出版日期 xxxx 00, 0000，当前版本日期 xxxx 00, 0000。数字对象标识符
10.1109/ACCESS.2024.0429000

使用分层优化的车辆喷涂机器人路径规划

YUYA NAGAI[1], HIROMITSU NAKAMURA[2],NARITO SHINMACHI[2], YUTA HIGASHIZONO[2], SATOSHI ONO[1],
[1]鹿儿岛大学科学与工程研究生院信息科学与生物医学工程系，日本鹿儿岛县鹿儿岛市郡元1-21-40，邮编890-0065 [2]丰田车身研发有限公司，日本鹿儿岛县雾岛市国分上野田395-1，邮编899-4461。通讯作者：SATOSHI ONO（电子邮箱：ono@ibe.kagoshima-u.ac.jp）。

arXiv:2601.00271v1 [cs.RO] 1 Jan 2026

摘要 在汽车生产工厂中，汽车喷涂过程使用多个机械臂，同时为沿传送线前进的汽车车身喷漆。为这些机械臂设计喷漆路径，需要将汽车车身区域分配给各机械臂，并确定每个机械臂的喷漆顺序；这仍是一项耗时的人工任务，表明有必要实现自动化并缩短设计时间。喷涂过程特有的约束条件使得焊接中采用的传统机器人路径规划技术无法直接应用。因此，本文将喷漆路径设计表述为一个分层优化问题，其中上层子问题类似于车辆路径问题（VRP），下层子问题则涉及详细路径规划。这种方法允许在每一层采用不同的优化算法，并可通过设计变量表示、约束、修复算子以及上下层的初始化过程，灵活处理汽车喷涂过程特有的约束条件。针对三种市售车型开展的实验表明，所提出的方法能够自动设计出满足汽车喷涂所有约束条件的路径，其质量可与工程师手工设计的路径相媲美。

索引术语 生产自动化、汽车喷涂机器人机械臂路径规划、分层优化、约束处理、进化计算、

I. 引言

汽车生产涉及多个阶段，包括钢板冲压、车身焊接与喷涂，以及动力总成和内饰的装配。在喷涂过程中，多台机械臂向沿生产线移动的车身喷漆。如图1所示，生产线两侧各布置三至四台机器人，用于喷涂引擎盖、挡泥板、车门和后车门。根据工厂或车辆模型的不同，车顶也可能同时进行喷涂。对于构成车身的每个面板（例如车门或挡泥板），这些机械臂在喷涂的同时进行重复的往复运动，喷枪安装在机械臂末端，从而实现均匀喷涂。

尽管喷涂过程本身已实现自动化，但这些喷涂路径的设计仍由熟练工程师依靠经验和直觉完成。为机械臂设计喷涂路径包括三个主要步骤。首先，规划出能够全面覆盖所需喷涂区域的喷涂路径片段

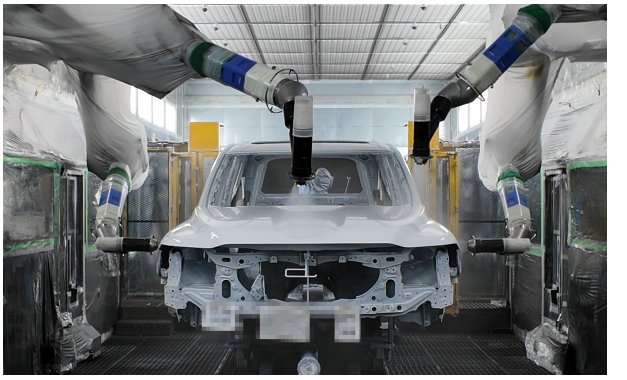


图1. 多个机械臂进行汽车喷涂[3]。

根据车辆的形状以及安装在每个机械臂末端的喷嘴的喷涂范围，生成覆盖整辆车的喷漆路径片段。接下来，将这些喷漆路径片段分配给机器人机械臂，并确定喷涂顺序。最后，根据选定的喷涂顺序，在仿真器中进行详细路径规划和验证，包括机械臂姿态

[3]https://global.toyota/jp/company/plant-tours/painting/#sec09

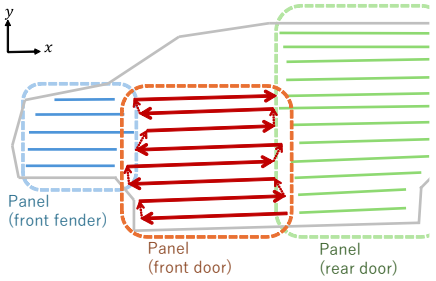


图2. 面板（前车门）自下而上喷涂的示例过程，采用横向往复运动。

根据选定的喷涂顺序，在仿真器中进行确定性分析。

这些过程需要处理喷涂特有的约束条件，包括在移动中的车辆可到达区域内完成任务，以及控制喷涂顺序以确保质量；同时还要满足机械臂的常规约束，例如保持在其运动范围内并避免机械臂间碰撞。为保持喷涂质量，还要求机械臂以恒定速度运动；对于垂直安装的面板（如挡泥板和车门），喷涂过程必须连续向上进行，并通过横向往复运动实现，如图2所示。此外，为简化设备和过程管理，还需满足其他约束条件，例如统一各机械臂的喷涂高度，并确保一支喷枪喷出的漆不会附着到其他喷枪上，从而尽可能保持喷枪清洁。

目前，喷涂路径设计任务主要依靠熟练工程师的专业经验来完成，确保沿生产线移动的车辆始终处于各机械臂的工作范围内，并平衡各机械臂之间的工作负荷。工程师通过反复试验来分配喷涂区域并确定喷涂顺序。如果车辆车身形状或工厂环境（例如机械臂的数量或布局）存在显著差异，就需要重新进行完整的路径规划。即使车身形状与现有车型相似，通常也无法仅通过调整现有方案获得高质量路径，因此还需要进一步反复试验。

许多研究广泛探讨了多机械臂在不涉及车身喷涂的一般任务中的路径规划。例如，相关研究关注物体抓取 [1], [2] 以及汽车车身焊接 [3]–[5]等任务。然而，其中许多研究考察的是机械臂移动到指定位置后静止执行操作的任务。尽管已有研究开始关注机械臂在运动过程中执行操作的任务，例如喷涂 [6], [7], ，但与焊接路径规划相比，这方面的研究仍不够成熟。尤其是，实际应用中维持喷涂质量所需的约束条件至关重要；然而，据我们所知，现有研究并未专门考虑这些约束条件。

本文提出一种方法，将采用多机械臂对车身设计喷漆路径建模为一个分层优化问题。该方法将任务划分为上层子问题和下层子问题：上层子问题为每个机械臂分配喷涂区域并制定喷涂计划；下层子问题则为每个机械臂规划详细路径，如图3所示。所提出的方法将上层子问题公式化为车辆路径问题（VRP）的一种变体，并采用进化算法求解；对于下层子问题，则构建一种针对汽车喷涂的简化贪心优化器。与机械臂末端固定在作业点进行焊接不同，喷涂时机械臂末端必须在喷漆的同时移动。这一差异使喷涂区域分配给机械臂的公式化，以及将喷涂顺序确定为经典车辆路径问题，都变得更加复杂。

所提出的方法将喷涂路径中的一条线段视为车辆路径问题中的一个客户点，如图 4 所示，因为理想情况下，安装在机械臂末端的喷枪会从面板的一端直线移动到另一端。经典车辆路径问题将客户点视为无尺寸的点，而喷涂问题则将其表示为线段。因此，即使确定了线段的访问顺序，每条线段的喷涂起始方向仍不明确，这使得难以精确定义每个机械臂末端的路径。因此，所提出的方法需要下层优化器根据基于车辆路径问题的解，指定喷枪机械臂末端的详细运动。该过程不仅确定车辆路径问题中对应于每个客户点的路径段的起始方向，还设计线段之间的过渡路径，以及满足约束条件所需的任何等待时间。

采用分层问题分解和进化算法，使所提出的方法能够通过上层的变量表示、惩罚函数和修复算子，以及下层贪心优化器的规则等机制，处理车辆喷涂任务特有的各种约束条件。例如，一项约束要求在单个面板（如车门或挡泥板）上自下而上连续喷涂。所提出的方法通过在上层优化器中引入一个用于修改解的修复算子来处理这一约束。此外，下层优化器会验证每个机械臂是否能在车辆移动期间，于其作业范围内完成所分配区域的喷涂。如果不满足这一约束，则会在上层解的目标函数值中加入惩罚项。

在两家工厂生产的三种车型上进行了实验，结果表明，所提出的方法能够在为多个机械臂设计路径时考虑多种约束，并生成可与熟练工程师设计的路径相媲美的路径。

本文的主要贡献如下：

- **首个兼顾涂装质量约束与设备维护的汽车喷涂机器人路径规划实用方法：**据我们所知

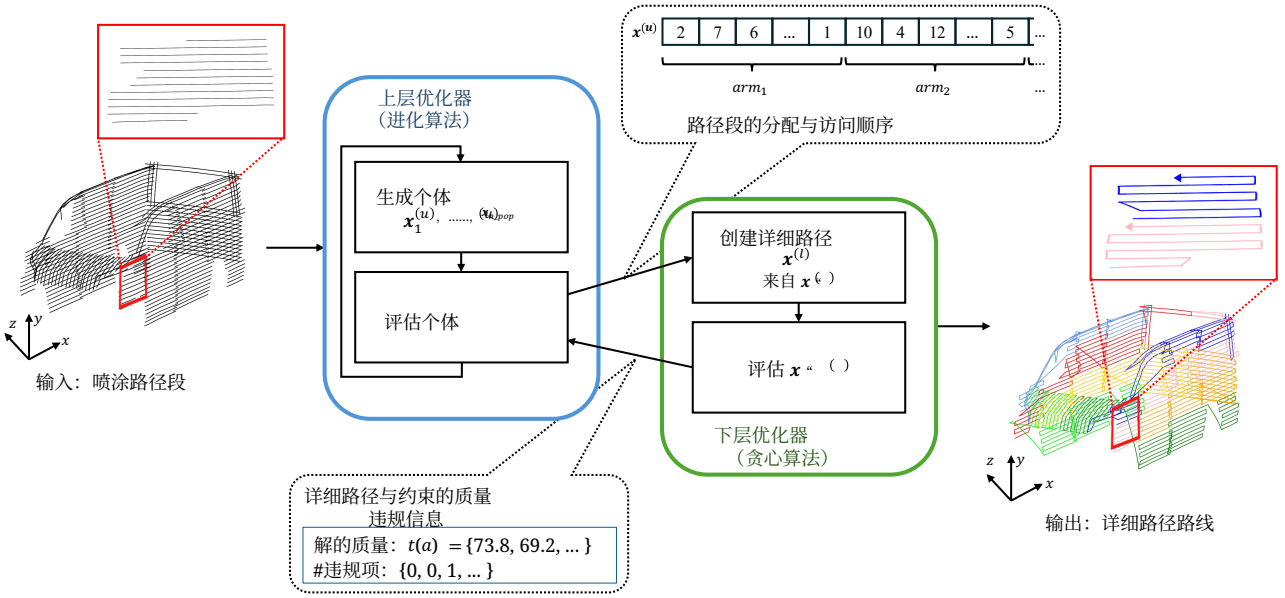
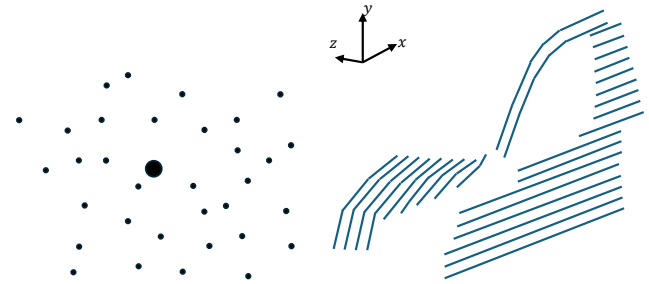


图3. 所提出方法的概述。



(a) 车辆路径问题中待访问的客户点

(b) 待访问的喷涂路径段
车身喷涂中的

图4. 经典车辆路径问题与车身喷涂中客户点（访问点）的差异。

据我们所知，此前尚无研究在真实制造环境中，针对使用多个机械臂为移动中的车身喷涂，同时满足生产级涂装质量要求这一问题，设计相应路径。我们明确了这些约束，并为其设定了两级优先级，从而能够求得可行解，同时兼顾机械臂的物理限制、喷涂质量以及对生产设备的影响。

- **通过结合既有算法来推导解的公式化：**我们的方法采用了多机器人路径规划研究中的标准技术，将汽车喷涂问题视为一个分层优化挑战。具体而言，通过以类似 VRP 的形式对上层子问题进行公式化，我们降低了喷涂任务的专门化难度，并表明标准的进化计算方法是适用的。我们还证明，将简单的遗传算法与贪心算法相结合，可以生成质量足够高的解。这一结构十分重要，因为它支持未来应用 VRP [8]–[10] 领域中积累的各种技术和算法。
- **引入多种约束处理机制：**我们通过问题分解和采用进化算法，实现了有效的约束处理。具体而言，我们保留传统的遗传算法框架，同时通过结合解表示、惩罚函数、修复算子和改进的初始解生成等机制，将各种喷涂特定约束纳入优化过程。

本文的组织结构如下：第II节回顾汽车车身焊接和喷涂工艺中多机械臂路径规划的相关研究。第三节介绍所提出的喷涂路径设计方法，包括其结构和流程。第四节通过使用实际车辆和工厂数据开展实验，评估所提出方法的有效性。

II. 相关工作

针对机械臂路径规划的研究已广泛开展，具体研究取决于机械臂的数量和类型，以及其预定执行的任务 [1], [2], [5], [11]–[13]。本节回顾相关研究，重点关注焊接和喷涂这两项在汽车车身生产中需要进行多机械臂路径规划的关键任务。

A. 聚焦于焊接工艺的研究

Spensieri 等人提出了一种焊接路径设计方法，将问题分为两个步骤：无碰撞

和避碰路径设计 [3]。他们将无碰撞路径设计建模为极小极大多重广义旅行商问题（MGTSP），通过确定每个机械臂（旅行商）访问焊接点（城市）的顺序，尽量缩短工作负荷最重的机械臂的运行时间。他们还将避碰路径设计建模为广义旅行商问题（GTSP），并在所有机械臂之间设置同步约束，确保所有机械臂在共同的时间步运行，从而避免碰撞。

Touzani 等人提出了一种利用同步信号设计机器人路径以避免碰撞的方法，并在仿真和实际机器人中实现了周期时间更短的路径[14]。该方法还采用了一种将问题分解为子问题的方案：首先优化每台机器人的路径，然后计算同步信号，以防止机器人同时占据易发生碰撞区域。与 Spensieri 的工作 [3], 不同，该方法将问题建模为极小（总和-极大）多重广义旅行商问题，以同时最小化所有机械臂的总成本和单个机械臂的最高成本，因此不仅考虑周期时间，也考虑每个机械臂的工作负荷。该方法使用遗传算法（GA）求解每台机器人的路径设计问题，使访问点之间的总距离最小化。如果生成的路径与障碍物发生碰撞，该方法便使用概率路线图（PRM）生成备选路径点，从而确保轨迹无碰撞。如果机械臂之间发生碰撞，该方法会指定一台机械臂等待，以降低多台机械臂进入易发生碰撞区域的风险。为此，他们构建了一个使等待时间最短化的问题，并使用基于图的方法求解 [15], [16]。

Pellegrinelli 等人提出了一种点焊单元设计方法，可在规划路径的同时确定机械臂的类型和布置 [17]。该方法将统一问题分为四个阶段。第一阶段使用概率路线图（PRM）规划单个机械臂的路径，以避免与障碍物发生碰撞。第二阶段根据这些单机械臂路径评估机械臂间发生碰撞的可能性。为检测碰撞，该方法采用类扫掠体积算法 [18],，根据机械臂的形状和运动轨迹生成点云。第三阶段优化机械臂布置，并设计可避免机械臂间碰撞的路径。针对每种配置，通过将问题表述为旅行商问题（TSP），并使根据机械臂布置计算的成本最小化，来规划机器人路径。第四阶段通过仿真验证第三阶段生成的路径，确保机械臂不会与障碍物或彼此发生碰撞。他们将该方法应用于一项涉及三台机械臂的焊接任务，成功确定了机器人臂的布置并生成了相应路径，使周期时间低于指定阈值。

B. 聚焦于喷涂工艺的研究

Asakawa 等人提出了一种无需喷涂过程专业知识的单机械臂路径规划方法 [19]。该方法使用一个三维（3D）车身形状的计算机辅助设计（CAD）模型设计路径，并根据路径信息生成操作机械臂的控制指令，同时采用过喷点解决工件边缘处的问题。

使用多个机械臂进行路径规划时，必须考虑机械臂间碰撞，因此其复杂度高于单机械臂路径规划。此外，喷涂任务需要机械臂在作业过程中移动，这比为焊接机械臂设计路径更具挑战性。Zbiss 等人提出了一种使用多个机械臂为静止底盘喷漆的路径规划方法 [6]。该方法将喷涂路径规划问题分解为多个子问题，从而能够设计受约束的路径。该方法采用 Boustrophedon 分解算法 [20], [21]，为每个部件生成二维路径，然后通过连接部件之间的路径将其扩展为三维路径。在设计过程中，该方法根据工作范围识别易发生碰撞的区域和无碰撞区域，以防止机械臂之间发生碰撞。

在实际制造环境中，车身喷涂既可以在车辆静止于生产线上时进行，也可以在车辆沿生产线移动时进行。沿生产线移动会导致各机械臂运动范围内的可喷涂区域随时间变化，从而限制喷涂特定部位的可用时间。Shahputra 等人研究了车辆沿生产线移动时的喷涂过程 [22]。他们提出了一种方法，用于对喷涂过程中按特定顺序为车辆车型分配机器人进行建模；该方法采用流水车间调度框架，并使用和声搜索算法求解。这种方法得出的任务序列能够缩短总体喷涂周期时间。

喷涂质量是汽车车身喷涂过程中的重要环节 [23], [24]。实现均匀漆膜厚度是关键的质量标准之一。Trigatti 等人提出了一种路径规划方法，以改善一般工业产品表面的喷涂均匀性 [25]。沿用先前研究的方法 [26], [27], ，他们首先根据物体的形状和指定的喷漆区域确定末端执行器路径，然后利用逆运动学制定完整路径，其中包括机械臂关节。此外，通过限制末端执行器的速度和加速度，并使机械臂运动更加平滑，他们减少了漆膜不均匀现象，实现了均匀漆膜厚度。

除了确保漆膜厚度均匀外，要保持喷涂质量，还需要机械臂连续喷涂相邻区域。在使用单个机械臂或对静止车辆进行喷涂时，会从每个部件的下部或上部开始，连续喷涂其各个区域，以优化周期时间，相关研究 [6], [28], [29] 已对此进行了展示。然而，当使用多个机械臂对沿生产线移动的车辆进行喷涂时，从每个部件的下部或上部开始喷涂，可能导致喷涂区域在作业过程中超出

表1. 以往方法与所提出的方法所考虑条件的差异[4]。

方法	Task	需考虑的约束				
		运动范围 机器人机械臂	多个 arms	碰撞 机械臂之间	运动 车身	喷漆 质量
Spensieri 等人 [3]	焊接	✓	✓	✓		
Zbiss 等人 [6]	喷涂	✓	✓	✓		
Shahputra 等人 [22]	喷涂	✓	✓	✓	✓	
Tang 等人 [28]	喷涂	✓	✓	✓		
Gleeson 等人 [29]	喷涂	✓				✓
所提出的方法	喷涂	✓	✓	✓	✓	✓

机械臂的作业范围。为多个机械臂设计路径，使其能够对移动中的车辆车身进行喷涂，同时确保达到上述高喷涂质量，是一项重大挑战。

III. 所提出的方法

A. 核心思想

本研究聚焦于生产线上移动的车身喷涂路径设计。该问题涉及为每个机械臂分配路径段、确定喷涂顺序，并根据确定的顺序设计详细路径。虽然有必要考虑机械臂末端的朝向，但我们假设机械臂的朝向基本由面板决定，因此不将其纳入优化目标。相反，我们仅考虑机械臂在面板间移动时朝向显著变化所产生的代价。

所提出的方法将该问题构建为一个分层问题，包括类似于车辆路径问题（VRP）的上层组合优化问题，以及用于详细路径规划的下层子问题。这种方法有两项主要优势：

1）分层方法有助于利用为车辆路径问题开发的进化算法，以及上层求解器中先前研究的见解，通过元启发式算法在实际可行的时间内找到近似最优解。本研究采用简单的贪心优化器求解下层子问题。在实际应用中采用所提出的方法时，可以使用制造商当前使用的更高质量的仿真器，而无需重新设计上层求解器。

2) 结合层次化公式化与进化算法，使所提出的方法能够在公式化和优化过程中以多种方式处理约束，因此能够考虑比传统研究更多的约束条件，如表1所示。

B. 所提出方法概述

图3展示了所提出方法的结构和流程。与先前的方法类似 [6]，所提出的方法将车身喷涂路径规划

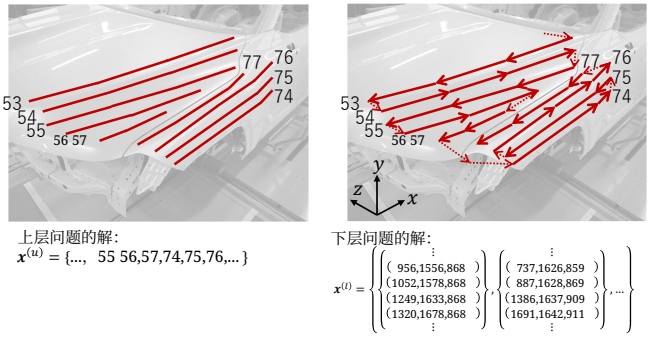


图5. 上层和下层子问题的示例解。

问题划分为两个子问题。具体而言，该方法将一个类似车辆路径问题（VRP）的组合优化问题与一个子问题相结合：前者确定喷涂位置（类似于客户点）的访问顺序并分配机械臂，后者则根据确定的访问顺序和机械臂分配方案生成详细路径。

本文将喷涂路径段定义为一段短直线路径，在该路径上，喷涂作业以固定的喷枪方向、角度、速度和喷涂量进行。问题的输入是一组喷涂路径段，可根据车身的目标三维形状轻松定义，如图3所示。所提出的方法由一个基于元启发式的优化器和一个贪心优化器组成：前者处理上层子问题，后者利用求解器生成的候选解处理下层子问题。求解器采用遗传算法（GA）进行优化，而仿真器则采用贪心算法。遗传算法（GA）基本上通过迭代生成并评估候选解来运行。在评估过程中，仿真器通过求解子问题生成详细路径，并根据这些设计路径计算候选解的目标函数值。

所提出的方法通过在求解器和仿真器的处理过程中分别考虑各项约束的特点，解决了包括喷涂过程特有约束在内的多种约束。例如，喷涂要求机械臂在沿直线移动的同时进行喷漆。相关研究中，焊接机械臂的路径规划可将焊接点直接表示为车辆路径问题和旅行商问题等问题中的客户点；但将类似方法应用于本问题颇具挑战。因此，我们的方法将客户点建模为直线或曲线喷涂路径段。

[4]由于难以从论文中获取方法和实验结果的详细信息，因此表1中未包含 [7] 论文。

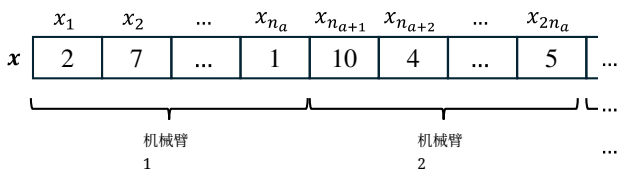


图 6. 上层子问题中的基因型表示。

这样便可通过直线移动实现均匀喷涂，避免喷涂不均匀。上层子问题仅确定喷涂路径段的访问顺序，而下层子问题则确定每个路径段从哪个端点开始喷涂，如图 5 所示。

C. 公式化

1）变量

该任务的目标是确定n_{arms} 个机械臂末端的详细轨迹，$\{\boldsymbol{r}_{a,t}\}_{a\in\{1,\ldots,n_{arms}\},\, t\in\{1,\ldots,t_{max}\}}$，使其能够以尽可能短的时间完成一个车身的喷涂。如第三节-A所述，所提出的方法将问题分解为一个上层子问题和一个下层子问题。具体而言，上层子问题涉及确定每个路径段由哪个机械臂进行喷涂以及喷涂顺序，其解记为$\boldsymbol{x}^{(u)}$。随后，下层求解器专注于寻找详细轨迹，其解表示为$\boldsymbol{x}^{(l)}$，即：

$$\boldsymbol{x}^{(l)} = \{\boldsymbol{r}_{a,t}\}_{a\in\{1,\ldots,n_{arms}\},t\in\{1,\ldots,t_{max}\}} \tag{1}$$

如果考虑包含上层和下层结果的整体解，则将其表示为$\boldsymbol{x}$。

为便于应用现有的元启发式算法（如遗传算法），我们将上层子问题表述为车辆路径问题的一种变体，并采用与车辆路径问题 [31]–[33]类似的解的表示。具体而言，候选解由个体$\boldsymbol{x}^{(u)}$ 表示，是按照图6所示的访问顺序排列的喷涂路径段编号（ID）的排列。设计变量的总数n_{dim} 等于路径段的总数n^{segs}，每个变量元素x_i 使用从1到n_{dim} 的整数分配一个路径段编号（$x_i \in \{1,\ldots,n_{dim}\}$）。车辆路径问题和当前问题都涉及确定多辆卡车或多台机械臂的路径。

为简单起见，我们假设每个机械臂访问相同数量的客户点，并按如下所述表示喷涂位置（客户点）的分配和访问顺序。

$$\boldsymbol{x}^{(u)} = \{x_1, x_2, \ldots, x_{n_{dim}}\},\ (x_i \neq x_j,\ \forall\, i,j \in \{1,\ldots,n_{dim}\}) \tag{2}$$

也就是说，x_1 至$x_{n_{dim}/n_{arms}}$ 表示第一台机器人臂的路径段（对应于车辆路径问题中的客户点）及其访问顺序，而$x_{n_{dim}/n_{arms}+1}$ 至$x_{2n_{dim}/n_{arms}}$ 表示第二台机器人臂的上述内容。因此，每台机器人臂的客户点分配取决于$\boldsymbol{x}^{(u)}$中各元素的位置。图6展示了上层子问题的一个候选解示例，对应于遗传算法的基因型表示。每台机器人臂承担n_a 个路径段，且机械臂$_1$ 按顺序依次访问这些路径段：2、7、6，等等。

图 5 展示了上层和下层子问题的示例解。该图聚焦于车身引擎盖与前翼子板之间的边界，显示上层解是给定喷涂路径段编号的一个排列，而下层解则由机器人臂末端的详细轨迹构成。尽管图中仅展示了一个机械臂轨迹的一部分，但完整问题需要同时为多个机器人机械臂设计轨迹。

在前面的讨论中，我们假设每个机械臂分配到相同数量的喷涂路径段；然而在实践中，允许路径段分配存在差异可以缩短总作业时间。因此，所提出的方法引入虚拟段 $s_1^{(d)},\ldots,s_{n_d}^{(d)}$，并将其与标准喷涂线段一起分配给每个机械臂。这种方法既能实现不均匀分配，又能保持公式化简单；上层子问题的变量总数 n_{dim} 等于 $n_{segs}+n_d$。

2）目标函数

该问题的目标是在满足所有约束条件的前提下，最小化喷涂车身所需的作业时间，即：

$$\text{最小化ize} \qquad f(\boldsymbol{x}^{(l)}) = \max_a t_a(\boldsymbol{x}^{(l)}) \tag{3}$$

$$\text{subject to} \qquad g_c(\boldsymbol{x}^{(l)}) \geq 0 \qquad \forall c \in \mathbb{C} \tag{4}$$

其中，$t_a(\cdot)$ 表示机械臂a的作业时间，$g_i(\cdot)$ 表示约束函数，$\mathbb{C}$表示一组约束条件。机械臂a 的作业时间$t_a(\cdot)$从车身前部到达预定参考位置时开始计算，直至机械臂完成所有分配线段的喷涂并返回起始点。

所提出的方法中的上层优化器会找到一个在满足所有约束条件的同时使目标函数$f(\cdot)$最小化的解：

$$\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{x}^{(u)}) = \max_a t_a(\boldsymbol{x}^{(l)}) + \sum_q p_q(\boldsymbol{x}) \tag{5}$$

其中，$p_q(\cdot)$ 表示惩罚函数。目标函数定义为基于详细喷涂路径的作业时间，并加上针对约束违反的惩罚项。

所提出的方法并非直接根据上层解 $\boldsymbol{x}^{(u)}$计算目标函数和约束函数值，而是根据下层子问题的解 $\boldsymbol{x}^{(l)}$计算这些值。也就是说，所提出的方法会调用下层优化器来设计详细路径，然后

表2. 车身喷涂必须考虑的约束条件。

类别	ID	约束	强度	处理技术
机器人臂	约束 1	机械臂的 头部必须始终保持在其工作范围内 γ_a 距其中心 $\boldsymbol{r}_{a,0}$ 对于所有 $a \in \{1,\ldots,n_{arms}\}$。	强	惩罚函数 $p_{Constraint\,1}$，修复算子 1
（空间）	约束 2	机械臂a必须在完成所有分配的喷涂线段后返回其起始位置 $\boldsymbol{r}_{a,0}$ 线段。	强	下层优化器
	约束3	机械臂 a 不得与车身发生碰撞。	强	下层优化器
	约束4	任意两条牵引臂 a_1 和 a_2 之间的距离必须始终大于 γ_{col}，对于所有 $a_1, a_2 \in \{1,\ldots,n_{arms}\}$，其中 $a_1 \neq a_2$。	强	惩罚函数 $p_{Constraint\,4}$
机器人臂	约束5	机械臂a必须在指定时间t_P内完成所有分配的喷涂线段，即，$t_a \leq t_P$。	强	目标函数
（时间）	约束6	机械臂a 喷涂时速度为v_{sp}；未喷涂时，速度不得超过v_{mv}。	强	下层优化器
喷涂质量	约束7	车身上的每个涂装路径段必须且只能喷漆一次。	强	解的表示
	约束8	每个涂装路径段都必须从一端到另一端连续喷漆，并遵循其固有形状。	强	下层优化器
	约束9	对于垂直安装的面板，喷涂必须按顺序从底部开始到顶部，但允许少量违规 ϵ。	强修复算子2	
	约束 10	每个面板应尽可能使用少量机械臂进行喷涂。	Weak	修复算子 3
	约束11	每个机械臂喷涂区域的边界高度应保持一致贯穿整个车辆。	Weak	初始解生成
设备与	约束 12	车辆必须在生产线上以恒定速度移动时进行喷涂。	强	下层优化器
可维护性	约束13	当多个机械臂为同一面板喷涂时，应由位于前排的机械臂开始喷涂。	强	修复算子2
	约束14	最后一个机械臂不得分配用于喷涂后车门。	强	修复算子4
	约束 15	车辆的喷涂路径应设计为相对于.....对称左右两侧。	Weak	下层优化器
	约束16	对于对称排列的机械臂，当喷涂面板发生变化时，喷涂开始时间必须同喷涂面板发生变化时同步。	Weak	下层优化器
	约束 17	在喷涂过程中，尽量减少其他机械臂受到的喷漆污染。	Weak	下层优化器

据此计算这些值。就遗传算法而言，由基因型 $\boldsymbol{x}^{(l)}$ 生成的详细路径 $\boldsymbol{x}^{(u)}$ 可视为其表现型。

3）约束

表2列出了所提出的方法中考虑的约束条件，我们将其分为三大类：机器人机械臂约束、喷涂质量约束，以及设备和可维护性约束。若解满足所有标记为“强”的约束，则视为可行；而满足“弱”约束则是非常理想的。我们通过变量表示、上层子问题中的惩罚函数、修复算子以及下层优化器来处理这些约束。

机器人机械臂的约束分为空间约束以及与时间或速度相关的约束。约束 1 确保机械臂末端始终处于其作业范围内，也就是说，机械臂 a 在时间 t（其中 t $\in \{1,\ldots,t_{max}\}$）的位置坐标$\boldsymbol{r}_{a,t}$ 与其可移动中心$\boldsymbol{r}_{a,0}$之间的距离始终不超过 γ_a。

$$g_{Constraint\ 1,a,t}(\boldsymbol{x}^{(l)}) = \gamma_a - d(\boldsymbol{r}_{a,t}, \boldsymbol{r}_{a,0}) \geq 0 \qquad (6)$$

其中d 表示距离函数。下层优化器在生成详细喷涂路径时，会评估解$\boldsymbol{x}$是否满足此约束。当目标线段位于机械臂工作范围之外、无法进行喷涂时，会出现三种情况：(a) 该线段从未进入机械臂的运动范围；(b) 喷涂过程中，该线段离开工作范围；(c) 喷涂开始前，该线段已位于工作范围之外。所提出的的方法通过修复算子 1 处理情况 (a)，并通过惩罚函数处理情况 (b) 和 (c)。

约束3通过防止机械臂与车身接触，影响下层优化器对详细路径的设计。在汽车喷涂过程中，机械臂末端与目标表面保持固定距离，以避免接触并保证喷涂质量；此外，即使机械臂在前引擎盖、车顶或后车门与侧面之间移动时有与车辆发生碰撞的风险，只要设计其路径，使其沿着已喷涂面板平行移动，直至到达下一个面板的边缘，就可以避免这种接触。

机械臂碰撞约束4确保任意两条不同机械臂之间的距离始终不小于 γ_{col}。下层求解器会在路径生成过程中检查这一条件；生成所有机械臂的详细路径后，还会根据臂间距离低于阈值的时间间隔，在目标函数中加入相应的惩罚项。

约束5要求每条机械臂都在规定时间内完成所有指定表面的喷涂，并返回起点，以便为下一辆车做好准备。因此，我们的方法会最小化所有机械臂中的最大运行时间，以满足这一条件。

我们的方法一项关键特点是处理喷涂质量约束。约束7确保车辆上的每个喷涂路径段恰好接受一层涂层，且必须严格满足。因此，下层优化器设计喷涂路径时，任何未喷涂路径段都会在目标函数中产生与其数量成正比的惩罚项。

约束8是确保喷涂质量的主要条件之一。在汽车喷漆中，通常会逐个喷涂每个面板，喷涂过程必须以恒定速度连续覆盖面板的整个宽度，期间不得停顿或中断。该过程包括喷涂一条直线、稍微调整高度，然后继续喷涂另一条直线，直至整个面板喷涂完成。因此，我们的方法将第三节B节所述的喷涂路径段作为输入，并确保机械臂在完成当前线段之前不执行等待等非喷涂动作。此外，下层优化器在为每辆车生成喷涂路径时，会保持规定速度v^{sp}。

约束9可防止漆滴——即倾斜表面上的油漆在干燥前向下流动，从而形成厚漆层——因此能够提高喷涂质量。对于垂直车身表面，机械臂必须在水平往返移动的同时，按照从下到上的顺序进行喷涂，确保每个面板上的顺序保持一致。连续地从下到上喷涂可以最大限度地减少喷涂接缝的可见度；然而，由于安装约束，车辆的下部必须在中部和上部喷涂完成后再进行喷涂。因此，约束9允许每个面板最多出现少量违规，记为ϵ。

$$g_{Constraint\ 9}(x) = \epsilon - c\left(e(s_{b_m,l-1}) \geq e(s_{b_m,l})\right) \geq 0 \quad (7)$$

其中，c($\mathcal{C}$)表示条件$\mathcal{C}$出现的次数。我们用$s_{b_m,1}$、$s_{b_m,2}$、...、$s_{b_m,l}$ ...表示面板b_m（其中$m \in \{1,\ldots,n^{panels}\}$）上的喷涂位置，其中较大的索引l表示较高的位置。令e($s_{b_m,l}$)表示路径段$s_{b,l}$上喷涂发生的时间。原则上，对于相邻线段$s_{b_m,l-1}$和$s_{b_m,l}$，喷涂时间必须满足e($s_{b_m,l-1}$) < e($s_{b_m,l}$)；然而，所提出的方法允许最多出现ϵ次违规。为了在上层优化器中生成满足该约束的解，我们采用第III-E2节所述的修复算子2，并使用惩罚函数来允许ϵ次违规。

约束 10 是维持喷涂质量的基本条件之一。考虑到汽车喷涂过程中喷涂质量与机器人机械臂的运行时间，每块面板理想情况下应尽可能由较少的机械臂完成喷涂。这种做法可最大限度地降低出现接缝、喷涂时间不一致以及喷涂路径复杂化的风险。

约束11是确保喷涂质量的另一项关键条件。喷涂前翼子板、前车门、后车门和后翼子板等车辆侧面板时，单个机械臂无法独自完成整个面板的喷涂，因此必须由多个机械臂分工。分工会导致一个机械臂完成作业与下一个机械臂开始作业之间略有延迟，从而在机械臂之间的喷漆区域形成不理想的接缝，尽管人眼几乎看不出来。因此，使相邻面板喷漆区域之间的边界高度保持一致，有助于提高整体质量，并通过明确标识各个区域由哪个机械臂喷涂来简化维护。

除了对机器人机械臂和喷涂质量的约束外，所提出的方法还考虑了设备和维护约束。约束6要求车身以恒定速度移动，因此下层优化器会生成将该速度纳入考量的详细喷涂路径。约束14针对这样一种风险：最后一台机械臂为车辆后车门喷涂时，喷漆可能溅到其他机械臂或工具上；一旦违反该约束，就会触发第III-E2节所述的修复算子4。此外，约束13通过规定多个机械臂为同一面板喷涂时，前排的机械臂必须先开始作业，从而提高可维护性。不过，如果允许违反约束9，我们也同样允许违反约束13，这意味着如果先喷涂面板的上部、再喷涂下部，那么负责下部区域的机械臂可能来自前排。

约束15要求车辆的喷涂路径采用左右对称设计，以提升喷涂质量和可维护性。在我们的方法中，上层和下层优化器首先为车辆一侧的机械臂设计详细轨迹，然后下层优化器将这些路径镜像至另一侧。

约束16以约束15为基础，指出即使整体路径对称，一对对称机械臂的横向（z轴）运动也未必始终完全一致，尤其是在后文讨论的约束17下。因此，下层求解器会生成详细的喷涂路径，使对应的一对机械臂能够在每块面板起始处同时开始喷涂。

约束17规定了对约束15的例外情况。当左右机械臂沿对称路径对引擎盖、车顶和后车门等区域进行喷漆时，可能会在车辆中心发生碰撞。为防止这些碰撞，我们将一侧的详细轨迹镜像到另一侧，使每对机械臂在保持等间距的同时并行喷漆。然而，仅依靠镜像可能会使两条机械臂长时间保持恒定距离，从而导致各自机械臂末端之间发生交叉污染。因此，我们的方法会延迟一侧的启动时间，以避免相应机械臂末端之间长时间保持固定间距。

D. 上层优化器算法

算法1展示了我们基于遗传算法的上层优化算法的详细步骤。上层优化器遵循标准遗传算法流程：首先生成一个初始解群体，然后反复评估并重新生成候选解，直至达到生成上限。在重新生成候选解时，它会应用交叉（由两个父代解生成两个新个体）、变异（以较低概率改变各个候选解），以及用于消除约束违反的修复算子。在交叉过程中选择父代解时，我们采用常用的锦标赛选择方案 [34], [35],：从种群中随机选择n_t个个体

算法1使用遗传算法的上层求解器

输入： 所有喷涂路径段s、生产设备参数

输出： 最佳解x^*

1：创建初始种群
2：评估所有个体（解）
3：**当**$g < n^{gen}$ **时**
4：　选择父代
5：　应用交叉算子
6：　应用变异算子
7：　应用修复算子
8：　评估所有个体（解）
9：　将g 递增 1
10：**结束 while 循环**
11：**返回** 最佳解x^*

，并选出目标函数值最高的个体；此处n_t 表示锦标赛规模。

对于通过锦标赛选择选出的父代个体，我们的方法应用交叉和变异操作来生成后代。我们采用顺序交叉——这是一种常用于 GA 中 TSP 和 VRP 的技术 [36], [37]——它保留了某个父代中特定喷涂路径段的访问顺序。具体而言，一个父代贡献一部分基因，另一个父代则按照其相对顺序提供剩余基因。因此，后代$\boldsymbol{x}^{(u)}{}_{c1} = \{x_{c1,k}\}_{k\in\{1,\ldots,n_{dim}\}}$由父代个体$\boldsymbol{x}^{(u)}{}_{p1} = \{x_{p1,k}\}_{k\in\{1,\ldots,n_{dim}\}}$和$\boldsymbol{x}^{(u)}{}_{p2} = \{x_{p1,k}\}_{k\in\{1,\ldots,n_{dim}\}}$按如下方式生成：

$$x_{c1,k} = \begin{cases} x_{p1,k} & \text{if } k_s \le k \le k_e \\ x'_{p2,r(k)} & \text{otherwise} \end{cases} \tag{8}$$

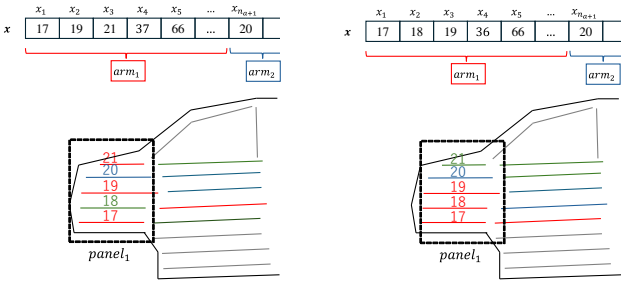
其中，k_s和k_e表示发生交叉的位置，$x'^{(u)}p2 = \{x'_{p2,1},\ldots,x'_{p2,n_{dim}-(k_e-k_{s+1})}\}$表示由$x^{(u)}p2$导出的序列，其中排除了$x^{(u)}p1$中位于区间$(k_s, k_t)$内的喷涂路径段，而 r(k) 是一个函数，用于返回$x'^{(u)}p2$中对应于位置 k 的索引。

此外，交叉后，上层优化器以逆转操作 [38] 作为变异算子，以一定概率交换候选解中随机选取的两个元素。接下来，它会对交叉和变异步骤生成的子代应用修复算子，以处理约束违反。所提出的方法通过实施四种修复操作来抑制这些违反，详情见第III-E2节。

E. 约束处理机制

所提出的方法通过改进候选解的表示方式、在发生违反时应用修复操作、施加惩罚、修改种群初始化过程等方式，处理表2中列出的各种约束。表2中“处理方法”一栏说明了我们的方法如何处理各项约束。通过

采用第III-C1节中描述的表达式以及



(a) 之前　(b) 之后

图7. 应用修复算子2的示例。

第III-E2节中概述的修复操作，我们的方法确保约束7始终得到满足。此外，最小化目标函数$f(\cdot)$可得满足约束5的解。我们的方法采用惩罚函数来解决约束1和约束4的违反问题。此外，在下层优化器进行详细路径规划时，我们还会考虑约束2、3、6、12、15、16以及refconst:contami，以生成符合约束的解。

1）惩罚函数

为了解决违反约束1和约束4的情况，所提出的方法采用惩罚函数。对于约束1——该约束涉及目标车辆以恒定速度移动时机器人臂的工作范围——该方法通过惩罚函数和修复算子共同处理违规情况。具体而言，我们的惩罚函数$p_{Constraint1}$根据车辆移出机械臂a工作范围所导致的未喷涂区域总数$n_{unvisits}$，以及机械臂处于工作范围之外时喷涂某条线段所持续的时间t_{out}来计算惩罚值。由于我们的下层优化器采用简单的贪心算法，即使机械臂在指定工作范围之外运行，它仍会继续喷涂；处于这种不可行状态的时间记为t_{out}。

$$p_{Constraint1} = \sum_a \rho_{out} \times t_{out}(\boldsymbol{r}_a) + \rho_{unvisits} \times n_{unvisits}(\boldsymbol{r}_a) \tag{9}$$

其中，ρ_{out} 和 $\rho_{unvisits}$ 表示惩罚值，$\boldsymbol{r}_a = \{\boldsymbol{r}_{a,t}\}_{t\in1,\ldots,t_{max}}$。

约束4用于规范机器人臂之间的碰撞，适用于多个机械臂必须保持足够间距的环境。这类违规情况很少发生；然而，一旦检测到碰撞，我们的方法便会将$p_{Constraint4}$加到目标函数中作为惩罚：

$$p_{Constraint4} = \rho_{col} \times t_{col} \tag{10}$$

其中，t_{col} 表示发生碰撞的时间，ρ_{col}表示惩罚项的值。

2）修复算子

为解决约束 1、9、10、13 和 14 的违反问题，我们的方法针对每项约束应用专门设计的修复算子。具体而言，对于约束 1，我们通过结合第 III-E1 节所述的惩罚函数与修复算子 1，得到一个

完全符合约束条件的解。在上层优化器中，当机器人臂 a 接收到其始终无法触及的喷涂分段时（即无论运行时间如何，这些分段都处于其工作范围之外），就会违反约束 1。发生此类违反时，修复算子 1 会将有问题的线段与分配给另一机械臂的线段交换；它从头开始扫描上层解，一旦找到能够消除违反问题的交换，就立即执行。

一旦确认违反了约束9（式（7））规定的喷涂顺序要求，我们的方法便会采用修复算子2，同时调整线段分配和访问顺序，确保每个机器人臂都喷涂一个连续区域。对于车辆侧面和后车门上的每个面板b_m，我们的方法首先重新排列分配给各机械臂的线段，使其保持连续。具体而言，首先确定每个机械臂a在面板b_m内应喷涂的线段数量 $|\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{x}_a,b_m}|$。接着，以最靠前的机械臂为起点，根据$|\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{x}_a,b_m}|$，依次重新分配线段$s_{b_m,1},\ldots,s_{b_m,|\boldsymbol{s}_{b_m}|}$（较小的索引表示位于底部的线段）。因此，修复算子2能够处理违反约束9和约束13的情况。

图7展示了一个示例：我们的方法使用修复算子2，为喷涂面板1的三条机械臂（机械臂1、2和3）重新分配线段。修复前，机械臂1负责线段17、19和21，机械臂2被分配了线段20，机械臂3则负责线段18，导致路径碎片化且不连续。随后，修复算子2重新分配线段，使机械臂1负责线段17、18和19，机械臂2负责线段20，机械臂3负责线段21，从而在保持每条机械臂分配数量不变的同时，确保喷涂顺序自下而上连续进行。

修复算子 3 通过交换两条机械臂之间的喷涂路径段分配，确保符合约束 10。这两条机械臂分别在两个不同面板上喷涂。首先，我们的方法选取两个面板 b_{m_1} 和 b_{m_2}（分别包含 m_1，$\mathrm{m}_2 \in\{1,\ldots,\mathrm{n}_{panels}\}$ 和 $\mathrm{m}_1 \neq \mathrm{m}_2$），以及两条机械臂 a_1 和 a_2（分别包含 $\mathrm{a}_1,\mathrm{a}_2 \in \{1,\ldots,\mathrm{n}_{arms}\}$ 和 $\mathrm{a}_1 \neq \mathrm{a}_2$），它们分别在面板 b_{m_1} 和 b_{m_2}上喷涂线段。这里，我们将上层解 x_i 中分配给机械臂 a 的一段线段范围记为 q_a，即 $\mathrm{q}_a = \{(\mathrm{a}-1)\times\mathrm{n}_{arms}+1,\ldots\mathrm{a}\times\mathrm{n}_{arms}\}$。随后，修复算子 3 交换机械臂 a_1 和 a_2 之间面板 b_{m_1} 和 b_{m_2} 的分配，以满足约束 10，即

$$x'_{i,k} = \begin{cases} x_{i,r'(k,a_2,b_{m_2})} & \text{if } k \in \boldsymbol{q}_{a_1} \wedge x_{i,k} \in \boldsymbol{s}_{b_m 1} \\ x_{i,r'(k,a_1,b_{m_1})} & \text{if } k \in \boldsymbol{q}_{a_2} \wedge x_{i,k} \in \boldsymbol{s}_{b_m 2} \\ x_{i,k} & \text{otherwise} \end{cases} \tag{11}$$

其中 $r'(k,a,bj)$ 返回$\boldsymbol{x}_i$ 中包含分配给机械臂 a且属于面板 b_j 的第 k 条线段的索引（基因位置）。

修复算子4依次将分配给最后一只机械臂的后车门喷漆线段与非后门面板上的线段进行交换$a^{n_{arms}/2}$，确保不会违反约束 1。

算法2 用于对齐喷漆边界
高度的初始种群创建。

输入： 所有喷涂路径段 $\boldsymbol{s}$、参考面板 b^{ref}
输出： 初始种群$\boldsymbol{p}_{init}$

令$\boldsymbol{h}$ 为一组高度h_1、……、$h_{n_{arms}/2-1}$，表示每个 $2|\boldsymbol{s}_{b_{ref}}|/n_{arms}$ 个连续线段
根据 $\boldsymbol{h}$ 创建第一个初始解 $\boldsymbol{x}_1^{(init)}$
$\boldsymbol{p}_{init} \leftarrow \boldsymbol{p}_{init} \cup \boldsymbol{x}_1^{(初始化)}$
$\boldsymbol{p}_{init} \leftarrow \boldsymbol{p}_{init} \cup$ 扩展 $(\boldsymbol{p}_{init}, \boldsymbol{h}, \{\}, 1)$
返回$\boldsymbol{p}_{init}$

函数扩展 $(\boldsymbol{p}_{init}, \boldsymbol{h}, \bar{\boldsymbol{h}}(=\{\bar{h}_1, \ldots, \bar{h}_{i-1}\}), i)$
  如果 $|\boldsymbol{p}_{init}| = n_{pop} - 1$ **然后**
    返回 $\boldsymbol{p}_{init}$
  否则，如果$i = n_{arms}$ **则**
    根据 $\boldsymbol{h}$创建初始解$\boldsymbol{x}^{(init)}_j$
    $\boldsymbol{p}_{init} \leftarrow \boldsymbol{p}_{init} \cup \boldsymbol{x}^{(初始化)}_j$
  结束 if
  对于 $j \in \{1,\ldots,\delta\}$ **执行**
    Let $\bar{h}_i$ 表示通过抬高边界得到的高度将i号边界在$\boldsymbol{h}$中抬高j条线段
    创建_初始化_弹出$(\boldsymbol{h}\ \bar{\boldsymbol{h}} \cup \bar{h}_i,\ i+1)$
    Let $\bar{h}_i$ 为通过降低边界得到的高度降低i号边界$\boldsymbol{h}$中的j 条线段
    创建_初始化_弹出（$\boldsymbol{h}\ \bar{\boldsymbol{h}} \cup \bar{h}_{i,} i+1$）
  结束循环
  返回 $\boldsymbol{p}_{init}$
结束函数

3）初始种群生成

如表2中的约束11所示，工程师设计路径时，会对齐分配给各机械臂的不同面板（如挡泥板和车门）上喷涂区域的边界高度，以确保较高的喷涂质量并便于管理。然而，由于车型和生产线的条件各不相同，且存在额外的约束条件，要为此约束制定严格的标准颇具挑战。因此，我们的方法尝试通过采用具有水平对齐路径的初始解来满足约束11。

算法2展示了生成具有水平对齐特征的初始解的过程。首先，上层优化器选择车身侧面上包含最多水平延伸喷涂路径段的面板作为参考面板b^{ref}，并将其喷涂分段数量记为 $|\boldsymbol{s}_{b_{ref}}|$。设置参考面板后，将线段划分为若干组，使一侧的$n_{arms}/2$ 个机械臂各自喷涂$2|\boldsymbol{s}_{b_{ref}}|\ n_{arms}$ 个线段。参考面板上的边界集合记为$\boldsymbol{h}$，其中包含$n_{arms}/2-1$ 个边界的高度，这些边界设于每组连续的$\overline{2|\boldsymbol{s}_{b_{ref}}|\ n_{arms}}$ 个线段之间。

根据$\boldsymbol{h}$中定义的边界，上层优化器确定每个机械臂的喷涂范围。考

算法3下层求解器

输入： 上层子问题的一个解$\boldsymbol{x}^{(u)}$，所有喷涂路径段$\boldsymbol{s}$、生产设备参数
输出： 下层子问题的一个解$\boldsymbol{x}^{(l)}$

查找第一个线段x_k（其中$k = (a-1) \times n_{arms} + 1$）分配给机械臂$a$。如果$x_k$包含一条虚拟路径段，递增$k$，直到$x_k$不再包含虚设
对于每个时间单位$t \in \{1, \ldots, t_{max}\}$ **执行**
  对于每个机械臂$a \in \{1, \ldots, n_{arms}/2\}$ **执行**
    如果机械臂a hs 已完成所有分配给它的喷涂线段 **则**
      移动到其初始位置并等待
    否则如果a当前正在绘制线段x_k **则**
      以速度v_{sp}喷涂x_k
      如果a完成绘制线段x_k **则**
        递增k，直到x_k不是虚设
      结束如果
    else
      如果a位于需要调整机械臂头部角度的面板边界处机械臂头部角度需要变化**则**
        等待机械臂头部角度调整到位
      否则，如果整个线段x_k都位于机械臂a的范围内**则**
        如果a位于x_k的起始位置**则**
          开始喷涂x_k
        else
          移动至x_k，速度为v_{mv}
        结束 if
      else
        Wait
      结束 if
    结束 if
  结束 for
  将t增加 1
结束循环
复制机械臂$\{1, \ldots, n_{arms}/2\}$的路径，使其对应于对应机械臂$\{n_{arms}/2+1、\ldots\ldots、n_{arms}\}$的路径
修改复制的路径，使机械臂能够平行移动在引擎盖、车顶和后车门等面板上，其中对称喷涂会导致碰撞
根据需要插入等待动作，以同步相应的左右机械臂，从而满足约束16
返回 $\boldsymbol{x}^{(l)} (= \{\boldsymbol{r}_{a,t}\}_{a \in \{1,\ldots,n_{arms}\}, t \in \{1,\ldots,t_{max}\}})$

考虑到约束条件 9 和 13，它将参考面板的下部区域分配给前导机械臂，将上部区域分配给后随机械臂。在参考面板上设定喷涂边界后，它会在其他面板的相同高度处复制这些边界，为每个机械臂分配喷涂区域，从而生成第一个初始解。

接下来，上层优化器会将$n_{arms} - 1$个$\boldsymbol{h}$中的边界分别偏移 1 到 δ 个线段，以生成候选分配方案。在确定参考面板上的喷涂边界后，它会设置其他面板上相同高度处的对应边界，并将这些边界作为初始解加入种群。如果仅凭这些解仍无法达到预设的种群规模n_{pop}，优化器就会用随机生成的个体补充种群。

对于喷涂区域包含车顶的车辆，我们将车顶与沿 x轴对齐的侧面板（包括车门和挡泥板）合并，并将二者均视为参考面板。这样，优化器会将车顶的宽度视为与侧面板的高度连续，从而为机械臂划分喷涂范围。此外，当车辆需要喷涂车顶时，优化器也会通过对齐各自的边界，以同样的方式处理引擎盖。

F. 下层优化器

由于上层子问题涉及将喷涂路径段分配给机器人机械臂，并确定各区域的喷涂顺序，因此下层求解器采用贪心方法，根据上层子问题的解确定机械臂末端的详细轨迹。在本研究针对的车辆喷涂工厂中，生产线两侧各排列着三到四个机器人机械臂，车身中心将喷涂区域划分给左侧和右侧的机械臂。此外，由于约束15，喷涂路径必须设计得基本对称。因此，所提出的方法中的下层优化器首先生成一侧机械臂末端的轨迹，然后在考虑约束16和约束4的情况下将其扩展到另一侧。本文通过将车辆的前后方向定义为x轴、垂直方向定义为y轴、左右方向定义为z轴，构建了一个三维空间。

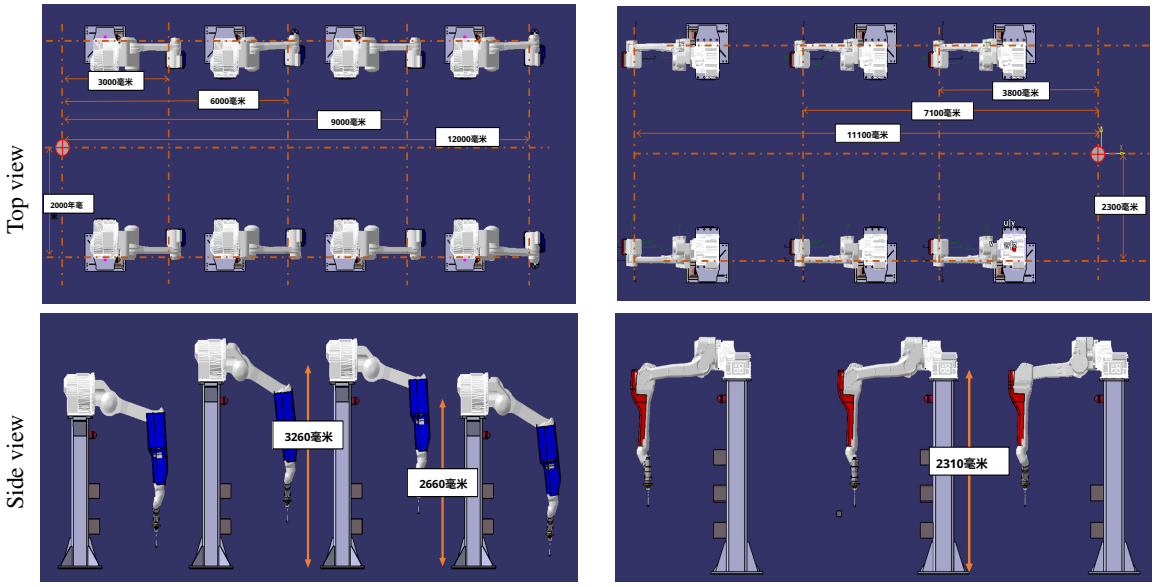
1）构建单侧路径

算法3展示了下层优化器的详细算法。下层优化器计算每个时间单位内所有机械臂的坐标，并检查是否违反约束1至9及约束15至17。通过重复这一过程，它为分配来喷涂同一车身的所有机械臂生成详细的喷漆路线。每个机器人臂依次访问分配给自己的喷涂分段，从而确定详细路径。与传统车辆路径问题不同，这些线段呈线状，因此机械臂必须决定从哪个端点接近。此外，目标车辆以恒定速度移动。在喷涂分段的两个端点均进入机械臂的工作范围之前，机器人臂保持静止；此时机械臂才开始移动。到达该线段后，机械臂一边喷漆，一边以v_{sp}速度从一端移动至另一端。到达端点后，它将该线段标记为已完成，并移动至下一条线段，同时选择能使行进距离最短的端点。此外，当机械臂在方向变化较大的面板之间切换时（例如，从侧面板切换至车顶），它会等待预设时长，以计入重新定向时间。

在下层优化器中设计详细路径时，它会计算度量指标，以检测约束违反，并

表 3. 各车辆模型的配置。

	V_1	V_2	V_3
喷涂路径段数量 n^{segs}	268	260	218
机械臂数量n_{arms}	4(8)	4(8)	3(6)
机械臂布置	图8(a)	图8(a)	图8(b)
机械臂作业范围半径 γ_a[毫米]	2,800	2,800	2,800
机械臂避碰距离 γ_{col}[毫米]	300	300	300
机械臂喷涂时速度 v_{sp}[毫米/秒]	1,250 或 1,350	1,250 或 1,350	900 或 1,000
机械臂非喷涂时速度 v_{mv}[毫米/秒]	1,250	1,250	900
待喷涂面板	引擎盖、车门、挡泥板、后车门	引擎盖、车门、挡泥板、后车门	引擎盖、车顶、车门、挡泥板、后车门
需考虑的约束	All	All	除约束14外的全部约束
生产线速度 [mm/s]	147	147	98
规定时间t_p [s]	47.5	47.5	66.0
虚拟线段数量 n_d	68	68	58
约束 9 ϵ 的允许的违反次数	1	1	0
边界高度变化范围 δ	3	3	5



(a) V_1,V_2 在 F_1 处生成　　(b)V_3 在F_2处生成：侧视图

图8. 机械臂布置F_1 和 F_2。

施加惩罚。具体而言，它会记录t_{out} （机械臂在工作范围之外运行的时间）、$n_{unvisits}$ （已分配但未喷涂的线段数量）、t_{col} （两机械臂末端之间的距离低于 γ_{col} 的持续时间），以及每条线段的喷涂开始时间。这些开始时间用于评估约束9的违反情况。最后，下层优化器会将所有机械臂的最终运行时间t_a 连同上述度量指标一起返回给上层优化器。

2) 向两侧扩展

下层优化器通过根据车身一侧生成的详细路径设计另一侧的喷涂路径，为车身两侧创建详细路径。我们的方法为目标车辆的每个面板预先定义了三条双侧扩展规则：

(1) 左右对称、(2) 平行运动，以及

（3）单侧延迟的平行移动。

规则 (1) 要求对称布置在车辆上的一对机械臂执行镜像动作（沿 z轴翻转）。规则 (2) 和 (3) 适用于引擎盖、后车门和车顶等面板——这些区域的对称路径可能导致碰撞。根据规则 (2)，机械臂在保持恒定距离的同时平行喷漆，以避免碰撞；根据规则 (3)，一只机械臂的运动会延迟，以防机械臂始终保持固定距离并连续重叠喷漆。

根据这些规则，当下层优化器将路径从一侧扩展到另一侧时，车辆的不对称性和规则 (3) 可能导致对应的机械臂也表现出非对称行为。因此，我们通过在过渡期间对齐喷涂新面板的开始时间（约束16），使对称的机器人机械臂同步，从而能够设计出避免碰撞且不会显著影响其他路径的双侧路径。

IV. 评估

A. 实验设置

为验证所提出的方法，我们针对在两家工厂F_1和F_2生产的三种不同类型的车身$V_1, V_2,$和V_3进行了实验。表3总结了这三种车辆类型的实验条件，图8展示了这两家工厂的机械臂布置。生产环境差异显著：工厂F_1生产车辆V_1（一种多用途车）和V_2（一辆商用厢式车），而F_2生产V_3（一辆越野运动型多用途车）。在F_1,，生产线上有八台机械臂——每侧四台，如图8(a)所示——用于喷涂引擎盖、侧面板（包括挡泥板和车门）以及后车门。相比之下，F_2的生产线上有六台机械臂——每侧三台，如图8(b)所示——用于喷涂引擎盖、侧面板、后车门和车顶。由于V_3的机械臂配置未考虑约束14，我们在设计其路径时未纳入该约束。在这项实验中，机械臂的安装位置、工作范围和移动速度v_{sp}及v_{mv}根据实际生产设置确定，并假设机械臂末端始终垂直于车身表面。

所提出的方法配置如下：遗传算法作为上层优化器，种群规模n_{pop}为400个个体，变异率为2%，最大生成代数为$n_{gen} = 150$。约束1和约束4的惩罚值设定为高于无违反情况时目标函数值的数值，即$\rho_{out} = 5.0\times10^2$、$\rho_{unvisits} = 10^4$和$\rho_{col} = 10^3$。下层优化器的时间单位$\mu$设为$10^{-2}$秒。根据上述设置，我们在配备 AMD EPYC 7773X 处理器（64核，2.2–3.5GHz）的计算机上，对每种车辆进行了五次独立试验。

B. 实验结果

图9展示了将我们的方法应用于三种车辆类型后得到的详细喷涂路径，其中每个机械臂的喷涂路径均以不同颜色区分。结果证实，即使不同车辆类型的喷涂分段数量和机械臂数量各不相同，所提出的方法仍能设计出满足所有约束条件的路径。此外，由于引入了用于处理约束9的修复算子2和3，这些路径使每个机械臂都能够喷涂一个连续区域。

图 10 展示了每代最佳个体的平均目标函数值的变化。上图和下图呈现的是相同结果，但纵轴刻度不同。上图追踪目标函数值的整体趋势，下图则聚焦于约束违反得到解决后的目标函数值。由于解决约束违反后的数值不包含惩罚项，因此代表机械臂的最大运行时间（秒），并显示在下图中。实线表示平均值，阴影区域表示标准误。平均而言，约束违反分别在第 30、5、60 代左右得到解决，对应$V_1, V_2,$和$V_3,$。此外，持续优化得到了能够更快完成

表 4. 与工程师设计的路径相比，V_3。

	目标函-数值f	数量约束违反
所提出的方法生成的路线	64.5	0
工程师设计的路径	66.6	1

喷涂的路径，所需时间短于规定时间。采用此类路径可以通过提高日产量来提升生产率，还能降低机械臂和车辆的速度，从而提升喷涂质量。

所提出的方法通过150代优化生成详细路径，平均处理时间约为240分钟。

C. 实用性验证

1) 与人工设计的解进行比较

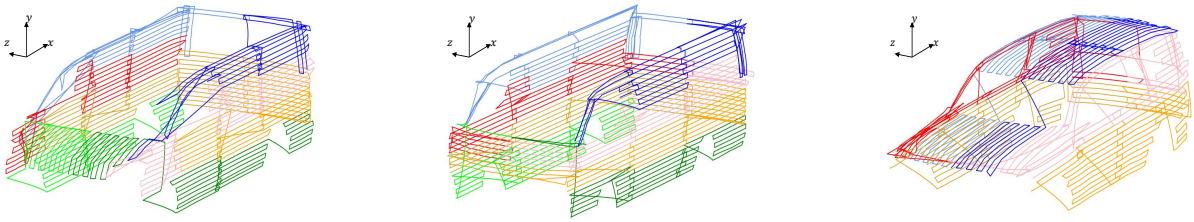
我们比较了人类工程师设计的V_3路径与我们的方法生成的路径。对于工程师设计的路径，我们采用相同的区段分配和访问计划构建上层子问题的解，并通过包含下层优化器的评估模块计算目标函数值。

图11展示了这些路径，表4总结了目标函数值以及违反约束9的次数。我们的方法生成的路径在满足表2中所有强约束的同时，作业时间比工程师设计的路径更短；而工程师设计的路径违反了约束9一次。

2) 应用于实际生产模拟器

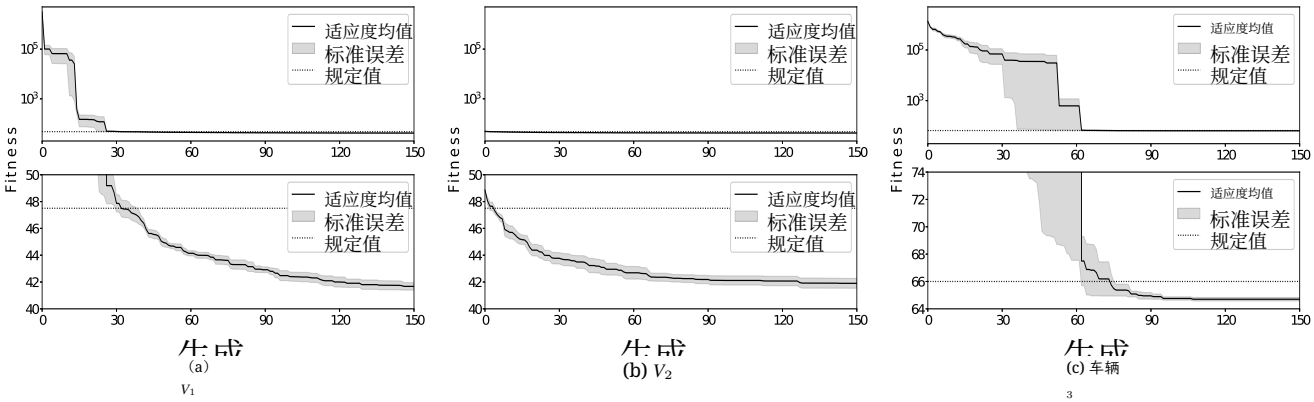
我们将使用所提出的方法设计的路径应用于实际用于F_2的生产模拟器。由于我们的方法仅计算机械臂末端的轨迹，工程师利用仿真器根据生成的路径设计了中间关节运动。图12展示了结果，确认仅修改一个位置后，该路径便变得可行。该线段位于机械臂工作范围的边缘，是因为我们的下层优化器简单地将机械臂的工作范围近似为球形。

此外，工程师估算了在生产现场引入所提出的方法后，喷漆路线设计所节省的时间。假设整个流程需要七周（一周用于创建喷涂路径段，五周用于确定机械臂喷涂路径，一周用于干涉检查），他们发现，我们的方法可将设计时间缩短约两周。这一改进得益于我们的方法取代了以往为满足所有约束条件而进行的人工反复试错步骤，并且在需要修正时只需进行少量调整。



(a) V_1　(b) V_2　(c) V_3

图 9. 所提出的方法设计的路径示例。



(a) V_1　(b) V_2　(c) 车辆 3

图10. 每代最优解的平均目标函数值变化。



(a) 工程师设计的路径　(b) 所提出的方法设计的路径

图11. 所提出的方法和工程师设计的详细路径。

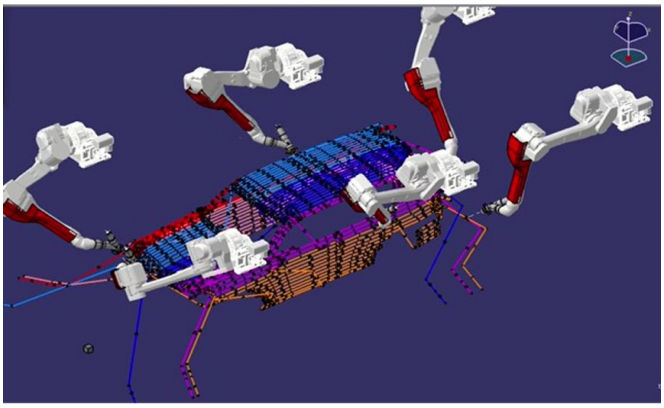


图12. 将F_2应用于所提出的方法设计的路径后的实际模拟器结果。

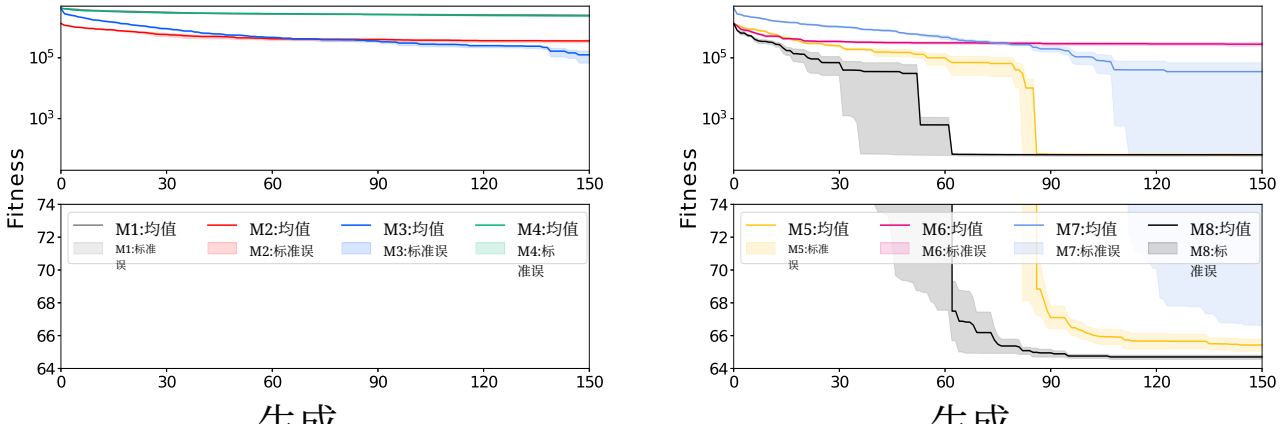
D. 消融研究

鉴于难以与第II节介绍的先前研究进行直接比较，我们开展了消融研究，以评估专为车辆喷涂路径设计定制的方法流程所产生的性能影响，即初始解生成以及修复算子2和3。5性能方面，我们开展了消融研究。该实验采用V_3，，其中包含一个容易发生碰撞的车顶，并比较了八种不同的方法M_1至M_8，其配置如表5所示。其他实验条件与第IV-A节一致。

图13展示了各方法的目标函数值变化情况。与图10一样，上方的图表示整体值的变化，下方的图则显示约束违反得到修复后的值。实线表示平均值，较浅的阴影区域表示标准误差。

表5. 消融研究中比较的模型。

方法	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
初始种群生成		✓			✓	✓		✓
修复算子2			✓		✓		✓	✓
修复算子 3				✓		✓	✓	✓



(a) M_1, M_2, M_3, 和M_4　　(b) M_5, M_6, M_7, 和 M_8

图13. 消融研究中目标函数值变化的对比。

M_8 （完整方法）综合改进了初始解生成和修复算子，与其他方法相比，取得了最佳目标函数值，并以最少的代数满足所有约束条件。此外，比较M_2, M_3, 和M_4这几种各自采用一项改进的方法后发现，M_3, 仅采用修复算子2，偶尔能够生成满足所有约束条件（约束5，即机械臂运行时间方面的约束除外）的路径，并且在M_2, M_3, 和M_4中取得了最低的评价值。这表明，在三项改进中，修复算子2对目标函数值的影响最大。

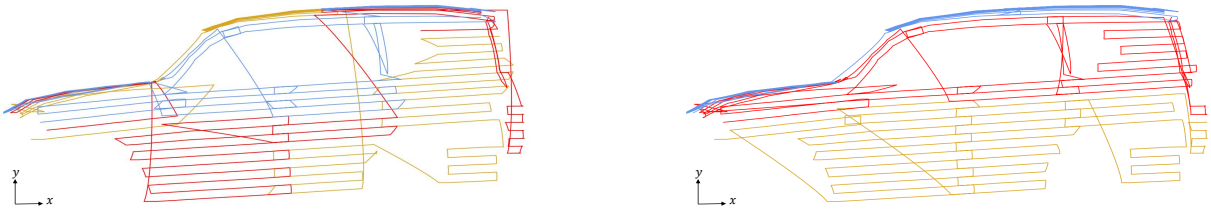
在这八种方法中，只有M_5, M_6, 和M_8 至少在一次试验中生成了满足所有约束条件的路径。具体而言，M_5 在5次试验中有4次成功，而M_6和M_8 则在每次试验中均实现了可行性。此外，对始终可行的方法进行比较发现，M_8提前约20代消除了约束违反，并取得了更低的评价值。这些结果表明，单独采用修复算子 3 和改进初始解生成并不能保证路径完全符合要求，但将它们与修复算子2结合使用，比单独进行修复操作效果更好。具体而言，采用修复算子 3 加快了约束违反的消除，而采用水平对齐的初始解（如图14所示），则生成了水平分布均匀且能稳健满足所有约束条件的最终路径。

五、结论

本文提出了一种为车身上的多个机器人机械臂设计喷漆路线的方法。我们将问题建模为一个分层优化问题，其中上层子问题负责将喷涂区域分配给机械臂并确定喷涂顺序，下层子问题则为每个机械臂设计详细路径。这种分解使我们能够采用进化计算等元启发式算法，同时处理机械臂约束和喷涂过程的独特约束。针对两家工厂生产的三种车辆类型开展的实验表明，我们的方法成功设计出了满足所有约束条件的路径。此外，我们的方法将整体设计过程缩短了约两周。未来，我们计划引入多目标优化，为各种生产环境设计多样化的路径。

参考文献

[1] A Tika、N Gafur、V Yfantis 和 N Bajcinca。合作机器人机械臂轨迹规划的最优调度与模型预测控制。*IFAC-PapersOnLine*，53(2):9080–9086，2020年。[2] Rahul Shome。面向机器人群组的机器人运动规划路线图。*Current Robotics Reports*，2(1):85–94，2021年。[3] Domenico Spensieri、Johan S Carlson、Fredrik Ekstedt 和 Robert Bohlin。多机器人工作站中无碰撞路径规划与调度的迭代方法。《*IEEE*自动化科学与工程汇刊》，13(2):950–962，2015年。[4] Khelifa Baizid、Ali Yousnadj、Amal Meddahi、Ryad Chellali 和 Jamshed Iqbal。基于遗传算法的工业机器人任务时间调度与优化。*Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*，34:140–150，2015年。[5] Hicham Touzani、Hicham Hadj-Abdelkader、Nicolas Séguy 和 Samia Bouchafa。多机器人任务排序与自动路径规划，实现周期时间优化：汽车生产线应用。*IEEE*机器人与自动化快报，6(2):1335–1342，2021年。[6] K Zbiss、Amal Kacem、Mario Santillo 和 Alireza Mohammadi。协作机器人汽车喷漆的自动无碰撞轨迹生成。*IEEE Access*，10:9950–9959，2022年。[7] Lucero Ortiz-Aguilar、Luis Angel Xoca-Orozco 和 Marcela Palacios



(a) 由M_7设计的侧面板和车顶面板路径。　(b) 由 M_8设计的侧面板和车顶面板路径。

图14. 比较侧面板详细路径在引入和未引入第III-E3节所示初始种群生成程序时的情况。

Ortega。使用扰动启发式方法设计汽车喷漆流程中协作机器人的路径规划方法。载于模糊逻辑、神经网络与元启发式的新视野，第315–329页。施普林格，2024年。[8] Suresh Nanda Kumar 和 Ramasamy Panneerselvam。车辆路径问题及其变体综述。2012年。[9] Kris Braekers、Katrien Ramaekers 和 Inneke Van Nieuwenhuyse。车辆路径问题：现状分类与综述。《计算机与工业工程》，99:300–313，2016年。[10] Haifei Zhang、Hongwei Ge、Jinlong Yang 和 Yubing Tong。车辆路径问题综述：模型、分类与求解算法。《计算工程方法档案》，29(1):195–221，2022年。[11] EK Xidias、P Th Zacharia 和 NA Aspragathos。三维环境中两个机器人机械臂作业的时间最优任务调度。《机械工程师学会论文集 *I* 部分：系统与控制工程期刊》，224(7):845–855，2010年。[12] Lei Wang、Qing Wu、Fei Lin、Shuai Li 和 Dechao Chen。一种用于机器人机械臂轨迹规划的新型轨迹规划甲虫群优化算法。*IEEE Access*，7:154331–154345，2019年。[13] Sean McGovern 和 Jing Xiao。三维自由曲面上受约束机器人覆盖路径规划的一般方法。《*IEEE*自动化科学与工程汇刊》，2023年。[14] Hicham Touzani、Nicolas Seguy、Hicham Hadj-Abdelkader、Raul Suarez、Jan Rosell、Leopold Palomo-Avellaneda 和 Samia Bouchafa。通过避免相互碰撞和优化周期时间，实现机器人任务排序问题的高效工业解决方案。*IEEE*机器人与自动化快报，7(2):2597–2604，2022年。[15] Domenico Spensieri、Robert Bohlin 和 Johan S Carlson。机器人路径协调，实现周期时间最小化。载于*2013*年*IEEE*自动化科学与工程国际会议（*CASE*），第522–527页。IEEE，2013年。[16] Lydia E Kavraki 和 Steven M LaValle。运动规划。载于《施普林格机器人学手册》，第139–162页。施普林格，2016年。[17] Stefania Pellegrinelli、Nicola Pedrocchi、Lorenzo Molinari Tosatti、Anath Fischer 和 Tullio Tolio。用于汽车车身装配的多机器人点焊单元：设计与运动规划。*RoboticsandComputer-Integrated Manufacturing*，44:97–116，2017年。[18] Martin Peternell、Helmut Pottmann、Tibor Steiner 和 Hongkai Zhao。扫掠体。《计算机辅助设计与应用》，2 608，2005 5 599( ): – 。[19] Naoki Asakawa 和 Yoshimi Takeuchi。工业机器人对雕塑曲面进行免示教喷漆。载于《国际机器人与自动化会议论文集》，第3卷，第1875–1879页。IEEE，1997年。[20] Howie Choset 和 Philippe Pignon。覆盖路径规划：往复式细胞分解。载于《野外与服务机器人》，第203–209页。施普林格，1998年。[21] Howie Choset。已知空间的覆盖：往复式细胞分解。《自主机器人》，9:247–253，2000年。[22] MF Syahputra、A Maiyasya、S Purnamawati、D Abdullah、W Albra、M Heikal、A Abdurrahman 和 M Khaddafi。使用和声搜索算法进行汽车喷漆流程调度。载于《*IOP*会议系列：材料科学与工程》，第308卷，文章编号012044。IOP Publishing，2018年。[23] Weihua Sheng、Ning Xi、Mumin Song 和 Yifan Chen。计算机辅助设计引导的机器人运动规划。《工业机器人：国际期刊》，28(2):143–152，2001年。

[24] 陈和平和Ning Xi。工业机器人喷涂复合表面的自动化工具轨迹规划。《国际先进制造技术杂志》，35:680–696，2008年。[25] Giulio Trigatti、Paolo Boscariol、Lorenzo Scalera、Daniele Pillan 和 Alessandro Gasparetto。面向喷漆机器人的一种新型路径约束轨迹规划策略（修订版1）。《国际先进制造技术杂志》，98:2287–2296，2018年。[26] Ramanujam Ramabhadran 和 John K Antonio。用于自动化喷涂的某类最优轨迹规划问题的快速求解技术。《*IEEE*机器人与自动化汇刊》，13(4):519–530，1997年。[27] Mayur V Andulkar 和 Shital S Chiddarwar。基于计算机辅助设计的喷漆机器人自动轨迹：变速度方法。载于国际设计工程技术会议暨计算机与信息工程会议，第57144卷，第V05CT08A007页。美国机械工程师学会，2015年。[28] 唐扬和陈伟。喷漆机器人作业工件的表面建模与工具轨迹规划。《公共科学图书馆·综合》，10 0127139，2015 5( ):e 。[29] Daniel Gleeson、Stefan Jakobsson、Raad Salman、Fredrik Ekstedt、Niklas Sandgren、Fredrik Edelvik、Johan S Carlson 和 Bengt Lennartson。生成用于机器人喷涂的优化轨迹。《*IEEE*自动化科学与工程汇刊》，19(3):1380–1391，2022年。[30] George B Dantzig 和 John H Ramser。卡车调度问题。《管理科学》，6(1):80–91，1959年。[31] Christian Prins。一种简单有效的车辆路径问题进化算法。《计算机与运筹学》，31(12):1985–2002，2004年。[32] Barrie M Baker 和 MA1951066 Ayechew。车辆路径问题的遗传算法。《计算机与运筹学》，30(5):787–800，2003年。[33] Habibeh Nazif 和 Lai Soon Lee。用于容量约束车辆路径问题的优化交叉遗传算法。《应用数学建模》，36(5):2110–2117，2012年。[34] Melanie Mitchell。遗传算法导论。麻省理工学院出版社，1998年。[35] Vladimir Filipović。遗传算法中的细粒度锦标赛选择算子。《计算与信息学》，22(2):143–161，2003年。[36] Lawrence Davis 等。将自适应算法应用于上位性领域。载于国际人工智能联合会议，第85卷，第162–164页，1985年。[37] Kusum Deep 和 Hadush Mebrahtu。旅行商问题的顺序交叉新变体。《组合优化问题与信息学国际期刊》，2(1):2–13，2011年。[38] Kyu-Yeul Lee、Seong-Nam Han 和 Myung-Il Roh。具有内部结构墙和通道的设施布局问题的改进遗传算法。《计算机与运筹学》，30(1):117–138，2003年。



YUYA NAGAI于2023年在日本鹿儿岛大学获得工程学学士学位。目前，他是鹿儿岛大学理工研究生院工程系的硕士研究生。他的研究兴趣包括优化。

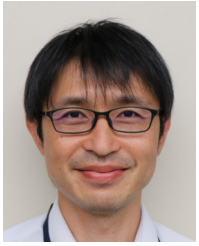


HIROMITSU NAKAMURA 于2000年获得鹿儿岛大学工程学硕士学位。2000年至2006年，他在马自达汽车公司工作。之后，他加入丰田车体研发有限公司，目前是数字工程部的一员。他主要负责与汽车焊接和喷涂工艺生产技术相关的信息技术及数字化任务。他是日本汽车工程师学会的会员。

日本汽车工程师学会。



NARITO SHINMACHI 于2009年毕业于都城工业高中。之后，他加入丰田车体研发有限公司，目前是数字工程部的一员。他主要负责与汽车焊接和喷涂工艺生产技术相关的信息技术及数字化任务。他是日本汽车工程师学会的会员。



YUTA HIGASHIZONO 于2008年获得筑波大学理学博士学位。2008年至2010年，他在九州大学担任日本学术振兴会（JSPS）研究员。之后，他加入丰田车体研发有限公司，目前担任数字工程部项目经理。他隶属于一个推动产官学合作的部门，并

推动与大学和研究机构合作，致力于解决汽车领域的问题。他是日本汽车工程师学会的会员。



SATOSHI ONO 于2002年获得筑波大学工程学博士学位。2001年至2003年，他担任日本学术振兴会（JSPS）研究员。之后，他加入鹿儿岛大学理工研究院信息与计算机科学系，担任研究助理。目前，他是鹿儿岛大信息科学与生物医学工程系的教授

大学。他曾获JSAI 2023年度大会奖、IWAIT 2020最佳论文奖、TAAI 2019优秀论文奖、IPSJ山下SIG研究奖（2012年）等。他是IEEE、IPSJ、IEICE和JSAI的会员。目前，他的研究重点是进化计算、机器学习及其在现实问题中的应用。