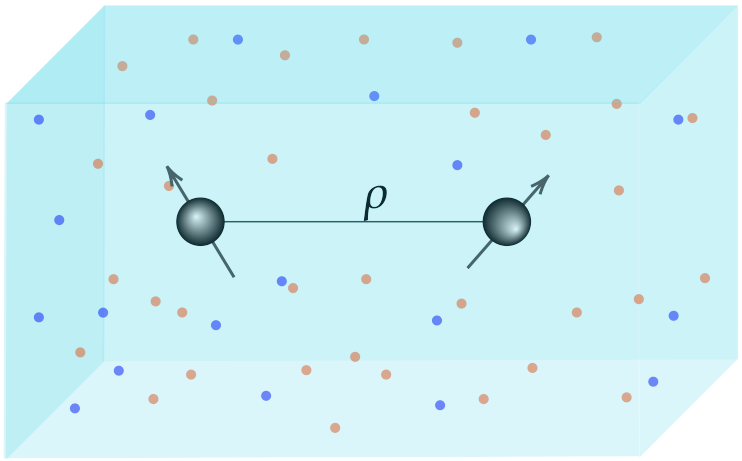
arXiv:2512.22041v1 [quant-ph] 26 Dec 2025

图文摘要

深入理解非局域介质中的偶极-偶极相互作用

L. Inácio、A. Kurumbail、S. K. Panja、I. Brevik、M. Boström



要点

迈向对非局域介质中偶极-偶极相互作用的理解

L. Inácio、A. Kurumbail、S. K. Panja、I. Brevik、M. Boström

- 原子-原子相互作用的半经典电动力学理论
- 重新审视并拓展共振相互作用理论
- 非局域效应对激发态相互作用的影响
- 通过能量转移实现信息素作用的拟议模型

深入理解非局域介质中的偶极-偶极相互作用

L.Inácio[a],A. Kurumbail[a],S. K. Panja[a,b,c],I. Brevik[d],M. Boström[a,e,*]

[a]*ENSEMBLE3*卓越中心，*Wolczynska*街*133*号，华沙，*01-919*，波兰[b]*Wilczek*量子中心，上海高级研究院，上海，*201315*，中国[c]中国科学技术大学，合肥，*230026*，中国[d]能源与过程工程系，特隆赫姆，*NO-7491*，挪威[e]化学与生物系统模拟实验室，新技术中心，华沙大学，*Banacha 2C*，华沙，*02-097*，波兰

摘要

我们的研究首先回顾电解质中的色散相互作用，随后探讨背景介质如何改变原子-原子激发态系统。为凸显非局域介质（如盐溶液）的影响，我们预测共振相互作用能会出现一个新的贡献，其形式为 $\propto e^{-\kappa_{\mathrm{D}}\rho}/\rho$。其中，$\kappa_{\mathrm{D}}$ 为德拜长度，ρ 为原子间距。该贡献在零温度下消失，此时会出现一个与 $1/\rho^4$ 成正比的新项（类似于自由空间中的情况）。在较大距离下，电解质会抑制这一新项，使其衰减得快得多，与 $1/\rho^7$成正比。有限温度下的长程电解质诱导共振相互作用，除了占主导地位的范德华吸引（其按 $1/\rho^6$ 变化）之外，也可能参与生物流体中的分子形成。

关键词：
卡西米尔物理学；激发态色散力；非局域理论；信息素作用

*通讯作者电子邮箱地址： mathias.bostrom@ensemble3.eu (M. Boström)

1. 引言

许多生物过程发生在导电介质中，其中的色散相互作用 [1, 2, 3] 相较于自由空间会发生改变。随着离子的运动影响介质的响应，非局域效应会改变表面之间的范德华力 [4, 5, 6], 。同样，我们将证明，离子的存在也会影响溶液中两个粒子之间的共振相互作用（例如，在本研究的后续拓展中，可考察复杂蛋白质与电解质界面处的情况）。盐溶液中的此类非局域效应甚至可能影响细胞生理学。图1展示了我们的模型系统：非局域介质中处于激发态的两个原子。

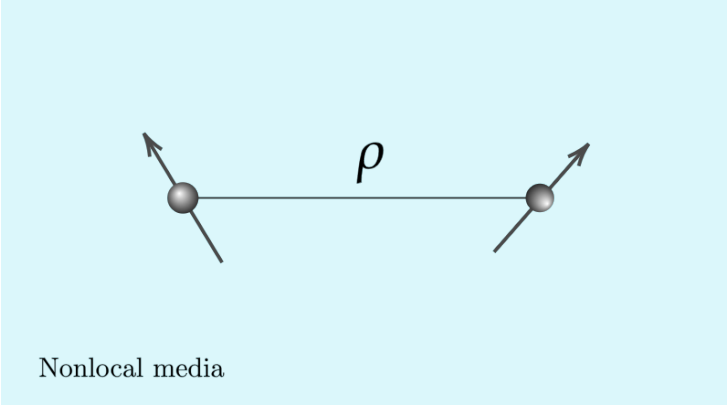


图1：彩色在线版：非局域介质中相距 ρ的两个处于激发态的原子的示意图。

我们推导了浸没于电解质中的原子对在取向平均激发态下，盐修饰的激发态共振范德华相互作用表达式。过去的研究指出 [7, 8] ，由于采用了大幅近似，基于微扰量子电动力学（QED）推导的自由空间共振相互作用基础理论，可能需要在长程延迟极限和高温／大间距熵极限下进行修正。为展示这对流体中非局域相互作用的影响，我们采用经典理论研究电解质中基态原子对之间的范德华势 [9]。

2. 生物学中的色散力背景

本研究着重探讨离子如何屏蔽盐溶液中的非局域色散势。具体而言，我们将以激发态色散势为例，探究背景介质如何改变相互作用。Förster能量转移（Förster共振能量转移，通常称为 FRET 或 RET）采用偶极-偶极机制 [10]，对于理解生物物理学中的许多机制至关重要 [11]。它是光合作用、人工光捕获和荧光发光器件的基础 [12]。Cario 和 Franck 于 1923 [13], 通过实验发现了 FRET，但有关其性质，以及限域、溶剂和温度所产生的相关效应，仍有待探究。此外，人们还提出可利用分子中的偶极-偶极机制制备用于量子逻辑的纠缠态 [14]。然而，尽管这一机制无疑是正确的，过去的研究指出，基于微扰量子电动力学（QED）推导的基础理论，可能需要在延迟极限和熵极限下进行修正 [7]。Ninham 及其团队在 50 多年前发现，对于零温度系统而言，有一个结果似乎是正确的。直到 2003 [7], ，这一结果才公之于众；当时，该理论得到了扩展，以纳入有限温度的影响。本研究描述了低盐浓度电解质中存在的非局域共振相互作用。

3. 原子色散力的半经典方法

为展示原始推导的强大之处 [7], ，在超越以往研究并对非局域效应建模之前，我们考虑一个由两个相同分子组成的系统——其中一个处于基态，另一个处于激发态。这也可以表示为一种叠加态：交换两个分子时，对应于对称态和反对称态。尽管对称态很可能衰变为两个基态分子，但反对称态可能具有相当长的寿命，从而使系统陷入俘获态 [15]。能量在两个分子之间来回迁移，直到它们彼此分离或系统发射出一个光子。这种耦合会产生一阶色散相互作用；两个态之间的能量差取决于分子间距 ρ。随后，利用共振相互作用能来描述能量转移速率。在弱耦合的非迟滞极限下，这一结果可复现Förster能量转移速率。然而，与以往推导相比，所得结果 [7] 在

迟滞区中在定性上截然不同。只有考虑有限温度，才能得到正确的渐近行为。

回顾一个众所周知的系统 [16] 该系统由两个相同的可极化偶极子组成，分别记为 1 和 2；坐标系的原点位于偶极子 1 处，坐标轴指向偶极子 2。[9, 7] 偶极子的振荡偶极矩会产生振荡场

$$\mathbf{E}(\rho \mid i) = \mathbf{T}(\rho, \omega)\mathbf{P}(i), \tag{1}$$

其中，$\mathbf{E}(\rho \mid i)$ 是偶极子 i 在位置 ρ 处的电场强度，$\mathbf{P}(i)$ 是 i 偶极子的振荡强度，而 $\mathbf{T}(\rho, \omega)$ 是与磁化率[9, 7]相关的张量

$$\mathbf{T}(\rho, \omega)_{ij} = \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} - \delta_{ij} \nabla^2 \right) G(\rho, \omega). \tag{2}$$

在这种情况下，格林函数为 [9, 7]

$$G(\rho, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathrm{d}^3 k \, \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{k}\rho}}{\omega^2/c^2 - k^2}, \tag{3}$$

由此可得以下非零矩阵元 [9, 7]

$$T_{xx} = T_{yy} = \left(\frac{\omega^2}{c^2} + \frac{\mathrm{i}\omega}{\rho c} - \frac{1}{\rho^2} \right) \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\rho/c}}{\rho}, \tag{4}$$

$$T_{zz} = 2 \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{\mathrm{i}\omega}{\rho c} \right) \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\rho/c}}{\rho}. \tag{5}$$

T矩阵 $\mathbf{T}$ 随后可分解为实部和虚部 [9, 7]

$$\mathbf{T}(\rho, \omega) = \mathbf{T}'(\rho, \omega) + \mathrm{i}\mathbf{T}''(\rho, \omega), \tag{6}$$

这会产生同相和异相电场分量。在 $|\rho| \to 0$ 的极限下，G 的实部是柯西主值积分，对于所有实数 ω 都恒为零。虚部则对 $\mathbf{T}(\rho, \omega)$ 产生异相贡献，这就是著名的辐射阻尼 [7]

$$\mathbf{T}''(0, \omega)_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\omega^3}{c^3} \delta_{ij} \equiv \frac{\omega}{\alpha_0} \gamma(\omega) \delta_{ij}. \tag{7}$$

这里， $\gamma(\omega)$ 是阻尼强度， α_0 是各向同性极化率。因此，两个相距 ρ 的耦合偶极子的运动方程为 [16, 9, 7]

$$\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\mathbf{P}(1) = \alpha_0\left[\mathrm{i}\mathbf{T}''(0,\omega)\mathbf{P}(1) + \mathbf{T}(\rho,\omega)\mathbf{P}(2)\right], \tag{8}$$

$$\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\mathbf{P}(2) = \alpha_0\left[\mathrm{i}\mathbf{T}''(0,\omega)\mathbf{P}(2) + \mathbf{T}(\rho,\omega)\mathbf{P}(1)\right]. \tag{9}$$

这里 $\alpha_0 = fe^2/m$，而 f 是强度， e 是单位电荷， m 是质量， ω_0 是振子频率。各向同性极化率 α_0 与极化率张量的关系为

$$\boldsymbol{\alpha}_{ij}(\omega) = \frac{\alpha_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma(\omega)}\boldsymbol{\delta}_{ij} = \alpha(\omega)\boldsymbol{\delta}_{ij}\,. \tag{10}$$

最后，我们可以将每个偶极子的方程联系起来，见

$$\mathbf{P}(1) = \alpha(\omega)\mathbf{T}(\rho,\omega)\mathbf{P}(2)\,, \tag{11}$$

$$\mathbf{P}(2) = \alpha(\omega)\mathbf{T}(\rho,\omega)\mathbf{P}(1)\,. \tag{12}$$

这种处理 [9, 7] 通常与在特定条件下通过微扰量子场论对基态和激发态进行描述的其他表述一致。这表明，应在大间距和有限温度下进一步检验微扰量子电动力学。一个良好的起点应是 Buhmann [17, 18] 的两本著作。

4. 反思微扰 QED 中的潜在缺陷

本节将回顾 [7] 如何在进行特定近似后，利用半经典形式重新推导出基于微扰 QED 的自由空间 [19, 20], 激发态色散相互作用 [7]。极化率的极点，即共振频率，接近振子频率 ω_j。因此，常见的做法是将场敏感度矩阵 $\mathbf{T}(\rho, \omega)$ 替换为 $T(\rho, \omega_j)$，并忽略耗散频率（即寿命）[16, 14]。共振频率处于该近似范围内

$$\omega_r \approx \omega_j\sqrt{1 + \alpha_0 T(\rho,\omega_j)} \approx \omega_j + \frac{\omega_j\alpha_0 T(\rho,\omega_j)}{2}\,. \tag{13}$$

利用振子强度和静态极化率的定义，我们可以将相互作用能写为[16]

$$U(\rho) = p^2 T(\rho, \omega_j), \tag{14}$$

其中 p 是跃迁偶极矩的大小。这是一个经典的教科书结论，60 多年来，人们通过多种推导方式得到了这一结果。另一种推导同一结果的方法是，先计算非相互作用激发态分子的位移矢量场，再计算另一分子在该场中的偶极子能量 [21, 22]。在 Ninham 及其同事的研究之前，早期的推导都忽略了系统的耦合 [7]。在强耦合极限下，迟滞渐近转移速率为 $n \propto \rho^{-1} cos($ $\omega_j \rho / c)$；而在弱耦合极限下，转移速率仍像以前一样，使用费米黄金定则求得。标准方法采用场磁化率的实部[23]。各向同性平均后的迟滞转移速率与$n \propto cos^2(\omega_j \rho / c)/\rho^2$成正比。然而，人们已认识到这种振荡转移是不正确的；必须使用复场磁化率才能避免这些振荡。经过各向同性平均后，得到以下结果[19, 21, 22, 23]

$$n \propto \frac{3}{\rho^6} + \left(\frac{\omega_j}{c}\right)^2 \frac{1}{\rho^4} + \left(\frac{\omega_j}{c}\right)^4 \frac{1}{\rho^2}. \tag{15}$$

在非迟滞极限下，这一结果与半经典方法推导出的结果相同 [7], ，但在迟滞极限下，情况则截然不同。通常用来支持与 ρ^{-2} 成正比这一依赖关系的论据是，它据称对应于实光子交换，并且是经典球面波的特征。这种依赖于间距的关系还会导致分子系统不断增大时出现非物理的无穷大。避免这一问题的一种方法是考虑背景介质的影响。这样一来，在凝聚态物质中，指数衰减因子会调制相互作用。然而，这种方法及其背后的理论仍亟待进一步探索。在下一节中，我们将探讨非微扰理论如何预测这样的项：当电解质中的两个激发态原子发生相互作用时，这些项取决于德拜屏蔽。

5. 非局域一阶色散力理论

回想一下我们之前讨论的系统：两个相同原子——一个处于基态，另一个处于激发态——它们之间存在由耦合引起的一阶色散相互作用。

在开始探讨非局域效应的影响之前，我们注意到，背景介质的存在会使激发态寿命缩短，并影响实光子交换。

写出激发系统的运动方程后，很容易推导出两个原子各自的零温格林函数 [16, 7]。系统的共振频率由下式给出 [16]

$$1 - \boldsymbol{\alpha}^{(1)}(\omega)^* \, \boldsymbol{\alpha}^{(2)}(\omega)^* \, \mathbf{T}(\rho|\omega)^2 = 0. \tag{16}$$

这里， $\boldsymbol{\alpha}^{(\mathrm{i})}(\omega)^*$ 是盐溶液中原子 i （这里 $i = 1$，2）的超额极化率。该共振条件可分解为反对称部分和对称部分，进而可用于计算溶液中粒子之间的基态范德华相互作用 [17, 18]。

由于假定激发对称态的寿命远短于反对称态，因此系统可以被困在后者中 [7]。其共振相互作用能为

$$U(\rho) = \hbar[\omega_r(\rho) - \omega_r(\infty)]. \tag{17}$$

由于方程（16）的相关解实际上是与相应格林函数的反对称部分相关联的极点，因此我们可以按照标准方法 [9], 将积分路径绕该极点变形，从而得到共振相互作用能的简单而精确的表达式

$$U(\rho) = (\hbar/\pi) \int_0^\infty d\xi \ln[1 + \boldsymbol{\alpha}^{(1)}(i\xi)^* \mathbf{T}(\rho, i\xi)]. \tag{18}$$

为考虑温度 T 依赖性，我们将对虚频的积分替换为对离散频率的求和 [9]

$$\frac{\hbar}{2\pi} \int_0^\infty d\xi \to k_B T \sum_{n=0}^{\infty}{}', \quad \xi_n = 2\pi n \frac{k_B T}{\hbar}, \tag{19}$$

其中， k_B 为玻尔兹曼常数，撇号表示应将 $n = 0$项减半。

对于生物电解质的常见浓度（例如，盐浓度为 0.1 M），离子等离子体频率比第一个非零松原频率低许多个数量级

。对于 pH 为 7 的纯水，等离子体频率甚至更低。在更高频率下，离子等离子体将趋于弛豫。因此，在自由空间和电解质中，场易感率矩阵 $\mathbf{T}(\rho|i\omega)$ 在非零频率下具有以下非零矩阵元[9]

$$T^n_{xx}(i\xi_n) = T^n_{yy}(i\xi_n) = \left[\left(\frac{\xi_n}{c}\right)^2 + \left(\frac{\xi_n}{c}\right)\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho^2}\right]\frac{e^{-\xi_n\rho/c}}{\rho\,\epsilon_w(i\xi_n)}, \tag{20}$$

$$T^n_{zz}(i\xi_n) = -2\left[\left(\frac{\xi_n}{c}\right)\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho^2}\right]\frac{e^{-\xi_n\rho/c}}{\rho\,\epsilon_w(i\xi_n)}. \tag{21}$$

此处 $c = c_0/\sqrt{\epsilon_w(i\xi_n)}$，其中 c_0 是自由空间中的光速。此外，在零频率下的电解质中，相应的非零矩阵元为[9]

$$T^0_{xx}(0) = T^0_{yy}(0) = \left(\frac{\kappa_{\rm D}}{\rho} + \frac{1}{\rho^2}\right)\frac{e^{-\kappa_{\rm D}\rho}}{\rho\,\epsilon_w(0)}, \tag{22}$$

$$T^0_{zz}(0) = -2\left(\frac{\kappa^2_{\rm D}}{2} + \frac{\kappa_{\rm D}}{\rho} + \frac{1}{\rho^2}\right)\frac{e^{-\kappa_{\rm D}\rho}}{\rho\,\epsilon_w(0)}, \tag{23}$$

其中 $\epsilon_w(0)$ 是水的介电常数，单价电解质中的德拜长度倒数为

$$\kappa_{\rm D} = \frac{1}{\lambda_{\rm D}} = \sqrt{\frac{8\pi N e^2}{\epsilon_w(0)k_B T}}, \tag{24}$$

其中 N 是离子浓度。

如上所述，电解质在非零频率下的介电函数可用水很好地近似，但我们将检验采用简单的介电函数模型并考虑接近 0 K 的温度时会得到怎样的渐近行为。对于这种情况（$\xi > 0$），我们使用 Davies 和 Ninham 提出的电解质近似介电函数 [24]:

[1]第一个松原频率为 $\propto 10^{14}$ 弧度/秒，此类电解质的特征等离子体频率为 $\sim 10^{12}$ 弧度/秒。

$$\epsilon_w(i\xi_n) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\xi(\xi+\eta)}\right) \tag{25}$$

其中，低频和高频极限分别为

$$\lim_{\xi\to 0} \epsilon_w(i\xi_n) = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\xi\eta} \tag{26}$$

$$\lim_{\omega_p/\xi\to 0} \epsilon_w(i\xi_n) = \epsilon_0 \tag{27}$$

在自由空间的非迟滞极限下，取向平均激发末态中两个原子之间的共振相互作用能为零。然而，在电解质中情况不再如此。此时，经典零频项会产生贡献，

$$U(\rho) = -k_B T \left(\alpha(0)^* \kappa_{\mathrm{D}}^2\right) \frac{e^{-\kappa_{\mathrm{D}}\rho}}{\rho \epsilon_w(0)}. \tag{28}$$

该项在零温度下以及在自由空间中都会消失。零温度下，取向平均激发态中两个原子之间完全迟滞的共振相互作用能为

$$U(\rho) = -\frac{\hbar}{\rho\pi c_0^2} \int_0^\infty d\xi\, \xi^2\, \alpha(i\xi)^*\, e^{-\xi\,\rho/c}. \tag{29}$$

对于小间距，高频（相对于等离子体频率而言，因此适用方程27 ）起着重要作用，以下近似表达式可能适用。

$$U(\rho) = -\frac{\hbar\, c_0}{\rho^4\, \pi\, \epsilon_0^{3/2}} \int_0^\infty dx x^2 e^{-x} \alpha\left(ix\frac{c}{\rho}\right)^*. \tag{30}$$

若用静态极限近似超额极化率，我们会发现 $1/\rho^4$ 在自由空间中观察到的依赖关系。对于大间距，情况恰恰相反：只有低频成分有贡献，此时我们得到（利用式26）渐近表达式。

$$U(\rho) = -\frac{2\hbar c_0^4\, \alpha(0)^*}{\rho^7 \pi \epsilon_0^3\, \omega_p^6/\eta^3} \int_0^\infty dx\, x^5\, e^{-x}. \tag{31}$$

在这里，我们可以更放心地用静态极限近似超额极化率。零温度下电解质中的长程渐近行为与 $1/\rho^7$ 成正比地减小。

6. 生物学影响总结与讨论

本研究旨在展示，有必要对盐溶液对色散力的非局域效应开展更先进的基础研究和应用研究。我们研究了非迟滞极限下的共振相互作用。本研究的一个重要成果是预测了激发态原子对的相互作用将从近似幂律 $1/\rho^4$ 过渡到 $1/\rho^7$ 依赖关系，这一变化源于此前在电解质中尚未预测到的迟滞效应。

需要注意的是，这一特定的交叉仅在温度为零或相对较低的极限下观察到。值得注意的是，生物系统在接近室温的液态电解质中运行。在这些现实条件下，相互作用图景发生了根本变化：静态贡献占主导，产生与 $e^{-\kappa_D\rho}/\rho$成正比的受屏蔽分离依赖性。此外，流体介质中的耗散预计会显著缩短激发态的寿命，从而导致这些短程且短寿命的相互作用。

尽管存在这些阻尼效应，范德华力对背景电解质的敏感性仍引发了一个关键问题：它们会如何影响生物过程。作为非局域介质影响这些力的一个具体例子，我们考察了背景介质中信息素识别过程中激发态偶极-偶极相互作用。尽管信息素检测的生化后果已广为人知，但其初始识别机制仍不明确。基于Zoltan Blum博士最初提出的一个观点 [25], ，有研究认为，空气中的共振能量转移即便在非局域介质中持续时间很短，也可能参与特定信息素分子激活昆虫触角中受体蛋白的过程。本文的目的之一是为建立这一识别过程的理论模型勾勒思路。归根结底，本研究强调，有必要进一步发展关于非局域介质中原子、分子和离子的基态与激发态相互作用的理论。

致谢

本研究属于项目编号 2022/47/P/ST3/01236，该项目由国家科学中心和欧盟“地平线2020”研究与创新计划共同资助，

依据玛丽·斯克沃多夫斯卡-居里资助协议编号 945339 实施。对 ENSEMBLE3 卓越中心的机构和基础设施支持通过 ENSEMBLE3 项目（MAB/2020/14）提供，该项目在波兰科学基金会国际研究议程计划框架内实施，并由欧洲区域发展基金和“地平线2020”卓越团队计划（资助协议编号 857543）共同资助；此外，还获得了教育与科学部“‘地平线2020’框架下支持波兰卓越中心”倡议（MEiN/2023/DIR/3797）的支持。

参考文献

[1] J. N. Munday, F. Capasso, V. A. Parsegian, 《测得的长程排斥性卡西米尔–利夫希茨力》, 《自然》457 (2009) 170 – 173。doi:http://dx.doi.org/10.1038/nature07610。[2] P. J. van Zwol, G. Palasantzas, 高折射率中间液体中的固体材料之间的排斥性卡西米尔力, 《物理评论A》81 (2010) 062502。 doi:10.1103/PhysRevA.81.062502。网址 https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.062502[3] L. M. Woods, D. A. R. Dalvit, A. Tkatchenko, P. Rodriguez-Lopez, A. W. Rodriguez, R. Podgornik, 卡西米尔相互作用和范德华相互作用的材料视角, 《现代物理评论》88 (2016) 045003。doi:10.1103/RevModPhys.88.045003。网址 https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.88.045003[4] P. A. Maia Neto, F. S. S.Rosa, L. B.Pires, A.B. Moraes, A.Canaguier-Durand, R. Guérout, A. Lambrecht, S. Reynaud, 电解质中屏蔽卡西米尔相互作用的散射理论, 《欧洲物理学杂志 D》73 (8) (2019) 178。doi:10.1140/epjd/e2019-100225-8。网址 https://doi.org/10.1140/epjd/e2019-100225-8[5]R. O. Nunes, B. Spreng, R. de Melo e Souza, G.-L. Ingold, P. A. Maia Neto, F. S. S. Rosa, 《浸没在电解质中的球体之间的卡西米尔相互作用》, 《宇宙》7 (5) (2021) 156。[6] L. Inácio, F. S. S. Rosa, S. Reynaud, P. A. M. Neto, 盐水的非局域响应使卡西米尔排斥转变为吸引, 《物理学评论

《物理评论A》111 (2025) 012816。doi:10.1103/PhysRevA.111.012816。网址 https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.111.012816[7] M. Boström, J. Longdell, D. Mitchell, B. Ninham, 《一个激发态原子与一个基态原子之间的共振相互作用》, 《欧洲物理学杂志 D》22 (2003) 47–52。doi:10.1140/epjd/e2002-00214-0。[8] M. Boström, B. W. Ninham, 《电介质介质中的原子共振相互作用》, 《物理评论A》69 (2004) 54701。[9] J. Mahanty, B. W. Ninham, 《色散力》, 学术出版社, 伦敦, 1976。网址 https://doi.org/10.1002/bbpc.19770810816[10] T. Förster, 载于: O. Sinanoglu（编）, 《现代量子化学》, 第3部分, 学术出版社, 纽约, 1965。[11] A. Govorov, H. V. Demir 等, 《理解与建模 Förster 型共振能量转移（FRET）》, 施普林格, 2017。doi:10.1007/978-981-10-1873-2。[12]R. van Grondelle, J. P. Dekker, T. Gillbro, V. Sundström, 《光合作用中的能量转移与捕获》, 《生物化学与生物物理学报》（BBA）- 生物能量学 1187 (1) (1994) 1–65。doi:https://doi.org/10.1016/0005-2728(94)90166-X。网址 https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000527289490166X[13] G. Cario, J. Franck, 《气体的敏化荧光》, 《物理学杂志》17 (1923) 202–212。[14] G. K. Brennen, I. H. Deutsch, P. S. Jessen, 《利用中性原子实现量子逻辑的纠缠偶极-偶极相互作用》, 《物理评论A》61 (2000) 062309。doi:10.1103/PhysRevA.61.062309。网址 https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.61.062309[15] M. J. Stephen, 《一阶色散力》, 《化学物理学杂志》40 (1964) 669–673。[16]A. McLachlan, 《分子激发能的共振转移》, 《分子物理学》8 (5) (1964) 409–423。doi:10.1080/ 00268976400100471。

[17] S. Y. Buhmann，《色散力 I：宏观量子电动力学与基态卡西米尔力、卡西米尔–珀尔力和范德华力》，施普林格，海德堡，2012。[18]S. Y. Buhmann，《色散力 II：多体效应、激发原子、有限温度与量子摩擦》，《现代物理学讲义》，施普林格，海德堡，2012。[19] J. S. Avery，共振能量转移与自发光子发射，《物理学会学报》88 (1) (1966) 1。doi:10.1088/0370-1328/88/1/302。[20] D. Andrews、C. Curutchet、G. Scholes，共振能量转移：超越极限，《激光与光子学评论》5 (1) (2011) 114–123。doi:10.1002/lpor.201000004。[21] E. A. Power、T. Thirunamachandran，非相对论源的量子电动力学。iii. 分子间相互作用，《物理评论A》28 (1983) 2671。[22]E. A. Power、T. Thirunamachandran，一个或两个分子处于激发态时分子间的色散力，《物理评论A》51 (1995) 3660。[23] D. L. Andrews、B. S. Sherborne，共振激发转移：量子电动力学研究，《化学物理学杂志》86 (1987) 4011。[24] B. Davies、B. W. Ninham，电解质中的范德华力，《化学物理学杂志》56 (1972) 5797。[25] B. W. Ninham、P. Lo Nostro，胶体、纳米科学与生物学中的分子力与自组装，剑桥大学出版社，剑桥，2010。