无名稿件 No.（将由编辑插入）

聚类对复杂网络可观测性与可控性的影响

Mohammadreza Doostmohammadian* · **Hamid R. Rabiee**

arXiv:2601.00221v1 [eess.SY] 1 Jan 2026

收稿日期：日期 / 接受日期：日期

摘要 随着各领域系统的复杂性和互联程度不断提高，人们对复杂网络的研究兴趣日益浓厚，尤其是无标度网络（SF网络），因为它最能模拟现实世界中的系统。本文研究聚类对复杂SF网络可观测性和可控性的影响，并在结构化系统理论的框架下探讨这些特性。本文表明，由于簇内信息传播效率更高，聚类密集的网络所需的驱动节点和观测节点更少。这种关系对于优化社交网络和智能交通系统等应用中的网络设计具有重要意义。我们首先量化网络可观测性/可控性的需求，随后通过蒙特卡洛模拟和不同的案例研究，展示聚类如何影响这些指标。研究结果为减少传感器/执行器布置所需的控制节点和观测节点提供了实用见解，尤其适用于资源受限环境。本研究有助于加深对网络可观测性/可控性的理解，并提出通过改变网络结构和聚类来改善这些特性的技术。

关键词 图论 · 聚类 · 可观测性 · 可控性 · 未匹配节点 · 无标度网络

M. Doostmohammadian 塞姆南大学机械工程学院机电一体化系，伊朗塞姆南（* 通讯作者）。电话： +98-23-31533429 电子邮件：doost@semnan.ac.ir H. R. Rabiee 伊朗德黑兰沙里夫理工大学计算机工程系。电子邮件：rabiee@sharif.edu

1 引言

复杂网络能够对由众多相互连接的元素（节点）构成的系统中的交互（边）进行建模，因此其研究在各个领域都受到广泛关注。这些系统涵盖物联网网络 [11] 、社交网络 [35] 和交通系统 [29, 36]。尤其是，无标度网络（SF）被认为最适合对这类现实世界系统进行建模。这些网络的关键特征包括可观测性 [26]和可控性 [24], ，二者分别指根据测量输出推断系统状态的能力，以及通过输入信号影响系统行为的能力。许多研究探讨了复杂网络的不同结构和功能属性 [7]。其中，聚类——通常表现为更广泛的网络拓扑中连接紧密的群组——是一个关键特征，会影响底层系统中的各种传播过程和优化行为，参见 [10,12]中的示例。举例而言，这一特征决定了网络面对随机节点故障 [20] 等外部扰动时的脆弱性，也影响工业网络 [31]的小世界性。

本文研究聚类如何影响复杂SF网络的可观测性/可控性。这些网络可以用于建模复杂系统，其中可观测性/可控性分析基于结构化系统理论，将这些系统建模为邻接图 [23, 24]。在这类网络中，聚类会显著影响信息在网络中的传播方式，以及对网络进行控制/观测的有效程度。尤其是在社交网络中，个体或实体通过复杂动态相互作用，用户聚类会影响信息传播，因此对定向营销、病毒式传播现象和意见动态等应用至关重要。可观测性分析有助于研究人员分析社区影响力和关键推断节点，而控制策略则可引导网络达到期望状态，例如共识、一致或其他协作成果 [27,35]。同样，在智能交通网络中，聚类体现在车辆和基础设施的配置上，并会影响交通流和安全。车辆通过局部交互进行通信和协调，了解聚类效应有助于改善交通管理、防止事故并优化资源分配 [4,30]。研究这些情境下的可观测性和可控性，对于推动这些系统达到期望状态 [9] ，或通过最少的传感器布置来估计其状态 [13]，至关重要。

在这项工作中，我们将控制／观测复杂网络的能力量化为所需驱动节点／观测节点的最小数量。我们特别指出，聚类密集的网络所需的驱动节点／观测节点较少。这是因为节点之间互连紧密时，信息／输入信号能够在簇内迅速传播，从而有助于实现全局可观测性和可控性。相反，连接稀疏的网络在簇内互连较少，因此需要更多驱动节点／观测节点来实现控制和观测。理解这些特性，对于不同应用中大规模现实网络的调度至关重要。本文通过阐明大规模网络的可观测性／可控性要求，

为各种应用中的网络设计和功能优化提供了见解。沿着这一思路，可以使用现有算法调整聚类系数 [19, 22] ，通过添加边减少复杂网络中的驱动节点／观测节点数量，并增强其可控性／可观测性。为此，我们提出了一种改变复杂网络结构及其聚类特性、以减少控制节点／观测节点数量的技术。需要注意的是，控制节点和观测节点通常需要能源、处理能力和维护等资源 [38]。在许多现实场景中，特别是在资源受限的环境下（例如传感器网络、物联网应用和交通系统），减少这类节点的数量可以显著节约成本。

本文其余部分安排如下：第 2 节陈述主要问题，并给出衡量网络可观测性/可控性的指标。第 3 节定义无标度网络的主要属性。第 4 节介绍基于蒙特卡洛模拟得出的主要实证结果，以研究无标度网络的聚类特征。第 5 节以一些真实世界网络为案例研究，探讨可观测性/可控性与聚类之间的关系。最后，第 6 节总结全文。

2 可观测性/可控性问题陈述

网络的可观测性是指根据网络中部分节点推断整个网络状态的能力。另一方面，可控性是指通过适当的控制输入，使系统状态从任意初始状态转变为任意期望的最终状态的能力。这两个概念对于理解网络的动态特性和功能至关重要，尤其是在社交网络、交通网络、通信系统和动态系统等系统中。网络的可控性和可观测性基于图论原理进行分析，详见 [9,14,24,26], ，该文建立在 [21] 中提出的结构方法之上。本节将介绍相关的图论概念，以提供量化网络可观测性/可控性的指标，并据此阐述本文的问题。

网络可表示为图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V},\ \mathcal{E})$，其中 $\mathcal{V} = \{1, ..., n\}$ 表示节点集合，$\mathcal{E} = \{(i,\ j) | i \leftrightarrow j\}$ 表示边集合。需要注意的是，由于本文研究的网络均为无向网络，因此边均视为双向边。节点 i 的度表示为 d_i ，其邻居节点表示为 $\mathcal{N}_i$。为了进行结构分析，我们将图 $\Gamma = (\mathcal{V}^+,\ \mathcal{V}^-,\ \mathcal{E}_\Gamma)$表示为二分图，其中包含两个互不相交的节点集合 $\mathcal{V}^+ = \mathcal{V}^- = \mathcal{V}$ ，以及边集合 $\mathcal{E}_\Gamma = \{(i^+,\ j^-) | (i,\ j),\ \in \mathcal{E}\}$均从集合 $\mathcal{V}^+$ 指向集合 $\mathcal{V}^-$ 。这种表示方式简化了对匹配等网络属性的分析。我们将最大匹配记为$\mathcal{M}$，它是由一组边构成的最大集合，其中任意两条边都不共享端节点或起始节点。在二分图表示 Γ中，最大匹配对应于连接 $\mathcal{V}^+$ 与 $\mathcal{V}^-$ 且起始节点互不相同的最大边集，

$\mathcal{V}^+$ 或以 $\mathcal{V}^-$为终点的边。图中可能存在多个不同的最大匹配，且通常并不唯一。若要深入了解这些图论概念，请参阅文献 [28]。在此基础上，我们介绍匹配/未匹配节点，它们是图中与可观测性/可控性相关的主要实体。匹配节点记为 $\rho\mathcal{M}$，定义为与 $\mathcal{M}$关联的节点；未匹配节点则记为 $\delta\mathcal{M} = \mathcal{V}\backslash\rho\mathcal{M}$。请注意，由于匹配本身具有内在的非唯一性，未匹配节点集合也不一定唯一。所有等价的未匹配节点构成的集合定义了可观测性（及可控性）语境下的收缩（或膨胀）[1]。我们在图 1 中对这些概念进行了说明。为了在图中寻找最大匹配 $\mathcal{M}$ 和未匹配节点 $\delta\mathcal{M}$，文献 [16], 给出了一种高效算法，其复杂度为 $\mathcal{O}(\log^3(n))$。使用*Dulmage-Mendelsohn* 分解 算法 [15]，可以在图中找到收缩和膨胀。

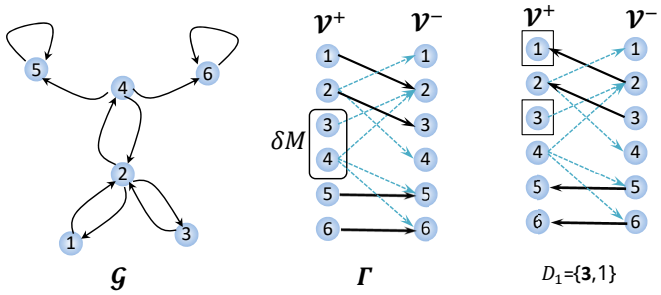

图 1 该图展示了图 $\mathcal{G}$ 及其二分图表示 Γ。在二分图 Γ中，黑色边表示一种可能的匹配，其未匹配节点集合为 $\delta\mathcal{M}$ 。右图展示了通过 Dulmage-Mendelsohn 分解找到的一个扩张示例 $\mathcal{D}_1$ 。

为了提供一种用于可控性/可观测性分析的度量，我们以驱动节点和观测节点的数量来量化这些概念。将驱动节点定义为网络中用于注入控制输入 [9, 24] 的目标节点。类似地，将观测节点定义为为进行估计 [13, 26] 而需要推断的目标节点。由于所研究的网络是无向的，可控性与可观测性这两个对偶概念可以互换，因此观测节点和驱动节点的数量相等。已有研究表明，在网络可控性的情境下，未匹配节点充当驱动节点 [9]；在可观测性的情境下，未匹配节点充当观测节点 [14]。这意味着，通过向未匹配节点施加控制输入，网络即可受控，

[1] 从图的角度来看，可控性和可观测性是对偶概念，也就是说，反转一个可控图的边后，得到的图就是可观测的。因此，对于具有双向边的无向图，可控性和可观测性是等价的。

等价地，通过观测未匹配节点的状态，估计器便可观测到网络的整体状态。此外，未匹配节点的数量决定了实现可控性和可观测性分别所需的最少输入和输出数量。因此，未匹配节点的数量可作为评估复杂网络可控性和可观测性的度量 [25]。

[37]中的类似研究使用 Popov-Belevitch-Hautus（PBH）秩检验（等价于 Kalman秩条件）分析网络的精确可控性，并表明，独立驱动节点的最小数量等于邻接矩阵（或网络矩阵）所有特征值中几何重数的最大值。对于许多现实应用中典型的大型稀疏网络，该判据可简化为网络矩阵 A的秩亏，因此所需驱动节点的数量可表示为n – rank(A)。另一方面， [24] 中的结构方法（其理论基础见 [8]中的综述）将驱动节点计数为网络最大匹配中的未匹配节点数量，该数量等于 A的结构秩（或泛秩）亏；等价地，驱动节点（或观测节点）的数量为 n – Grank(A)，其中“Grank”表示 [8]中定义的泛秩／结构秩。需要特别指出的是， [8] 注意到，对于连通网络，在非零参数的{style id='12'>几乎所有取值下，泛秩都等于数值秩（即例外情形构成一个勒贝格零测度的代数簇），因此， [24] 中的结构结果与 [37]基于 PBH 的结论对于典型的稀疏连通网络是一致的。请注意，本文中的可控性分析遵循 [8, 24] 中的结构理论，并适用于“稀疏”网络。

为研究聚类对可观测性和可控性的影响，我们统计复杂网络中的观测节点和驱动节点数量（即未匹配节点的数量 $|\delta\mathcal{M}|$）。本文考虑两种主要的无标度网络：(i) Barabási-Albert [6] 提出的模型（称为BA模型），以及 (ii) Holme-Kim [17] 提出的模型（称为HK模型）。这两种模型的主要差异在于聚类特性，而幂律度分布和平均最短路径长度等其他特性则相似。正如第3节详细讨论的那样，HK模型的特定设计使其聚类程度高于BA模型。因此，为研究聚类对网络可控性/可观测性的影响，我们比较相同规模的BA网络和HK网络中的未匹配节点数量。请注意，我们让两种模型的平均节点度和边数等其他网络属性保持一致，因此可控性/可观测性仅受网络聚类影响。本文的结果表明，可以通过调整聚类系数来管理大规模网络（例如社交网络或智能交通网络）的可控性/可观测性。为此，我们提出一种新的结构化技术，通过添加额外的边来减少未匹配节点，并在真实案例研究中检验该方法。这一点意义重大，因为我们可以减少

真实复杂系统中的传感器/执行器节点数量，进而降低传感器/执行器布置的相关成本。

3 可调聚类的网络模型

无标度网络的特征是幂律度分布，这意味着少数节点的度非常高（连接很多），而大多数节点的度较低。这一特征常见于社会系统和生物系统等真实世界网络。用于生成无标度网络的两种重要模型是 Barabási-Albert（BA）模型 [6] 和 Holme-Kim（HK）模型 [17]。下面分别介绍这两种模型及用于构建这些网络的算法。这两种模型的主要区别在于其聚类系数，详见第 3.3 节。

3.1 Barabási-Albert 模型

BA模型 [6] 提出了无标度网络形成的两个关键原则：增长和优先连接。在该模型中，网络随时间推移通过添加新节点而不断增长。每个新节点更有可能连接到已有的高连接度节点。这种富者愈富 现象会促使枢纽节点（拥有许多连接的节点）出现。算法由以下三个步骤组成：

1. **初始化：** 从一个包含 m_0 个节点的初始连通网络开始，将其作为小型种子图。每个节点都有一定数量的边（连接）。2. **增长：** 每个时间步向网络中添加一个新节点：新节点以与节点度成正比的概率连接到 m 个现有节点（其中 $1 \leq m \leq m_0$）。这称为优先连接，意味着度较高的节点更有可能被选中建立连接[2]。3. **重复：** 持续添加节点，直到达到所需的网络规模 n。

BA模型会生成具有幂律度分布的网络，其中节点具有 d 条边的概率 $P(d)$ 遵循 $P(d) = d^{-\alpha}$，其中 $2 < \alpha < 3$ [5]。

3.2 Holme-Kim 模型

HK模型 [17] 作为BA模型的扩展被提出。它引入了一种名为三元组形成的额外机制，从而能够创建

[2] 这种增长过程中的优先连接遵循无标度网络的幂律度分布，这意味着网络中枢纽节点（高程度节点）数量较少，而低度节点数量较多。这一点在本文的算法设计中起着关键作用，本文的结果专门适用于无标度网络。

节点之间的三角形。这一改进通过考虑节点倾向于聚集在一起的特性，使模型能更好地反映现实生活中的网络，这种现象在社交网络中尤为明显 [34]。以下步骤将说明HK模型的构建基块：

1. **初始化：** 与 BA 模型类似，从一个包含 m_0 个节点的小型连通网络开始。2. **增长：** 每个时间步向网络中添加一个新节点：新节点首先以与节点度成正比的概率连接到 $(1-p)m$ 个已有节点，遵循优先连接机制（与 BA 模型相同）。参数 p 定义如下。3. **三角形形成：** 新节点连接到其选定的 $(1-p)m$ 个节点后，还可以额外连接到刚连接的节点的邻居节点。这通常由参数 p 决定，该参数定义新建边中连接到已连接节点的邻居节点的比例。在此步骤中，网络会新增 pm 条边；在增长和三角形形成步骤中，每个新节点总共会向旧节点新增 m 条边。4. **重复：** 继续添加节点，直到达到所需的网络规模 n。

HK模型也会产生幂律度分布，但其生成的网络具有更能反映现实世界现象的聚类系数，因此能够更真实地呈现社交网络。请注意，与强调优先连接和网络增长重要性的BA模型不同，HK模型纳入了能够体现聚类特征的因素 [32]。

3.3 聚类系数

聚类系数是用于量化图中的节点彼此聚集倾向的指标 [18]。它通过反映某个节点的邻居节点之间的相互连接程度，揭示网络的局部结构。定义全局聚类系数的一种常见方法，是计算图中闭合三元组（或三角形）的数量与总三元组数量之比。如 [33]，所示，在BA模型中，聚类系数与节点度无关 d，其计算公式如下：

$$C(d) = \frac{m-1}{8}\frac{(\log(n))^2}{n}. \tag{1}$$

其中， n 表示网络规模， m 表示在 BA 模型的增长步骤中与新加入节点相连的节点数。对于 HK 模型，聚类系数如下： [33]

$$C(d) \approx \frac{4m_1}{d} + \frac{m-1}{8}\frac{(\log(n))^2}{n}, \tag{2}$$

其中， $m_1 := pm$ 表示 HK 模型三角形形成步骤中的连通节点数， d 表示节点度。从这些方程可以清楚看出，对于相同规模 n 和相同平均节点度 $2m$的网络，HK 模型的聚类系数高于 BA 模型，这是由于三元组形成 $[17,33]$后出现了项$\frac{4m_1}{d}$。

4 基于蒙特卡洛模拟的实证结果

本节对不同规模的 BA网络和 HK网络进行蒙特卡洛模拟，以比较它们的可观测性/可控性指标。回顾一下，这两类网络都遵循幂律度分布，平均最短路径随网络规模对数增长，但它们的聚类特性不同。在模拟中，我们还使两类网络（规模相同时）的边数和平均节点度保持一致，以便单独研究聚类系数的影响。

在模拟中，我们生成具有 $m = 4$ 条边的 BA网络，以及与之相似且参数为 $p = 50\%$ 的 HK模型，即 $m = 4$ 和 $m_1 = 2$。请注意，由于两种模型的 $m = 4$, 边数和平均节点度相同（对于 $n \gg m$，均为 $2m$ ）。我们将网络规模从 100 个节点调整至 1500 个节点，并重复 50 次迭代进行蒙特卡洛模拟。我们比较这两种模型的各项特性，包括图2中的聚类系数和图3中的未匹配节点数。从图2可以清楚地看出

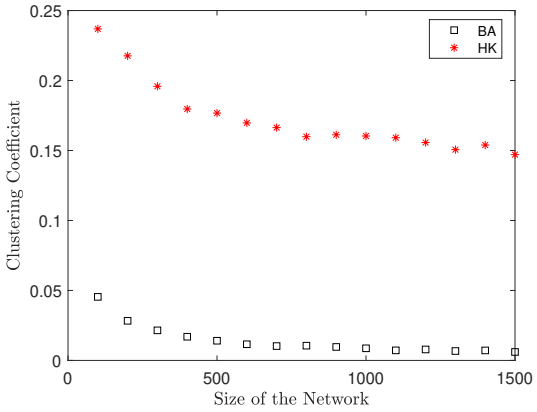

图 2 此图比较了规模相同的 BA 网络和 HK 网络的聚类系数。

HK模型的聚类系数高于相同规模的BA模型；这一点也可通过公式（1）和（2）从理论上得到证明。关键结果见图3。从图中可以看出，相同规模的BA网络比HK网络拥有更多未匹配节点。由于这两种网络的其他

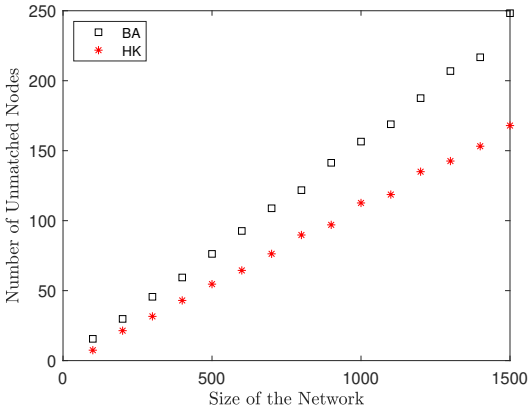

图3 此图比较了相同规模的 BA 网络和 HK 网络中未匹配节点的数量。

性质（包括网络规模、边数和平均节点度）都相同，这意味着网络的聚类系数与未匹配节点数之间呈负相关。换言之，聚类系数增加会导致未匹配节点数减少。图4也展示了这一点。

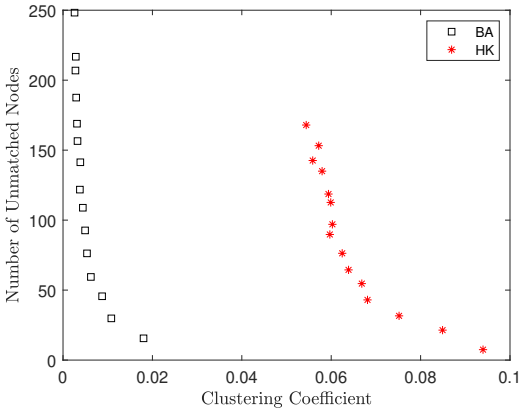

图4 此图比较了相同规模的 BA 网络和 HK 网络中未匹配节点的数量随聚类系数的变化。

这些实证结果带来的一个启示是，可以通过调整合成网络的聚类，根据未匹配节点的数量来管理其可控性/可观测性。例如，可以增加少量额外的边，以增加网络中的三角形结构

从而减少其未匹配节点的数量。下一节将对此作更清楚的说明。

5 案例研究

本节首先比较不同真实世界网络中聚类系数与未匹配节点数占网络规模比例之间的关系。网络数据见 [1–3]。图 5 展示了这一比较结果。从图中可以观

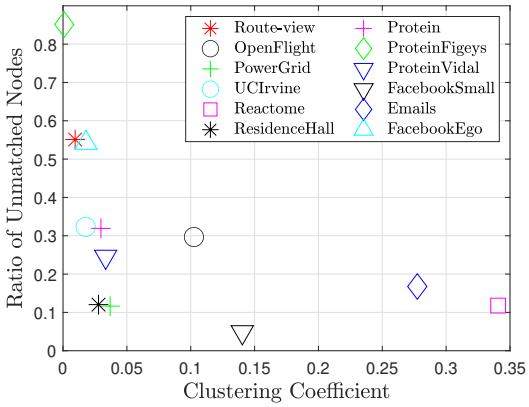

图 5 该图展示了若干真实世界网络数据中，未匹配节点数占网络规模的比例与聚类系数之间的关系。

察到，总体而言，聚类系数越高，未匹配节点所占比例越低，反之亦然。图中的许多网络案例都符合这一趋势。不过，某些特定网络中也存在离群点或例外。这是因为不同类型的网络（例如社交网络、生物网络、交通网络）可能具有不同的结构和连接模式，不一定遵循无标度结构和幂律度分布。另一个因素是网络连通性（基于平均节点度），它会显著影响聚类系数和未匹配节点的数量。回想第 4 节中的蒙特卡洛模拟，BA 网络和 HK网络都遵循无标度结构，且边数和网络平均度相同。但本节讨论的真实网络不一定符合这一情况。

接下来，作为网络调节的案例研究，我们通过添加新边来改变真实网络的聚类系数，并观察未匹配节点的数量如何变化。在本例中，我们将 [2] 中的 Facebook 数据集视为真实社交网络。该网络有 $n = 1911$ 个节点和 5582 条边。我们使用以下算法，通过添加额外的边来逐步提高其聚类系数：

1. **初始化：**通过 Dulmage-Mendelsohn 分解，在图 $\mathcal{G}$ 中找到扩张 $\mathcal{D}_i$。2. **添加边：**在扩张 $\mathcal{D}_i$ 中找到两个相邻节点 a，b，并在这两个节点 a 和 b之间添加一条边，使其构成一个三角形。3. **重复：**继续添加边，直到达到所需的聚类系数或预定的额外边数量。

该算法通过增加额外的三角形模体来提高聚类系数。下表总结了该算法提高聚类系数以及改变未匹配节点数量的结果。结果也见图 6。从表 1 可以清楚地看出，通过应用

表 1 Facebook 网络中，未匹配节点数量与聚类系数随额外添加的边数量变化的关系。

添加的边	未匹配节点	聚类系数
0	1036	18.3×10^{-3}
5	1031	18.5×10^{-3}
10	1023	18.7×10^{-3}
15	1018	18.8×10^{-3}
20	1016	18.9×10^{-3}

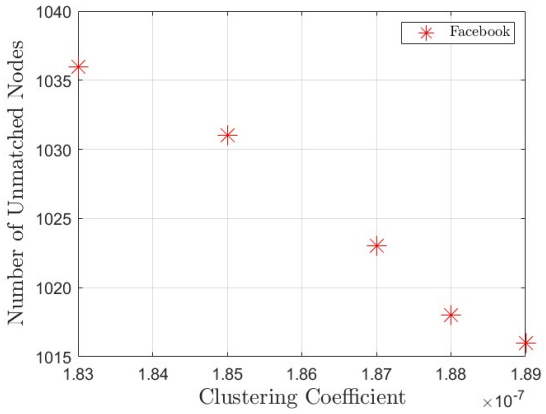

图 6 通过添加边提高 Facebook 网络的聚类系数时，未匹配节点数量的变化。

通过该算法，聚类系数得以提高，未匹配节点的数量则有所减少。需要注意的是，为了保持平均节点度和度分布等关键网络属性，我们只添加少量边；与网络中的边总数相比，这些边的数量可以忽略不计（这意味着平均节点度几乎不变）。

再举一个例子，我们考察 [2] 中包含 $n = 2939$ 个节点和 30501 条边的 OpenFlight 交通网络。我们使用相同的基于膨胀的算法提高该网络的聚类系数——

数。结果见表2，也如图7所示。显然，

表2 OpenFlight网络中，未匹配节点数量随聚类系数变化的情况（依据添加的额外边数量）。

添加的边	未匹配节点	聚类系数
0	872	102.3×10^{-3}
20	836	102.5×10^{-3}
40	799	102.6×10^{-3}
60	765	102.7×10^{-3}
80	734	102.8×10^{-3}

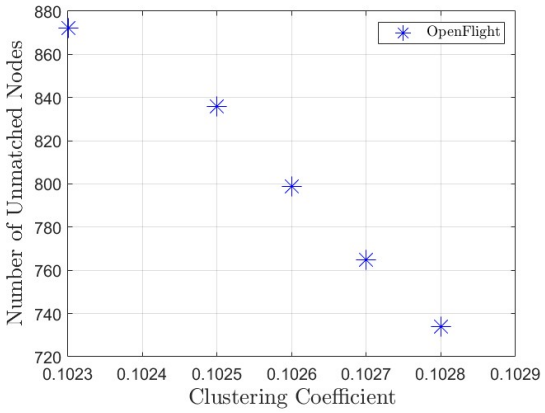

图7 通过添加边提高OpenFlight网络的聚类系数时，未匹配节点数量的变化。

通过提高聚类系数，未匹配节点的数量会减少。这意味着，为了实现该网络的可观测性/可控性，所需的观测器节点/驱动节点数量也会减少。

6 结论

本研究表明，聚类在提升复杂SF网络的可观测性和可控性方面发挥着关键作用。将网络中的未匹配节点视为所需驱动节点和观测节点的最小数量后，我们的结果显示，高聚类程度的SF网络所需的驱动/观测节点更少。需要强调的是，本研究的结果针对SF网络；研究其他类型的网络结构（例如小世界网络、Erdős–Rényi图、几何图以及规则格子/空间网络）是未来研究的方向。

根据我们的结果，可以通过提高聚类系数来减少未匹配节点的数量及相应的传感器/执行器节点数量，例如在交通运输网络和工业网络中。这意味着，可以通过调整聚类来促进网络可观测性/可控性，从而优化许多系统应用中的控制/估计策略。另一方面，正如一些文献所示，这也反映了网络拓扑对安全的影响 [38]。

致谢

作者感谢使用科布伦茨网络集合（KONECT）中的部分 MATLAB 代码 [2]。本研究由塞姆南大学资助，研究资助编号 226/1403/1403208。

声明与披露

本研究由塞姆南大学资助，研究资助编号 226/1403/1403208。

作者声明不存在需要披露的相关财务或非财务（或其他竞争）利益。

所有作者均参与了研究构思、准备和撰写工作。所有作者均已阅读并批准最终稿件。

本研究不涉及人类或动物受试者。

伦理声明：不适用

本文不适用数据共享，因为当前研究过程中未生成或分析任何数据集。

参考文献

1. 亚利桑那州立大学图书馆研究数据存储库。https://dataverse.asu.edu 2. 网络数据集 – KONECT。http://konect.uni-koblenz.de/networks 3. 加州大学欧文分校网络数据存储库。https://networkdata.ics.uci.edu 4. Badnava, S., Meskin, N., Gastli, A., Al-Hitmi, M.A., Ghommam, J., Mesbah, M., Mnif, F.：车队过渡机动控制系统：综述。《IEEE Access》**9**, 88327–88347 (2021) 5. Barabási, A., Bonabeau, E.：无标度网络。《科学美国人》**288**(5), 60–69 (2003) 6. Barabási, A.L., Albert, R.：随机网络中标度律的涌现。《科学》**286**(5439), 509–512 (1999) 7. Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., Hwang, D.：复杂网络：结构与动力学。《物理学报告》**424**(4-5), 175–308 (2006) 8. Dion, J., Commault, C., Van der Woude, J.：线性结构化系统的一般性质与控制：综述。《自动化》**39**(7), 1125–1144 (2003) 9. Doostmohammadian, M.：大规模动力系统结构可控性的最小驱动节点：节点分类。《IEEE 系统期刊》**14**(3), 4209–4216 (2020) 10. Doostmohammadian, M., Kharazmi, S., Rabiee, H.R.：聚类如何影响网络上分布式优化的收敛：一种基于蒙特卡洛的方法。《社会网络分析与挖掘》**14**(1), 135 (2024)

11. Doostmohammadian, M., Rabiee, H.R.：大规模物联网网络的可观测性与可控性：通过添加边减少未匹配节点的数量。《IEEE 控制系统快报》**5**(5), 1747–1752 (2020) 12. Doostmohammadian, M., Rabiee, H.R.：通过平缓感染曲线实现基于网络的疫情控制：高聚类与低聚类社交网络。《社会网络分析与挖掘》**13**(1), 60 (2023) 13. Doostmohammadian, M., Rabiee, H.R., Khan, U.A.：面向分布式估计的传感器网络结构成本最优设计。《IEEE 信号处理快报》**25**(6), 793–797 (2018) 14. Doostmohammadian, M., Rabiee, H.R., Zarrabi, H., Khan, U.：系统估计中的观测等价性：复杂网络中的收缩。《IEEE 网络科学与工程汇刊》**5**(3), 212–224 (2018) 15. Dulmage, A.L., Mendelsohn, N.S.：二分图的覆盖。《加拿大数学杂志》**10**, 517–534 (1958) 16. Galil, Z.：用于求解图最大匹配的高效算法。《ACM 计算调查》**18**(1), 23–38 (1986) 17. Holme, P., Kim, B.J.：构建聚类系数可调的无标度网络。《物理评论 E》**65**(2), 026107 (2002) 18. Kaminski, B., Prałat, P., Théberge, F.：复杂网络挖掘。Chapman and Hall/CRC (2021) 19. Kashyap, G., Ambika, G.：调节有向网络聚类和度相关性的机制。《复杂网络杂志》**6**(5), 767–787 (2018) 20. Kuhnle, A., Nguyen, N.P., Dinh, T.N., Thai, M.T.：复杂网络中节点失效对聚类的脆弱性影响。《社会网络分析与挖掘》**7**, 1–15 (2017) 21. Lin, C.：结构可控性。《IEEE 自动控制汇刊》**19**(3), 201–208 (1974) 22. Liu, Y., Wang, X., Kurths, J.：渗流和选择作用下复杂网络目标节点集的优化。《物理评论 E》**98**(1), 012313 (2018) 23. Liu, Y.Y., Barabási, A.L.：复杂系统的控制原理。《现代物理评论》**88**(3), 035006 (2016) 24. Liu, Y.Y., Slotine, J.J., Barabási, A.L.：复杂网络的可控性。《自然》**473**(7346), 167–173 (2011) 25. Liu, Y.Y., Slotine, J.J., Barabási, A.L.：复杂网络中的控制中心性与层级结构。《公共科学图书馆·综合》**7**(9), e44459 (2012) 26. Liu, Y.Y., Slotine, J.J., Barabási, A.L.：复杂系统的可观测性。《美国国家科学院院刊》**110**(7), 2460–2465 (2013) 27. Mameli, M., Paolanti, M., Morbidoni, C., Frontoni, E., Teti, A.：用于社交网络行动检查的社交媒体分析系统。《社会网络分析与挖掘》**12**(1), 33 (2022) 28. Murota, K.：用于系统分析的矩阵与拟阵。Springer (2000) 29. Pirani, M., Baldi, S., Johansson, K.H.：网络拓扑对车辆编队韧性的影响。《IEEE 智能交通系统汇刊》**23**(9), 15166–15177 (2022) 30. Pirani, M., Hashemi, E., Simpson-Porco, J.W., Fidan, B., Khajepour, A.：基于图论的方法分析 k近邻车辆编队的鲁棒性。《IEEE 智能交通系统汇刊》**18**(11), 3218–3224 (2017) 31. Prabhakar, N., Anbarasi, L.J.：运用社交网络分析探索全球航空运输网络。《社会网络分析与挖掘》**11**, 1–12 (2021) 32. Sidorov, S., Mironov, S.：附加链路数量随机的增长网络模型。《物理学 A：统计力学及其应用》**576**, 126041 (2021) 33. Szabó, G., Alava, M., Kertész, J.：无标度网络中的结构转变。《物理评论 E》**67**(5), 056102 (2003) 34. Toivonen, R., Onnela, J., Saramäki, J., Hyvönen, J., Kaski, K.：社交网络模型。《物理学 A：统计力学及其应用》**371**(2), 851–860 (2006) 35. Urena, R., Chiclana, F., Melancon, G., Herrera-Viedma, E.：一种基于社交网络的多人决策共识达成方法。《信息融合》**47**, 72–87 (2019)

36. Wang, J., Jiang, C., Gao, L., Yu, S., Han, Z., Ren, Y.：车联网信息传播的复杂网络理论分析。载于：IEEE国际通信会议，第 1–6 页。IEEE（2016）37. Yuan, Z., Zhao, C., Di, Z., Wang, W., Lai, Y.：复杂网络的精确可控性。《自然·通讯》**4**(1), 2447（2013）38. Zografopoulos, I., Ospina, J., Liu, X., Konstantinou, C.：信息物理能源系统安全：威胁建模、风险评估、资源、指标和案例研究。IEEE Access **9**, 29775–29818（2021）