y ）的模板。因此， T_i 可通过 trim($G^1 \| G^2$) 得到，其中 trim 是一个函数，用于移除（$G^1 \| G^2$） [16] 中所有不可达或不可共达的状态。

由于 G^1 的目标是维护有关结构当前配置的信息，因此我们为网格中的每个位置（x， y）定义一个变量$h_{x,y}$ 用于存储位置（x， y）处当前的砖块数量。变量$h_{x,y}$ 的更新与事件 $\tau^{x,y}_{i}$和 $\tau^{x,y}_{Other}$的发生相关联，因此每当事件 $\tau^{x,y}_{i}$ 或 $\tau^{x,y}_{Other}$ 发生时， h_{ij} 的当前值就会增加 1。如第三节所述，在单元格（x， y）上添加额外砖块只能在满足某些条件的情况下进行。首先，我们分别通过守卫条件对条件 a) 和 b) 进行建模

- $g_a = \exists(x', y') \in \mathcal{N}_{x,y} \mid h_{x',y'} = h_{x,y}$ and
- $g_b = \exists(x', y'), (x'', y'') \in \mathcal{N}_{x,y} \mid (h_{x,y} \geq h_{x',y'} \vee h_{x,y} \geq h_{x'',y''}) \wedge (x' = x'' = x \oplus x' = x'' = x)$,

其中， g_a 指的是至少存在一个相邻单元格（x'， y'）$\in \mathcal{N}_{x,y}$其高度与（x， y）相同；而g_b 指的是，与（x， y）处于同一行或同一列的两个相邻单元格中，至少有一个单元格的高度必须小于或等于 $h_{x,y}$。图 4 展示了 G^1 ，该模型根据守卫条件 g_a 和 g_b对变量 $h_{x,y}$ 进行更新。



$\tau_i^{x,y}, \tau_{Other}^{x,y} : g_a \wedge g_b$
$h_{x,y} := h_{x,y} + 1$

图4. G^1 变量 $h_{x,y}$的更新模型。守卫条件 g_a 由布尔值函数 $\exists(x', y') \in \mathcal{N}_{x,y} \mid h_{x',y'} = h_{x,y}$给出，而 g_b $\exists x' y', x'' y'' \in \mathcal{N}_{x\,y} \mid h_{x\,y} \geq h_{x'\,y'} \vee h_{x\,y} \geq$由 (,) $h_{x''}$ $\wedge x' = x'' = x \oplus x' = x'' = y$ (,) , (,,,,y'') ( ) 给出。只有当 $g_a \wedge g_b$ 被求值为真时，涉及 $\tau^{x,y}_{i}$ 或 $\tau^{x,y}_{Other}$ 的变迁才能发生；变迁发生时， G^1 改变状态，同时 $h_{x,y}$ 的值增加1。

接下来需要对 $G^2 = \|_{(x,y) \in \mathcal{D}'} G^2_{x,y}$ 进行建模，它定义了目标三维结构 H。为此，我们利用与标记状态相关联的已完成任务这一思想来定义 H，使得每个位置 (x, y) 都具有一个扩展自动机 $G^2_{x,y}$。因此，每当 (x, y) 达到目标高度 $h_{\mathbf{H}}(x, y)$ 时，其相应的扩展自动机 $G^2_{x,y}$ 将处于标记状态。图5展示了 $G^2_{x,y}$。

我们注意到， G^1 和 G^2 的状态标记方式经过了选择，因此当 H 完成时， G^1 和 G^2 都处于标记状态。此外， $T_i =$ trim($G^1 \| G^2$) 中的每个状态都可以与一个中间结构 H_k相关联。

B. 机器人

现在，我们考虑如何对施工机器人 的行为进行建模。类似于 T_i， R_i 可以通过模块化方式获得，即组合扩展自动机 G^3、.....、 G^7，这些自动机分别表示其行为的特定方面。在我们的方法中，我们认为机器人每次沿以下某个方向前进一个单元格：东（事件 e_i）、西（事件 w_i）、北（事件 n_i）和南

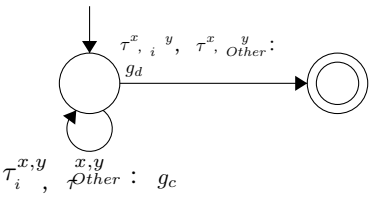


图5. $G^2_{x,y}$的模板，其中 $g_c := h_{x,y} < h_{\mathbf{H}}(x, y) - 1$ 和$g_d := h_{x,y} = h_{\mathbf{H}}(x, y) - 1$。注意，只要$(x, y)$处的高度等于 $h_{\mathbf{H}}(i, j) - 1$，就可以触发$G^2_{x,y}$ 向标记状态的变迁。在这种情况下，如果机器人 R_i 或另一个机器人在(x, y)上再堆叠一块砖，触发事件 $\tau^{x,y}_{i}$ 和 $\tau^{x,y}_{Other}$，那么(x, y)处就会达到目标高度，且$G^2_{x,y}$ 会进入标记状态。

（事件 s_i）。此外，我们定义了其他移动：通过入口单元格（x、y） $\in \mathcal{E}$（事件 $in^{x,y}_{i}$）进入施工现场，以及离开施工现场（事件 out_i）。为了存储机器人在网格中的当前位置，我们使用变量 ˆx（表示列）和 ˆy（表示行），其取值域分别为 D(ˆx) $= \{0, \cdots, n_x\}$ 和 D(ˆy) $= \{0, \cdots, n_y\}$。机器人从网格外开始，即位于位置（0, 0），变量 ˆx 和 ˆy 的初始值均设为 0。启动后，机器人可能执行的动作是从缓冲区拾取一个砖块（事件 p_i），然后移动到入口单元格（x、y） $\in \mathcal{E}$ （事件 $in_{x,y}$）。当机器人在单元格（ˆx,ˆy）装载砖块时，它可以将砖块放置在其某个相邻单元格（x、y）$\in \mathcal{N}_{\hat{x},\hat{y}}$上（事件 $\tau^{x,y}_{i}$）。相应地，与上述机器人动作相关联的事件集为 $\Sigma_i^{un} = \{\tau_i^{x,y} \mid (x、y) \in \mathcal{D}'\}$ 和 $\Sigma_i^{loc} = \{e_i, w_i, n_i, s_i, in_i^{x,y}, out_i, p_i\}$，其中 $in^{x,y}_{i}$ 针对每个单元格（x、y） $\in \mathcal{E}$进行实例化。机器人导航和装载过程由 G_3 建模，如图6所示；而图7中的 G_4 则表示这样一个事实：机器人只有在从位于（0, 0）的缓冲区拾取砖块（事件 p_i）后，才能将砖块堆放在（x、y）上，事件 $\tau^{x,y}_{i}$。

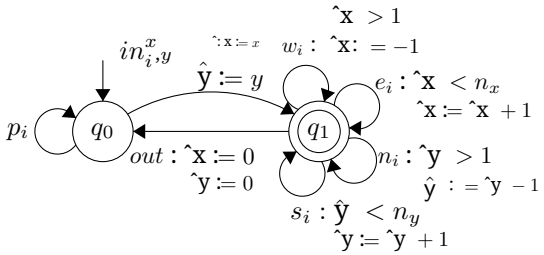


图6. G^3 对机器人 R_i的导航和装载进行建模。状态 q_0 和q_1 分别表示“机器人在网格外”和“机器人在网格内”。状态 q_0 被选为标记状态。以与事件 e_i （向东移动）相关的变迁为例：只有当机器人位于不处于网格侧边界的单元格上时，该变迁才会发生（守卫条件 ˆx $< n_x$）；发生时，ˆx 变量的值加一（动作 ˆx := ˆx + 1）。事件“out”的守卫条件 g_1 由原子命题 (ˆx, ˆy) $\in \mathcal{E}$给出。

鉴于机器人的攀爬限制，我们根据图 8 构建 G^5和 G^6 ，以防止机器人 i 尝试攀爬或下行超过一级的台阶。

例如，假设机器人位于位置 (ˆx, ˆy)，高度为 $h_{\hat{x},\hat{y}} = 1$，其邻居位于 (ˆx + 1, ˆy) 和 (ˆx, ˆy + 1)，且分别具有 $h_{(x+1),\hat{y}} = 3$ 和 $h_{\hat{x},(\hat{y}+1)} = 2$。那么，在这个

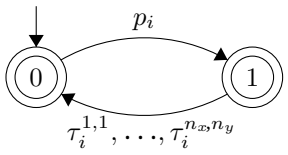
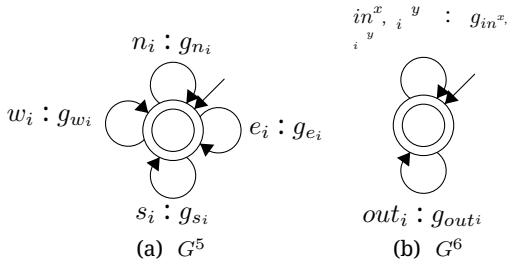


图7. G^4 对以下事实进行建模：机器人 i只能在从缓冲区取出砖块（事件 p）后，才能将砖块卸载到指定的单元格（x,y）上（事件 $\tau^{x,\ i\ y}$）。此外，它还对机器人的装载能力进行建模，因为事件 p 发生后，只有当任意 $\tau^{x,\ i\ y}$ 发生时，才可以再次执行该操作。



(a) G^5 (b) G^6

图 8. G^5 和 G^6 对以下限制进行建模：若$|h_{\hat{x},\ \hat{y}} - h_{x,\ y}| > 1$，则位于 (ˆx, ˆy) 的机器人 R_i 无法前往相邻单元格 (x,y)。守卫条件 g_{e_i}、g_{w_i}、g_{n_i} 和g_{s_i}由 $\bigvee\ (($ $x = \hat{x} \wedge y = \hat{y}) \wedge |h_{\hat{x},\ \hat{y}} - h_{x,\ y}| \leq 1)$给出，其中 $x\forall\ (x,y)$ 和 x 取以下值：a) 对于 g_{e_i}，$x = \hat{x}$和 $y = \hat{y} + 1$；b) 对于 g_{w_i}，$x = \hat{x}$和 $y = \hat{y} - 1$；c) 对于 g_{n_i}，$x = \hat{x} - 1$ 且$y = \hat{y}$；最后，d) 对于 g_{s_i}，$x = \hat{x} + 1$ 且 $y = \hat{y}$。守卫条件$g_{in^{x,\ i\ y}_{\ \ y}}$ 由 $(\hat{x} = 0 \wedge \hat{y} = 0) \wedge h_{x,\ y} \leq 1$给出，而 g_{out_i} 由$\bigvee\ (\ (\hat{x} = x \wedge \hat{y} = y) \wedge h_{\mathbf{x},\ \mathbf{y}} \leq 1)$ 给出。$\forall\ (x,y) \in \mathcal{E}$

情况下，机器人不会移动到 $(x+1, \hat{y})$（事件 e_i），而移动到 $(x, \hat{y}+1)$ 则是允许的（事件 s_i）。

G^7（见图 9）对以下事实进行建模：位于 (ˆx,ˆy) 的机器人只能在相邻单元格 (x,y) 上放置砖块，该单元格的高度必须与机器人所在单元格的高度相同，即 $h_{\hat{x},\ \hat{y}} = h_{x,\ y}$。

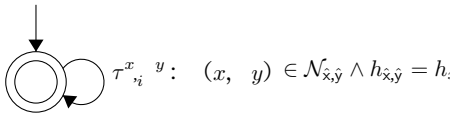


图 9. G^7 对以下限制进行建模：位于 (ˆx, ˆy) 的机器人 i可以将砖块卸载到其邻居 (x,y) 中的一个单元格，该单元格的高度相同。

最后，机器人 R_i 的行为由并行组合 $R_i = G_3 \| \ldots \| G_7$ 给出。注意，R_i 在网格外时会达到标记状态。

C. 模块化综合

与 [15], 提出的传统监督器综合过程类似，我们的模块化综合方法从一个自动机 $K_i = T_i \| R_i$开始，该自动机表示在结构 T_i约束下 R_i 所需的行为，并计算其一个子自动机 K_i，该子自动机具有可达性、任务观察器和完全互惠这三种性质。随后，使用该子自动机来实现 $\mathcal{S}_i$。这三种性质以及我们的综合过程，已在 [14], 中以更一般的多智能体系统协调背景进行了形式化描述。下面我们从机器人建造问题的角度，描述可达性、任务观察器和完全互惠这几种性质：

(P1) 可达性：从任意中间结构 H_k出发，至少存在一系列砌砖操作能够形成目标结构 H。该系列操作可以由 R_i 与其他机器人协同完成。此外，当 H 建成后，机器人 R_i 能够从其当前位置离开网格；

（P2）任务观察器：对于任意两个连续结构 H_k和 $\mathrm{H}_{k'}$，机器人 R_i 必须始终处于这样的情形：

> a) 添加砖块：它可以移动到某个单元格，在该单元格中将砖块附着到 H_k，从而形成 $\mathrm{H}_{k'}$；b) 向其他机器人授予许可：如果其他机器人可以将砖块放置在 H_k 中，从而形成 $\mathrm{H}_{k'}$，那么R_i 必须能够移动到某个位置，在该位置向其他机器人授予执行该操作的许可；

（P3）完全互惠：在给定的中间结构 H_k 中，机器人 R_i 能够将砖块放置在（x，y）上的某种情形，当且仅当至少存在一种情形，使机器人 R_i 允许其他机器人将砖块放置在（x，y）上。

D. 求解三维结构多机器人建造问题的充分条件

现在，我们给出监督器联合动作非阻塞的充分条件。该条件是在建造问题的背景下阐述的，但它是 [14] 中所描述的更一般情形的一个实例。

定理1（*[14]*）：给定一组施工机器人$\{R_1, \ldots, R_n\}$及其各自的监督器 $\{\mathcal{S}_1, \ldots, \mathcal{S}_n\}$，如果 $\mathcal{S}_i$、$i \in \{1, \ldots, n\}$是非阻塞的、任务观察器且完全互惠的，那么 $\mathcal{S}_1$、.....、$\mathcal{S}_n$ 的联合动作是非阻塞的。

E. 示例

现在，我们通过一个示例来说明我们的方法。在该示例中，我们考虑机器人 R_1 和 R_2 必须构建图1所示的目标结构 H。

因此，按照第IV-A节和第IV-B节中的描述，构造用于结构 H 的 T_1 和 R_1，其 $\mathcal{E} = \{(1,1),(1,5),(5,1),(5,5)\}$。在该示例中，只有任务观察器性质在 $K_1 = T_1 \| R_1$中不成立。对于图10中从状态 (1) 出发的结构 $\mathrm{H}_{k'}$，该性质不成立。这是因为当机器人 R_1 处于状态 (1) 时，R_1 无法将最后一块砖放置在 (2,2) 上。对于 K_1中的其他状态，也会发生同样的情况；这些状态之间的唯一区别是 R_1的当前位置。然而，当机器人 R_1 处于状态 (4) 时，它可以在 (2,2) 上放置一块砖。因此，在这种情况下，我们的综合方法会从 K_1中剪除状态 (1) 及与之相似的状态。结果，R_1被禁止在所有通向 $\mathrm{H}_{k'}$的中间 H_k 中附加砖块。由于从 K_1 中消除一个状态可能会改变另一个状态的性质，因此可能需要多次迭代，Synt(K_1)过程才能收敛到最终的自动机 $\mathcal{S}_1$。我们指出，状态 (2)、(3)、(4) 和 (5) 在 $\mathcal{S}_1$中得以保留。

要从 $\mathcal{S}_1$ 获得 $\mathcal{S}_2$，我们将 $\mathcal{S}_1$ 中每个变迁的事件 n_1、e_1、s_1、w_1、p_1、$in^{x,\ 1\ y}$、out_i 和 $\tau^i_{x,\ y}$ 中的索引 1 替换为 2。例如，事件 n_1、e_1、s_1、w_1 和

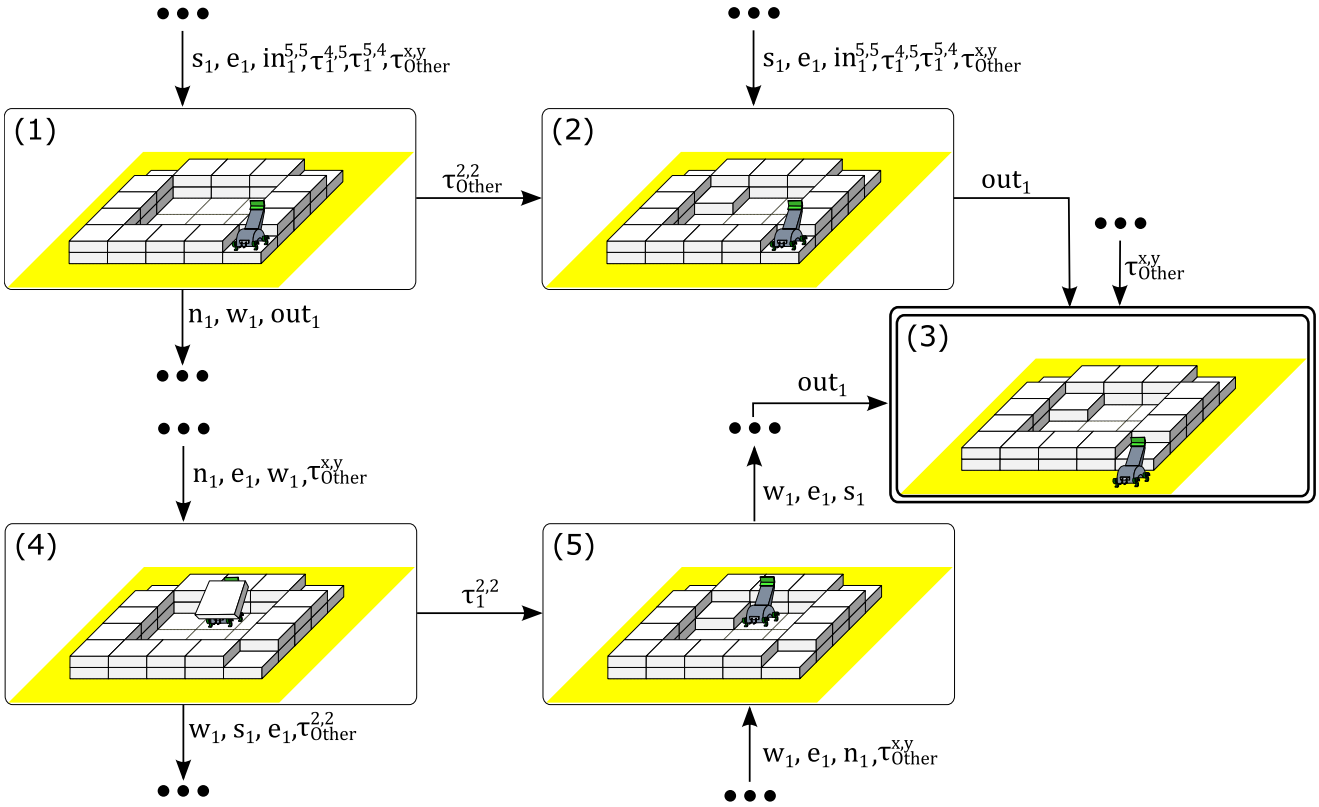


图10。 自动机 K_1的一部分。Th 三个点表示状态和变迁序列。箭头表示变迁，而标签 on 它们表示事件。

$\tau_{2,\ 2}^{1}$从与状态 (4)（图10）相连的变迁中替换为 n_2、e_2、s_2、w_2 和 $\tau^{2,\ 22}$。

图11展示了机器人 R_1（绿色机器人）和 R_2（红色机器人），在 $\mathcal{S}_1$ 和 $\mathcal{S}_2$ 的控制下协同工作以构建目标结构 H。尽管在本例中，为简化起见，问题中只考虑了两台机器人，但我们的综合过程与用于构建同一结构的机器人数量无关。接下来，我们描述两台机器人在 $\mathcal{S}_1$ 和 $\mathcal{S}_2$ 的控制下能够构建的所有可能中间结构序列之一。

构建过程从结构 H_0 开始，此时所有机器人都位于网格外且未装载，如图11(a)所示。在这一初始条件下，$\mathcal{S}_1$ 和 $\mathcal{S}_2$ 允许机器人 R_1 和 R_2 拾取一块砖。假设两台机器人都已拾取砖块，如图11(b)所示，那么在这一新情形下，$\mathcal{S}_1$ 和 $\mathcal{S}_2$ 允许 R_1 和 R_2 通过单元格 (1, 1)、(1, 5)、(5, 1) 和 (5, 5) 进入网格，或在这些单元格上放置砖块。

现在，考虑系统演化到图11（c）所示的配置。在此配置下，监督器$\mathcal{S}_2$ 阻止机器人 R_2 在（5,4）卸下砖块，直到有砖块被放置在（2,2），因为如果这样做，机器人 R_1 将会由于攀爬限制而被困在结构中。此外，由于机器人 R_1 和 R_2 都无法将最后一块砖放置在（2,2），因此结构将无法完成。形式上，这种情况对应于受控系统的阻塞状态。

在我们的综合过程中，$\mathcal{S}_1$ 和 $\mathcal{S}_2$ 的确定方式能够避免进入这些阻塞状态。因此，从图11(c)所示的情形出发，R_1 可以移动到(0, 0)，拿起一块砖，再返回(2, 3)；与此同时，R_2在(5, 5)处等待，如图11(e)所示。接下来，R_1 可以在(2, 2)处放置一块砖，然后 R_2 可以在(5, 4)处放置第二块砖，分别如图11(f)和(g)所示。

V. 结论

本文介绍了一种基于监督控制理论的综合方法，用于解决一类机器人建造问题。在我们的方法中，监督器 $\mathcal{S}_i$ 的综合过程对于机器人R_i 而言是局部的，因为它仅考虑机器人 R_i 和结构 T_i的模型。可以证明，该过程的时间复杂度为 $O(N^2+N^2M)$，其中 N和 M分别是 K_i 中的状态数和转移数。值得注意的是，N 会随着结构规模的增大而增长，因此，我们的综合方法在处理大型结构时可能会受到计算能力的限制。然而，只要 $\mathcal{S}_i$ 可以

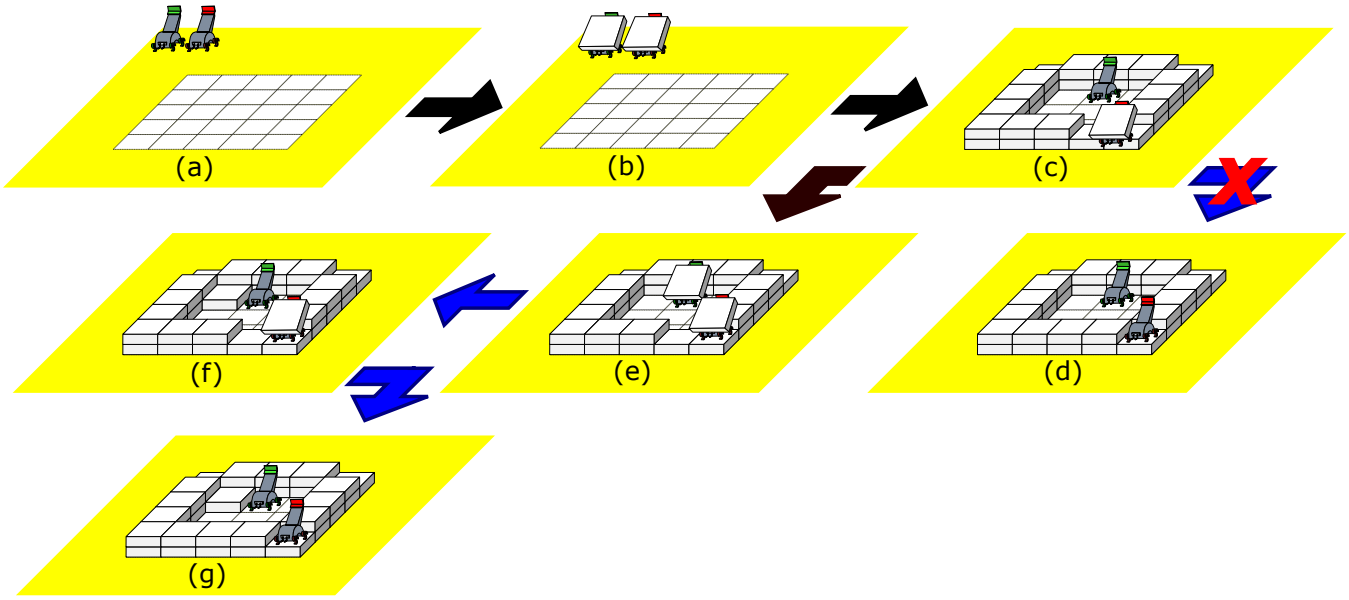


图11. 两台建造机器人 R_1 （绿色机器人）和 R_2 （红色机器人）共同建造目标 H。蓝色箭头表示单个动作的发生，黑色箭头表示动作序列。

综合，我们的方法就是可扩展的，因为$\mathcal{S}_i$ 可以复制到任意数量的机器人，使它们能够解决建造问题。此外，我们的解决方案还具有灵活性，这得益于控制的反应式和许可式特性。

致谢

本研究部分由巴西高等教育署 CAPES 通过 Print CAPES-UFSC “Automation4.0”项目提供支持。

参考文献

[1] M. Hansell，《动物建造：动物建筑的自然史》。牛津大学出版社，2007年。[2] R. L. Stewart 和 R. A. Russell，“调节机器人群体墙体建造的分布式反馈机制”，《自适应行为》，第14卷，第1期，第21–51页，2006年。[3] J. Werfel 和 R. Nagpal，“集体建造中的扩展印迹行为”，《IEEE智能系统》，第21卷，第2期，第20–28页，2006年3月。[4] K. Petersen、R. Nagpal 和 J. Werfel，“TERMES：用于三维集体建造的自主机器人系统”，《机器人学：科学与系统》，第7卷，第257–264页，约。[5] M. Rubenstein、A. Cornejo 和 R. Nagpal，“千机器人群体中的可编程自组装”，《科学》，第345卷，第6198期，第795–799页，2014年8月。[6] T. Soleymani、V. Trianni、M. Bonani、F. Mondada 和 M. Dorigo，“利用移动机器人和柔顺口袋进行仿生建造”，《机器人学与自主系统》，第74卷，第340–350页，2015年。[7] T. Soleymani、V. Trianni、M. Bonani、F. Mondada 和 M. Dorigo，“机器人自组装作为自适应生长过程：种子位置与自组织树状结构的集体选择”，IEEE智能机器人与系统国际会议，第2016-November卷，第5745–5750页，2016年。[8] D. Saldana、B. Gabrich、M. Whitzer、A. Prorok、M. F. Campos、M. Yim 和 V. Kumar，“利用模块化机器人组装结构的去中心化算法”，IEEE智能机器人与系统国际会议，第2017-Septe卷，第2736–2743页，2017年。

[9] K. H. Petersen、N. Napp、R. Stuart-Smith、D. Rus 和 M. Kovac，“集体机器人建造综述”，《科学机器人学》，第4卷，第28期，2019年。[10] J. Werfel、K. Petersen 和 R. Nagpal，“在受白蚁启发的机器人建造团队中设计集体行为”，《科学》，第343卷，第6172期，第754–758页，2014年。[11] Y. Deng、Y. Hua、N. Napp 和 K. Petersen，“TERMES机器人群体的可扩展建造编译器”，《机器人学与自主系统》，第121卷，第103240页，2019年。[12] M. Rosa、J. E. R. Cury 和 F. L. Baldissera，“建造机器人学中的监督控制：追求可扩展性与许可性”，载于《离散事件系统国际研讨会》，巴西里约热内卢，2020年。[13] “MBZIRC——穆罕默德·本·扎耶德国际机器人挑战赛”，2020 [ ] 2020 。在线获取：https://www.mbzirc.com/challenge/ M. Rosa、J. E. R. Cury 和 F. L. Baldissera，“—”，载于《离散事件系统国际研讨会》，捷克共和国布拉格，2022年——已提交。[15] P. J. Ramadge 和 W. M. Wonham，“离散事件系统控制”，《离散事件动态系统》，第77卷，第81–98页，1989年。[16] C. G. Cassandras 和 S. Lafortune，《离散事件系统导论》。施普林格，2008年。[17] Yi-Liang Chen 和 Feng Lin，“使用带参数的有限状态机对离散事件系统进行建模”，载于《2000年IEEE控制应用国际会议论文集》（会议论文集，编目号00CH37162），2000年9月，第941–946页。[18] M. Skoldstam、K. Akesson 和 M. Fabian，“使用带变量的有限自动机对离散事件系统进行建模”，载于《2007年第46届IEEE决策与控制会议》，2007年12月，第3387–3392页。[19] L. Ouedraogo、R. Kumar、R. Malik 和 K. Akesson，“建模为扩展有限自动机的离散事件系统的非阻塞安全控制”，《IEEE自动化科学与工程汇刊》，第8卷，第3期，第560–569页，2011年7月。[14]